

FMM에 의한 프랙탈 안테나 고속 해석

Fast Analysis of Fractal Antenna by Using FMM

김요식 · 이광재 · 김건우* · 오경현* · 이택경 · 이재욱

Yo-Sik Kim · Kwang-Jae Lee · Kun-Woo Kim* · Kyung-Hyun Oh* ·
Taek-Kyung Lee · Jae-Wook Lee

요 약

본 논문에서는 FMM(Fast Multipole Method)을 적용하여 평면형 다층 구조인 마이크로스트립 프랙탈 안테나 구조에 대한 고속 해석을 구현하였다. 우선 FMM 알고리즘에 이용되는 적분식인 MPIE(Mixed Potential Integral Equation)를 풀기 위해서 실수축 적분 방법(RAIM: Real-Axis Integration Method)으로부터 정확한 공간 영역 그린 함수를 구한다. 구해진 그린함수를 MoM(Method of Moment)을 이용하여 계산할 경우, 연산과 메모리 요구량 $O(N^2)$ 이 소요되는데, 이를 거대 구조의 해석에 대해 적용할 때나 높은 정확성을 위한 셀(미지수 N) 수의 증가 하는 경우 계산량이 기하급수적으로 증가하여 구조 해석에 문제가 된다. FMM은 이와 같은 연산과 메모리 요구 량의 문제점을 해결하기 위하여 개발되었다. FMM은 그린함수의 가법 정리(addition theorem)를 이용하여 행 렬-벡터 곱의 복잡성을 줄여 연산과 메모리 요구량을 $O(N^{1.5})$ 으로 줄인다. 시어핀스키(Sierpinski) 프랙탈 안테 나의 구조에 대해 MoM과 FMM를 적용, 상용 톨과 계산 결과의 정확성, 계산 시 메모리 크기, 해석 시간 등을 비교하여 효율성을 보여주었다.

Abstract

In this paper, we present a fast analysis of multilayer microstrip fractal structure by using the fast multipole method (FMM). In the analysis, accurate spatial green's functions from the real-axis integration method(RAIM) are employed to solve the mixed potential integral equation(MPIE) with FMM algorithm. MoM's iteration and memory requirement is $O(N^2)$ in case of calculation using the green function. the problem is the unknown number N can be extremely large for calculation of large scale objects and high accuracy. To improve these problem is fast algorithm FMM. FMM use the addition theorem of green function. So, it reduce the complexity of a matrix-vector multiplication and reduce the cost of calculation to the order of $O(N^{1.5})$. The efficiency is proved from comparing calculation results of the moment method and Fast algorithm.

Key words : FMM, Fractal, MOM, MPIE, RAIM

I. 서 론

프랙탈(fractal) 구조는 복잡한 형태의 집합체이지만 기하학적 구조상으로 자기 유사성(self-similarity) 또는 자기 아파인성(self-affinity)의 특성을 지니고 있

는 구조를 나타내며, 은하, 구름 형상, 산맥, 해안선, 눈송이 등의 복잡한 자연현상을 모델링하는 데 이용 된다. 이러한 현상을 공학적으로 이용하기 위하여 다양한 형태의 프랙탈이 고안되고 있다^[1].

안테나에 활용되는 프랙탈 구조의 종류로는 Sier-

「이 연구는 2006년도 삼성탈레스(주)의 MRBA 개발사업의 연구비의 지원으로 연구되었음.」

한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부(School of Electronics, Telecommunication and Computer Engineering, Korea Aerospace University)

* (주)삼성탈레스(Samsung Thales Co., Ltd.)

· 논문 번호 : 20071130-05S

· 수정완료일자 : 2008년 2월 19일

pinski gasket, Koch snowflake, ternary tree, Hilbert curve 등이 있으며, 이들을 응용한 구조와 새로운 프랙탈 구조들이 계속해서 개발되고 있다. 프랙탈 구조를 이용한 안테나는 단계의 진화에 따라 여러 개의 공진 주파수를 나타낼 수 있으므로 다중 주파수 또는 광대역 설계를 하는데 유리하며, 소형화를 구현할 수 있는 장점이 있다.

앞에서 언급한 여러 가지의 프랙탈 안테나를 해석하기 위해서 가장 일반적인 해석 방법인 MoM(Method of Moment)의 경우 MPIE(Mixed Potential Integral Equation)^[2]을 풀기 위해 실수축 적분 방법^[3](RAIM: Real-Axis Integration Method)으로부터 정확한 공간 영역 그린함수를 구하게 된다. 구해진 그린함수를 MoM에 적용하여 계산할 경우, 연산과 메모리 요구량이 미지수 N 에 대하여 $O(N^2)$ 이 소요되는데, 프랙탈 구조의 경우 하나의 소자에 매우 복잡한 형태를 포함하고 있으며, 구조의 정확한 해석을 위해 셀(미지수 N)의 수를 증가시켜야 한다. 이 경우, 계산량이 기하급수적으로 증가하여 구조 해석에 문제가 생기게 되며, 또한 배열 안테나를 구성할 경우 구조의 해석이 불가능하게 될 수도 있다. FMM^[4]은 이와 같은 연산과 메모리 요구량의 문제점을 해결하기 위하여 개발되었다. FMM은 그린함수의 가법 정리(addition theorem)를 이용하여 행렬-벡터 곱의 복잡성을 줄이는데 이때의 연산과 메모리 요구량을 $O(N^{1.5})$ 으로 줄일 수 있다.

본 논문에서는 시어핀스키(Sierpinski) 프랙탈 안테나의 구조에 대해 MoM과 FMM를 적용하여 해석하였다. 상용 툴(CST MWS)과 계산 결과를 비교하여 해석 결과의 정확성을 검증하였고, MoM과 FMM을 이용하여 계산 시 각각의 방법에 따른 메모리 크기, 해석 시간 등을 비교하여 FMM의 효율성을 보였다.

II. 프랙탈 안테나 구조 및 해석

2-1 MoM을 이용한 평면형 안테나의 해석

일반적인 마이크로스트립 해석을 위해 그림 1에서 보는 것처럼 표면에 분포하는 표면 전류 J_s 와 표면 전하 q_{es} 에 의한 각 영역 내의 벡터 포텐셜 $A(r)$ 과 스칼라 포텐셜 $\phi_e(r)$ 이 함께 포함되어 있는 적

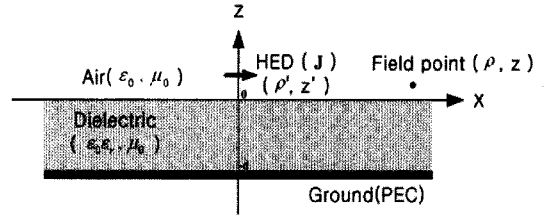


그림 1. 일반적인 마이크로스트립 구조 해석
Fig. 1. The analysis of microstrip structure.

분식 MPIE(Mixed Potential Integral Equation)는 평면형 다층 구조의 특성을 구하기 위한 방법으로 공간 영역에서의 full-wave 해석에 이용된다^[2].

$$\hat{z} \times \mathbf{E}^{inc} = \hat{z} \times \left\{ j\omega \int_S \overline{\mathbf{G}}_A \cdot \mathbf{J}_s dS' - \frac{1}{j\omega} \nabla \cdot \int_S G_{qe} \nabla' \cdot \mathbf{J}_s dS' \right\} \quad (1)$$

MPIE는 식 (1)과 같으며, MoM 기법을 적용 시 효율적이고 안정된 계산 결과를 얻을 수 있다. 마이크로스트립을 삼각형 요소로 나누고, 전류는 삼각형 기저함수를 이용하여 전개하며^[5], 갤러킨 방법(Galerkin's method)을 적용하여 행렬식을 구하면

$$\mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{V},$$

$$\sum_{j=1}^N Z_{ij} I_j = V_i, \quad (i=1, 2, 3, \dots, N) \quad (2)$$

이 된다. 여기서 임피던스 행렬 \mathbf{Z} 는

$$Z_{ij} = j\omega \int_{T_i} \int_{T_j} [f_i(r) \cdot f_j(r')] \cdot \overline{G}_A(r, r') - \frac{1}{\omega^2} (\nabla \cdot f_i(r)) \cdot (\nabla' \cdot f_j(r')) G_{qe}(r, r')] dr' dr \quad (3)$$

과 같으며, MoM 기법을 위한 적분 방정식 형태로 나타낼 수 있다. f_i 와 f_j 는 각각 가중 함수^[6]와 기저함수로 표현된다. 마이크로스트립 구조에 대한 그린함수는 식 (4)와 같이 된다.

$$G_{A,qe}(r, r') = G_{A,qe}^{sw} + G_{A,qe}^{ci} + G_{A,qe}^{ri}$$

$$= \sum_p a_p H_0^{(2)}(k_{\rho(p)} \rho) + \sum_q b_q \frac{e^{-jk_q r_z}}{r_q}$$

$$+ \sum_n c_n \frac{\sin(k_n r_n)}{r_n} \quad (4)$$

여기서,

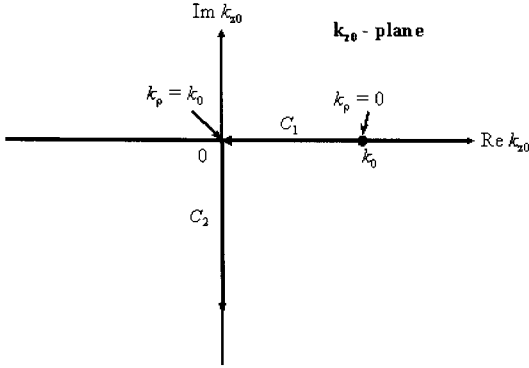


그림 2. 복소 k_{x0} 평면에서의 적분 경로
Fig. 2. The integration path on the complex k_{x0} plane.

$$r_a = |r - (r' - j\hat{z}\beta_a)|, r_n = |r - (r' + \hat{z}t_n)|, \beta_a = 2qd, t_n = \frac{(2n-1)\pi}{2k_0} \quad (5)$$

와 같이 표현할 수 있다. 식 (4)에서 볼 수 있는 것처럼 그린함수는 pole에 의한 표면파 형태, complex image^[7] 합인 형태 그리고 마지막 real image 합인 형태 등 총 3개항의 합으로 표현된다.

공간 영역 그린함수를 구하기 위해서는 실수축 적분 방법(RAIM: Real Axis Integral Method)을 사용한다^[3]. k_ρ 평면에서 $k_\rho = k_0$ 일 때만 branch point가 존재하지만 $k_\rho = k_0$ 의 branch point 지점에서 $\frac{d\tilde{G}}{dk_\rho}$ 는 발산하기 때문에 위 그림 2에서 같이 k_{x0} 평면의 함수로 바꾸어 branch point를 제거한 후, 근사를 통해 공간 영역 그린함수를 구한다. C_2 구간에서는 데이터를 추출하여 GPOF(Generalized Pencil-of-Function) 방법을 적용하여 지수함수로 근사화하고, C_1 구간은 삼각 함수로 근사화 한다.

2-2 FMM을 이용한 평면형 안테나의 고속해석

2-2-1 2차원의 FMM

그림 3에선 FMM을 이용하기 위해서, 전체 구조를 $G_m(m=1, 2, \dots, M)$ 으로 표기되는 그룹으로 나누었다. ρ_m 은 그룹 G_m 의 중심이고, ρ_i 는 이 그룹에서 관측점이며, $\rho_{m'}$ 은 그룹 $G_{m'}$ 의 중심이고, ρ_j 는 이 그룹에서의 전원점이다. 따라서 이를 이용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

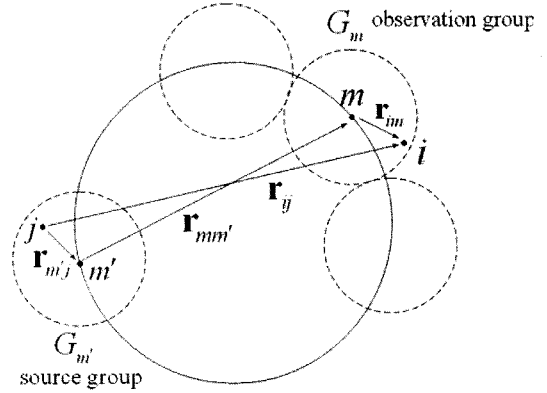


그림 3. FMM에서의 그룹간 좌표관계
Fig. 3. The coordinate system used for the FMM.

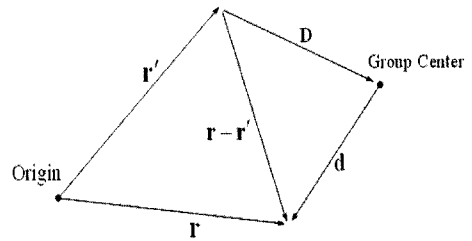


그림 4. FMM에서의 벡터 관계
Fig. 4. The relation vector in the FMM.

$$\rho_{ij} = \rho_i - \rho_j = (\rho_i - \rho_m) + (\rho_m - \rho_{m'}) + (\rho_{m'} - \rho_j) = \rho_{im} + \rho_{mm'} + \rho_{m'j} \quad (6)$$

행렬과 벡터 곱에 FMM 기법을 적용하기 위해서 먼저 식 (4)의 첫 번째 항인 pole에 의한 표면파형태 성분을 가지는 Hankel 함수에 가법 정리[8]를 적용하여 세 단계로 분해한다. Bessel 함수의 가법 정리를 이용하면 식 (4)의 Hankel 함수는 그림 4와 같이 전개할 수 있다^[9]. 이러한 가법 정리는 어떤 좌표계의 장을 다른 좌표계의 장으로 표현할 수 있도록 한다.

관측점과 전원점과의 거리를 몇 단계로 구분하기 위하여 Hankel 함수에서 $k_{\rho(\rho)}\rho = k|D+d|$ 로 표현하면 Hankel 함수는 식 (7)과 같이 된다.

$$H_0^{(2)}(k|D+d|) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kd)e^{in(\phi_D - \phi_d)} H_n^{(2)}(kD) \quad (7)$$

두 단위 벡터의 값은 $\cos(\phi_D - \phi_d) = \hat{a} \cdot \hat{D}$ 이다. 여기서 \hat{a} 와 \hat{D} 는 두 공간 벡터를 의미하며, 가법 정

리를 위해서는 $d < D$ 여야 한다. 식 (7)의 베셀 함수를 적분 형태로 표현하면 식 (8) 과 같고,

$$J_n(kd)e^{jn(\phi_D - \phi_d)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} da (-j)^n e^{jkd \cos a} e^{-jn[a - (\phi_D - \phi_d)]} \quad (8)$$

이를 이용하여 식 (7)을 식 (9)와 같이 표현된다.

$$H_0^{(2)}(k|D+d) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} da (-j)^n e^{-jkd \cos a} \cdot e^{-jn[a - (\phi_D - \phi_d)]} H_n^{(2)}(kD) \quad (9)$$

한편, 각각의 코사인 함수는 $\cos \alpha = \hat{k} \cdot \hat{a}$, $\cos(\alpha - (\phi_D - \phi_d)) = \hat{k} \cdot \hat{D}$ 으로 표현된다. 또한 n 이 무한대로 접근할 때 주어진 식은 빠르게 수렴하므로 무한의 합을 유한의 합으로 근사화 할 수 있게 되어, 식을 다시 쓰면

$$H_0^{(2)}(k|D+d) \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} da e^{-jkd \cos a} \sum_{n=-L}^L (-j)^n H_n^{(2)}(kD) e^{-jn \cos^{-1}(\hat{k} \cdot \hat{D})} \approx \frac{1}{2\pi} \int d\hat{k} e^{-jk \cdot \hat{a}_L(kD, \hat{k} \cdot \hat{D})} \quad (10)$$

이고, α_L 은 식 (10)에서 유한개의 합 부분으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_L = H_0^{(2)}(kD) + 2 \sum_{\ell=1}^L (-j)^\ell H_\ell^{(2)}(kD) \cdot \cos \ell(\cos^{-1}(\hat{k} \cdot \hat{D})) \quad (11)$$

그린함수 G_A^{sw} 는 다음과 같이 된다.

$$G_A^{sw}(r_i, r_j) = -\frac{\mu_0}{4} \sum_p a_p H_0^{(2)}(k_{\rho(p)} \rho) \approx -\frac{\mu_0}{8\pi} \sum_p a_p \int d\hat{k} e^{-jk \cdot r_{im}} \alpha_L e^{jk \cdot r_{im}} \quad (12)$$

식 (12)를 식 (4)에 대입하여 행렬과 벡터 곱을 정리하면 다음과 같다.

$$Z_{ij}^{sw} = \frac{\omega \mu_0}{\beta \pi} \sum_{p=1}^{N_{TE}} a_p \int d\hat{k} \beta_{im}(\hat{k}) \cdot \alpha_L(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) \cdot \beta_{im}^*(\hat{k}) - \frac{1}{\beta \pi \omega \epsilon_0} \sum_{p=1}^{N_{TE, TM}} a_p \int d\hat{k} \gamma_{im}(\hat{k}) \cdot \alpha_L(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) \gamma_{im}^*(\hat{k}) \quad (13)$$

$$\beta_{im}(\hat{k}) = \int e^{-jk \cdot r_{im}} f_i dr \quad (14)$$

$$r_{im}(\hat{k}) = \int e^{-jk \cdot r_{im}} \{ \Delta \cdot f_i \} dr \quad (15)$$

먼저 β_{im}^* 와 γ_{im}^* 는 전류원으로부터 전류원이 속한 그룹으로 모이는 집합단계, 두 번째 α_L 은 자신과 인접한 그룹을 제외한 나머지 그룹과 그룹간의 변환단계, 세 번째 β_{im}, γ_{im} 은 $\beta_{im}^*, \gamma_{im}^*$ 의 complex conjugate 관계로써 그룹에서 관측점으로 가는 분해단계이다. 여기서 α_L 는 그룹간의 상호 작용을 나타내는 대각 행렬^[10]이다. 이때 방향이 다를 경우에 대해서는 상호 작용이 생기지 않으므로 각 그룹 간의 행렬 부분은 대각행렬이 된다. 행렬과 벡터 곱에 필요한 계산 시간을 살펴보면, 먼저 β_{im}^* 에 대해서는 N/M 개의 QxM 서브 행렬^[11]로 이루어져 있으므로 시간은 $(N/M) \cdot QM$ 에 비례하고, 역시 β_{im} 는 β_{im}^* 의 역순이므로 $(N/M) \cdot QM$ 에 비례하게 된다. α_L 는 위 그림과 같이 $(N/M)^2$ 개의 QxQ 대각 행렬로 이뤄져 있으므로 계산 시간은 $(N/M)^2 Q$ 에 비례한다. 즉, 소요 계산 시간은

$$T = C_1 \frac{N}{M} QM + C_2 \left(\frac{N}{M} \right)^2 Q + C_3 \frac{N}{M} QM \quad (16)$$

이다. 여기서 Q 는 M 에 비례하므로 계산 시간은

$$T = C_1 NM + C_2 \frac{N^2}{M} \quad (17)$$

으로 볼 수 있다. 식 (17)을 최소로 하는 M 은 $M = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} N$ 이며, 이때 총 계산 시간은 $O(N^{1.5})$ 가 된다.

2-2-2 3차원의 FMM

행렬과 벡터 곱에 FMM 기법을 적용하기 위해서 식 (4)의 지수함수나 사인함수에 가법 정리를 적용하여 세 단계로 분해해야 한다. 식 (4)의 두 번째 항인 구면파 형태의 complex image에 대한 가법 정리는 식 (18)과 같이 전개할 수 있다.

$$\frac{e^{-jk_0|D+d|}}{|D+d|} = -jk \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p (2p+1) j_p \cdot (kd) h_p^{(2)}(kD) P_p(\hat{d} \cdot \hat{D}) \quad (18)$$

$$T_{Lc}(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) = \sum_{\ell=0}^L (-j)^\ell (2\ell+1) h_\ell^{(2)} \cdot (kr_{mm'}) P_\ell(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) \quad (19)$$

여기서 $T_{Lc}(kD, \widehat{k}, \widehat{D})$ 는 변환 행렬이고, $\int d^2\widehat{k}$ 는 단위 구면의 적분^[8]을 나타낸다. 거리 r_q 는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} r_q &= |r_i - (r_j - j\widehat{z}\beta_q)| \\ &= |r_{im} + r_{mm'} - r_{mj} + j\widehat{z}\beta_q| \\ &= |(r_i - r_m) + (r_m - r_{m'}) \\ &\quad + (r_{m'} - r_j) + j\widehat{z}\beta_q| \\ &= |r_{im} + r_{mm'} - r_{jm} + j\widehat{z}\beta_q| \end{aligned} \quad (20)$$

식 (18)에서의 벡터 D, d 는 $D = r_{mm'}$ 이고 $d = r_{im} - r_{jm} + j\widehat{z}\beta_q$ 이므로 그린함수 G_A^{ci} 는

$$\begin{aligned} G_A^{ci}(r_i, r_j) &\approx \frac{-jk}{4\pi} \int d^2\widehat{k} \cdot \\ &\quad \sum_{q=0}^{N_q} b_q e^{k \cdot \widehat{z}\beta_q} e^{-j k \cdot (r_{im} + r_{mm'})} T_{Lc}(\widehat{k}, \widehat{r}_{mm'}) \end{aligned} \quad (21)$$

과 같으며, 가법 정리를 적용하여 식 (3)에 대입하여 행렬과 벡터 곱을 정리하면 식 (22)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} V_{ij}^{ci} &= \frac{\omega k \mu_0}{8\pi^2} \int d^2\widehat{k} S_{ci}(\widehat{k}) U_{im}(\widehat{k}) \cdot \\ &\quad T_{Lc}(\widehat{r}_{mm'}, \widehat{k}) U_{jm'}^*(\widehat{k}) I_{ij} \\ &\quad - \frac{k}{8\pi^2 \omega \epsilon_0} \int d^2\widehat{k} S_{ci}(\widehat{k}) V_{im}(\widehat{k}) \cdot \\ &\quad T_{Lc}(\widehat{r}_{mm'}, \widehat{k}) V_{jm'}^*(\widehat{k}) I_{ij} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서

$$U_{im}(\widehat{k}) = \int e^{-j k \cdot r_{im}} f_i dr \quad (23)$$

$$V_{im}(\widehat{k}) = \int e^{-j k \cdot r_{im}} \{\nabla \cdot f_i\} dr \quad (24)$$

$$S_{ci}(\widehat{k}) = \sum_{q=0}^{N_q} b_q e^{j k \cdot \widehat{z}\beta_q} \quad (25)$$

가 된다. 식 (22)에서 complex conjugate 값은 분해 단계의 계산을 따로 계산하지 않고 집합 단계의 계산을 이용하여 전개하기 위하여 나타낸 것이다. 이와 마찬가지로 식 (4)의 세 번째 항인 real image에 대해서도 사인함수에 대한 가법 정리를 적용하여 그린함수 G_A^{ri} 및 임피던스 행렬을 구할 수 있다. 이를 바탕으로

로 행렬과 벡터 곱을 정리하면

$$\begin{aligned} V_{ij}^{ri} &= \frac{\omega k \mu_0}{8\pi^2} \int d^2\widehat{k} S_{ri}(\widehat{k}) U_{im}(\widehat{k}) \cdot \\ &\quad T_{Lr}(\widehat{r}_{mm'}, \widehat{k}) U_{jm'}^*(\widehat{k}) I_{ij} \\ &\quad - \frac{k}{8\pi^2 \omega \epsilon_0} \int d^2\widehat{k} S_{ri}(\widehat{k}) V_{im}(\widehat{k}) \cdot \\ &\quad T_{Lr}(\widehat{r}_{mm'}, \widehat{k}) V_{jm'}^*(\widehat{k}) I_{ij} \end{aligned} \quad (26)$$

와 같다. 행렬과 벡터 곱에 필요한 계산 시간을 표현 파 FMM과 마찬가지로 살펴보면, 먼저 $U_{jm'}$ 에 대해서는 N/M 개의 KxM 서브 행렬로 이루어져 있으므로 시간은 $(N/M) \cdot KM$ 에 비례하고, 역시 U_{im} 는 $U_{jm'}$ 의 역순이므로 $(N/M) \cdot KM$ 에 비례하게 된다.

$T_{Lc}(\widehat{r}_{mm'}, \widehat{k})$ 는 $(N/M)^2$ 개의 KxK 대각 행렬로 이루어져 있으므로 계산 시간은 $(N/M)^2 K$ 에 비례하므로 총 계산 시간은

$$T = C_1 \frac{N}{M} KM + C_2 \left(\frac{N}{M}\right)^2 K + C_3 \frac{N}{M} KM \quad (27)$$

이다. 여기서 K 는 M 에 비례하므로

$$T = C_1 NM + C_2 \frac{N^2}{M} \quad (28)$$

이다. 위 식을 최소로 하는 M 은 $M = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} N$ 이 되며, 이 때 총 계산 시간은 $O(N^{1.5})$ 가 된다.

III. 수치 해석 결과

그림 5는 자유 공간상에 놓인 마이크로스트립 사각 패치 안테나에 3-stage sierpinski gasket 구조를

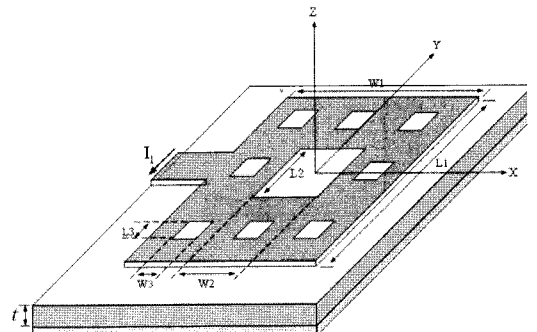


그림 5. 마이크로 스트립 사각 fractal 패치 안테나 (3-stage)

Fig. 5. Microstrip rectangular fractal antenna(3-stage).

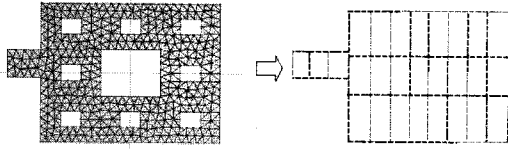


그림 6. 안테나의 셀 분할 및 그룹 형성
Fig. 6. Division and grouping of cell in the rectangular fractal antenna.

적용하여 나타낸 안테나이다. $L_1=12.45$ mm, $L_2=4.15$ mm, $L_3=1.38$ mm, $W_1=16$ mm, $W_2=5.33$ mm, $W_3=1.78$ mm, $\epsilon_r=2.2$, $t=0.789$ mm 구조이며, 유전체 기판은 x-y 평면에 무한히 넓은 것으로 가정한다. 기판은 비자성 물질로서 임의의 비유전율을 가지며, 도체는 두께가 영인 PEC(Perfect Electric Conductor)로 가정한다. 또한, port 1의 급전부에 전류 전원 $I_1(2.45$ mm)을 인가해 준다. 그림 6은 패치 안테나의 패치 부분에 대하여 셀을 나눠준 상태로써 유한한 삼각형 셀로 나누고 x, y 방향의 전류는 삼각형 기저함수의 합으로 전개한다. 그룹 형성 과정 중 각 그룹의 크기에 대한 설정은 FMM 기법이 정확한 값을 도출하는 데 매우 중요한 요소 중 하나이다. 그림 7은 식 (18)의 지수함수에 대한 가법 정리 결과이다. 이를 통하여 그룹 크기를 일정거리 이상으로 설정하면 오차가 발생하지 않음을 알 수 있다. 위와 같은 사항 등을 고려하여 FMM 기법을 적용 시 그림 8과 같은 행렬식 Z_{ij} 를 구할 수 있다. 식 (2)와 식 (3)의 행렬과 벡터

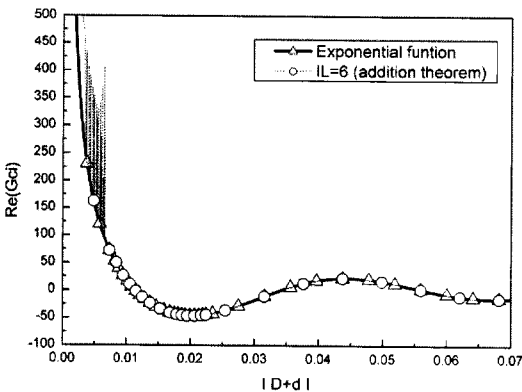


그림 7. 자유공간의 그룹함수와 가법 정리 결과의 실수 값
Fig. 7. Addition theorem about real part of exponential function and green function.

곱의 계산에 사용되는 행렬식 Z_{ij} 는 임의의 관측점 (observation)에 대하여 모든 전원점(source)으로부터 오는 전류 성분의 영향을 더하여 계산한 결과 값을 의미한다. 그러나 FMM에서는 행렬-벡터 곱이 포함 되어 있기 때문에 Z_{ij} 대신 Z_{Ij} 를 구하여 MoM에서 구한 Z_{Ij} 값을 비교해 봄으로써 데이터 값이 일치하는지 확인할 수 있다. 다시 말해, $Z I = V$ 에 대

$$\text{하여 } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \text{와 같을 때 } [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$$

의 각각의 값에 모두 1을 넣어 Z_{Ij} 를 구하게 된다. 그림 8은 MoM을 이용하여 구한 행렬식 Z_{Ij} 와 FMM을 이용하여 구한 행렬식 Z_{Ij} 를 비교한 결과이며, MoM과 FMM의 데이터가 정확히 일치함을 알 수 있다. 이를 바탕으로 CGM(Conjugate Gradient Method) 기법을 적용하여 패치 상에 흐르는 전류 값을 구하면 그림 9와 같은 결과를 얻을 수 있다. 이 결과 또한 그림 8의 행렬식 Z_{Ij} 를 비교한 결과와 마찬가지로 MoM과 FMM의 전류 값이 대부분 일치함을 알 수 있다.

그림 10은 급전선에서 GPOF 방법을 통해 구해진 입사파와 반사파를 이용하여 계산된 반사계수로써 설계 시뮬레이션 툴인 CST MWS와 MoM 기법 및 FMM 기법을 이용하여 구한 결과 값을 나타낸다. 공진 주파수의 계산결과는 매우 잘 일치하며, 공진 주파수에서 반사계수의 크기는 약간의 차이를 나타내고 있다. 공진 주파수에서 반사계수의 크기는 상대적으로 매우 적은 값을 나타내므로 데시벨 수치로 확

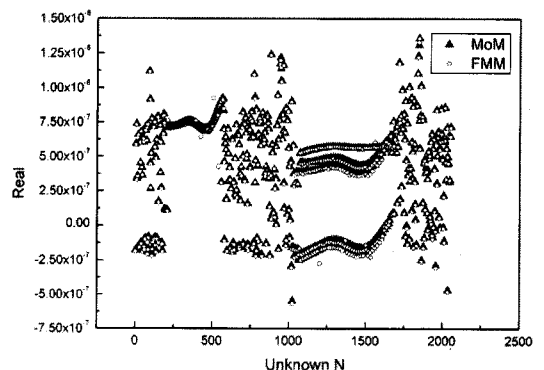


그림 8. MoM과 FMM의 Z_{ij} 의 실수 값 비교
Fig. 8. The real part of Z_{ij} in MoM and FMM.

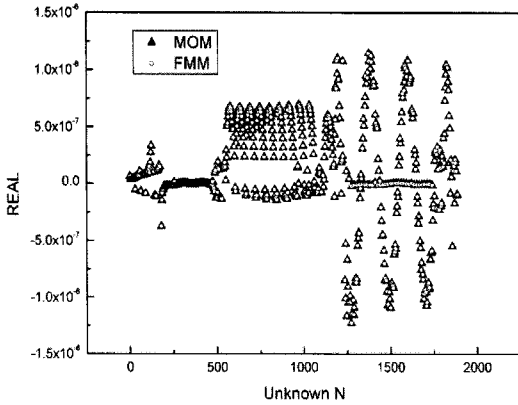


그림 9. MoM과 FMM으로부터 구해진 전류값
Fig. 9. Total current by using MoM and FMM.

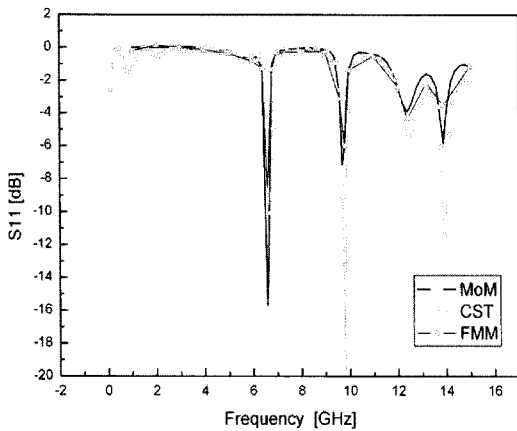


그림 10. 상용 툴과의 반사 손실 결과 비교
Fig. 10. Comparison of between MoM and FMM and others.

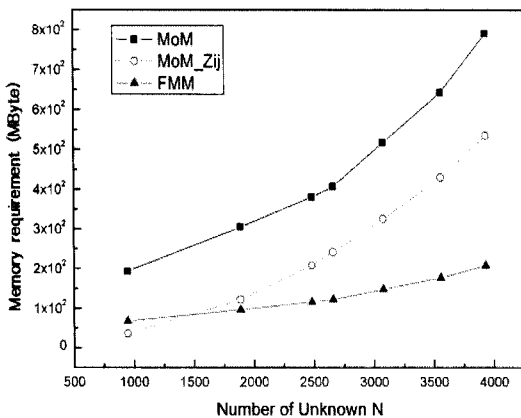


그림 11. 미지수 개수에 따른 메모리 크기
Fig. 11. Memory requirement along number of unknown.

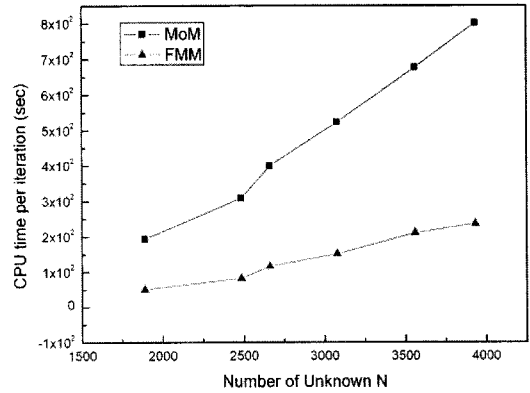


그림 12. 미지수 개수에 따른 계산 시간
Fig. 12. Calculation time along number of unknown.

대되어 나타나며, 계산 결과는 허용될 수 있는 오차의 범위 이내이다. 알 수 있다. 그림 11과 그림 12는 미지수의 개수에 따른 메모리 요구량 및 행렬-벡터 곱에 대한 계산 시간을 나타낸다. MoM에서 $O(N^2)$, FMM에서는 $O(N^{1.5})$ 로 메모리 요구량을 보면 MoM의 경우 약 4,000여 개의 미지수에 대해서 Z_{ij} 의 크기만 대략 550 Mbyte에 이르며, 전체 메모리의 크기는 약 800 Mbyte를 나타낸다. 이에 반해 FMM의 경우, 약 4,000여개의 미지수에 대해 약 205 Mbyte 정도의 메모리 크기를 나타낸다. 계산을 위한 임시 변수들까지 생각하면 MoM에 비하여 FMM을 이용하였을 경우 수 백 Mbyte 정도의 크기를 줄일 수 있다. 마찬가지로 계산 시간에 있어서도 MoM의 경우 $O(N^2)$, FMM의 경우 $O(N^{1.5})$ 의 기울기로 나타나게 된다. 미지수의 개수가 증가할수록 MoM에 비하여 FMM을 적용하였을 경우 계산 속도를 더 절약할 수 있다. 달리 말하면 기존 구조에 비하여 더 큰 거대 구조를 해석하게 될 경우도 MoM에 비하여 FMM을 적용하였을 경우, 더 빠르고 적은 용량의 메모리로 구조를 해석할 수 있다. 해석 구조에 있어 그림 5와 같은 단순한 사각형 구조뿐만 아니라 5-stage 이상의 매우 복잡한 구조에도 적용 가능하며 삼각형 또는 원형 구조의 프랙탈 안테나의 해석에도 적용 가능하다.

IV. 결 론

본 연구에서는 프랙탈 안테나를 해석함에 있어

기존의 방법에 비해 보다 빠르고 정확한 고속해석 알고리즘 개발에 대해 언급하였다. RAIM을 사용하여 구한 공간 영역 그린함수를 바탕으로 평면형 안테나를 해석하는 알고리즘인 MoM 기법에 대한 해석 이론을 정립하였다. 또한, MoM 기법에 대한 계산량과 메모리 요구량을 줄이는 방법으로 개발된 FMM 기법의 기본 이론과 평면형 안테나 고속해석에 적용하는 과정을 서술하였으며, FMM 기법을 적용할 경우 그룹의 크기에 따라 발생하는 가법 정리의 오차를 최소화 하였다. 또한, FMM을 사용하여 계산량과 메모리 요구량을 $O(N^2)$ 으로부터 $O(N^{1.5})$ 으로 줄임으로써 소형 컴퓨터에서도 빠른 속도로 정확한 전자파 해석을 할 수 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] Douglas H. Werner, Suman Ganguly, "An overview of fractal antenna engineering research", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 45, no. 1, pp. 38-57, Feb. 2003.

[2] Andrew F. Peterson, Scott L. Ray, and Raj Mittra, *Computational Methods for Electromagnetics*, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1998.

[3] Y. -D. Kang, T. -K. Lee, "Accurate closed-form Green's function for coplanar waveguide from real-axis integration", *IEICE Trans. Communications*, vol. E86-B, no. 8, Aug. 2003.

[4] Ronald Coifman, Vladimir Rokhlin, and Stephen

Wandzura, "The fast multipole method: A pedestrian prescription", *IEEE Antenna Propagation Soc. Mag.*, vol. 35, no. 3, Jun. 1993.

[5] S. M. Rao, D. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-30, pp. 409-418, May 1982.

[6] J. Van Bladel, *Electromagnetic Fields*, New York: McGraw-Hill, p. 502, 1964.

[7] A. Sommerfeld, *Partial Differential Equations in Physics*, New York: Academic Press Inc., Publishers, 1949.

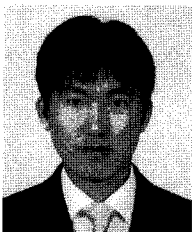
[8] Jian-Ying Li, Le-Wei Li, Ban-Leong Ooi, Pang-Shyan Kooi, and Mook-Seng Leong, "On the accuracy of the addition theorem for a scalar Green's function used in the FMM", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 31, no. 6, Dec. 2001.

[9] W. C. Chew, *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, New York: Van Nostrand, 1990.

[10] V. Rokhlin, "Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimensions", *J. Comput. Phys.*, vol. 36, no. 2, Dec. 1993.

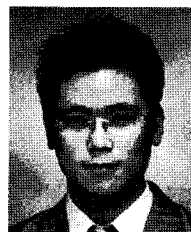
[11] J. M. Song, W. C. Chew, "Multilevel fast-multipole algorithm for solving combined field integral equation of electromagnetic scattering", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 10, pp. 14-19, 1995.

김 요 식



2006년 2월: 한국항공대학교 항공전자공학과 (공학사)
 2006년 3월~현재: 한국항공대학교 항공전자공학과 석사과정
 [주 관심분야] 전자파 수치 해석, 안테나 설계

이 광 재



2007년 2월: 한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부 (공학사)
 2007년 3월~현재: 한국항공대학교 항공전자공학과 석사과정
 [주 관심분야] 소형·광대역 안테나, 마이크로 능·수동 소자 설계 및 분석

김 건 우



2000년: 금오공과대학교 전자통신 공학과 (공학사)
 2002년: 금오공과대학교 전자통신 공학과 (공학석사)
 2002년 3월~현재: 경북대학교 전자공학과 박사과정
 2007년 1월~현재: 삼성탈레스 기술연구소

[주 관심분야] 전자파 산란, 안테나 설계

이 택 경



1983년 2월: 고려대학교 전자공학과 (공학사)
 1985년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
 1990년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
 1990년 5월~1991년 4월: Univ. of Texas at Austin, Post-Doctoral Fellow

1991년 9월~1992년 2월: 한국과학기술원 정보전자연구소 연구원
 2001년 7월~2002년 7월: Univ. of Illinois, Urbana-Champaign, Associate Visiting Research Professor
 1992년 3월~현재: 한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부 교수
 [주 관심분야] 마이크로파, 안테나, 전자파 해석, 레이더

오 경 현



1998년: 아주대학교 전자공학과 (공학사)
 1998년~2000년: 삼성전자연구원
 2000년~2001년: 삼성통신CSF(現 삼성탈레스) 연구원
 2001년~현재: 삼성탈레스 연구원
 2007년~현재: 아주대학교 전자공

학과 석사과정

[주 관심분야] 안테나 설계, 안테나 시스템 설계

이 재 욱



1992년 2월: 한양대학교 전자공학과 (공학사)
 1994년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
 1998년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
 1998년 3월~2004년 2월: 한국전자

통신연구원 디지털방송연구단 전파기반연구그룹
 2004년 3월~현재: 한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부, 전자 및 항공전자 전공, 조교수
 [주 관심분야] 마이크로파 및 밀리미터파 능, 수동소자 해석 및 설계, EMI/EMC 대책기술, 고출력 증폭기 및 고출력 안테나 설계