

# 최적화 알고리즘을 이용한 복개터널 물성값의 역해석

## Back Analysis for the Properties of Cut and Cover Tunnel using Optimization Algorithms

박병수\* · 전상현\*\*

Park, Byung-Soo · Jun, Sang-Hyun

### Abstract

This study is about the back analysis to optimize the uncertain parameters of geotechnical properties used in stability analysis of cut and cover tunnel. The Simplex algorithm, Powell algorithm, Rosenbrock algorithm, and Levenberg-Marquardt algorithm are applied for artificial problems of ground excavation. Furthermore, results are compared in the matter of the reliability of optimal solutions with a certain accuracy and the computation speed for evaluations of variables. As shown in results of numerical analysis, all of four algorithms are converged to exact solution satisfying the allowable criteria. And Levenberg-Marquardt's and Rosenbrock's algorithms are identified to be the more efficient methods in the evaluations of functions. After the back analysis for Poisson ratio and Young's modulus for cut and cover tunnel has been performed, design parameters have been correctly estimated and computation time has been improved while the number of measure points is increased.

**Key words** : Back analysis, cut and cover tunnel, optimization algorithm, optimal solution

### 요 지

본 연구는 복개터널 안정해석시 이용되는 불확실한 지반물성값을 계측자료로부터 최적화하는 역해석에 관한 연구이다. 이 문제에 적합한 최적화 알고리즘을 선택하기 위하여 Simplex방법, Powell방법, Rosenbrock방법, Levenberg-Marquardt방법의 최적화 알고리즘을 가상의 지반굴착문제에 적용하여 소정의 정확성으로 최적해를 구할 수 있는 신뢰도와 변수평가에 소요되는 연산 속도에 관하여 비교분석하였다. 해석결과 각 방법모두 허용규준을 만족한 후 정해에 수렴하였고, 함수평가에 소요되는 연산속도에서 최소자승법의 Levenberg-Marquardt방법과 Rosenbrock방법이 효율적으로 수행되는 것으로 나타났다. 한편 복개터널의 탄성계수와 포아송비를 역해석한 결과 역해석시 고려되는 계측점의 수가 증가할수록 설계변수를 정확하게 평가할 수 있었으며 소요되는 연산속도도 개선되는 것으로 나타났다.

**핵심용어** : 역해석, 복개터널, 최적화 알고리즘, 최적해

### 1. 서 론

일반적으로 지반 공학적 물성값을 결정하기 위하여 설계 및 시공전에 지반조사와 현장실험, 실내실험 등의 단계를 수행하게 된다. 그러나 흙은 본질적으로 비균질, 비등방성이고 시료채취시 교란발생과 시험시 발생하는 오차로 인하여 결정된 물성값에는 많은 불확실성을 내포하게 된다.

따라서 오래전부터 합리적인 지반 물성값을 결정하기 위한 노력이 경주되어 왔는데 그중 하나가 관측 또는 계측방법이다.

Terzaghi와 Peck(1948)은 관측설계방법이라 부르는 현장 계측기법을 개발하여 체계적이고 합리적인 계측수행 방법을 제

시함으로써 현장계측의 이용성을 증대시키는 계기를 마련하였다. 관측설계방법은 현재 역해석 또는 System identification이라는 이름으로 사용되어 왔는데 이들 방법은 대부분 해석대상 시스템의 특성치를 결정하는 방법으로 시스템에 관련된 일련의 입출력 관측량으로부터 시스템의 반응(Response)을 제어하는 변수를 확인하는 과정이라 할 수 있다.

한편, 터널의 안정성 평가를 정확히 하려는 노력에도 불구하고 실측치와 계산치는 큰 차이를 보이고 있다. 이는 현장 및 실내에서 측정된 지반물성과 초기지압 등이 국부적 측정 영역이고 불연속면의 영향, 암반의 불균질성 등 지반 고유의 특성을 정확히 고려할 수 없기 때문이다.

최근에는 터널현장에서 시공중 계측한 실측변위와 설계단

\*정희원 · 강원도립대학 건설토목과 교수 (E-mail: bspark@gangwon.ac.kr)

\*\*강원대학교 토목공학과 연구원

계에서 계산된 응력과 변위의 차이가 최소가 되도록 지반의 물성치를 보정한 후 응력해석에 이용하여 초기의 설계를 합리적으로 보완하려는 연구가 활발히 진행되고 있다.

이 역해석 또는 System identification에 대한 연구에는 다양한 최적화 알고리즘이 사용되어 왔는데 직접법의 Simplex 법을 적용하여 라이닝과 굴착진행면의 역학적 안정성을 검토한 연구(Hisatake and Ito, 1985; Hisatake, 1988), Powell의 방법을 암반사면의 안정성 해석(DeNatale and Abifadel, 1988)에 적용한 연구 그 외 Rosenbrock방법을 연구한 사례(Sakurai, 1988; Gioda 등, 1988) 등도 있다.

따라서, 본 연구에서는 기존의 역해석에 사용되는 다양한 최적화 알고리즘을 비교 분석하여 지반공학에 적합한 최적화 기법을 선택하고 역해석 기법을 이용하여 복개터널의 지반 물성값을 역해석 하고자 하였다.

## 2. 최적화 알고리즘의 비교

지반공학적 문제에 역해석을 적용할 때, 먼저 주어진 문제의 형태에 가장 적합한 최적화 알고리즘의 하나를 선택한 후, 최적화 알고리즘에 따라 구성된 목적함수를 풀게 된다. 지반공학적 역해석 과정 대부분은 목적함수를 평가하기 위해 필요한 수치해석에 소요되므로 이상적인 최적화 알고리즘을 알아보기 위하여 표 1에 본 연구에서 사용된 4개의 최적화 알고리즘을 선택하여 비교하였다.

각 최적화 알고리즘 사용에 따른 변수평가 결과를 비교하기 위하여 그림 1과 같이 지반을 굴착하는 가상의 문제를 선정하여 해석대상으로 선택하였다.

해석대상 지반은 가로 20m, 세로 10m의 대칭지반으로 3m 깊이로 굴착한 후 흙막이 벽을 설치하는 것으로 하였다. 본 해석에서는 단지 흙막이 벽의 수평변위만을 고려하였고, 먼저 해석대상 지반의 물성을 가정하여 수치해석을 실시한 후 수치해석 결과로부터 얻은 수평변위를 정해로 가정하여 현장계측값으로 사용하였다. 그림 1에 나타난 세 지점(즉 1, 2, 3)은 침하량을 계측한 위치를 나타낸 것이고 시공중에 계측하는 것으로 가정하였다.

한편, 수치해석은 유한차분 상용프로그램인 FLAC(1995)을 이용하였으며, 현장지반을 100개의 요소와 121개의 절점을 갖는 것으로 재현하였고, 지반의 응력-변형 구성관계는 비선형 탄성모델인 쌍곡선 모델(Hyperbolic model)을 사용하였다. 지반굴착에 따라 지반의 응력이완현상을 현장과 같이 재현하기 위하여, 처음지반을 굴착함에 따라 초기응력상태의

표 1. 해석에 사용된 최적화 알고리즘

부프로그램	알고리즘
NELDER	Nelder와 Mead의 수정 Simplex 방법(Nelder and Mead, 1964)
ROSENB	Rosenbrock 알고리즘을 사용한 최소자승법(Rosenbrock, 1960)
SSQMIN	Powell방법(Powell, 1964)
ZXSSQ	Levenberg-Marquardt 알고리즘을 사용한 최소자승법(IMSL, 1984).

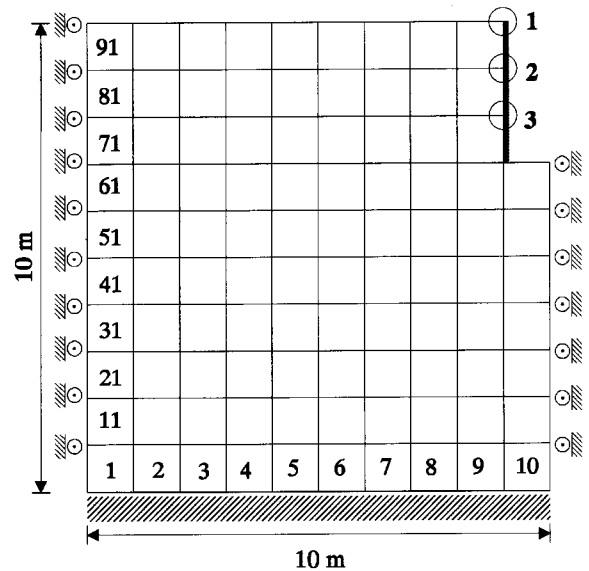


그림 1. 가상의 지반굴착문제

30% 응력이 이완된 후, 흙막이 벽을 설치하는 것으로 하였다. 또한 흙막이 벽이 설치된 후 최종적으로 약 70%의 응력이 이완되는 것으로 가정하였다. 해석에 사용된 구성모델의 변수 및 대상지반의 물성은 표 2에 나타내었으며 평가할 변수는 점착력과 내부마찰각으로 선정하였다.

목적함수는 다음과 같이 정의하였다.

$$F = \sum_{i=1}^m (y_i - f_i(c, \Phi))^2 \quad (1)$$

여기서,  $y_i$  = 현장 계측변위(사전해석에 의하여 획득한 값),  $f_i$  = 수치해석으로부터 얻은 변위,  $m$  = 계측자료의 개수이다.

이 가상 굴착문제를 통한 최적화 알고리즘의 비교 연구에서는 설계변수( $c, \Phi$ )의 초기값을 2개의 다른 초기값( $c=0.1$  kPa,  $\Phi=22^\circ$ )와 ( $c=2.0$  kPa,  $\Phi=40^\circ$ )으로 가정하여 수행하였다. 4개의 모든 최적화 알고리즘을 시험한 결과 4개 모두 수렴기준을 만족한 후 정해에 도달하여 종료하였다.

일반적으로 최적화 프로그램의 효율성을 검증할 때 정해진 수렴기준에서 최적해를 성공적으로 찾을 수 있는 신뢰성

표 2. 구성모델의 매개변수 및 지반물성

대상	입력변수	물성값	대상	입력변수	물성값
지반 물성	단위중량 (kN/m <sup>3</sup> )	14.58	흙막이	탄성계수 (kPa)	5×10 <sup>5</sup>
	내부마찰각 $\Phi$ (Degree)	35			
	점착력 $c$ (kPa)	1.5		단면 2차 모멘트 (m <sup>4</sup> )	6.67×10 <sup>-4</sup>
	$K$	462.8			
	$n$	0.65		단면적 (m <sup>2</sup> )	0.2
	$R_f$	0.66			
	$P_a$ (kPa)	1.033			

여기서,  $K$ 와  $n$ 은 구속응력  $\sigma_3$ 와 초기탄성계수  $E_0$ 를 양대수 좌표(log-log)에 도시하여 결정할 수 있는 계수이고  $R_f$ 는 파괴비,  $P_a$ 는 대기압을 나타낸다.

(Robustness)이 있어야 하고, 수렴기준을 만족시키기 위해 수행되는 목적함수 평가의 수(Number of Function Evaluation)를 고려하여야 한다(Edgar and Himmelblau, 1988).

따라서, 이 해석에서는 4가지 알고리즘 모두 정해에 도달하였으므로 표 3과 그림 2, 3에 나타난 바와 같이 초기값의 변화에 따른 목적함수 평가의 수를 나타내었다.

표 3. 최적화 알고리즘에 따른 함수평가의 수

최적화 서브루틴	함수평가의 수(반복횟수)			
	초기값		초기값	
	c	$\Phi$	c	$\Phi$
	0.1kPa	22°	2.0kPa	40°
ZXSSQ	15		16	
ROSENB	15		16	
SSQMIN	19		20	
NELDER	31		24	

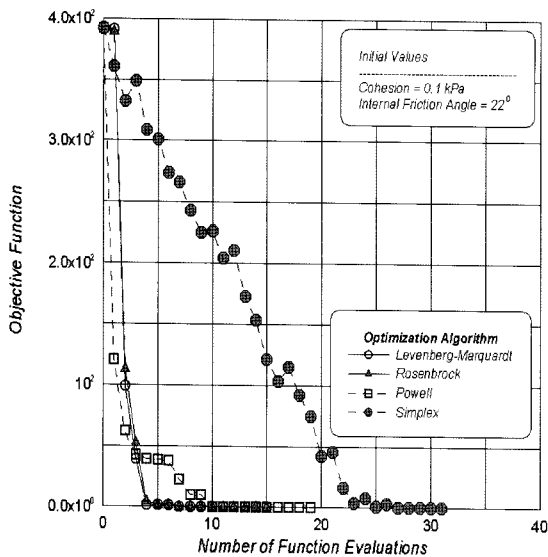


그림 2. 최적화 알고리즘에 대한 목적함수 평가수(초기값  $c=0.1$  kPa,  $\Phi=22^\circ$ )

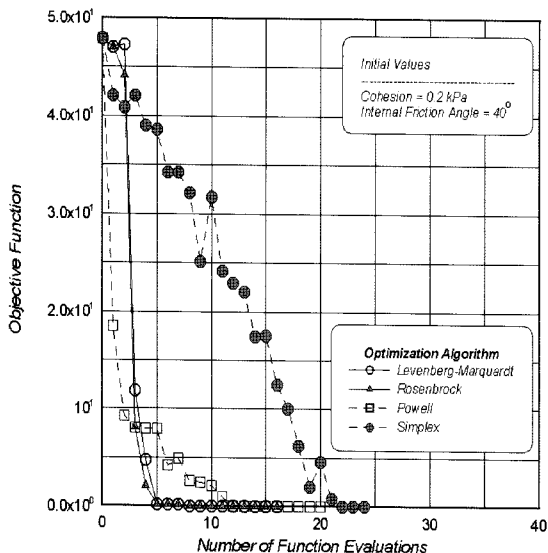


그림 3. 최적화 알고리즘에 대한 목적함수 평가수(초기값  $c=2.0$  kPa,  $\Phi=40^\circ$ )

그림에 나타난 바와 같이 목적함수를 최소자승법으로 개발한 최적화 알고리즘은 다른 2가지 방법 보다 더 빠른 속도로 해에 수렴하는 것으로 나타났다. 한편, 비선형 최소자승방법 알고리즘인 ZXSSQ와 ROSENB 서브루틴은 2개의 초기 점으로 부터 해에 도달하는데 함수평가의 수가 같게 요구되는 것으로 나타나, 동일한 비선형 최소자승법에서 알고리즘이 다른경우에도 한가지 방법은 다른 방법보다 우월하게 나타나지 않고 동일한 것으로 나타났다. 이러한 결과는 비선형 최소자승법 알고리즘을 비교한 Hiebert(1981)의 결과와 잘 일치하는 것이다.

제한된 가상 지반굴착 문제에 대하여 다양한 최적화 알고리즘을 적용하여 비교 분석한 결과, 최소자승법인 Levenberg-Marquardt방법과 Rosenbrock방법이 다른 방법에 비하여 상대적으로 나은 최적화 방법으로 나타났다.

### 3. 복개터널자료 역해석

본 연구의 해석대상은 유건선(1997)이 수행한 복개터널 주위의 지압 및 터널벽공의 역학적 거동에 관한 연구로서 복개터널 구조체의 역학적 거동에 미치는 영향을 조사하기 위하여 현장모형실험을 수행한 결과를 이용하였다.

#### 3.1 현장모형실험

유건선(1997)은 복개터널의 현장 시공과정을 모형복개터널 실험에 재현하고자 그림 4와 같이 프리캐스트 콘크리트 터널 라이닝을 제작하여 폭 6m, 길이 6m, 깊이 3m 규모의 지하 토조 바닥에 설치한 후 실제조건에 맞도록 경계조건을 조성하고 터널라이닝의 양쪽과 굴착사면 사이에 되메움의 지표면이 소정의 각도가 될 때까지 단계별로 되메움하면서 터널구조체와 지반의 거동을 계측하였다.

복개터널의 실제 시공성을 고려하기 위하여 터널구조체의 양쪽 되메움 지반의 높이 차이가 20cm 되도록 되메움하여 시공도중에 터널구조체에 작용할 가능성이 있는 편도압이 작용토록 하였다.

#### 3.2 계측

유건선(1997)은 모형실험에서 스트레인 게이지와 LVDT, 토

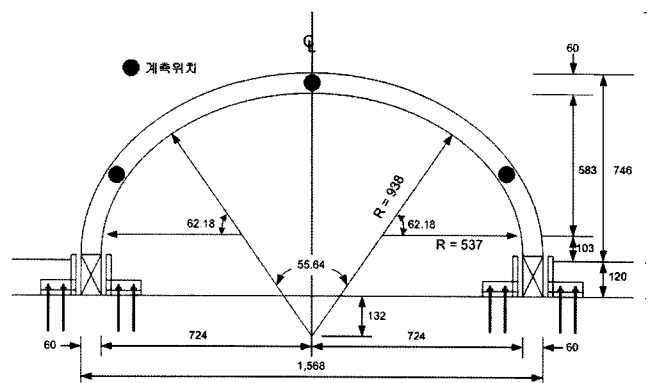


그림 4. 모형 프리캐스트 콘크리트 터널의 재원

압계, 하중계 등을 이용하여 터널의 변형률, 수직·수평 변위, 토압, 축력 등을 각각 측정하였으며 측정된 실험결과를 본 연구에서는 실제 현장계측값으로 가정하여 역해석에 이용하였다.

### 3.3 목적함수의 구성

일반적으로 터널의 굴착으로 발생하는 지반내의 응력상태는 주로 지반의 초기 지중응력상태와 터널단면형상에 관한 함수이다. 그러나 복개터널의 경우에는 복개터널 상부를 되메움하므로써 발생하는 토압으로 인하여 터널은 변형을 일으키게 되고 되메움 지반의 물성중에서 단위중량이 클수록, 포아송비가 작을수록, 탄성계수가 작을수록, 터널 축벽의 수평변위 및 천장의 수직변위는 증가하는 경향을 나타낸다(유건선, 1997). 따라서 본 연구에서는 되메움지반의 물성중 탄성계수 및 포아송비를 설계변수로 선택하여 이들 값의 변화에 따라 터널의 변위에 미치는 영향을 검토하여 목적함수를 구성하였다.

본 수치해석은 유한차분법(FDM) 범용 프로그램인 FLAC을 이용하여 시공단계별로 수치해석을 수행하였으며, 지반모델은 선형탄성적 응력-변형률 관계를 갖는 Mohr-Coulomb의 탄소성 구성모델을 사용하였다. 또한 터널구조체는 Beam요소로 모델링하고 되메움 지반 및 터널구조체에 대한 유한차분 격자망을 그림 5와 같이 구성하여 해석에 사용하였다.

한편, 터널과 되메움 지반에 대한 물리적 성질은 다음 표 4와 같다.

### 3.4 계측점의 수에 대한 영향

되메움지반의 탄성계수 및 포아송비를 설계변수로 선택하

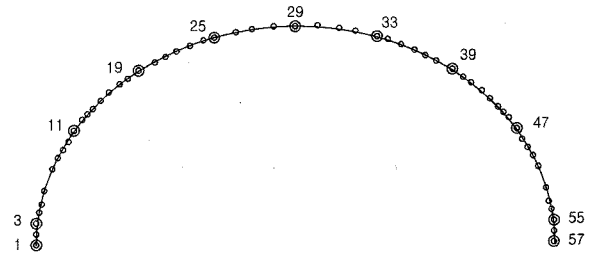


그림 6. Beam 요소

여 물성값을 역해석하기 위하여 Levenberg-Marquardt 알고리즘의 최소자승법의 최적화 기법을 사용하였다. 설계변수의 초기값을  $E=1,000\text{kPa}$ ,  $\nu=0.1$ 로 하여 최적화 과정을 수행하였고, 수렴규준은 1로 설정하여 규준을 만족하여 프로그램을 종료하도록 하였다.

한편, 계측점의 수에 따른 역해석 결과의 정확도 및 수렴속도를 분석하기 위하여 다음과 같은 해석을 실시하였다. 해석에 있어서 첫 번째 경우는 천장변위, 즉 그림 6의 Beam 요소 29번의 변위를 이용하였고, 두 번째는 천장변위와 스프링라인의 왼쪽변위(Beam 요소 29, 11번), 세 번째는 천장변위와 좌우 양측의 스프링라인 변위(Beam요소의 29, 11, 47번)를 이용하여 탄성계수와 포아송비를 역해석하였다.

표 5 및 그림 7~9에 역해석된 탄성계수 및 포아송비값과 목적함수의 수렴과정을 나타내었다.

그림에 나타난 바와 같이 계측변위가 1개인 경우는 15회의 반복연산을 하였고, 계측변위가 2개, 3개로 증가함에 따라 반복횟수가 각각 11회, 6회로 줄어드는 것으로 나타났다.

한편, 표 5에 역해석된 설계변수값을 기초로 수치해석을 실시하여 현장모형실험 계측값과 예측값을 비교하여 그림

표 4. 수치해석에 사용된 터널 및 지반물성값

변수	단위	콘크리트	되메움재
탄성계수(E)	kPa	$26 \times 10^6$	1000~5000
포아송비( $\nu$ )	-	0.145	0.1~0.5
내부마찰각(F)	Degree	-	37.3
점착력(c)	kPa	-	0
벽마찰각(d)	Degree	-	26
단위중량( $\gamma$ )	$\text{kN/m}^3$	-	14.9
상대밀도(R)	%	-	53.9

표 5. 설계변수의 역해석값

설계변수	계측점 1점 이용	계측점 2점 이용	계측점 3점 이용
	천장	천장 + 스프링라인(1)	천장 + 스프링라인(2)
E(kPa)	3316	3285	3643
$\nu$	0.35	0.34	0.33

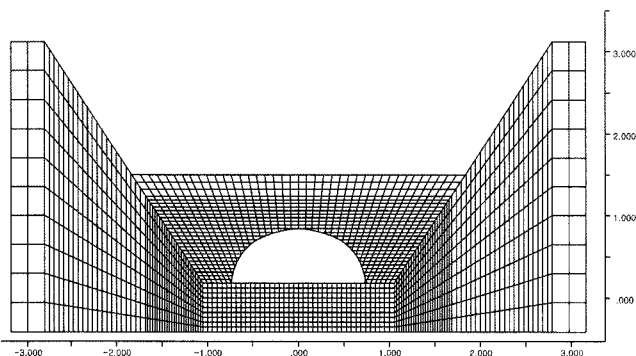


그림 5. 해석에 사용된 유한차분격자망

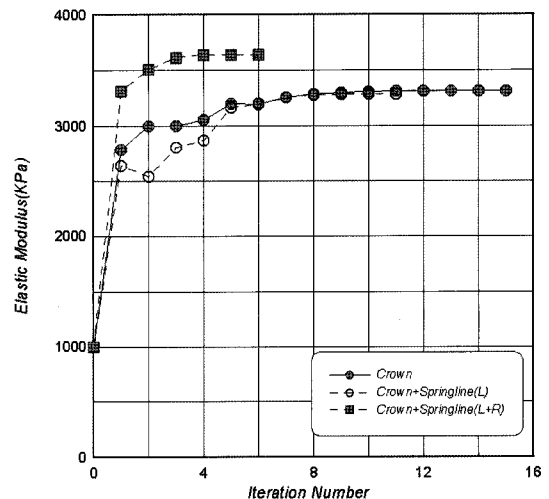


그림 7. 계측점의 수에 대한 탄성계수 역해석

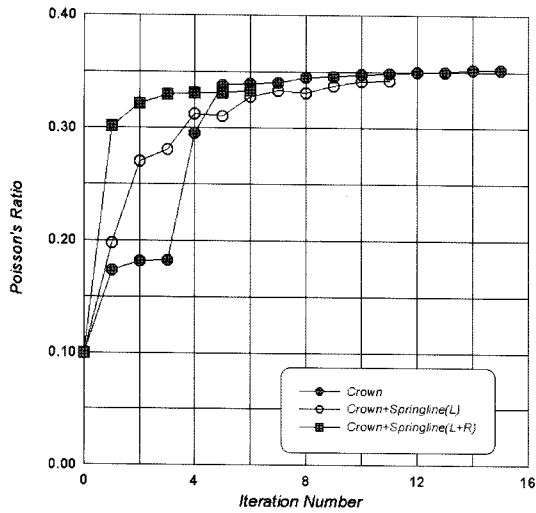


그림 8. 계측점의 수에 대한 포아송비 역해석

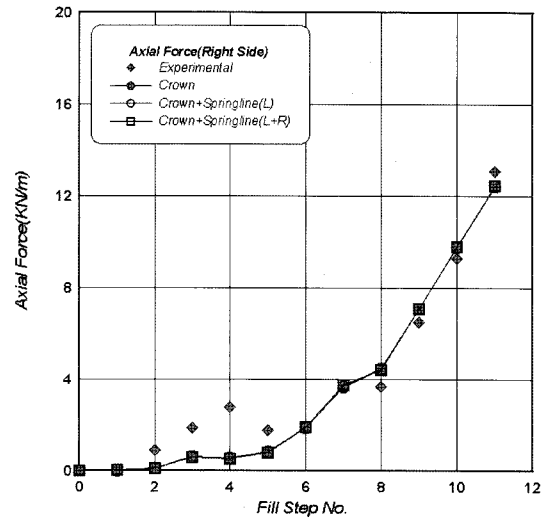


그림 11. 축력의 계측값과 예측값의 비교(터널 우측하단)

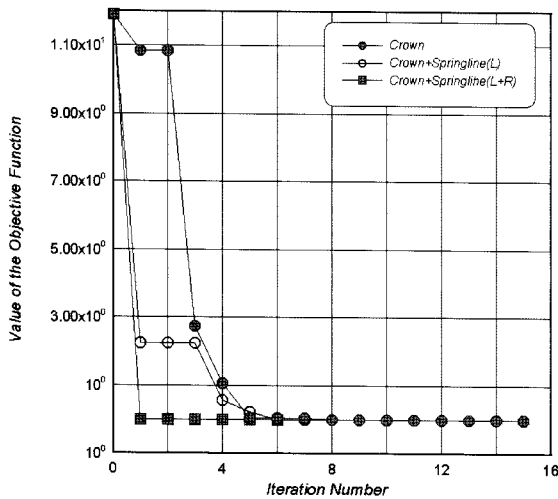


그림 9. 계측점의 수에 대한 목적함수의 수렴과정

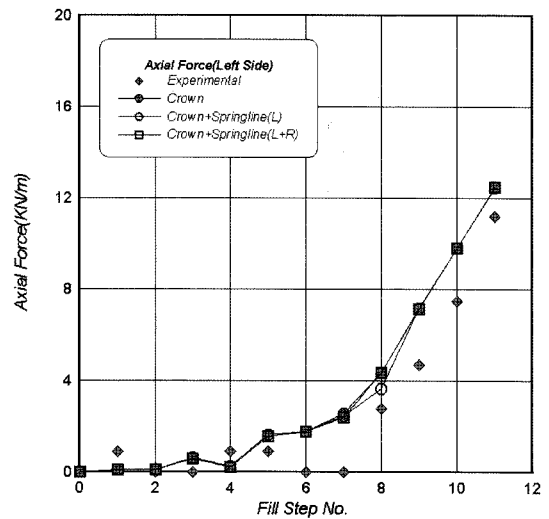


그림 12. 축력의 계측값과 예측값의 비교(터널 좌측하단)

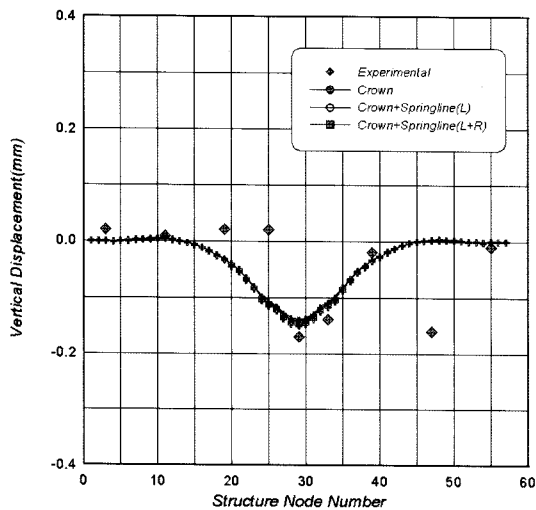


그림 10. 터널라이닝의 변위 비교

10~18에 나타내었다. 그림 10은 터널 라이닝의 변위에 대한 계측값과 수치해석 결과를 비교한 것으로서 계측점의 수를 고려하여 예측한 3가지 경우 모두 실제 계측한 변위에 근접하는 것으로 나타났다. 그러나, 영향은 다소 작지만 역해석시 고려된 계측점의 수가 증가할수록 천장의 변위에 근접하는

최적화 알고리즘을 이용한 복개터널 물성값의 역해석

것으로 나타났다. 이는 콘크리트 터널의 두께가 0.058m로써 되메움으로 인하여 발생하는 변위가 매우 작기 때문인 것으로 변위가 큰 경우에는 계측점의 수에 대한 영향이 커질 것으로 사료된다.

따라서 이와 같은 결과로부터 역해석시 고려되는 계측점의 수가 증가할수록 설계변수값을 좀더 정확하게 역해석 할 수 있으며, 역해석시 소요되는 연산속도도 개선되는 것으로 결론 지을 수 있다.

그림 11~12는 터널 스프링라인 양단에 대한 축력을 비교한 것으로서 실험결과와 좋은 일치율을 보이고 있다. 또한 세 가지 경우로 역해석된 설계변수값에 따라 축력의 변화가 거의 없게 나타났는데 이러한 이유는 라이닝에 작용하는 축력은 터널 상부에 작용하는 되메움지반의 지중에 따라 달라지므로, 해석시 사용된 단위중량값을 일정한 값 14.9kN/m<sup>3</sup>를 사용하였기 때문인 것으로 판단된다.

그림 13~18은 터널의 천장과 라이닝의 좌·우측에 작용하는 연직 및 수평토압을 나타낸 것이다. 전반적으로 역해석된 설계변수값으로 예측한 결과와 계측결과가 잘 일치하고 있고, 각각의 경우에 있어서 계측점의 수가 증가할수록 실제

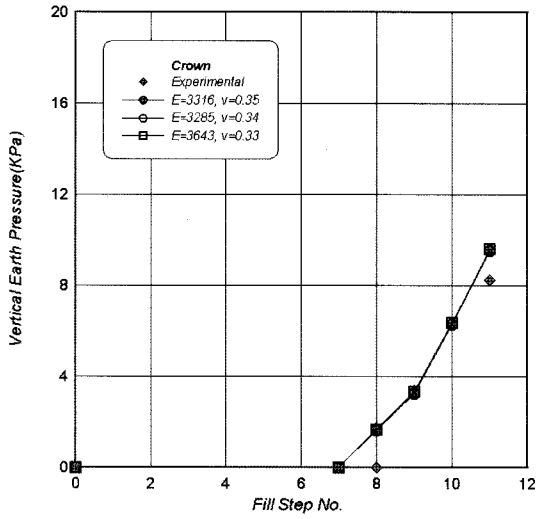


그림 13. 터널라이닝 연직토압의 계측값과 예측값의 비교(터널 천장)

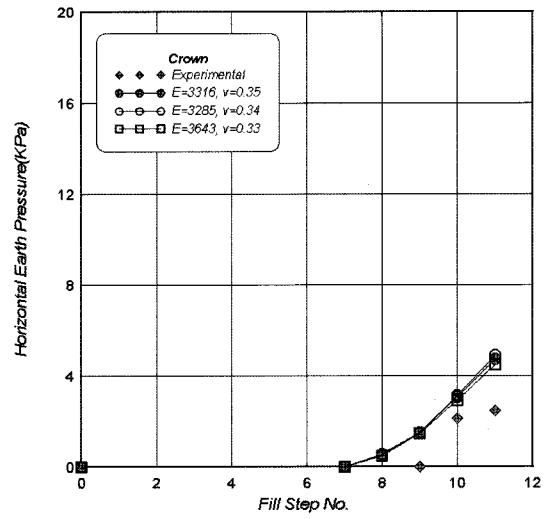


그림 16. 터널라이닝 수평토압의 계측값과 예측값의 비교(터널 천장)

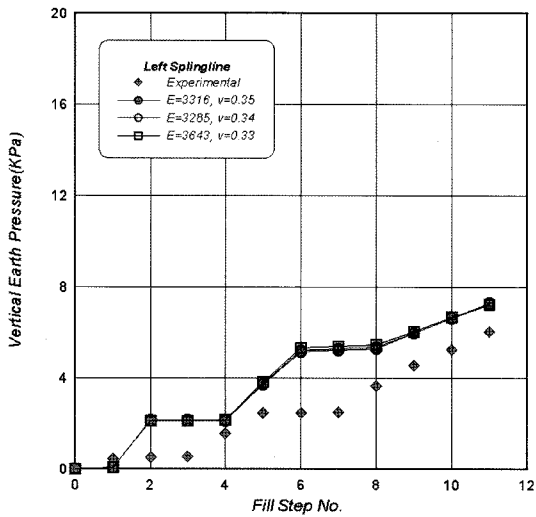


그림 14. 터널라이닝 연직토압의 계측값과 예측값의 비교(터널 좌측 스프링 라인)

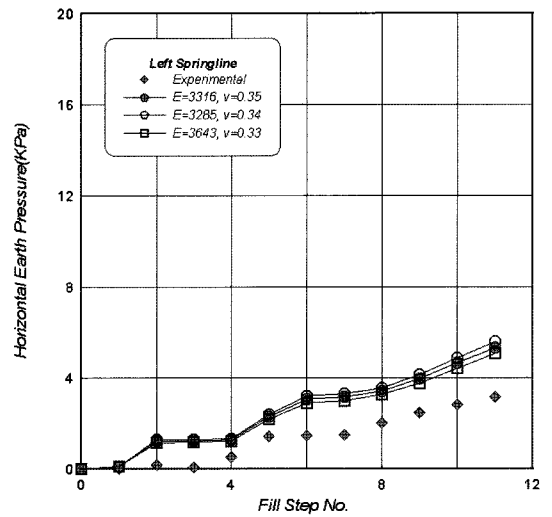


그림 17. 터널라이닝 수평토압의 계측값과 예측값의 비교(터널 좌측 스프링라인)

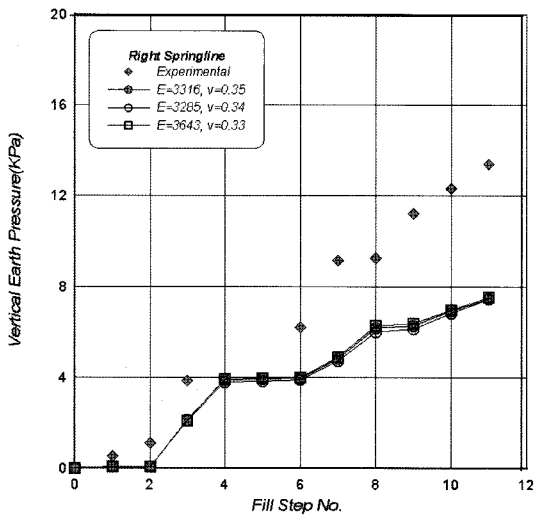


그림 15. 터널라이닝 연직토압의 계측값과 예측값의 비교(터널 우측 스프링 라인)

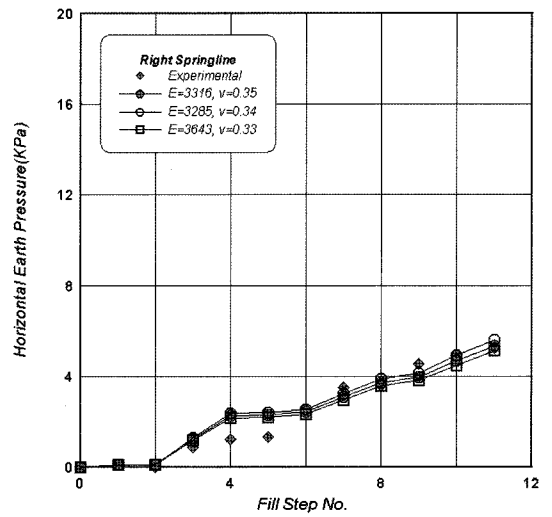


그림 18. 터널라이닝 수평토압의 계측값과 예측값의 비교(터널 우측 스프링라인)

계측값에 좀더 근접하게 나타났음을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구는 제한된 실험 자료와 최적화 알고리즘을 가지고 복개터널 물성값 역해석에 요구되는 효율성을 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 각 변수평가 알고리즘이 정해에 수렴하는 시간을 비교한 결과, 최소자승법이 정해 도달시간이 짧게 나타나 지반공학문제에 효율적인 최적화 알고리즘 기법으로 추천된다.
- (2) 최적화 알고리즘 중 Levenberg-Marquardt 방법과 Rosenbrock 방법은 해석과정과 해석결과에 있어서 해의 수렴도나 정확도가 동일한 것으로 나타났다.
- (3) 복개터널의 지반물성중 탄성계수와 포아송비를 역해석한 결과, 역해석시 고려되는 계측점의 수가 증가할수록 설계변수를 정확하게 평가할 수 있으며 소요되는 연산 속도도 개선되는 것으로 나타났다.
- (4) 역해석한 지반물성값을 이용하여 수치해석으로부터 얻은 변위, 축력, 토압 등의 예측값과 실험의 계측값이 비교적 좋은 일치를 보여 터널 설계 및 시공관리에 유용한 방법으로 적용할 수 있음을 나타내었다.

#### 참고문헌

유건선 (1997) 실험 및 수치해석에 의한 복개터널 주위의 지압 및 터널 복공의 역학적 거동에 관한 연구, 박사학위논문, 서울대학교.  
DeNatale, J.S., Abifadel, N.R. (1988) *Application of Powell's conjugate direction method to slope stability analysis*. Numerical

Methods in Geomechanics, Innsbruck, pp. 2115-2120.  
Edger, T. F. and Himmelblau, D. M. (1988) *Optimization of chemical processes*. McGraw-Hill, New York.  
FLAC. (1995) *Fast lagrangian analysis of continua*. Vol. 1, User's Manual.  
Gioda, G., Pandolfi, A., Cividini, A. (1988) A comparative evaluation of some back analysis algorithms and their application to in situ load tests. *2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics*, Kobe, pp. 1131-1144.  
Hiebert, K. L. (1981) An evaluation of mathematical software that solves nonlinear least squares problems. *ACM Transactions on Mathematical Software*, No. 7(1), pp. 116.  
Hisatake, M. (1988) Assessment of tunnel face stability by back analysis. *2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech.*, Kobe, pp. 1217-1224.  
Hisatake, M., Ito, T. (1985) Back analysis for tunnels by optimization method. *5th Int. Conference of Numerical Methods in Geomech.*, Nagoya, pp. 1301-1307.  
IMSL (1984) *FORTTRAN Subroutines for mathematical applications*. Houston, Texas, USA.  
Nelder, J. A. and Mead, R. (1964) A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, No. 7, pp. 665.  
Powell, M. J. D. (1964) An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *Computer Journal*, No. 7, pp. 155-162.  
Rosenbrock, H. H. (1960) An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *Computer Journal*, No. 3, pp. 175-184.  
Sakurai, S. (1988) Back analysis of measured displacements in a shallow tunnel excavated in sandy materials. *Proc. of Int. Symp. on Underground Engineering*, Vol. 1, pp. 33-42.  
Terzaghi, K. and Peck, R. B. (1948) *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons, New York.

◎ 논문접수일 : 2007년 10월 01일  
◎ 심사요청일 : 2007년 10월 02일  
◎ 심사완료일 : 2007년 11월 27일