

---

# 경계선 강도 허프 변환에서 직선 왜곡의 최소화 방안

허경용\* · 최세운\*\* · 박충식\*\*\* · † 우영운\*\*\*\*

## Resolving Line Distortions in Edge Strength Hough Transform

Gyeongyong Heo\* · Sewoon Choe\*\* · Choong-Shik Park\*\*\* · † Young Woon Woo\*\*\*\*

### 요 약

허프 변환(Hough transform)은 영상에서 몇 개의 파라미터로 표현되는 기하학적 요소 추출을 위해 널리 사용되고 있는 방법 중 하나이다. 하지만 허프 변환은 영상의 한 픽셀이 허프 공간(Hough space)의 한 방정식에 대응되는 일대다 특성으로 인해 잡음에 민감한 특성을 갖는다. 이러한 잡음 민감성은 검출되는 직선의 개수뿐만 아니라 검출된 직선의 품질에도 영향을 미칠 수 있다. 즉, 실제 직선에서 벗어난 직선이 검출되거나 하나의 실제 직선에 대해 여러 개의 직선이 검출되는 등의 직선 왜곡이 발생할 수 있다. 이러한 직선 왜곡은 잡음 이외에도 허프 공간의 설정, 특히 각 해상도의 설정에 영향을 받는다.

따라서 본 논문에서는 기존의 허프 변환에서 발생하는 이러한 직선 왜곡을 분석하고, 잡음 민감성을 줄이기 위해 제안된 경계선 강도 허프 변환(Edge Strength Hough Transform, ESHT)에서 이러한 왜곡이 적게 발생함을 보인다. 하지만 허프 공간의 크기는 허프 변환 이전에 정해지므로, 정해진 허프 공간에 대해 왜곡의 발생이 최소가 되도록 하는 방법을 제시한다. 또한 경계선 강도 허프 변환의 경계선 확장과 강도 설정 과정을 통해 경계선 강도 허프 변환에서만 발생할 수 있는 직선 왜곡을 분석하고 이를 해결하는 방법을 제시한다. 실험 결과에서는 제시한 방법이 직선의 왜곡이 감소하는 것을 확인하였다.

### ABSTRACT

Though the Hough transform (HT) is a well-known method for detecting analytical shape represented by a number of free parameters, the basic property of the HT, the one-to-many mapping from an image space to a Hough space, causes the innate problem, the sensitivity to noise. This basic problem also deteriorates the quality of detected lines and makes the detected line deviated from the real one or generates some bogus, multiple lines where only one real line exists. The size of Hough space also affects the quality of detected lines.

In this paper, we analyzed the line distortions in the traditional Hough transform and showed that the distortions are relieved in the edge strength Hough transform (ESHT), which is a modified HT. However the usage of expanded edge and edge strength in ESHT can cause some new line distortions which do not exist in the HT. These new ones can be solved by a proper setting of decreasing and broadening parameter values and the optimal values can be determined only by some pre-determined values. We also illustrated several examples to show the distortion-decreasing property of ESHT.

### 키워드

경계선 강도 허프 변환, 허프 공간, 잡음 민감성, 직선 왜곡  
Edge strength Hough transform, Hough space, Noise sensitivity, Line distortion

---

\* Dept. of Computer and Information Sci. and Eng., Univ. of Florida

\*\* Dept. of Biomedical Eng., Univ. of Florida

\*\*\* 영동대학교 컴퓨터공학과

\*\*\*\* 동의대학교 멀티미디어공학과

접수일자 : 2007. 10. 15

† : 교신저자

I. 서론

디지털 영상에서 기하학적인 요소들을 검출하는 것은 컴퓨터 비전 분야에서 기본적인 작업 중 하나이다. 이러한 기하학적 형태를 검출하기 위한 기법들 중의 하나로 널리 사용되는 허프 변환(Hough transform)은 영상의 픽셀과 기하학적인 형태를 나타내는 파라미터의 대응 관계를 이용하여 기하학적 형태를 검출하는 기법으로 허프(Hough)에 의해 제안되었지만[1], 이후 다양한 형태의 도형을 검출하기 위한 방법으로 확장되었다[2-6]. 또한 허프 변환은 많은 연산량을 요구하므로 이를 줄이기 위해 파라미터 공간을 2개 이상의 부공간(sub-space)로 나누거나[3] 대상이 되는 도형의 형태적 특징을 이용하는 방법[4], 그리고 일부 픽셀들만을 이용하는 방법[7, 8] 등에 많은 연구가 진행되어 왔다. 이처럼 허프 변환은 많은 연구를 통해 개선된 기법들이 제안되고 활용되어 왔지만[9, 10], 잡음이 많은 영상에서는 직관적으로 판단할 수 있는 실제 기하학적인 요소들 이외에 잡음에 의한 부적절한 기하학적 요소들이 함께 검출되는 문제점이 있다. 또한 하나의 직선에 대해 여러 개의 직선이 검출되거나 검출된 직선이 실제 직선의 위치에서 벗어나는 등의 문제점이 있다. 이는 영상 공간과 허프 공간의 일대대 대응이라는 허프 변환의 기본 특성에 따른 것이다.

허프 변환은 파라미터 공간(parameter space) 또는 허프 공간(Hough space)의 설정에 따라 찾아낼 수 있는 기하학적인 요소들의 품질이 달라지지만 일반적으로 허프 공간은 변환 이전에 정해진 값으로 설정되므로 주어진 허프 공간에서 실제 직선과 가장 근접한 찾아내는 방법이 필요하다. 또한 잡음에 의한 픽셀도 실제 경계선 픽셀과 동일한 효과를 허프 공간에 미치므로 잡음이 많은 영상에서는 잡음의 영향이 커지게 된다. 따라서 잡음에 의한 픽셀이 허프 공간에 최소의 영향을 미치도록 하는 방법이 필요하다.

이 논문에서는 주어진 허프 공간을 이용하여 검출되는 가상의 직선을 줄이고, 실제 직선과 가장 근접한 직선을 검출하는 방법을 제안한다. 또한 잡음 민감성이 적은 경계선 강도 허프 변환[11, 12]은 기존의 허프 변환에 비해 이러한 직선의 왜곡이 적게 발생함을 증명하고 이를 실험을 통해 보인다.

II. 경계선 강도 허프 변환

경계선 강도 허프 변환(Edge Strength Hough Transform, ESHT)은 기존의 허프 변환(HT)이 1 픽셀 두께의 경계선을 사용하고 모든 경계선 픽셀들이 동일한 값을 가지는 것과 달리, 1 픽셀 두께의 경계선을 임의의 폭을 갖는 경계선으로 확장하고 확장된 경계선 픽셀에 경계선의 강도, 즉 실제 경계선에 속할 정도를 할당함으로써 허프 변환의 잡음 민감성을 완화시키기 위해 제시된 방법이다. 경계선 강도 허프 변환의 확장된 경계선과 경계선 강도의 사용은 허프 변환의 근본적인 문제점인 잡음 민감성을 완화시키는 것으로 증명되었으며[11], 경계선 강도 허프 변환에서 기본적으로 결정되어야 할 경계선의 폭과 강도 설정을 위한 방법이 제안되어 있다 [12].

경계선 강도 허프 변환이 허프 변환에 비해 잡음 민감성이 적지만 디지털화된 이미지의 특성으로 인해 실제 영상에 존재하는 직선과 정확하게 일치하는 직선을 찾아내지는 못하는 경우가 여전히 존재한다.

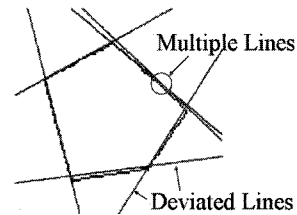


그림 1. 허프 변환에서 발생하는 직선의 왜곡  
Fig. 1. Line distortions in the Hough transform

그림 1과 같이 허프 변환에 의해 검출된 직선은 실제로 찾고자 하는 직선 위에 놓일 수도 있지만 여러 가지 요인에 의해 실제 직선의 주변에 놓일 수 있으며, 이 때 실제 직선에서 벗어난 정도를 검출된 직선의 편차(deviation)라 한다. 또한 하나의 실제 직선에 대해서 여러 개의 직선을 검출할 수 있으며 이를 다중 직선 검출(multiple line detection)이라 한다. 본 논문에서는 이러한 직선 편차와 다중 직선 검출을 통틀어 직선 왜곡이라고 지칭한다.

다음 두 장에서는 경계선 강도 허프 변환과 허프 변환을 통해 검출되는 직선에 왜곡이 발생하는 경우를 분석하고 경계선 강도 허프 변환에서 허프 변환에 비해 왜곡

이 적게 발생함을 보인다. 허프 변환에서 발생할 수 있는 왜곡은 잡음에 의해 편차가 발생하는 경우와 허프 공간의 크기를 부적절하게 설정함으로 인해 편차가 발생하거나 다중 직선이 검출되는 경우가 있을 수 있다. 이들은 경계선 강도 허프 변환에서도 발생할 수 있지만 경계선 확장을 통해 허프 변환의 경우보다 적게 발생함을 3장에서 보인다. 이러한 왜곡 이외에도 경계선 강도 허프 변환에서는 경계선 확장과 경계선 강도의 설정에 따라 허프 변환에서는 발생하지 않는 왜곡이 발생할 수 있다. 이들은 각각 감쇄 파라미터 설정과 경계선 강도의 재할당을 통해 해결할 수 있음을 4장에서 보인다.

### III. 허프 변환에서의 직선 왜곡

디지털 영상에서 직선을 검출하고자 할 때, 검출된 직선이 실제 직선에서 벗어나는 직선 편차와 하나의 실제 직선에 대해 여러 개의 직선이 검출되는 다중 직선 검출을 통틀어 직선 왜곡이라 앞 장에서 정의하였다(그림 1). 이러한 직선 왜곡, 특히 직선 편차는 영상을 디지털화 하는 과정에서 이미 발생하며 디지털 영상의 해상도에 반비례한다[14]. 하지만 이 논문에서는 영상의 디지털화 과정을 다루지는 않으므로 영상의 해상도에 따른 직선의 편차는 고려하지 않는다. 디지털화 과정을 제외하고도 허프 변환 과정에서 직선의 왜곡이 발생할 수 있는 경우는 잡음에 의한 경우와 허프 공간의 설정에 따른 두 가지의 경우가 있을 수 있다.

#### 3.1. 잡음에 의해 발생하는 직선 왜곡

일반적인 허프 변환은 직선을 검출할 때, 그 직선에 놓이는 경계선 픽셀의 수에 의존한다. 따라서 잡음에 의해 발생하는 경계선 픽셀의 수가 충분히 크고 허프 공간 상에서 국부 최대값이 되는 경우 직선 왜곡이 발생할 수 있다. 이러한 경우는 경계선의 확장과 경계선 강도의 설정을 통해 일부 해결할 수 있다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 허프 변환의 경우에는 2개의 직선이 검출된 반면(왼쪽) 경계선 강도 허프 변환에서는 한 개의 직선만이 검출된 것(오른쪽)을 볼 수 있다.

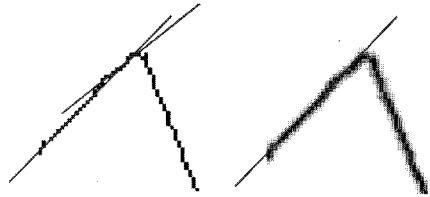


그림 2. 잡음에 의한 다중 직선의 검출  
Fig. 2. Detection of multiple lines due to noise

허프 변환의 경우 잡음에 의해 경계선 픽셀의 위치가 변한 경우 이 픽셀은 실제 직선의 위치에 해당하는 허프 공간의 축적기 값에 영향을 미치지 않는다. 하지만 경계선 강도 허프 변환의 경우에는 경계선을 확장하고 확장된 경계선 픽셀에도 지수적으로 감소하는 강도를 설정함으로써 잡음에 의해 위치가 변한 픽셀도 실제 직선에 해당하는 허프 공간의 축적기 값에 일부 영향을 미치게 된다. 이는 허프 공간을 평탄화(smoothing)하는 효과를 가져 오며 허프 공간에서 잡음에 의한 국부 최대값이 발생 확률을 줄여준다.

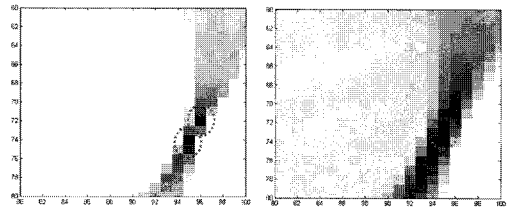


그림 3. HT(왼쪽)와 ESHT(오른쪽)의 허프 공간 영상  
Fig. 3. Hough space images of HT(left) and ESHT(right)

그림 3은 그림 2에서 검출된 직선에 해당하는 허프 공간의 영상을 나타낸 것이다. 허프 변환의 경우에는 두 개의 국부 최대값이 나타나며 경계선 강도 허프 변환에서는 하나의 국부 최대값만이 나타난다. 그림 3의 경우에는 국부 최대값을 찾아내기 위한 탐색 윈도우의 크기를 늘림으로써 검출되는 직선의 수를 줄일 수 있지만, 윈도우의 크기가 늘어나는 경우에는 유사한 파라미터 값을 갖는 두 직선이 인접하여 나타나는 경우 하나의 직선만이 검출될 수 있으므로 바람직하지 않다. 따라서 경계선 강도 허프 변환에서는 경계선을 확장하고 강도를 설정하는 과정을 통해 잡음에 의한 국부 최소값을 억제하여 허프 변환에 비해 잡음에 의한 직선의 왜곡을 줄여줌을

알 수 있다.

**3.2. 허프 공간 설정에 의해 발생하는 직선 왜곡**

직선을 위한 허프 공간의 크기는 각 해상도(angle resolution)와 길이 해상도(length resolution)에 의해 결정 된다.

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = r \tag{1}$$

직선이 식 (1)과 같은 파라미터 형식으로 표현되는 경우, 각 해상도는 직선의 기울기를 이산화하는 단계와 관련된 값으로,  $0^\circ \sim 180^\circ$ 의 전체 기울기를  $L_\theta$  단계로 나타내는 경우 각 해상도  $r_\theta$ 는  $(180 / L_\theta)$ 으로 정의된다. 길이 해상도( $r_l$ )는 직선이 위치할 수 있는 원점으로부터의 거리와 관계된 값으로 디지털 영상에서는 1 픽셀로 주어지며, 영상에서 찾아낼 수 있는 직선이 가질 수 있는 원점으로부터의 거리를 나타내는  $L_l$ 의 최대값은 영상의 대각선 길이가 된다. 이들 값 중 각 해상도와 관련된  $L_\theta$ 는 그 값에 따라 검출되는 직선의 형태가 달라질 수 있지만, 길이 해상도와 관련된  $L_l$ 는 검출할 수 있는 직선의 원점으로부터의 최대 거리를 제한하는 것으로, 이 값을 넘어서는 거리에 있는 직선은 검출할 수 없지만 검출된 직선의 형태와는 무관하다.

이들 각각의 해상도는 허프 변환을 시행하기 이전에 정해지며 이는 영상의 특성을 고려하여 결정된다. 영상을 디지털화 하는 경우에서의 마찬가지로, 허프 공간의 해상도가 높을수록 직선의 편차는 적게 발생한다. 하지만 각 해상도를 지나치게 작은 값으로 설정할 경우에는 하나의 직선이 여러 기울기 값으로 표현이 가능해 질 수 있으므로 다중 직선이 검출될 수 있다(그림 4).

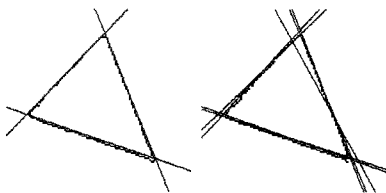


그림 4. 각 해상도에 따른 직선의 검출 (왼쪽:  $r_\theta = 1^\circ$ , 오른쪽:  $r_\theta = 0.5^\circ$ )  
 Fig. 4. Detected lines with different angle resolution (left:  $r_\theta = 1^\circ$ , right:  $r_\theta = 0.5^\circ$ )

본 논문에서는 허프 공간의 크기를 결정하는 과정은 다루지 않으며 일반적인 관례에 따라  $r_\theta = 1^\circ$ 로,  $L_l$ 는 영상의 대각선 길이로 설정한다. 각각의 해상도를 이처럼 설정하는 경우 발생하는 직선의 왜곡은 각 해상도와 관련이 있다. 그림 5에서처럼 실제 직선의 기울기가 허프 공간에서 표현 가능한 연속적인 두 직선 사이에 놓이는 경우 검출되는 직선은 각 해상도에 따라 여러 개의 직선이 검출되거나 전혀 검출되지 않을 수 있다.

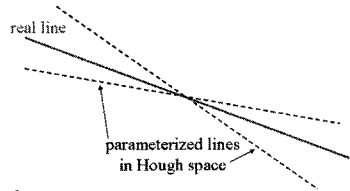


그림 5. 실제직선과 허프공간에서 표현 가능한 직선  
 Fig. 5. Real and parameterized lines in a Hough space

이를 방지하기 위해서는 허프 공간에서 표현 가능한 두 직선이 확장된 경계선에 포함되도록 확장 파라미터 값을 결정하면 된다. 즉, 허프 공간에서 표현 가능한 두 직선 중 하나가 그리고 오직 하나만 국부 최대값을 가지도록 함으로써 실제 직선에 가장 유사한 직선이 하나만 검출되도록 하는 것이다.

경계선 강도 허프 변환은 경계선을  $(2n+1)$  넓이로 확장함으로써 허프 공간에 평탄화 효과를 가져 오며, 이에 따라 잡음 민감성을 감소시킨다는 것을 이미 앞에서 보 였다. 일반적으로  $n$  값이 클수록 평탄화 효과는 더 커지고 잡음의 효과는 감소하지만 허프 변환의 특성으로 인해 연산량이 증가하는 단점이 있다. 따라서 확장 폭  $n$ 을 최소로 하면서 직선의 왜곡을 최소로 하는  $n$  값을 결정 할 필요가 있으며, 이 값이 두 이산화된 직선을 포함할 수 있는 최소값이다.

최소 확장 파라미터 값은 영상의 크기 및 각 해상도의 함수이다. 이 중 각 해상도는  $r_\theta = 1^\circ$ 로 설정하였으므로, 확장 파라미터는 영상의 크기에 의해 결정될 수 있다.

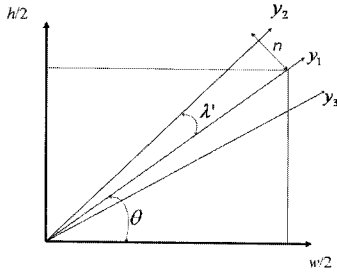


그림 6. 이산화된 직선 사이의 최대 거리  
Fig. 6. Maximum distance between two consecutive digitized lines

그림 6에서와 같이 크기  $(w \times h)$ 인 영상에서 필요로 하는 최소 확장 폭은 주어진 영상에서 두 이산화된 직선의 최대 거리보다 커야한다. 즉,  $n$ 은 두 직선  $y_2$ 와  $y_3$ 사이의 최대 거리 절반보다 커야 하며 식 (2)와 같이 구할 수 있다.

$$\left| \frac{w}{2}\beta - \frac{h}{2} \right| \leq n \sqrt{\beta^2 + 1} \quad (2)$$

이 때  $w, h$ 는 영상의 폭과 높이를,  $\beta$ 는  $\tan(\theta + \alpha')$ 로 정의된다. 확장 파라미터 값은 정수값을 가지므로 계산된 값보다 큰 최소의 정수값으로 결정하면 된다. 동일한 각 해상도를 사용하는 경우 확장 파라미터 값은 영상의 크기에 따라 증가하게 되며, 이는 이산화된 두 직선 사이의 최대 거리가 증가함에 따른 것이다. 그림 7은  $100 \times 100$  영상에서 경계선의 확장에 따른 직선 검출 결과를 나타내고 있으며, 그림에서 알 수 있듯이 경계선 확장에 의해 다중 직선의 검출이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 이 영상에서의 최소 확장 파라미터 값( $n$ )은 1이다.

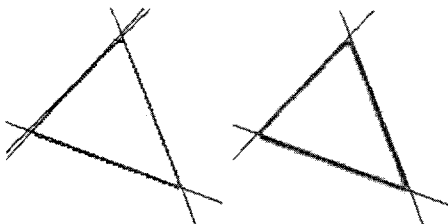


그림 7. 확장 파라미터 값에 따른 직선 검출 결과  
(왼쪽:  $n = 0$ , 오른쪽:  $n = 1$ )  
Fig. 7. Detected lines with different broadening parameter values (left:  $n = 0$ , right:  $n = 1$ )

#### IV. 경계선 강도 허프 변환에서의 직선 왜곡

##### 4.1. 경계선 확장에 의해 발생하는 직선 왜곡

앞 장에서 언급한 직선 왜곡들은 일반적인 허프 변환에서 발생하는 왜곡들로, 이들은 경계선 확장과 강도 설정을 통해 일부 해결할 수 있음을 보였다. 하지만 경계선을 확장함으로 인해 새로운 직선이 검출되는 경우가 발생할 수 있다. 즉 직선의 편차는 줄어들지만 다중 직선이 발생할 가능성이 생긴다.

그림 8은 경계선의 확장에 따라 발생할 수 있는 가상의 직선들을 보여주고 있다. 검출하여야 할 직선이  $l_0$ 라고 할 때  $(2n+1)$  픽셀 두께로 경계선을 확장하는 경우 그림에서와 같이  $2n$  개의 가상의 직선이 발생할 수 있다. (그림 8에서는 대칭을 이루는  $n$ 개의 직선은 표시하지 않았다.) 이외에도  $l_0$ 와 평행한 직선이  $2n$ 개 발생할 수 있지만 경계선 강도 허프 변환에서는 경계선의 강도가 줄어들도록 설정하였으므로  $l_0$ 와 평행한 직선들은 그 강도의 합이  $l_0$ 에서의 강도 합보다 작음이 명백함으로 논의에서 제외한다. 또한  $l_1, \dots, l_n$ 과 평행한 직선들도 그 강도의 합이  $l_1, \dots, l_n$ 의 강도 합보다 작음이 명백함으로 제외한다.

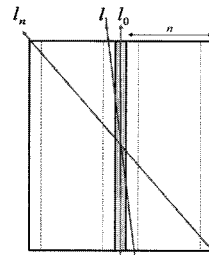


그림 8. 경계선 확장에 의해 발생하는 직선  
Fig. 8. Redundant lines generated by edge broadening

마지막으로  $l_0$ 에 수직인 직선들은 일반적으로 직선의 길이가 확장된 폭에 비해 훨씬 크다고 간주되므로 제외한다. 따라서 경계선 확장에 의해 여분의 직선이 발생하지 않도록 하기 위해서는  $l_0$ 에 해당하는 허프 공간의 축적기 값이  $l_1, \dots, l_n$ 에 해당하는 허프 공간의 축적기 값보다 큰 값을 가지도록 함으로써  $l_0$ 에 해당하는 허프 공간의 축적기 값이 국부 최대값이 되도록 해주면 된다.

직선  $l_0$ 의 경계선 픽셀 강도를  $S$ , 감쇄 비율을  $\alpha$ , 직선의 길이를  $L$ 이라고 하면, 직선  $l_0$ 에 해당하는 축적기 상의 값은  $Acc_0 = LS$ 의 값을 갖는다. 경계선 확장에 의해 발생하는 직선에 해당하는 축적기 상의 값을  $Acc_k$  ( $k = 1, \dots, m$ )라고 하면 이들 직선이 검출되지 않도록 하기 위한 조건은 이들 직선에 의한 축적기 상의 값이 국부 최대가 되지 않도록 하는 것이다. 즉,  $Acc_0 > Acc_k$  ( $k = 1, \dots, m$ )의 조건을 만족하는 경우 경계선의 확장에 의해 다른 직선이 검출되지 않음을 보장할 수 있다. 먼저 직선  $l_1$ 에 해당하는 축적기 상의 값을 계산해 보자.  $l_1$ 의 길이는  $L_1 = \sqrt{L^2 + 3^2}$ 이 되고, 축적기 상의 값은 식 (3)과 같다.

$$Acc_1 = \frac{1}{3}L_1S + \frac{2}{3}L_1\alpha S \quad (3)$$

축적기 상에서  $Acc_0 > Acc_1$ 을 보장하기 위해서는 식 (4)의 조건을 만족하면 된다.

$$\frac{Acc_1}{Acc_0} = \frac{\frac{1}{3}L_1S + \frac{2}{3}L_1\alpha S}{LS} = \frac{1}{3} \frac{L_1}{L} (1 + 2\alpha) < 1 \quad (4)$$

이 식은 직선의 길이 비율  $L_1/L$ , 감쇄 비율  $\alpha$ 에 대한 함수이다. 이 중 직선의 길이 비율  $L_1/L$ 은  $L$  값이 커짐에 따라 감소하므로, 식 (4)의 값이 가장 짧은 직선의 길이  $L_{min}$ 에서 만족하는 경우 그보다 긴 모든 직선에서 만족함을 알 수 있다. 일반적으로 팽창시킨 직선의 폭은 직선의 길이보다 클 수 없으므로  $2n + 1 \leq L$ 의 조건을 만족하며 가장 짧은 직선의 길이는 3이 되고 길이 비  $L_{1,min}/L_{min}$ 은  $\sqrt{2}$ 의 값을 갖는다. 따라서 식 (4)의 축적기 비 값은 다음 식 (5)과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\frac{Acc_1}{Acc_0} = \frac{1}{3} \frac{L_1}{L} (1 + 2\alpha) \leq \frac{\sqrt{2}}{3} (1 + 2\alpha) \quad (5)$$

이 값이 1보다 작은 값을 갖도록 하는  $\alpha$  값( $\approx 0.56$ )을 감쇄 비율로 정하면 축적기 상에서  $Acc_0$ 은  $Acc_1$ 보다 항상 큰 값을 가지게 되고,  $Acc_0$ 와  $Acc_1$  값은 축적기 상에서 이웃하게 놓이므로, 편차가 발생한 직선이 아닌 원래의 직선을 찾아낼 수 있음을 보장할 수 있다. 유사하게 일반적으로 편차가 발생한 직선  $l_k$  ( $k = 1, \dots, n$ )에 대해

축적기 상의 비를 구해보면 식 (6)과 같다.

$$\frac{Acc_k}{Acc_0} \leq \frac{\sqrt{2}}{2k+1} \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^k \alpha^i \right) \quad (6)$$

식 (6)은  $k$ 와  $\alpha$ 에 대한 함수로,  $k$ 에 반비례하고  $\alpha$ 에 비례하는 값을 가지며,  $k = 1, \alpha = 1$ 일 때 축적기의 비율은 최대값을 가진다. 따라서 앞에서  $Acc_1$ 에 대해 유도한 값( $\alpha < 0.5607$ )이 최소 감쇄 파라미터 값을 알 수 있다.

그림 9는 다른 값들을 동일하게 설정하고 감쇄 파라미터를 달리했을 때 검출되는 직선을 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 감쇄 파라미터 값을 작게 설정한 경우 확장된 경계선에서 직선이 검출될 가능성은 줄어든다. 하지만 감쇄 파라미터를 너무 작게 설정하면 경계선을 확장하지 않은 것과 유사하게 되어 잡음의 영향을 받게 되고 편차가 발생할 수 있다.

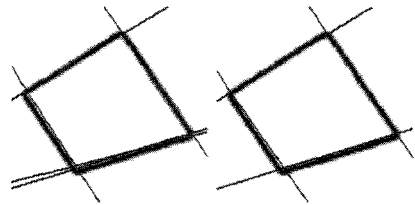


그림 9. 감쇄 파라미터 값에 따른 경계선 검출 결과, (왼쪽:  $\alpha = 0.8$ , 오른쪽:  $\alpha = 0.5$ )

Fig. 9. Detected lines with different decreasing parameter value (left:  $\alpha = 0.8$ , right:  $\alpha = 0.5$ )

#### 4.2. 경계선 강도 설정에 의해 발생하는 직선 왜곡

경계선 강도 허프 변환에서 직선의 왜곡이 발생하는 또 다른 경우는 그림 10과 같이 실제 직선 주위에 큰 강도 값을 가지는 잡음 픽셀이 존재하는 경우이다.

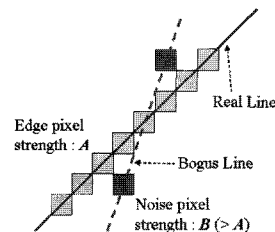


그림 10. 잡음에 의해 발생하는 다중 직선

Fig. 10. Multiple lines due to noise

허프 변환에서는 직선 위에 놓이는 경계선 픽셀의 수만을 고려하므로 그림 10의 경우에도 실제 직선 하나만을 찾을 가능성이 크다. 하지만 경계선 강도 허프 변환의 경우에는 잡음에 의해 검출된 경계선 픽셀에도 강도가 설정되고, 특히 이 값이 큰 경우 임계치를 넘는 국부 최대값을 형성할 가능성이 커진다. 이 경우 역시 국부 최대값을 검색하는 윈도우의 크기를 조정함으로써 해결할 수 있지만, 앞에서와 같은 이유로 바람직하지 않다.

잡음에 의한 직선의 발생을 억제하기 위해서는 잡음에 의한 경계선 픽셀의 강도가 작아지도록 경계선 강도를 재할당해 줄 필요가 있다. 잡음에 의해 발생하는 경계선 픽셀은 고립된 픽셀로 나타나는 것이 일반적이므로, 윈도우를 사용하여 경계선 픽셀의 강도를 주변 경계선 픽셀들을 고려하여 평균하는 방법이 사용될 수 있다. 그림 10과 같은 경우 윈도우를 이용한 평균을 취하면, 잡음에 의한 픽셀의 강도는 감소하고 큰 강도 값을 가지는 잡음에 인접한 경계선 픽셀의 강도는 증가한다. 따라서 실제 직선 하나만을 검출할 확률이 커지게 된다. 경계선 강도 재할당에서 한 가지 더 고려할 수 있는 사항은 경계선 픽셀들의 구조적인 정보를 활용하는 일이다. 실제 경계선 픽셀은 잡음에 의한 경계선 픽셀과 달리 고립되어 나타나는 경우가 거의 없으므로 윈도우 상에 나타나는 주변 경계선 픽셀의 수를 픽셀 강도의 가중치로 사용할 수 있다. 마지막 한 가지는 고립되어 나타나는 잡음 픽셀을 제거하는 것으로, 경계선 강도의 평균을 취할 때 자신의 강도, 즉 윈도우의 중앙에 놓이는 픽셀의 강도는 제외하는 것이다. 이는 잡음이 많은 영상의 경우에 연산량을 줄이고 잡음에 의한 국부 최대값 발생을 억제하는데 효과적이다. 이러한 3가지 사항을 고려하여  $\gamma \times \gamma$  윈도우를 사용하는 경우 재할당된 픽셀의 강도는 식 (7)로 정의된다.

$$S'(x,y) = N \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=-(\gamma-1)/2}^{(\gamma-1)/2} \sum_{j=-(\gamma-1)/2}^{(\gamma-1)/2} S(x+i,y+j)\delta(i \neq 0, j \neq 0) \quad (7)$$

이 때  $S(x, y)$ 는  $(x, y)$  위치에서의 경계선 강도를 나타내고,  $\gamma$ 는 윈도우의 크기를 나타내며,  $\delta(i \neq 0, j \neq 0)$ 는 중심 픽셀을 제외하기 위해 사용되었다.  $N$ 는 윈도우 내에 존재하는 경계선 픽셀의 수를 나타낸다. 식 (7)에서  $N$

을 곱한 것은 주변에 위치하는 경계선 픽셀의 수에 따라 픽셀의 강도에 가중치를 준 것이며  $N$ 으로 나눈 것은 윈도우 내에 존재하는 경계선 픽셀의 강도에 따라 평균값을 취한 것이다. 따라서 식 (7)은 식 (8)과 같이 윈도우 내의 경계선 픽셀의 강도를 합한 값으로 간단히 표현될 수 있다.

$$S'(x,y) = \sum_{i=-(\gamma-1)/2}^{(\gamma-1)/2} \sum_{j=-(\gamma-1)/2}^{(\gamma-1)/2} S(x+i,y+j)\delta(i \neq 0, j \neq 0) \quad (8)$$

그림 11은 경계선 강도 재할당을 통해 다중 직선의 검출이 줄어드는 예이다.

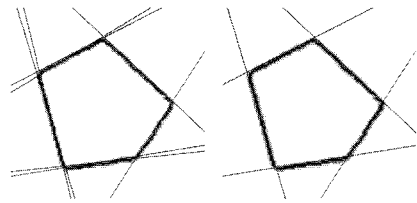


그림 11. 경계선 강도 재할당을 통한 왜곡의 감소 (왼쪽: 재할당 전, 오른쪽: 재할당 후)

Fig. 11. Decreased line distortion through edge strength re-assignment (left: before, right: after)

## V. 결론

디지털 영상의 특성으로 인해 허프 변환에서는 잡음이나 허프 공간의 설정에 따라 검출되는 직선에 다양한 왜곡이 발생할 수 있다. 이 논문에서는 이처럼 기존의 허프 변환에서 발생할 수 있는 직선의 왜곡을 분석하고, 잡음 민감성을 줄이기 위해 제안된 경계선 강도 허프 변환에서는 경계선의 확장과 경계선 강도의 사용을 통해 잡음 민감성을 줄임과 동시에 직선의 왜곡도 줄어드는 것을 보였다. 하지만 경계선 강도 허프 변환은 확장된 경계선을 사용함으로써 가상의 직선이 검출될 수 있고, 잡음이 많은 영상에서는 잡음 픽셀의 강도가 실제 경계선 픽셀보다 크게 할당되어 다중 직선이 발생할 수 있다. 이처럼 경계선 강도 허프 변환에서만 발생하는 문제점들은 파라미터의 설정을 통해 해결할 수 있으며, 이러한 사실들을 실험을 통해 확인할 수 있었다.

경계선 강도 허프 변환은 확장된 경계선과 경계선 강도의 사용을 통해 기존의 허프 변환에 비해 잡음에 의한 직선의 검출 가능성을 줄이고 검출된 직선의 정확성을 높이기 위해 제안된 방법이다. 경계선 강도 허프 변환은 검출하고자 하는 도형이나 그 도형을 묘사하는 파라미터의 개수에 의존하지 않으므로 임의의 도형을 검출하기 위한 방법으로 확장이 가능하다. 하지만 확장된 경계선의 사용은 처리하여야 할 픽셀의 수를 증가시킴으로 인해 연산량을 증가시키는 단점이 있다. 현재 이러한 연산량의 부담을 줄이는 방법과 원이나 타원과 같이 컴퓨터 비전 분야에서 많이 사용되는 2차 곡선을 검출할 수 있는 경계선 강도 허프 변환의 확장에 관해 연구 중에 있다.

### 참고문헌

- [ 1 ] P. V. C. Hough, "Method and Means for Recognizing Complex Patterns," U.S. Patent 3069654, 1962
- [ 2 ] Richard O. Duda and Peter E. Hart, "Use of the Hough Transformation To Detect Lines and Curves in Pictures," Communications of the ACM, Vol.15, pp. 11-15, 1972
- [ 3 ] A. S. Aguado, M. E. Montiel and M. S. Nixon, "On using directional information for parameter space decomposition in ellipse detection," Pattern Recognition, Vol.29, No.3, pp. 359-381, 1996
- [ 4 ] Yiwu Lei and Kok Cheong Wong, "Ellipse detection based on symmetry," Pattern Recognition Letters, Vol.20, pp. 41-47, 1999
- [ 5 ] N. Guil and E. L. Zapata, "Lower Order Circle and Ellipse Hough Transform," Pattern Recognition, Vol.30, No.10, pp. 1729-1744, 1997
- [ 6 ] Si-Cheng Zhang and Zhi-Qiang Liu, "A robust, real-time ellipse detector," Pattern Recognition, Vol.38, pp. 273-287, 2005
- [ 7 ] N. Kiryati, Y. Eldar, and A. M. Bruckstein, "A Probabilistic Hough Transform," Pattern Recognition, Vol.24, No.4, pp. 303-316, 1991
- [ 8 ] Lei Xu, Erkki Oja and Pekka Kultanen, A new curve detection method: randomized Hough transform (RHT), Pattern Recognition Letters, Vol.11, pp. 331-338, 1990
- [ 9 ] J. Illingworth and J. Kittler, "A Survey of the Hough Transform," CVGIP Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol.43, pp. 221-238, 1998
- [10] V. F. Leavers, "Survey: Which Hough Transform?" CVGIP: Image Understanding, Vol.58, No.2, pp. 250-264, 1993
- [11] 허경용, 이광의, 우영운, "경계선 강도를 이용한 허프 변환의 개선," 한국 해양 정보통신학회 논문지, 제10권, 제11호, pp. 2055-2061, 2006
- [12] 허경용, 우영운, 김광백, "경계선 강도 허프 변환에서 최적 파라미터의 결정," 한국 퍼지 및 지능시스템 학회지 투고, 2007
- [13] J Canny, "A computational approach to edge detection," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.8, No.6, pp. 679-698, 1986
- [14] Linfeng Guo and Opas Ghutatape, "Influence of discretization in image space on Hough transform," Pattern Recognition, Vol.32, pp. 635-644, 1999



## 저자소개



### 허 경 용(Gyeongyong Heo)

1994년 2월 : 연세대학교 전자공학과  
(공학사)

1996년 8월 : 연세대학교 본대학원  
전자공학과(공학석사)

2004년 9월 ~ 현재 : Dept. of Computer and Information  
Science and Engineering, University of Florida

※ 관심분야 : 영상처리, Machine Learning, Bayesian  
Network



### 최 세 운(Sewoon Choe)

2001년 2월: 홍익대학교 전자전기공  
학과 (공학사)

2004년 5월: Dept. of Elec. and Comp.  
Eng., Univ of Florida (공학석사)

2006년 1월 ~ 현재: Dept. of Biomedical Engineering,  
University of Florida

※ 관심분야: Medical Image Processing, Non-Invasive  
Cancer Imaging, Monte Carlo Simulation



### 박 충 식(Choong-Shik Park)

1985년 2월: 한양대학교 전자공학과  
(공학사)

8월: 연세대학교 본대학원 전자공학  
과(공학석사)

1992년 8월: 연세대학교 본대학원 전자공학과(공학  
박사)

1994년 3월 ~ 현재: 영동대학교 컴퓨터공학과 교수

※ 관심분야: 인공지능, 지식기반시스템, 등



### 우 영 운(Young Woon Woo)

1989년 2월: 연세대학교 전자공학과  
(공학사)

1991년 8월 : 연세대학교 본대학원  
전자공학과(공학석사)

1997년 8월 : 연세대학교 본대학원 전자공학과(공학  
박사)

1997년 9월 ~ 현재: 동의대학교 멀티미디어공학과  
교수

2007년 ~ 현재: 한국해양정보통신학회 국제이사

※ 관심분야: 인공지능, 패턴인식, 퍼지이론, 의료정보