

실내음향 해석을 위한 위상 빔 추적법의 사용시 오차에 관하여

On the Errors of the Phased Beam Tracing Method for the Room Acoustic Analysis

정 철 호*, 이 정 권*

(Cheol-Ho Jeong*, Jeong-Guon Ih*)

*한국과학기술원 기계공학과

(접수일자: 2006년 9월 19일; 채택일자: 2007년 11월 8일)

기하음향학 방법들을 이용한 중주파수 해석의 어려움을 해결하기 위하여 소리의 전파에서 위상 정보를 고려한 위상 기하음향학 방법이 제안되었다. 위상 기하음향학 방법은 위상정보를 고려하여 중주파수 대역의 간섭 현상을 설명할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 이러한 방법들을 이용하여 소리의 파동성으로 대표되는 저주파수 현상들을 모두 설명할 수 없다. 특히 저주파수 대역에서는 모서리나 장애물에 의한 회절현상을 고려하지 못하여 전달함수나 충격응답의 예측시 오차가 발생한다. 또한 실수인 흡음 계수를 사용한 해석 결과는 측정치와 차이를 보이므로 반사 계수의 잘못된 위상 정보는 교정되어야 한다. 본 연구에서는 균일 회절 이론을 병합한 위상 빔 추적법의 결과를 기존의 위상 빔 추적법의 결과와 비교하였다. 또한 벽면 반사계수의 위상을 변화시키며 위상 정보의 영향을 조사하였다. 제안된 오차 보정 방법들을 이용하면, 좀더 낮은 주파수 대역까지 정확성을 향상시켜 위상 빔 추적법을 실내음향 예측에 적용할 수 있다.

핵심용어: 위상 빔 추적법, 실내음향 해석, 해석 오차, 회절, 반사의 위상

투고분야: 건축음향 분야 (7.1)

To overcome the mid frequency limitation of geometrical acoustic techniques, the phased geometrical method was suggested by introducing the phase information into the sound propagation from the source. By virtue of phase information, the phased tracing method has a definite benefit in taking the interference phenomenon at mid frequencies into account. Still, this analysis technique has suffered from difficulties in dealing with low frequency phenomena, so called, wave nature of sound. At low frequencies, diffraction at corners, edges, and obstacles can cause errors in simulating the transfer function and the impulse response. Due to the use of real valued absorption coefficient, simulated results have shown a discrepancy with measured data. Thus, incorrect phase of the reflection characteristic of a wall should be corrected. In this work, the uniform theory of diffraction was integrated into the phased beam tracing method (PBTM) and the result was compared to the ordinary PBTM. By changing the phase of the reflection coefficient, effects of phase information were investigated. Incorporating such error compensation methods, the acoustic prediction by PBTM can be further extended to low frequency range with improved accuracy in the room acoustic field.

Key words: phased beam tracing method, room acoustic analysis, simulation error, diffraction, phase of reflection.

ASK subject classification: Architectural Acoustics (7.1),

I. 서론

1990년대 이후, 컴퓨터의 발달과 더불어 음선 추적 기법 (ray tracing method) [1,2]이나 거울상 음원 기법 (mirror image source method) [3,4]과 같은 기하음향

학적인 방법들은 실내 음향 예측에 널리 사용되고 있다. 음선 추적법은 짧은 파장을 갖는 음파의 직진성을 이용하여 음원의 위치에서 무수히 많은 음선들이 조직적으로 퍼져나가게 한 후, 직진하는 음선의 경로를 추적하여 공간의 음향 특성을 예측하는 방법이다. 각 음선들이 경계면을 만나 반사되고 전파되는 모든 경로를 추적하여, 미리 정해진 위치의 수음점으로 입사되는 음선들이 갖고 있는 음향정보를 종합함으로써 최종적으로 응답을 예측할 수 있다. 음선 추적법은 매우 얇은 음선이 방출되어 실내 공간을 탐색하기 때문에 수음점이 일반적으로 구나 정육면체와 같은 부피를 가지게 되며, 수음점의 부피에 따라서 그 결과가 달라지는 단점이 있다. 빔 추적법은 음선의 뭉치들을 빔으로 간주하고, 이러한 빔들이 공간을 탐색하여 음향 특성을 예측하는 방법이다. 유한한 단면을 가지는 빔을 이용하기 때문에 점 수음점을 이용하여 해석 가능하지만, 이동거리가 길어질수록 빔의 크기가 커지기 때문에 탐색 오차가 불가피하다. 또 다른 대표적인 기하음향학 방법인 거울상 음원 기법은 모든 반사를 거울상 음원의 영향으로 대체시켜 계산하는 방법으로, 계산시간이 충격 응답의 길이의 세제곱에 비례하여 길어지는 비효율적인 단점이 있다. 기하음향학 방법은 모두 에너지 변수만을 이용하여 음장을 예측하는 에너지 방법 (energy methods)의 한 종류이다.

이러한 방법들은 파동방정식을 풀어 내는 유한 요소법 (finite element method), 경계 요소법 (boundary element method), 유한 차분법 (finite difference method) 등의 모드 기법 (modal methods)과 비교하여 계산 시간이 빠르고, 고주파수 대역에서는 비교적 정확하게 예측할 수 있는 장점이 있다. 고주파수 대역에서는 많은 모드들이 중첩되어 개별적 모드 특성 대신에 주파수 및 공간적으로 평균된 에너지를 예측하는 기하음향학 방법이나 통계적인 접근법이 유효하다. 에너지 방법인 기하음향학 방법은 경계면에서 반사될 때 얼마만큼의 에너지가 줄어드는지를 묘사할 수 있는 흡음률 (absorption coefficient)을 이용하고, 공기에서의 흡음은 공기 감쇠 인자 (air attenuation factor)를 이용하여 나타낸다. 그러나 모든 에너지는 항상 양수이므로 음파의 상쇄효과 등의 간섭현상은 제대로 해석할 수 없다. 그러므로 근본적으로 중-저주파수에서의 좀더 정확한 해석을 위하여는 음압을 변수로, 위상을 고려하는 방법을 이용하여야 한다. 한가지 예로, 위상을 고려하지 않는 에너지 방법으로는 마주보는 두 벽면이 평행한 경우공간에서 나타나

는 정상파 (standing wave)와 같은 현상을 나타낼 수 없으나, 위상을 고려하면 간섭현상을 설명할 수 있다.

음압을 변수로 하기 위해서, 음파의 진행 거리에 따른 위상 및 벽면 반사에서 위상 변화를 고려한 위상 기하음향학 방법 (phased geometrical acoustic method)이 제안되었다 [5-9]. 위상 기하음향학 방법의 하나인 위상 빔 추적법 (phased beam tracing method; PBTM)에서는 흡음률과 매질 내의 점성, 열전달, 및 분자 운동에 의한 에너지 손실을 나타내는 공기 감쇠 인자 [10] 대신에 음압 반사 계수 (pressure reflection coefficient)와 복소 파수 (complex wave number)를 사용한다. 본 연구에서는 서로 다른 두 평면이 교차하는 지역에 빔이 조사되어도, 빔을 분할되지 않고 중심축에 따라서 거동하는 중심축 추적법 (central axis tracing) [11]을 적용하였는데, 그 개략도는 그림 1과 같다. 그림 1에서 음원으로부터 퍼져나간 빔은 중심축을 따라 실내 공간을 전파하며, 소리의 전파 경로를 따라서 음압의 크기와 위상이 추적된다. 또한, 벽면 반사는 Snell의 법칙에 의한 정반사 (specular reflection)만을 고려하여 해석하였다. 음압은 다음 식 (1)과 같이 계산된다:

$$p(\theta; \omega) = \frac{p_0}{a_{tot}} e^{-j\tilde{k}a_{tot}} \prod_{i=1}^n r_i(\theta_i) \tag{1}$$

여기서 p_0 는 초기 음압의 크기, a_{tot} 은 빔의 전파 거리, \tilde{k} 는 복소 파수 ($\tilde{k} = k - jm/2$), k 는 손실없는 매질에서의 파수, m 은 공기 감쇠 인자, $r_i(\theta_i)$ 는 i 번째 반사에서의 음압 반사 계수, θ_i 는 입사 각도, n 은 전체 반사 횟수를 나타낸다. 본 연구에서는 위상 빔 추적법을 이용

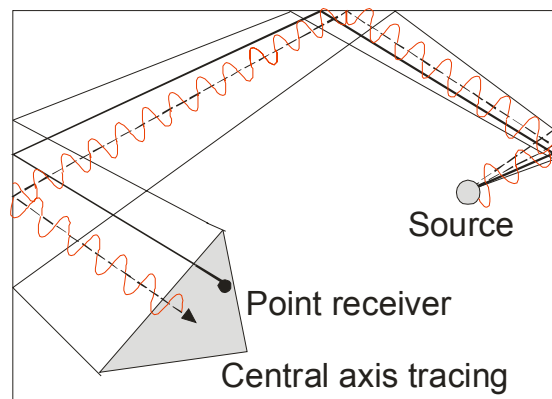


그림 1. 중심축 추적 알고리즘을 적용한 빔 추적법의 개략도
Fig. 1. Schematic of beam tracing method adopting the axis-tracing algorithm.

한 음향 특성 해석에서 주로 발생하는 오차들에 대한 해결 방법을 제시하고자 한다.

II. 중-저주파수 해석시의 주요 오차 요인 분석

위상 빔 추적법을 이용한 중-저주파수 해석시 여러가지 오차 요인들이 있다. 첫번째로 위상 기하음향학 방법은 음원과 수음점 사이의 기하학적인 경로 탐색을 통하여 해석하는 방법으로 회절현상은 고려할 수 없다. 특히, 특정 위치의 음원-수음점 조합 (예를들어, 회절 모서리 부근의 음원과 수음점)과 회절현상이 주요한 중-저주파수 해석에서 오차를 포함하고 있다.

둘째, 오차는 위상 기하학 방법에서 주로 이용하는 실수 반사 계수에서 기인한다. 위상 빔 추적법은 음압 반사 계수를 이용하여 음압을 예측할 수 있지만, 에너지 보존법칙을 이용한 실수의 반사 계수, 즉, $r_s^j = \pm\sqrt{1-\alpha_s}$ 이 주로 이용된다. 벽면의 임피던스를 측정하는 경우에는 복소 반사 계수를 추정할 수 있지만, 실내음향 예측시 모든 벽면의 임피던스를 측정할 수 없으므로, 알려진 벽면 재료의 흡음률을 이용하여 예측하게 된다. 하지만 음압 반사 계수는 입사각과 파동의 종류 등에 따라서 그 값이 변하며 일반적으로는 복소수이기 때문에, 실수 음압 반사 계수를 이용하면 위상의 변화가 고려되지 않아 해석 결과가 변하게 된다.

마지막으로, 기하음향학 방법이 일반적으로 가지고 있는 탐색 오차 (scanning error)도 해석의 정확성에 영향을 미친다. 탐색 오차는 많은 연구자들에 의해서 적절한 빔의 개수를 결정하는 방법들 [12, 13]이 제안되었기 때문에 본 연구에서는 다루지 않는다. 앞서 언급한 두가지 주요 오차 요인들에 대하여 해결 방법을 제시하고, 기존 의결과와 개선된 방법의 비교를 통하여 그 타당성을 검증하였다.

2.1. 회절 현상 (diffraction)

위상 빔 추적법을 이용하면 파동의 간섭 현상을 설명할 수 있지만, 음장의 불연속 선이나 면을 만난 후의 파선단면 (wave front)의 왜곡과 관련된 회절 현상을 고려할 수 없다. 잘 알려진 바와 같이, 회절현상은 파장이 장애물이나 틈새의 크기보다 큰 저주파수 대역에서 두드러지게 나타나는 현상으로, 회절 현상을 고려하기 위해서

는 Fresnel-Kirchhoff 적분법 [14]을 이용하거나, 기하 회절 이론 (geometrical theory of diffraction) [15], 이차 음원 모델 (secondary source model) [16] 등을 이용하는 방법들이 제안된 바 있다. 기하 회절 이론은 Fresnel-Kirchhoff 적분법에 비해서 계산이 빠르며, 날카로운 쐐기 (wedge) 부근에서 정확성이 좋다고 알려져 있지만 [17, 18], 기본적으로 무한한 길이의 쐐기를 가정한다. 기하 회절 이론의 한 방법인 균일 회절 이론 (uniform theory of diffraction) [19]을 이용하면, 반사 경계 (reflection boundary)와 그늘 경계 (shadow boundary)에서 생기는 불연속적인 거동을 완화시킬 수 있다. 그러나, 균일 회절이론은 주파수 대역에서의 해를 찾아내는 방법이어서, 기존의 기하음향학 방법과 병합하여 사용하는 것이 어려웠기 때문에, Svensson등은 Biot-Tolstoy 모델 [20]을 이용한 시간 영역 해법을 이용하여 회절 현상을 고려하였다 [16]. 하지만 위상 빔 추적법은 시간 영역과 주파수 영역에서의 계산이 모두 가능하므로, 균일 회절이론을 병합하여 회절현상을 고려할 수 있다.

기하 회절 이론에서는 빔이나 음선이 모서리나 물체를 만났을 때, 새로운 회절 빔이 생성되어 전파하는 것으로 간주한다. 이 이론에서는 각 모서리의 형상이나 입사각에 따른 회절 계수를 결정하는 것이 중요하다. 균일 회절 이론에 있어서, $(n-1)\pi$ 의 각도 (n 은 임의의 실수)를 가지는 모서리의 회절 계수, D ,는 부록 A의 과정에 따라 다음과 같이 표현된다 [18, 19]:

$$D(\rho, \phi; \rho', \phi') = -\frac{e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \times \left[\cot\left(\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi nN^- - (\phi - \phi')}{2}\right] \right] + \left[\cot\left(\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi nN^- - (\phi + \phi')}{2}\right] \right] + \left[\cot\left(\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi nN^+ - (\phi - \phi')}{2}\right] \right] + \left[\cot\left(\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi nN^+ - (\phi + \phi')}{2}\right] \right] \quad (2)$$

여기서, k 는 파수, ρ 와 ρ' 는 모서리로부터 음원과 수음점까지의 거리, ϕ 와 ϕ' 는 기준면에 대한 음원과 수음점의 기하각을 각각 나타내고, F 는 Fresnel적분을 의미한다. 식 (2)의 회절 계수를 고려한 회절 음압, p^d , 은 다음과 같이 계산된다:

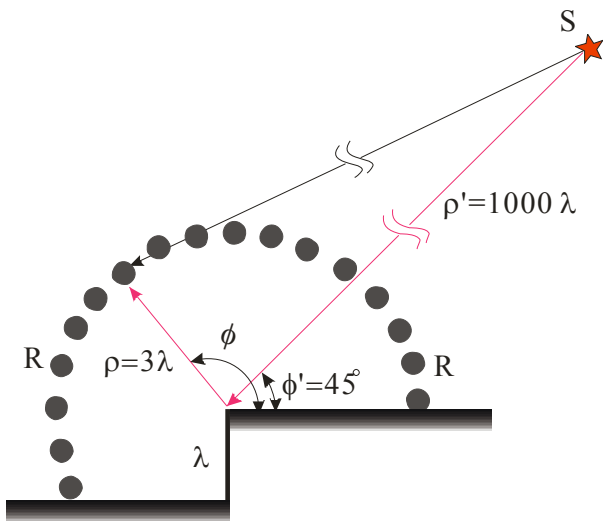


그림 2. 회절 시험을 위한 직각 계단 구조. S로 표시된 기호 ★는 45° 방향으로 1000λ 떨어진 곳의 점음원, 기호 ●는 수음점을 나타냄 (λ = 파장)

Fig. 2. Right-angle step model for diffraction test. Symbol ★ designated by S denotes the acoustic point source at 1000λ position in 45° direction, whereas symbols ● designated by R denotes the receivers (λ = wavelength).

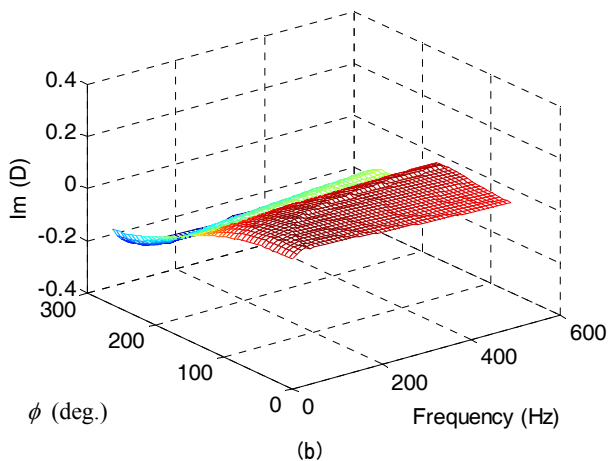
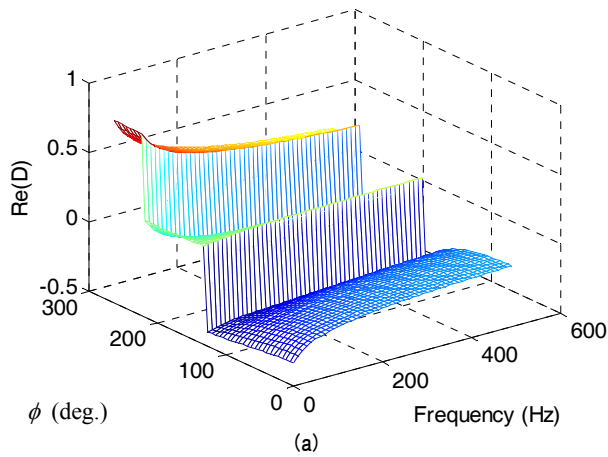


그림 3. 그림 2의 음원-수음점 위치에서 계산된 회절 계수, D: (a) 실수부, (b) 허수부

Fig. 3. Calculated diffraction coefficient, D, for source-receiver combinations in Fig. 2: (a) Real part, (b) imaginary part.

$$p^d(\rho, \phi; \rho', \phi') = \frac{e^{-jk(\rho+\rho')}}{\rho'} D\left(\frac{\rho\rho'}{(\rho+\rho')}, \phi, \phi'\right) \sqrt{\frac{\rho'}{\rho(\rho+\rho')}} \quad (3)$$

그림 2에는 평면파가 입사되는 계단형 기하 모델을 보여주고 있는데, 식 (2)에 의해 계산된 1차 회절 계수를 그림 3에 보여주고 있다. 파장이 작아질수록 회절 계수의 크기는 작아지므로, 당연히 중-저주파수 대역에서 회절이 중요하게 고려됨을 알 수 있다. 그림 4 (a)에서는 음원에서 방사된 소리가 모서리에서 회절되어 수음점으로 입사되는 1차 회절 성분을 보여주고 있고, 그림 4 (b)는 모서리에서 회절된 후 계단의 밑면에서 반사되어 다시 모서리로 돌아와서 다시 회절 되는 2차 회절성분을 나타낸다.

그림 3 (a)에서 135° 와 225° 에서의 반사-그늘 경계의 회절 계수가 불연속적임을 관찰할 수 있다. 이는 기하음향학 방법을 이용할 때 발생하는 음압의 불연속을 보정하기 위한 불연속이라 할 수 있다. 예를 들어, 그림 2의 모델과 같이 음원이 기준면에서 45° 방향에 위치한 경우, 135° 이상의 각도에 위치한 수음점에서는 반사파

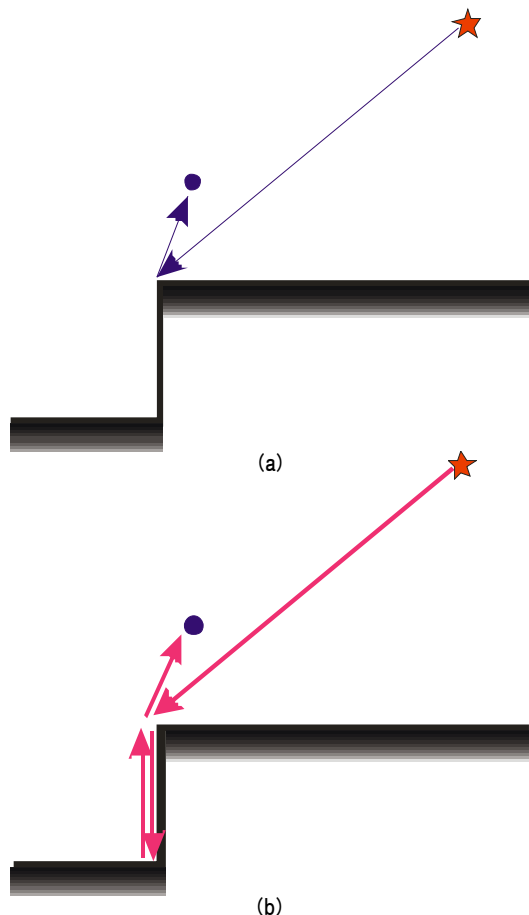


그림 4. 회절 모델의 개략도: (a) 일차 회절, (b) 이차 회절
Fig. 4. Schematic diagram of two diffraction models: (a) Single diffraction, (b) double diffraction.

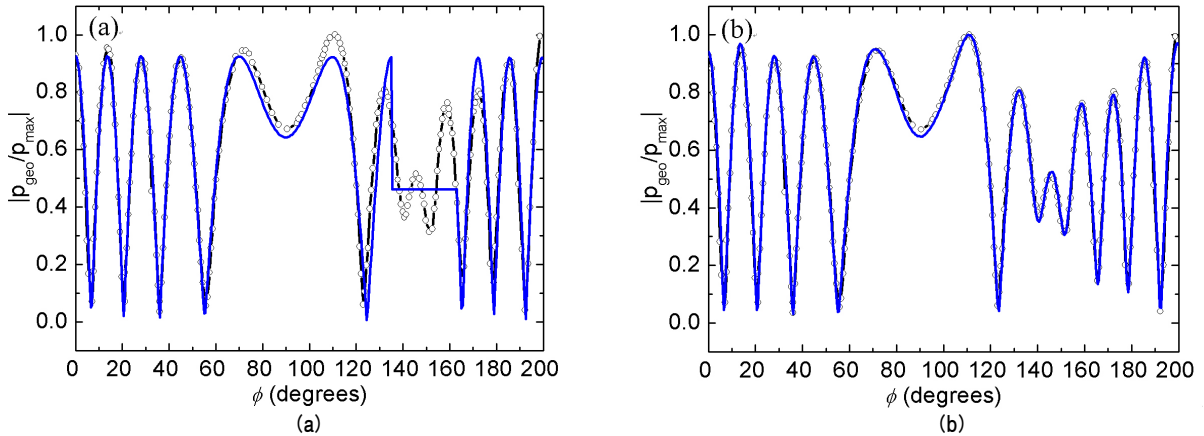


그림 5. 음압 분포의 비교: \bullet — \circ , Zhang 등의 모델 [18]; —, PBTM 결과. (a) 기존의 PBTM, (b) UTD를 병합한 PBTM
 Fig. 5. Comparisons of pressure distribution: \bullet — \circ , Result by Zhang, et al. [18]; —, PBTM result. (a) Ordinary PBTM, (b) PBTM incorporating the UTD.

가 도달하지 않기 때문에 기하음향 모사에서는 음압의 공간적인 불연속이 나타난다. 하지만 실제로 회절현상으로 인하여 음압 분포가 연속적이므로, 보정되는 회절 음압도 불연속적으로 주어져야 한다.

그림 2의 모델에 대하여, $0^\circ \sim 200^\circ$ 범위의 방향에 놓인 수음점에 대한 음압을 예측하면 그림 5와 같다. 그림 5 (a)에서 실선은 위상 빔 추적법을 이용하였으나 회절

을 고려하지 않고 계산한 음압 분포로서, 135° 와 163° 의 반사 경계에서 불연속이 나타난다. 반사 경계면 뿐만 아니라 $100^\circ \sim 120^\circ$ 범위에서도 회절을 고려하지 않은 경우, 기존의 해석결과 [18,21]와 차이를 보인다. 그러나, 그림 5 (b)에서와 같이, 위상 빔 추적법에 균일 회절 이론을 병합하여 계산하면 음압 분포가 연속적으로 나타나며, 이는 기존의 해석 결과와 잘 일치한다.

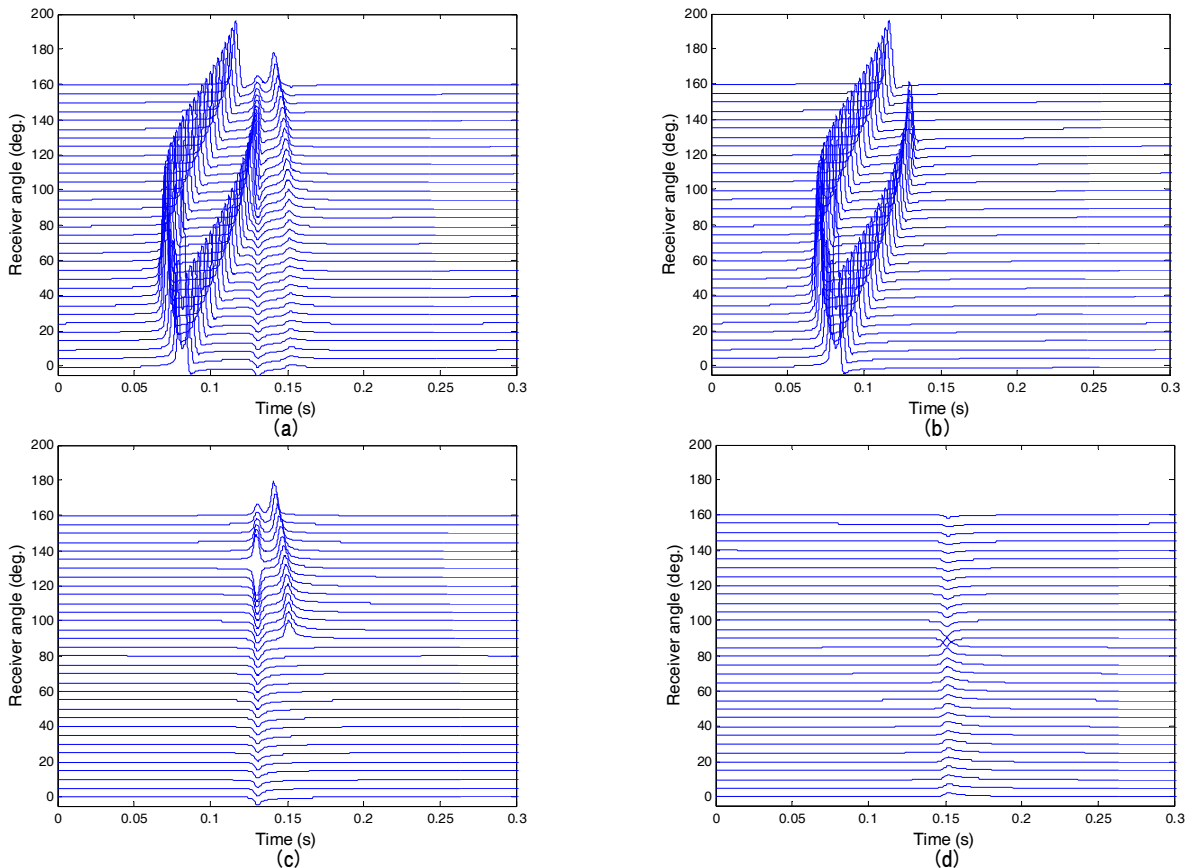


그림 6. 그림 2의 모델에 대한 시간 영역 응답. (a) 전체 음압 (b) 기하 음향장, (c) 일차 회절의 합, (d) 이차 회절
 Fig. 6. Time domain response of diffraction model in Fig. 2. (a) Total response, (b) geometrical acoustic field, (c) family of single diffraction, (d) double diffraction.

그림 6은 시간 영역에서 나타낸 63 Hz 중심주파수를 가지는 Gabor 펄스 응답 [9]으로, 각 실선은 y 축에 표시된 수음점 위치에서의 응답을 나타낸다. 그림 6 (b)와 같이 회절을 고려하지 않은 경우에는 135° 에서 반사파의 불연속이 뚜렷하게 나타난다. 그러나, 그림 6 (c)에 나타난 1차 회절을 고려하면, 135° 이하의 수음점에서는 그 반사파의 크기가 작아지고, 135° 이상에서는 회절 성분이 반사파를 대신하면서 불연속이 완화되게 된다. 그림 6 (c)에 보이는 불연속은 다시 2차 회절 성분을 고려함으로써 연속적인 형태로 바뀌게 된다. 결과적으로 그림 6 (a)에서 보이는 바와 같이, 모든 Gabor 펄스 응답이 연속적으로 변하기 위해서는 그림 6 (c)와 6 (d)의 1차, 2차 회절 성분들의 고려가 필수적임을 알 수 있다.

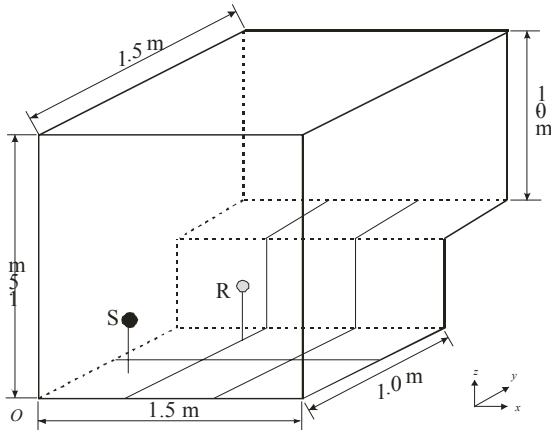


그림 7. 계단 불연속의 모델. 음원과 수음원은 각각 (0.3, 0.3, 0.3), (0.5, 0.7, 0.3)에 위치함. 모든 벽면의 표면 임피던스 Z_w 는 4150+4150j로 주어짐

Fig. 7. Test model with a step discontinuity. A source was located at (0.3, 0.3, 0.3) and the receiver was located at (0.5, 0.7, 0.3). The surface impedance of all surfaces was assigned as $Z_w=4150+4150j$.

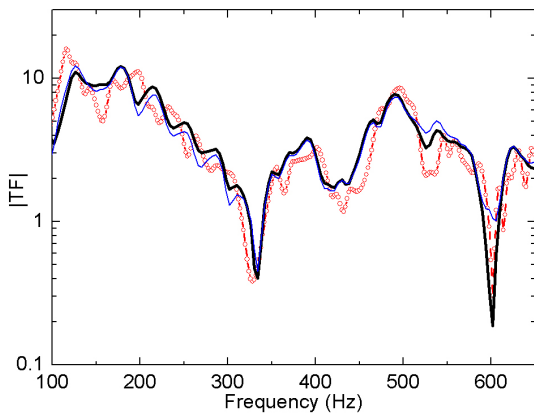


그림 8. BEM 과 PBTM로 계산된 전달함수의 비교. —○—, BEM; — — —, 회절을 무시한 PBTM; — — —, 7차 회절까지 고려된 PBTM

Fig. 8. A comparison of calculated transfer functions by BEM and PBTM. —○—, BEM; — — —, diffraction neglected; — — —, diffraction order of 7.

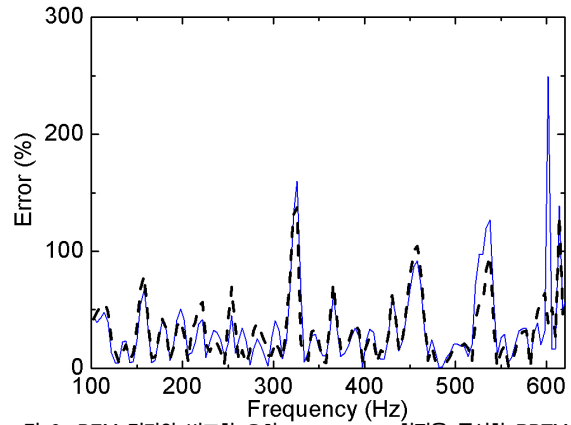


그림 9. BEM 결과와 비교한 오차. — — —, 회절을 무시한 PBTM; — — —, 회절을 고려한 PBTM
Fig. 9. Relative error compared to BEM simulation. — — —, Diffraction ignored; — — —, diffraction included.

일반적인 기하음향학으로는 해석이 어려운 작은 방의 시험 예제로 그림 7과 같이 계단이 있는 방을 들 수 있다. 이 예제에서 Schroeder 임계 주파수 [22]는 400 Hz 인데, 그림 8에서 회절의 고려 유무에 따른 전달함수의 차이를 비교하여 보았다. 그림 8은 PBTM으로 계산된 전달함수를 경계 요소법의 결과와 비교한 것으로, 회절현상을 고려한 경우 특히 약 600 Hz의 골짜기 부근에서 차이가 두드러졌다. 본 예제의 회절모서리의 높이는 약 5 m로, 한 파장에 해당하는 650 Hz까지 회절 현상이 중요하다고 판단된다. 결과적으로, 회절 현상을 고려하면 기하음향학 기법이 가지는 불연속을 해결할 수 있으며, 실제 방의실내 음향 예측에서 정확성을 향상시킬 수 있다. 주파수 평균된 해석 오차는 다음과 같이 정의된다:

$$Error = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{p_{i,PBTM} - p_{i,ref}}{p_{i,ref}} \right| \quad (4)$$

여기서, n 은 주파수의 개수, p_i 는 i 번째 주파수에서 음압값, 기준 음압 ($p_{i,ref}$)은 BEM 해석 결과이다. 그림 9와 같이 회절을 고려하지 않은 경우의 오차는 33.0%, 회절을 고려한 경우에는 32.5%로 600 Hz의 골짜기를 제외하면 그 차이는 크지 않다.

2.2. 반사 계수의 위상 에 따른 오차

음압 반사 계수는 PBTM 결과에서 음압의 위상을 결정하는 중요한 인자로, 반사 계수에 따라서 예측된 음향 특성이 크게 달라지게 된다. 벽면 임피던스가 Z_w 인 국부 반응 (locally reacting) 하는 벽면의 경우, 평면파 반사 계수, r ,는 다음과같이 표현할 수 있다 [23]:

$$r = \frac{Z_w - \rho c_o / \cos \theta}{Z_w + \rho c_o / \cos \theta}, \quad (5)$$

여기서, ρ 는 공기의 밀도, c_o 는 소리의 속도, θ 는 입사각을 의미한다.

벽면의 반사계수를 측정할 수 없는 경우에는, 흡음률을 이용하여 추정하게 되는데, 이 과정에서 $r = \pm\sqrt{1-\alpha}$ 나 입사각 종속 실수 반사 계수 [24]가 근사적으로 사용될 수 있다. 음파의 반사에서 위상을 무시하고 실수 반사계수를 사용하는 경우의 주파수 응답 특성 변화를 살펴보기 위하여, 그림 10과 같은 1차원 모의 실험을 수행하여 보았다. 이 때 벽면 반사계수의 크기는 0.8로 고정

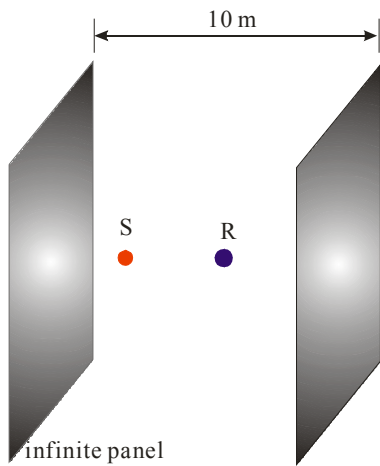


그림 10. 두 무한 평면 사이의 소리의 일차원 반사. S와 R은 음원과 수음점을 나타냄

Fig. 10. One-dimensional reflection of sound in between the two infinitely large panels. S is the source and R is the receiver. Source and receiver are located at (2,0,0) and (4,0,0), respectively.

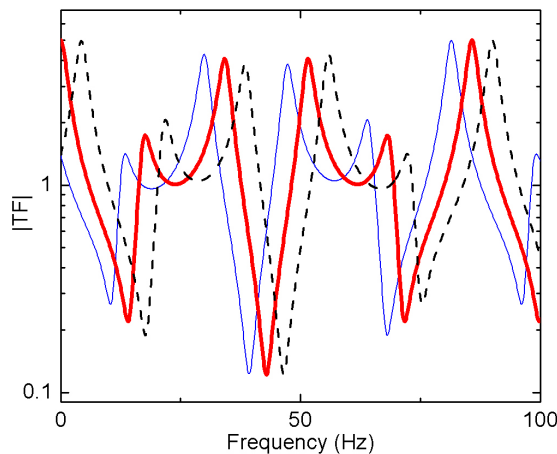


그림 11. $r=0.8\exp(j\beta)$ 을 적용한 전달함수의 비교. 음원과 수음점은 각각 (2,0,0)와 (4,0,0)에 위치함. —, $\beta=-45^\circ$; —, $\beta=0^\circ$; - - - , $\beta=45^\circ$

Fig. 11. A comparison of the magnitude of transfer functions employing $r=0.8\exp(j\beta)$. —, $\beta=-45^\circ$; —, $\beta=0^\circ$; - - - , $\beta=45^\circ$.

하고, 위상 β 를 변화시킨 경우 ($r=0.8e^{j\beta}$), 전달함수는 그림 11과 같다.

그림 11에서 β 가 음수인 경우에는 실수 반사계수보다 전체적으로 함수 형태가 저주파수로 이동하고, β 가 양수인 경우에는 실수 반사 계수보다 고주파수로 이동한다. 그림 12는 β 가 변화함에 따라 수렴점에 도달하는 음압의 수렴도를 나타낸 것으로, β 가 0인 경우에는 복소 음압이

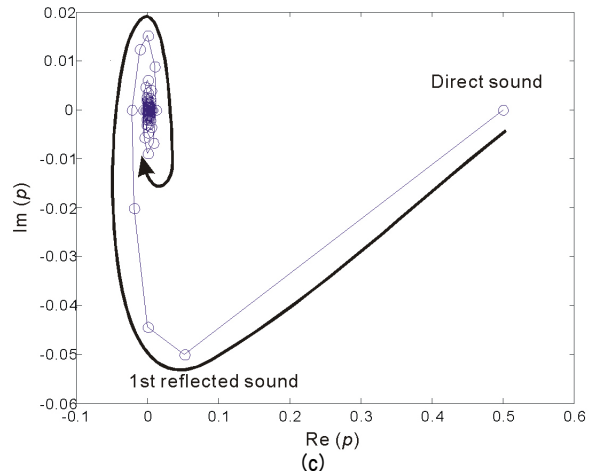
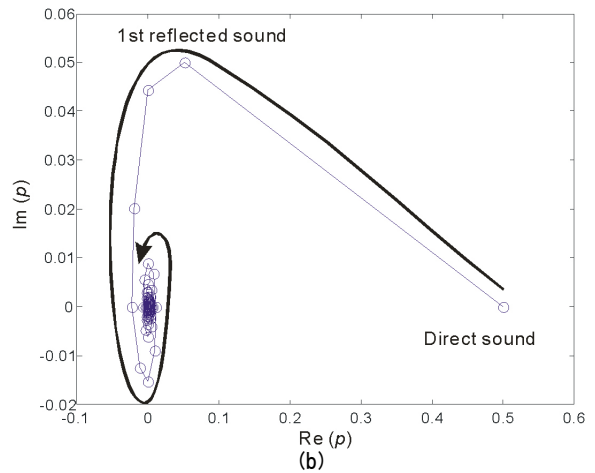
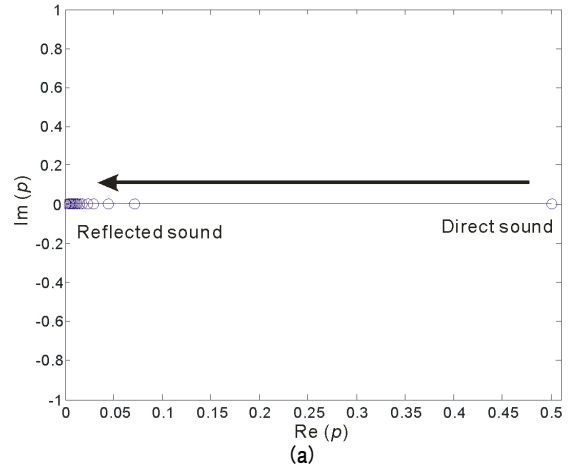


그림 12. 복소 음압의 수렴 궤적: (a) $\beta=0^\circ$, (b) $\beta=45^\circ$, (c) $\beta=-45^\circ$
Fig. 12. Trajectory of complex pressure to check the convergence: (a) $\beta=0^\circ$, (b) $\beta=45^\circ$, (c) $\beta=-45^\circ$.

실수 축을 따라서 수렴하지만, β 의 위상이 45° 인 경우에는 1 사분면에서 0으로, β 의 위상이 -45° 인 경우에는 4 사분면에서 0으로 수렴하게 된다. 반사 계수의 위상에 따라서 수렴 경로가 달라지고 결과적으로 전달 함수가 변하기 때문에, 반사 계수의 정확도에 매우 민감함을 알 수 있다. 특히, 중주파수 및 저주파수에서는 고주파수 응답에 비해 각각의 모드의 정보를 정확하게 예측해야 하므로, 반사계수의 크기와 위상에 대한 정확한 정보가 필수적임을 알 수 있다.

3차원의 실내 모델에서의 벽면 반사계수의 위상을 변화시켜 전달함수의 변화를 조사하기 위해 그림 13의 간단한 정육면체 방 모델을 시험하였다. 그림 14는 실제 표면 임피던스가 $Z_w=4150+4150j$ (Rayl)인 경우 ($\beta=45^\circ$)와 Rindel이 제안한 입사각 종속 실수 반사 계수 [24] ($\beta=0^\circ$)를 이용해 예측된 전달함수를 비교하여 보여 주고 있다. 표면 임피던스를 그대로 사용한 경우에는 BEM결과와 위상 빔 추적법에 의한 계산 결과가 그림 14 (a)와 같이 잘 일치하지만, 실수 반사 계수를 이용한 경우 (그림 14 (b))에는 위상 빔 추적법에 의한 주파수 응답이 BEM 결과보다 저주파수 대역으로 이동한다. 여기서 주파수 평균된 오차는 그림 14 (c)와 같이 나타나며, 식 (4)와 같이 정의된 오차는 9.4%와 58.4%로 정확성이 크게 향상된다. 따라서, 이 예제를 통해서도 3차원 공간에서도 반사계수의 위상에 따라 주파수 응답이 변하는 것을 확인할 수 있다.

그림 15에 나타난 실제 방의 경우, 표 1에 명시된 흡음률로 계산된 실수 반사 계수를 이용하여 예측된 125 Hz 옥타브 대역의 전달함수와 충격응답은 그림 16과 같다.

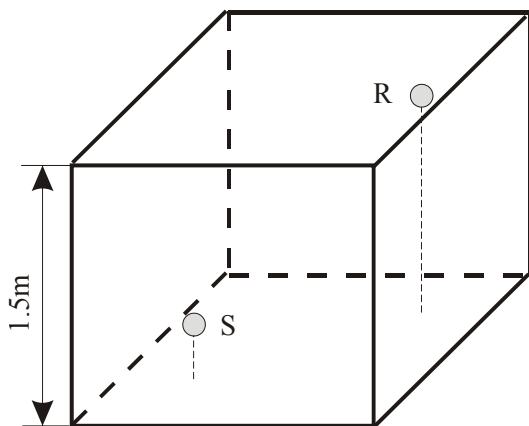


그림 13. 정육면체 방 모델. 음원 (S)과 수음점 (R)은 각각 (0.3, 0.3, 0.3)과 (1.2, 1.2, 1.2)을 나타냄. 표면 임피던스는 $Z_w=4150+4150j$ 로 주어짐
 Fig. 13. Test cubic room model. Source (S) and receiver (R) were located at (0.3, 0.3, 0.3) and (1.2, 1.2, 1.2), respectively. The surface impedance of the walls was uniformly assigned as $Z_w=4150+4150j$.

그림 16에서 예측된 전달함수는 측정치에 비하여 고주파수로 이동한 것처럼 보이며, 예측된 충격응답 또한 측정된 충격응답의 결과와 차이를 보인다. 그림 17은 예측된 전달 함수를 4 Hz 만큼 저주파수로 이동시킨 결과와 충격응답을 나타낸다. 그림 17 (a)에서 105 Hz와 165 Hz

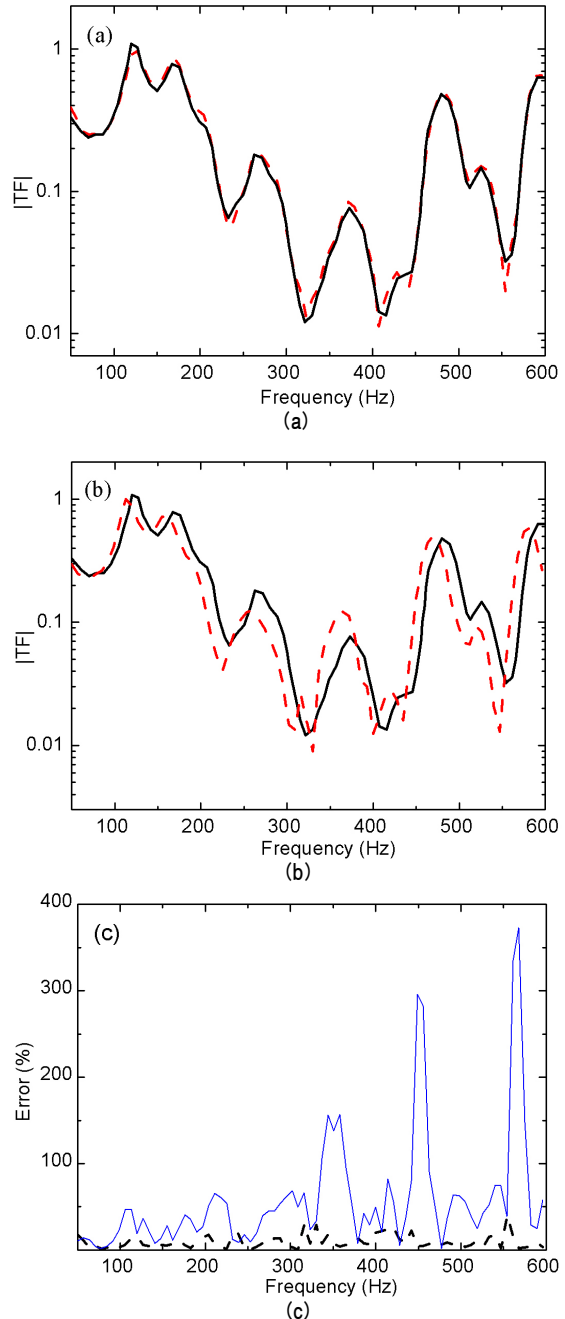


그림 14. 두개의 다른 반사 계수를 이용한 전달함수의 비교: (a) 복소 반사 계수, (b) 실수 반사 계수: (—) PBTM; (——) BEM, (c) 오차 (——) 실수 반사 계수; (---) 복소 반사 계수
 Fig. 14. A comparison of the transfer functions using two different reflection coefficients: (a) exact reflection coefficient, (b) real reflection coefficient: (—) PBTM; (——) BEM, (c) relative error (——) Real reflection coefficient; (---) complex reflection coefficient).

표 1. 125 Hz 옥타브 밴드에서의 방 표면에서의 흡음률
Table 1. Absorption coefficient of the test room surfaces at 125 Hz octave band.

Surface	Material	Absorption coefficient
Floor	Stone	0.03
Ceiling	Gypsum	0.20
Wall with door	Concrete and wood	0.04
Wall with whiteboard	Concrete and plastic	0.04
Window	Glass	0.10
Ventilation grating		0.60
Thin panel	Steel	0.30
Wall	Concrete	0.03

의 골짜기가 측정치와 거의 일치함을 관찰할 수 있으며, 따라서 충격응답에서도 음향 에너지의 시간적인 분포가 달라지게 된다. 일반적으로 저주파수 영역에서 음향 재

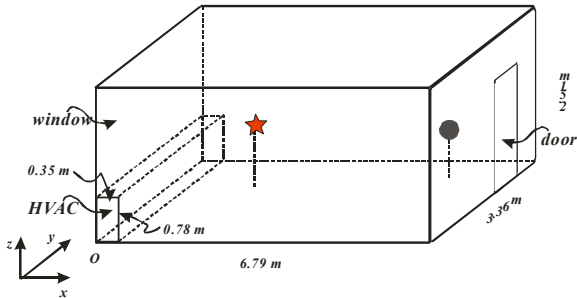


그림 15. 실제 방 모델. 기호 ★ 는 (2.30, 2.36, 1.20)에 위치한 무지향성 음원, 기호 ● 는 (5.29, 2.56, 0.65)에 위치한 수음점을 나타냄

Fig. 15. A test model for an actual room. Symbol ★ denotes the omni-directional source at (2.30, 2.36, 1.20) and symbol ● denotes the receivers at (5.29, 2.56, 0.65).

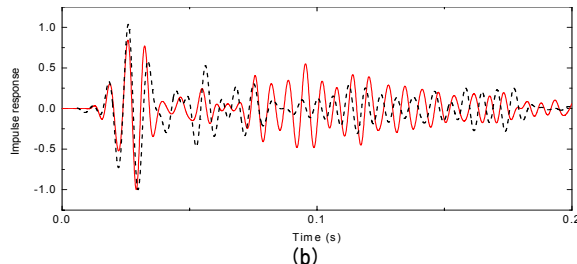
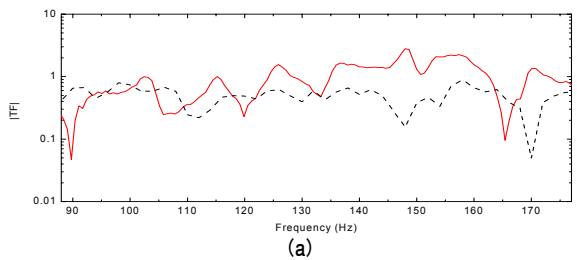


그림 16. 그림 14의 방 모델에 대한 전달함수와 충격응답의 비교: —, 실험값; - - -, PBTM. (a) 전달함수, (b) 충격응답

Fig. 16. Comparisons of transfer function and impulse response for a room model in Fig. 14: —, Measurement; - - -, PBTM. (a) Transfer function, (b) impulse response.

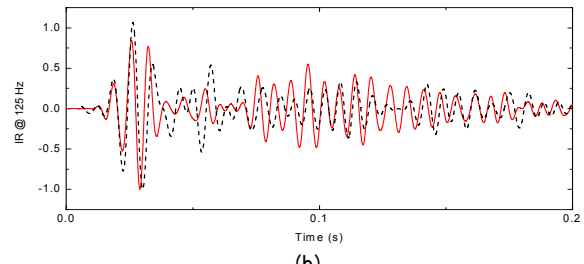
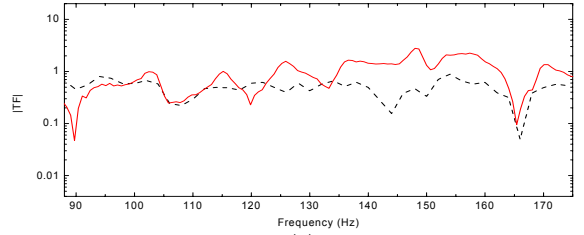


그림 17. 그림 14의 방 모델에 대한 전달함수와 충격응답의 비교: —, 실험값; - - -, PBTM. 전달함수가 저주파수 쪽으로 4 Hz 이동된 경우. (a) 전달함수, (b) 충격응답

Fig. 17. Comparisons of modified transfer function and impulse response for a room model in Fig. 14: —, Measurement; - - -, PBTM. Transfer function in Fig. 15 is shifted by 4 Hz to low frequency range. (a) Transfer function, (b) impulse response.

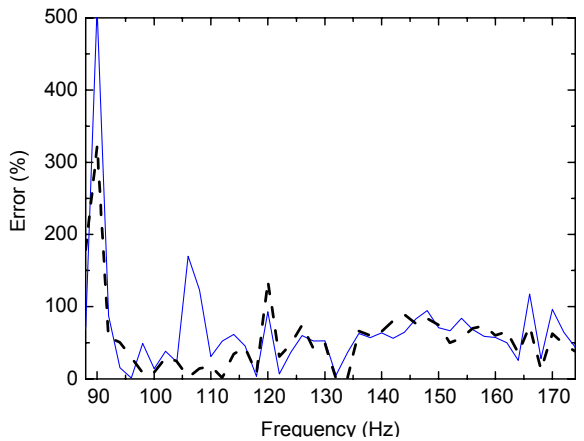


그림 18. 그림 16(a)와 그림 17(a)에 나타난 해석 오차. —, 실수 반사 계수; - - -, 위상이 보정된 경우

Fig. 18. Simulation error shown in Fig. 16(a) and Fig. 17(a). —, Real reflection coefficient; - - -, corrected phase.

료의 리액턴스는 음의 값을 가지는 경우 ($\beta < 0$)가 많으므로 (예를 들어, PU 폼 [6]과 카펫 [9] 등), 실수 반사 계수를 이용한 주파수 응답이 고주파수로 이동하는 것이 일반적이다. 반사계수의 위상은 주파수 별로 다르지만, 실수 반사계수를 이용하여 저주파수 응답을 예측하는 경우, 이 예제와 같이 관심주파수 대역의 평균 위상을 보정하여 전달함수의 정확성을 향상시킬 수 있다. 정량적으로, 측정치를 기준값으로 계산된 오차는 그림 18과 같으며, 위상 보정을 해준 경우 실수 반사 계수를 이용한 경우보다 오차가 10% 감소하여 정확성이 향상된다.

III. 결론

본 연구에서는 위상이 고려된 빔 추적법을 이용하여 중주파수 및 저주파수 대역에서 실내 음향을 예측할 때 발생하는 오차의 원인을 분석하였다. 위상이 고려된 빔 추적법은 고주파수 가정을 사용하며 소리의 입자성만을 고려하기 때문에, 소리의 파동성이 지배적인 중주파수 및 저주파수 해석에서는 회절 현상의 고려와 벽면의 정확한 음향 물성치가 필수적이다. 정확한 음향 물성치를 얻기 위하여, 임피던스 관을 이용한 측정법이 이용되지만, 이 방법 또한 평면파 가정을 기반으로 하며 많은 재료를 측정하기에 적합하지 않다. 그러므로 현실적으로 벽면의 물성치를 측정할 수 있는 in-situ 측정법들의 개발이 필요하다. 이밖에도, 모의실험에서 중주파수 및 저주파수에서는 빔 추적법의 탐색 오차가 누적되어 커지므로 빔의 개수를 더 늘려야 하고, 정상상태로의 수렴 속도 또한 느려서 반사 차수도 증가시켜야 정확한 응답을 얻을 수 있다. 이러한 요인들을 고려하여 중주파수 및 저주파수 응답의 정확성이 보장된다면 위상이 고려된 빔 추적법은 실내음향 분야에서 고주파수 응답은 물론 중주파수 및 저주파수 까지 예측할 수 있는 빠르고 효과적인 방법이 될 수 있을 것이다.

감사의 글

본 연구는 BK21과 2007년도 정부 (과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 국가지정연구실사업 (R0A-2005-000-10112-0)에서 일부 재정 지원 받았습니다.

참고 문헌

1. A. Krokstad, S. Stroem, and S. Soersdal, "Calculating the Acoustical Room Response by the Use of a Ray Tracing Technique," *Journal of Sound and Vibration* **8**, 118~125, 1968.
2. M. R. Schroeder, "Digital Simulation of Sound Transmission in Reverberant Spaces," *Journal of the Acoustical Society of America* **47**, 424~431, 1970.
3. J. B. Allen, and D. A. Berkley, "Image Method for Efficiently Simulating Small-Room Acoustics," *Journal of the Acoustical Society of America* **65**, 943~950, 1979.
4. H. Lee, and B.-H. Lee, "An Efficient Algorithm for the Image Model Technique," *Applied Acoustics* **24**, 87~115, 1988.
5. E. D. Geest, and H. Patzold, "Comparison between Room Transmission Functions Calculated with a Boundary Element Method and a Ray Tracing Method Including Phase," *Proceedings of Inter-Noise* **96**, 3177~3180, Liverpool, UK, 1996.
6. H.-C. Shin, and J.-G. Ih, "Acoustic Analysis of Interior Spaces by Using the Phased Geometric Acoustic Model," *Journal of the Acoustical Society of Korea* **17**, 54~61, 1998.
7. A. Wareing, and M. Hodgson, "Beam-Tracing Model for Predicting Sound Field in Rooms with Multilayer Bounding Surfaces," *Journal of the Acoustical Society of America* **118**, 2321~2331, 2005.
8. C.-H. Jeong, J.-G. Ih, and J. H. Rindel, "An Approximate Treatment of Reflection Coefficient in the Phased Beam Tracing Method for the Simulation of Enclosed Sound Fields at Medium Frequencies," To appear in *Applied Acoustics*, 2008.
9. J. S. Suh, and P. A. Nelson, "Measurement of Transient Response of Rooms and Comparison with Geometrical Acoustic Models," *Journal of the Acoustical Society of America* **105**, 2304~2317, 1999.
10. C. M. Harris, "Absorption of Sound in Air in the Audio-Frequency Range," *Journal of the Acoustical Society of America* **35**, 11~17, 1963.
11. T. Lewers, "A Combined Beam Tracing and Radiant Exchange Computer-Model of Room Acoustics," *Applied Acoustics* **38**, 161~178, 1993.
12. J. H. Rindel, "The Use of Computer Modeling in Room Acoustics," *Journal of Vibroengineering* **3**, 219~224, 2002.
13. S. M. Dance, and B. M. Shield, "The Effect on Prediction Accuracy of Reducing the Number of Rays in a Ray-Tracing Model," *Inter-Noise* **94**, 2127~2130, Yokohama, Japan, 1994.
14. M. Born, and E. Wolf, *Principles of Optics* (Cambridge University Press, London, 1997).
15. J. B. Keller, "Geometrical Theory of Diffraction," *Journal of the Optical Society of America* **52**, 116-130, 1962.
16. U. P. Svensson, and R. I. Fred, "An Analytic Secondary Source Model of Edge Diffraction Impulse Responses," *Journal of the Acoustical Society of America* **106**, 2331~2344, 1999.
17. N. Tsingos, T. Funkhouser, A. Ngan, and I. Carlbom, "Modeling Acoustics in Virtual Environments Using the Uniform Theory of Diffraction," *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, CD-ROM, 2001.
18. Q. Zhang, E. V. Jull, and M. J. Yedlin, "Acoustic Pulse Diffraction by Step Discontinuities on a Plane," *Geophysics* **55**, 749~756, 1990.
19. R. G. Kouyoumjian, and P. H. Pathak, "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface," *Proceedings of the IEEE* **62**, 1448-1461, 1974.
20. M. A. Biot, and I. Tolstoy, "Formulation of Wave Propagation in Infinite Media by Normal Coordinates with an Application to Diffraction," *Journal of the Acoustical Society of America* **29**, 381~391, 1957.
21. A. J. Soares, A. J. Giarola, and C. H. Conzalez, "Plane Wave Scattering by a Step Discontinuity in a Conducting Plane," *Proceedings of ISAE*, 235~240, 1985.
22. M. R. Schroeder, and H. Kuttruff, "On Frequency Response Curves in Rooms: Comparison of Experimental, Theoretical,

and Monte Carlo Results for the Average Frequency Spacing between Maxima," Journal of the Acoustical Society of America **34**, 76~80, 1962.

23. U. Ingard, "On the Reflection of a Spherical Sound Wave from an Infinite Plane," Journal of the Acoustical Society of America **23**, 329~335, 1951.
24. J. H. Rindel, "Modeling the Angle-Dependent Pressure Reflection Factor," Applied Acoustics **38**, 223~234, 1993.

부록 A. 회절 계수의 계산

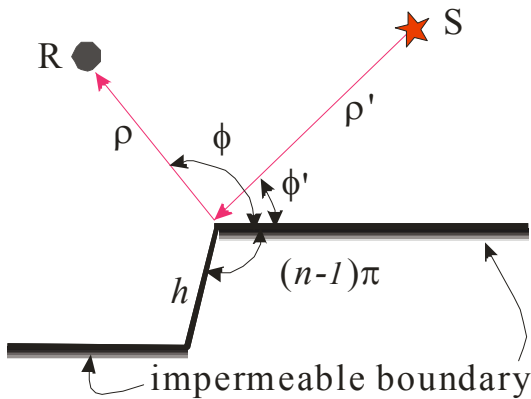


그림 A1. Geometry of the edge and related parameters.

그림 A1에서와 같이 $(n-1)\pi$ 의 각도를 가지는 모서리 (n 은 임의의 실수)의 회절 계수 $D(\rho, \phi; \rho', \phi')$ 는 균일 회절 이론에 근거하여 다음과 같이 계산될 수 있다 [18,19]:

$$D(\rho, \phi; \rho', \phi') = -\frac{e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \times \left[\begin{aligned} & \cot\left(\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi n N^- - (\phi - \phi')}{2}\right] + \\ & \cot\left(\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi n N^- - (\phi + \phi')}{2}\right] + \\ & \cot\left(\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi n N^+ - (\phi - \phi')}{2}\right] + \\ & \cot\left(\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right) F\left(\sqrt{\frac{2k\rho\rho'}{(\rho + \rho')}}\right) \cos\left[\frac{2\pi n N^+ - (\phi + \phi')}{2}\right] \end{aligned} \right] \quad (A1)$$

회절 계수는 네 개의 cotangent 함수와 Fresnel 적분, F 의 곱을 합한 값으로 표현되는데, Fresnel 적분은 근접 장의 Fresnel 회절현상과 관련된 항이다. 여기서, k 는 파수, ρ 와 ρ' 은 그림 A1에서와 같이 모서리로부터 음원 및 수음점까지의 거리, ϕ 와 ϕ' 은 기준면으로부터 정의된

음원 및 수음점의 기하각을 각각 나타낸다. 식 (A1)의 Fresnel 적분식 $F(x)$ 는 다음과 같이 표현된다:

$$F(x) = 2jxe^{jx^2} \int_x^\infty e^{-j\tau^2} d\tau \quad (A2a)$$

여기서, N^\pm 는 각각 다음의 식을 가장 근사하게 만족시키는 정수이다:

$$2\pi n N^+ - (\phi \mp \phi') = \pi, \quad 2\pi n N^- - (\phi \mp \phi') = -\pi. \quad (A3a,b)$$

N^+ 와 N^- 는 각각 두개의 값을 가질 수 있다. 즉, 식 (A1)의 대괄호 안의 첫 번째 항에서 N^- 는 $2\pi n N^- - (\phi - \phi') = -\pi$ 를 만족하는 정수이며, 두 번째 항의 N^- 는 $2\pi n N^- - (\phi + \phi') = -\pi$ 을 만족하는 정수이다. 세 번째 항의 N^+ 는 $2\pi n N^+ - (\phi - \phi') = \pi$ 을 만족하는 정수이며, 네 번째 항의 N^+ 는 $2\pi n N^+ - (\phi + \phi') = \pi$ 을 만족하는 정수이다.

저자 약력

• 정 철 호 (Cheol-Ho Jeong)



2000년 2월: KAIST 기계공학과 (공학사)
 2002년 2월: KAIST 기계공학과 (공학석사)
 2007년 8월: KAIST 기계공학과 (공학박사)
 2007년 10월- 현재: 덴마크 공대 (DTU) 조교수
 주관심분야: 건축음향, 실내음향, 음장 시뮬레이션

• 이 정 권 (Jeong-Guon Ih)

한국음향학회지 제 22권 제 2호 참조