

## -notch이 있는 복합적층판의 파손기준

김성준\*, 정인오\*\*, 최익현\*\*\*, 안석민\*\*\*\*

## Failure Criterion for Notched Composite Laminates

Sung Joon Kim\*, In Oh Jeong\*\*, Ik Hyeon Choi\*\*\*, Seok Min Ahn\*\*\*\*

## Abstract

This study reviews several fracture models for predicting the notched strength of composite laminates. Representative experimental results on the notched strength of composite laminates containing a large notch subjected to static uniaxial tensile loading have been collected from open literature. Notched strength data for T300/5208 are analyzed, and the various parameters associated with the fracture models have been determined for laminates. Notched strength data sets are compared with fracture models and the applicability of the different fracture models in predicting the notched strength of composite laminates is discussed.

## 초 록

본 논문에서는 notch이 있는 복합적층판의 강도를 예측하는 여러 가지 파손모형을 검토하였다. notch이 존재하는 복합적층판의 대표적인 정적 실험결과를 공개된 문헌을 통하여 수집하였다. T300/5208에 대한 강도데이터를 분석하였으며 파손모형에 관련된 여러 가지 매개변수를 결정하였다. notch강도 데이터를 여러 가지 파손모형과 비교하였다.

키워드 : notch (notch), 파괴(fracture), 복합재(composite)

## 1. 서 론

FAR 25(Federal Aviation Regulation)와 MIL-HDBK-17 등에서는 복합재 구조물에 대한 결함 및 손상에 대한 요구조건 중의 하나로 discrete source damage(그림 1)에 대하여 정의하고 있다[1-2]. 즉 항공기가 discrete source damage에 해당하는 손상을 받은 경우 복합재 구

조물은 제한하중(limit load)상태에서 기동 하중(manuever load)의 70% 또는 돌풍 하중(gust load)의 40%를 견뎌야 한다고 명시되어 있다[3]. MIL-HDBK-17 에는 discrete source damage에 대한 여러 가지 해석 방법에 대하여 서술하고 있다. 이외에도 discrete source damage와 같은 notch(notch)가 있는 복합재 구조물의 잔류강도 평가를 위한 많은 연구가 수행되어 왔다. 이러한

접수일(2007년12월18일), 수정일(1차 : 2008년 10월 23일, 2차 : 2008년 10월 27일, 게재 확정일 : 2008년 11월 1일)

\* 첨단공력구조팀/yaelin@kari.re.kr

\*\* 첨단공력구조팀/iojeong@kari.re.kr

\*\*\* 첨단공력구조팀/lhchoi@kari.re.kr

\*\*\*\* 첨단공력구조팀/smahn@kari.re.kr

해석모델은 크게 선형탄성 파괴역학을 이용한 모델과 특성길이(characteristic length)개념을 이용한 모델 및 curve fitting을 이용한 모델 등으로 구분된다.

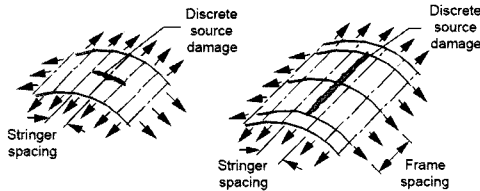


그림 1. Schematics of discrete source damage

특성길이를 이용한 이론적인 모델(point stress criteria와 average stress criteria)은 Whitney와 Nuismer[4]에 의해 제안되었다. 이 모델에서는 notch가 있는 복합적층판의 인장 강도를 이론해로부터 구한 응력분포를 이용하여 결정한다. 이 모델은 고전적인 파괴역학을 사용하지 않고 두 가지 변수(notch가 없는 시편의 강도와 특성길이)를 이용하여 임의의 notch 길이를 갖는 복합적층판의 잔류강도를 평가한다. 이 모델에서 특성길이는 시편의 기하학적 형상에 무관한 재료상수로 가정한다. Point stress criteria는 notch 선단에서 고정된 거리만큼 떨어진 위치에서의 응력이 notch가 없는 시편의 정적 강도와 같아지면 파손된다는 것이고, average stress criteria는 일정길이 안의 평균응력이 notch가 없는 시편의 정적 강도와 같아지면 파손된다는 것이다. 그러나 많은 실험결과들은 특성길이가 notch의 길이와 적층순서 및 재료에 관련됨을 보인다[5]. 즉 한 가지 형상의 시편 실험결과로부터 얻은 특성길이는 다른 적층판의 강도예측에 사용할 수 없다. Waddoups가 선형탄성 파괴역학을 이용하여 제안한 파손모델은 복합재 내부에 가상의 균열길이를 가정하고 이를 이용하여 notch가 있는 적층판의 잔류강도를 예측하는 방법인데, 이 가상의 균열길이 또한 적층순서 및 재료의 함수이다[6]. 또한 변형률을 이용한 파손모델이 Poe에 의해 제한되었다. 얇은 적층판을 대상으로 개발된 모델이지만 universal

toughness parameter로 1.5를 적용하였을 경우 두꺼운 적층판의 파손강도도 예측 가능함을 보였다[7]. 또한 Mar-Lin은 파괴역학적인 방법을 쓰지 않고 "curve fit"모델을 이용하여 노치가 있는 복합적층판의 강도를 평가하였다[8]. 최근 Sun 등[9]이 선형탄성 파괴역학(LEFM) 개념을 이용하여 적층과 무관한 파손모델을 제시하였다. 이 모델은 적층판에 하중방향과 평행한 라미나(lamina)가 1개 이상 있어야 하며, 이를 load carrying ply라고 정의한다. 이 모델은 적층판의 파손은 load carrying ply의 파손에 의해 결정된다고 가정한다. 즉 load carrying ply의 응력집중 계수가 적층판의 파손을 결정짓는 주요 인자이다. 이 모델은 load carrying ply의 파괴인성을 이용하여 임의로 적층된 적층판의 강도를 평가할 수 있으므로 적층패턴과 무관한 파손기준을 적용이 가능하다.

## 2. 본 론

### 2.1 해석모델

본 절에서는 notch가 있는 적층판의 파손기준의 수학적 모델을 설명하고, 실험과 해석모델의 결과를 비교하여 설명하려한다.

#### 2.1.1 Inherent Flaw Model

notch선단에 가상균열이 있다고 가정하고, 이 가상균열의 크기가 재료의 물성치라고 가정하여 notch가 존재하는 적층판의 강도를 평가하는 방법이다. 가상균열 길이를 이용하여 notch 선단에서의 응력확대 계수를 아래의 식으로 표현할 수 있다.

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi(L+a)} \quad (1)$$

여기서  $Y$  = 유한 폭 보정 계수  
 $\sigma$  = 작용응력  
 $L$  = 균열길이의 절반  
 $a$  = 가상균열 길이

균열길이가 0.0인 경우,  $\sigma = \sigma_0$  이므로 (1)식을 이용하면 가상균열길이  $a$ 는 (2)식으로 표현된다.

$$a = \frac{L}{\left(\frac{\sigma_0}{Y\sigma_f}\right)^2 - 1} \quad (2)$$

여기서  $\sigma_0$  = notch가 없는 시편의 정적강도

$\sigma_f$  = notch가 있는 시편의 정적강도

그러므로 유한 폭에서의 notch 시편의 강도는 (3)식으로 표현된다.

$$Y\sigma_f = \frac{\sigma_0}{\left(\frac{L}{a} + 1\right)^{(1/2)}} \quad (3)$$

### 2.1.2 Point Stress Model

notch 선단에서 일정길이( $d_0$ )에서의 평균응력이 notch가 없는 시편의 정적강도에 도달하면 파손된다고 가정하는 모델이다. 특성길이는 (4)식을 이용하여 실험적으로 구한다.

$$d_0 = c \left[ 1 - \left( \frac{Y\sigma_f}{\sigma_0} \right)^2 \right]^{-1/2} - 1 \quad (4)$$

(4)식을 다시 정리하면 notch가 있는 적층판의 강도는 (5)식으로 표현된다.

$$Y\sigma_f = \sigma_0 \left[ 1 - \left( \frac{c}{c + d_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

즉 notch가 있는 적층판의 강도는 notch가 없는 적층판의 강도와 특성길이에 의해 결정된다.

### 2.1.3 Average Stress Model

notch 선단에서의 일정길이( $a_0$ )의 평균 응력이

notch가 없는 시편의 정적강도에 도달하면 파손된다고 가정하는 모델이다.  $a_0$ 는 (6)식을 이용하여 실험적으로 결정된다.

$$a_0 = 2c \frac{\left(\frac{Y\sigma_f}{\sigma_0}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{Y\sigma_f}{\sigma_0}\right)^2\right)} \quad (6)$$

(6)식을 다시 정리하면 notch가 있는 적층판의 강도는 (7)식으로 표현된다.

$$Y\sigma_f = \sigma_0 \left[ \frac{a_0}{2c + a_0} \right]^{1/2} \quad (7)$$

### 2.1.4 General Toughness Parameter

Poe는 주 하중 담당 라미나(principle load carrying lamina)의 변형률이 임계 치에 도달하면 파손된다는 가정을 이용하여 균열이 있는 적층판의 강도평가 모델을 제시하였다[7]. 최종적인 파손평가 식은 (8)식과 같다.

$$Y\sigma_f = \sigma_0 \left[ 1 + \pi a \left[ \left( \xi_1 \right) \sigma_0 / \left( Q_c E_y \right) \right]^2 \right]^{-1/2}$$

$$Q_c = \epsilon_{tuf} \times 1.5 \sqrt{mm} \text{ or } Q_c = K_Q \left( \xi_1 \right) E_y$$

$$\xi_1 = \left( 1 - \nu_{yx} \sqrt{\frac{E_x}{E_y}} \right) \left( \sqrt{\frac{E_y}{E_x}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \right) \quad (8)$$

여기서  $\alpha$ 는 주하중 방향과 임의의 라미나가 이루는 각이고  $y$ 는 하중방향 그리고  $K_Q$ 는 파손될 때 적층판의 응력확대 계수이다.

### 2.1.5 Mar-Lin Model

Mar-Lin은 curve fitting 방법을 이용하여 notch가 있는 복합적층판의 강도를 평가하는 모델을 제안 하였다[8].

$$\frac{Y\sigma_f}{\sigma_0} = M\left(\frac{2a}{W}\right)^{-m} \quad (9)$$

여기서  $2a$  = 균열길이  
 $W$  = 시편의 폭  
 $M, m$  = curve fit parameter

$M, m$ 은 시험결과로부터 curve fitting 방법을 이용하여 구한다. 본 연구에서는 (9)식을 (10)식과 같이 수정하여 사용하였다.

$$\begin{aligned} \sigma_f &= Y \times H_{app} \times (2a)^{-n} \\ \text{Log}_{10}\left(\frac{\sigma_f}{Y}\right) &= \text{Log}_{10}(H_{app}) - n \times \text{Log}_{10}(2a) \\ &= C_1 + C_2 \times (\%0) + C_3 \times (\%0)^2 + C_4 \times Y + \\ &C_5 \times (\%45) - (C_6 + C_7 \times (\%0) + C_8 \times (\%0)^2 \\ &+ C_9 \times (\%45) + C_{10} \times Y) \times \text{Log}_{10}(2a) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} H_{app} &= 10^{(C_1 + C_2 \times (\%0) + C_3 \times (\%0)^2 + C_4 \times Y + C_5 \times (\%45))} \\ n &= C_6 + C_7 \times (\%0) + C_8 \times (\%0)^2 + C_9 \times (\%45) \\ &+ C_{10} \times Y \end{aligned} \quad (11)$$

(11)식에서 상수  $C_1 \sim C_{10}$ 은 실험결과로부터 least square 방법을 이용하여 구한다.

### 2.1.6 Load Carrying Ply의 응력집중계수

본 절에서는 load carrying ply의 응력강도계수를 고전 적층판 이론(classical lamination theory)을 이용하여 계산하였다.  $x$  방향으로 하중이 작용하는 경우  $x$  방향의 라미나의 응력  $\sigma_x$ 는

(12) 식으로 표현된다. 여기서  $\bar{Q}_{ij}^0$ 는 load carrying ply의 강성계수,  $\eta$ 는 응력 비(stress ratio) 그리고  $t$ 는 적층판의 두께이다.

$$\begin{aligned} \sigma_x^0 &= N_x \left[ \bar{Q}_{11}^0 A^*_{11} + \bar{Q}_{12}^0 A^*_{12} + \bar{Q}_{66}^0 A^*_{16} \right] \\ &= \sigma_\infty t \left[ \bar{Q}_{11}^0 A^*_{11} + \bar{Q}_{12}^0 A^*_{12} + \bar{Q}_{66}^0 A^*_{16} \right] \\ &= \eta \sigma_\infty \end{aligned} \quad (12)$$

Load carrying ply의 파괴인성( $K_Q^0$ )은 적층판의 평균 파괴인성으로부터 구한다.

$$K_Q^0 = \eta K_Q = \eta \sigma_f \sqrt{\pi c} \quad (13)$$

여기서  $K_Q$ 는 적층판의 평균 파괴인성이고, 는 파괴 시의 적층판의 응력 그리고  $c$ 는 균열길이의 절반이다.

## 3. 시험결과 분석

### 3.1 잔류강도 평가

-notch가 균열과 같은 형상으로 존재하는 경우에 대하여 참고문헌 [10]의 실험결과와 2장에서 설명한 파손모델을 이용한 해석결과를 비교하였다. 표 1에 적층판의 시험결과를 균열의 길이에 따라 정리하였다.

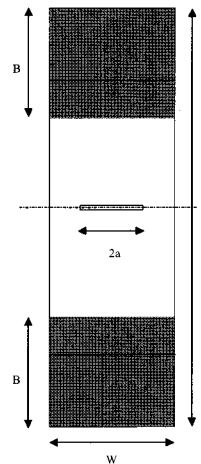


그림 2. 시편의 형상

그림 2는 실험에 사용한 시편의 형상이며, 시

편의 폭  $W$ 는 50.8 mm이다. 시험에 사용한 복합재는 T300/5208이다.

표 1. 적층판의 특성길이 및 파괴인성 [10]

Pattern	$2a/W$	Inherent $a_0$ (mm)	Point $a_0$ (mm)	Average $a_0$ (mm)	$KQ_0$ (Palm) <sup>[10]</sup>
[0/±45/90]s	0.250	2.540	1.160	5.030	4.1857E+07
	0.375	2.570	1.210	5.180	4.4435E+07
	0.500	2.260	1.080	4.500	4.3091E+07
	0.625	2.130	1.050	4.270	4.2713E+07
Average		2.375	1.12	4.75	4.3024E+07
[0/±45]s	0.250	1.120	0.538	2.340	3.3813E+07
	0.375	1.210	0.589	2.410	3.5755E+07
	0.500	1.310	0.640	2.620	3.7712E+07
	0.625	1.140	0.561	2.290	3.5688E+07
Average		1.20	0.58	2.39	3.5742E+07
[0/90]s	0.250	1.380	0.655	2.770	4.5885E+07
	0.375	1.670	0.803	3.350	5.0947E+07
	0.500	2.670	1.270	5.360	6.3553E+07
	0.625	2.000	0.968	3.990	5.6912E+07
Average		1.93	0.92	3.87	5.4249E+07

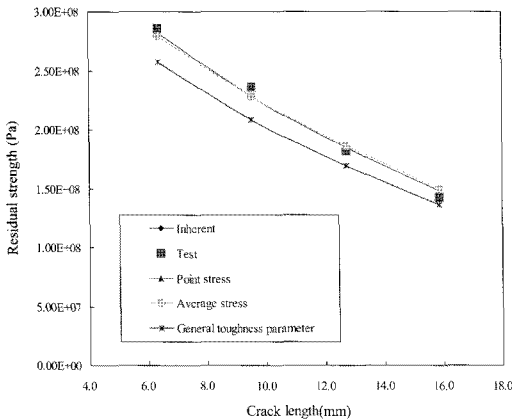


그림 3. 적층판의 잔류강도, 적층순서[0/±45/90]s

그림 3~5에서는 3가지 적층패턴의 경우 시험결과와 여러 가지 해석모델의 결과를 비교하여 보여주고 있다. 대부분의 모델(inherent model, point stress model, average stress model)이 실험결과와 유사한 값을 예측함을 알 수 있다. general toughness parameter 모델의 경우 다른 모델에 비하여 비교적 보수적인 결과를 줄 수 있다. 그림 6~7은 실험결과와 Mar - Lin 모델의 해석결과를 비교하여 보여주고 있다.

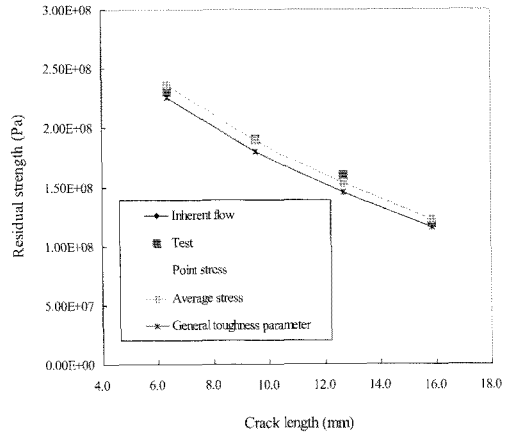


그림 4. 적층판의 잔류강도, 적층순서[0/±45]s

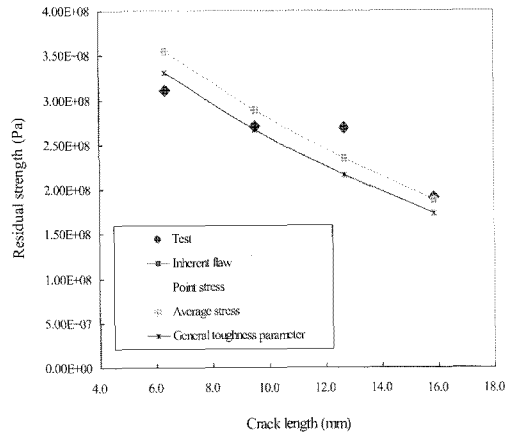


그림 5. 적층판의 잔류강도, 적층순서[0/90]s

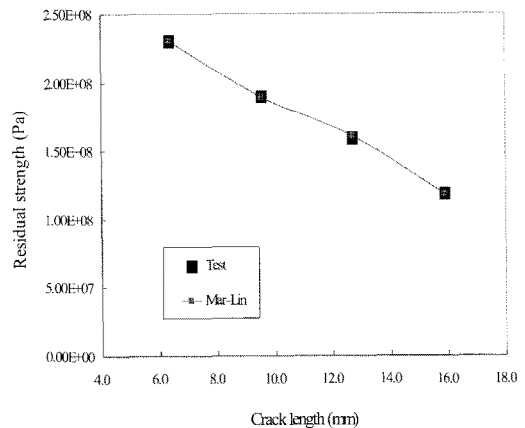


그림 6. 적층판의 잔류강도, 적층순서[0/±45/90]s

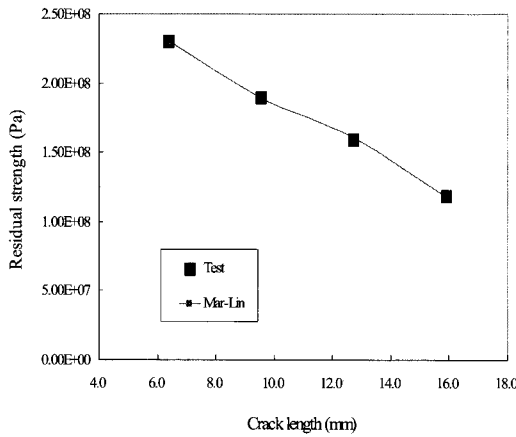


그림 7. 적층판의 잔류강도, 적층순서[0/45]s

### 3.2 파괴 인성치 평가

적층판의 파괴인성치와 2.1.6에서 언급한 Load carrying ply에 대한 파괴인성치를 실험결과로부터 계산하여 비교하였다. Load carrying ply의 파괴인성은 (13)식으로부터 계산되고, 적층판의 파괴인성치는 (14)식으로부터 계산된다.

$$K_Q = Y\sigma_f\sqrt{\pi c} \quad (14)$$

표2는 (13)식과 (14)식을 이용하여 적층판과 load carrying ply의 파괴인성을 비교한 결과이다. load carrying ply 파괴인성의 분산(scatter)의 정도가 적층판의 분산보다 작음을 알 수 있다. 즉 적층판의 강도를 좀 더 정확히 평가할 수 있다.

표 2. 파괴인성 비교

	KQ (Pa(m) <sup>1/2</sup> )	Dev.(%)	KQ <sub>0</sub> (Pa(m) <sup>1/2</sup> )	Dev.(%)
[0/+45/90]s	4.30E+07	97.0%	1.11E+08	98.7%
[0/+45]s	3.57E+07	80.6%	1.25E+08	110.5%
[0/90]s	5.42E+07	122.4%	1.02E+08	90.7%
Average	4.43E+07	-	1.13E+08	-

### 4. 결론

본 연구에서는 복합재 구조물의 손상허용 요

구조건 중의 하나인 discrete source damage에 대한 해석 방법을 검토하였다. 여러 가지 파손기준을 이용하여 시험결과와 비교하였다. 대부분의 해석모델이 정확한 예측을 하였으며, general toughness parameter 모델은 비교적 보수적인 결과를 줄 수 있다.

### 참 고 문 헌

1. FAR part 25
2. MIL-HDBK-17
3. AC 25.571
4. Whitney, J. M. and Nuismer, R. J., " Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations," Journal of composite materials, Vol. 8, pp.253-265, 1974
5. Wu, E. M., " Application of fracture mechanics to anisotropic plates," Journal of applied mechanics, pp.967-974, 1967
6. Averbuch J, Madhukar MS, "Notched strength of composite laminates: predictions and experiments - a review," Journal of reinforced plastics and composites, Vol.4, pp.3-159, 1985
7. Poe, Jr., C. C., "A unifying strain criterion for fracture of fibrous composite laminates," Engineering Fracture Mechanics, Vol.17 1983, pp. 153-171.
8. Mar, J. W. and Lin, K. Y., "Fracture of boron/aluminum composites with discounties," Journal of Composite Materials, Vol. 11, Oct. 1977, pp
9. Rajesh, S. Vaidya, R. S. and Sun, C. T., " Fracture criterion for notched thin composite laminates," AIAA Journal, Vol. 35, No. 2, 1997
10. Harris, C. E. and Morris D. H., " Fracture behavior of thick, laminated graphite/epoxy composites," NASA Contractor report 3784