

이중 후방 응력 경화 모델을 이용한 주기 하중에서의 래처팅 거동 현상 연구

홍성인[#] · 황두순¹ · 윤수진²

Simulation of Ratcheting Behavior under Stress Controlled Cyclic Loading using Two-Back Stress Hardening Constitutive Relation

S. I. Hong, D. S. Hwang, S. J. Yun

(Received September 6, 2007)

Abstract

In the present work, the ratcheting behavior under uniaxial cyclic loading is analyzed. A comparison between the published and the results from the present model is also included. In order to simulate the ratcheting behavior, Two-Back Stress model is proposed by combining the non-linear Armstrong-Frederick rule and the non-linear Phillips hardening rule based on kinematic hardening equation. It is shown that some ratcheting behaviors can be obtained by adjusting the control material parameters and various evolutions of the kinematic hardening parameter can be obtained by means of simple combination of hardening rules using simple rule of mixtures. The ultimate back stress is also derived for the present combined kinematic hardening models

Key Words : Ratcheting, Two-Back Stress, Kinematic Hardening, Plastic Spin

1. 서 론

주기 하중(cyclic loading)하에서 소성 변형의 누적(래처팅: ratcheting)은 여러 형태의 복잡한 비선형 현상을 포함하고 있다. 특히 주기 하중 하에서의 구조 재료는 최대 하중, 중간 응력(mean stress)과 같은 제어 변수들에 따라서 소성 변형 누적과 같은 다양한 변형 거동이 나타날 수 있다. 일정 수준의 주기 하중에 의한 소성 변형의 누적으로 인해 일부 구조 재료가 파단되는 현상은 일반적으로 알려진 사실이다[1~3]. 이와 같은 누적된 소성 변형은 단순 등방(isotropic) 경화식에 의해 예측될 수 없으며, 특히 불비례 조건 하(non-proportional)에서

는 더욱 그러하다. 따라서, 소성 문제 중 일축 하중 조건하에서의 래처팅 현상에 대한 보다 지속적인 연구가 요구된다. 등방 경화 또는 단순 선형 이동 경화 (linear kinematic hardening)와 같은 경화 이론은 재료 상태의 전개를 표현하기 위해 하나 또는 두 개의 내부 상태 변수만을 사용되므로 주기 하중 조건하에서의 소성 변형을 표현하는데 한계가 있다[4].

따라서 래처팅 현상을 적절히 설명하기 위해 보다 적합한 구성 관계식의 필요성이 증가하고 있다.

정지 한계 표면(stationary limit surface)에 기반한 이중-표면 모델 (two-surface model)과 비선형 후방

1. 충남대학교 기계공학과 대학원

2. 국방과학연구소

교신저자: 홍성인, 충남대학교 기계공학과,

E-mail : galaxy26@naver.com

응력 전개에 기초한 다중-표면 (multi-surface) 등을 포함하는 다양한 구성 이론이 Chaboche 에 의해 평가되고 분석된 바 있다[5]. 경계 표면의 완화를 이용한 Dafalias-Popov 이중-항복 표면 모델에 대한 일부 수정을 통해 일축 래처팅 거동을 보다 잘 예측할 수 있음이 밝혀졌다[6]. Armstrong-Frederick 경화 이론은 변형률에 따른 후방 응력 (back stress)의 전개 뿐만 아니라 동적 회복 (dynamic recovery)을 적용하는 특징이 있다[7]. 이에 따라 인장 또는 압축 하중에 대해 상이한 소성 유동이 얻어질 수 있으며, 이는 비선형 하중 조건을 설명하는 회복 항(recovery term or recall term)이라고 불리는 항에 기인된다[8]. 반면 Phillips 이동 경화에서의 후방 응력은 편차 응력률에 비례하며[9], 일부의 시험 결과를 적절히 표현하고 있는 것으로 알려져 있다. 주기 하중에 대한 소성 변형 누적을 예측하기 위해 이용된 대다수의 후방 응력 전개식은 Armstrong-Frederick 에 기반하여 구성된 다양한 형태의 다중-표면 항복 함수 개념에 기초하여 유도되었다[10].

Armstrong-Frederick 형태와 Phillips 형태 후방 응력을 혼합한 이중 후방 응력 모델은 Ning 과 Aifantis 에 의해 제안되었으며[11] 후방응력, 변형률 및 응력에 대하여 단순 혼합법칙이 적용되었다. 또한 소성 변형과 응력장과 같은 상태 또는 내부 상태 변수들은 각각 분리되어 혼합법칙이 적용되었다. 다중-표면 방식의 Mroz 경화 이론은 주기하중 하에서의 소성변형 누적의 안정화를 예측하는데 효과적이다[12]. 미세 소성 변형(microscopic plasticity)을 고려함으로써 후방 응력에 대한 변형률과 응력률과의 관계가 유도되었다[13]. 다른 형태 경화의 응용은 두 가지 다른 미세 구조 격자의 진전에 기여한다. 또한, Phillip 경화 이론이 복잡한 하중 경로에 대한 이동 경화 거동을 표현에 적합함이 밝혀졌다[12].

연화 거동(softening behavior)의 예측은 이동 경화 이론의 적용이 효과적이라고 알려져 있으며, 따라서 기존의 이동 경화 이론을 수정 또는 조합하여 래처팅 현상의 예측이 가능할 것으로 예상된다. Mroz 경화 이론은 래처팅을 보여줄 수 없는 반면 Armstrong-Frederick 이론은 빠른 래처팅 거동을 예측한다. 따라서 일부 경화 변수들을 결합하여 보다 정확한 래처팅의 예측이 가능하다[5]. 본 연구에서는 응력률 의존 후방응력과 변형률 의존 후방응력의 전개에 따른 새로운 이동경화

구성 방정식이 제안되었으며, 이를 통해 넓은 영역의 래처팅 거동의 예측이 가능하게 되었다. 이중 후방 응력에 기반한 수정된 이동 경화 모델이 비선형 Armstrong-Frederick 경화 이론과 Phillips 이론을 이용하여 제안되었으며, 응력 제어 반복 하중 조건에서의 누적 소성 변형에 대하여 본 연구에서는 조사되었다. Ning과 Aifantis[11]에 의해 제안된 모델과 본 연구에서 제시된 경화 모델과의 상이한 점은 소성 변형률 증분과 응력이 단일장(single field)에서 표현된다는 점이다. 따라서 제안된 경화 모델은 응력 제어 하중 조건하에서 반복 하중을 보다 쉽게 모델링할 수 있는 장점을 가지고 있다. 제안된 모델의 장점은 제어 변수들은 분률(fractional factor)과 Philips 계수 정도이며 수치 계산 측면에서 유리하다. 반면, 다중 표면 (multi-surface)는 각 항복 표면에 대응하는 수 많은 변수를 요구하기 때문에 상당히 많은 계산 저장 공간이 필요하다. 이중 표면 모델의 경우 한계 (limiting) 또는 경계 표면이 요구되며 그것들은 내부 변수들(internal variables)과 관련이 있다. 본 연구의 경화 모델은 가상의 경계 표면 혹은 한계 후방 응력의 정의를 요구하지는 않는다. 또한, 각 경화 이론들의 장점을 이용한 결합된 후방 응력 모델이라 할 수 있다. 본 연구에서는 래처팅 거동에 대한 매개 변수 연구가 수행될 것이며 실험적 결과와 이론적 예측의 비교를 통해 검증될 예정이다.

2. Kinematics와 구성식

모든 물리량과 구성 방정식은 무차원(dimensionless)형태로 표현되었다. 등온 조건하에서, 변형률 독립(rate independent) 구성 관계식(constitutive relation)은 다음과 같다.

$$d\sigma_{ij} = R_{ijkl} d\epsilon_{kl} \quad (1)$$

여기서, R_{ijkl} 은 소성 상수를 나타내며 $d\epsilon_{kl}$ 은 변형 증분을 표현한다. 변형 증분을 분해하면 탄성 부분과 소성 부분으로 나눌 수 있다.

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{2}(du_{i,j} + du_{j,i}) \quad (2)$$

후방 응력이 포함된 von Mises 항복 함수와 normality condition 은 다음과 같다.

$$f = \frac{1}{2}(s_{ij} - \alpha_{ij})(s_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = s_{ij} - \alpha_{ij} \quad (4)$$

여기서 s_{ij} 와 α_{ij} 는 편차 응력과 후방 응력을 각각 나타낸다. 소성 변형을 증분과 평형 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{K} \frac{3}{2} \frac{s'_{kl} d\sigma_{kl}}{\sigma_y^2} s'_{ij} \quad (5)$$

$$d\varepsilon_e^p = \frac{1}{K} \frac{s'_{kl} d\sigma_{kl}}{\sigma_y} \quad (6)$$

여기서, $s'_{ij} = s_{ij} - \alpha_{ij}$, 는 유효 편차 응력(effective stress deviator)이다.

후방 응력(back stress)의 한 성분은 Armstrong-Frederick 경화 이론[4,5]에 따른 변형을 증분 표현에 의해 전개되는 반면 다른 성분은 Phillips 경화 이론[11,14]에서와 같이 응력 증분(stress rate)에 의해 전개되는 것으로 가정되었다. 따라서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\alpha_{ij}|_1 = \beta d\varepsilon_{ij}^p - \gamma \alpha_{ij} d\varepsilon_e^p \quad (7)$$

$$d\alpha_{ij}|_2 = \rho ds_{ij} - \nu \alpha_{ij} d\varepsilon_e^p \quad (8)$$

$$\text{또는 } d\alpha_{ij}|_2 = \rho ds_{ij}$$

여기서 β, γ, ρ 및 ν 는 변형을 후방응력 및 응력을 의존 후방응력의 전개를 나타내는 계수들이다. 일반적인 Armstrong-Frederick 경화 이론과 그것의 구성 관계는 Khan, Huang 그리고 Mroz 에 의해 정리된 바 있다[4].

후방 응력의 적절한 전개와 항복 함수와의 상관성을 얻기 위해서 일치 조건(consistency condition)이 적용되었으며 이를 통해 경화 계수들이 결정되었다. 경화 변수는 내부 변수들의 변형 이력에 따라 전개되며 비선형 Phillips 경화 이론을 바탕으로 일치 조건으로부터 다음의 관계를 얻는다.

$$K = \frac{\nu}{\rho - 1} \frac{(s_{ij} - \alpha_{ij}) \alpha_{ij}}{\sigma_y} \quad (9)$$

여기서 K 는 소성 계수이다.

일축 하중인 경우

$$K = \frac{\nu}{\rho - 1} \frac{|\sigma - \alpha| \alpha}{\sigma_y} \quad (10)$$

인장 및 압축의 경우 각각 다음과 같다

$$K_t = \frac{\nu}{\rho - 1} \alpha \geq 0, \quad K_c = -\frac{\nu}{\rho - 1} \alpha \geq 0 \quad (11)$$

여기서, 아래 첨자 t 와 c 는 각각 인장과 압축 상태를 나타낸다. 소성 계수 K_t 와 K_c 가 양의 값을 유지하기 위해, $\rho < 1$ 인 경우 $\nu < 0$ 이어야 하며, $\rho > 1$ 인 경우, $\nu > 0$ 이 되어야 하는 제한 조건이 따른다.

Shi et. al. [16]은 다음과 같은 두 요소의 조합을 제안하였다.

$$d\varepsilon_{ij}^p|_m = f d\varepsilon_{ij}^p|_1 + (1 - f) d\varepsilon_{ij}^p|_2 \quad (12)$$

$$\sigma_{ij}|_m = \eta \sigma_{ij}|_1 + (1 - \eta) \sigma_{ij}|_2 \quad (13)$$

반면 Ning 과 Aifantis [11]는 다음과 같은 조합을 가정하였다.

$$d\varepsilon_{ij}^p|_m = f d\varepsilon_{ij}^p|_1 + (1 - f) d\varepsilon_{ij}^p|_2 \quad (14)$$

$$\sigma_{ij}|_m = f \sigma_{ij}|_1 + (1 - f) \sigma_{ij}|_2, \quad (15)$$

$$\alpha_{ij}|_m = f \alpha_{ij}|_1 + (1 - f) \alpha_{ij}|_2 \quad (16)$$

여기서, f 또는 η 는 혼합 법칙(conventional rule of mixture)에서 분률(fractional factor)이다. 본 연구에서는, Armstrong-Frederick 변형을 후방응력 전개 또는 Phillips 응력을 전개 법칙을 사용하여 각각의 후방 응력을 표현하는 것으로 유사하게 가정되었다. 하지만, 변수의 조합은 다음과 같이 전체 후방 응력률에만 적용되었다.

$$d\alpha_{ij}|_m = f d\alpha_{ij}|_1 + (1 - f) d\alpha_{ij}|_2 \quad (17)$$

한편 두 번째 경화 모델(Phillips model)에서의 재료 변수는 주어지고 첫 번째 경화 모델에서 재료 변수는 얻어진다고 가정되었다. 우선 비선형 변형을 표현(Armstrong-Frederick)과 비선형 응력 표현 경화 이론이 조합된 이중 후방 응력 모델(two-back stress model)과 후방 응력의 형성을 다음과 같

이 고려되었다.

$$d\alpha_{ij}|_m = f(\beta d\varepsilon_{ij}^p - \gamma \alpha_{ij} d\varepsilon_e^p) + (1-f)(\rho ds_{ij} - \nu \alpha_{ij} d\varepsilon_e^p) \quad (18)$$

$$K_t = \frac{1}{1-(1-f)\rho} [f\beta - \{f\gamma\alpha_{ij} - (1-f)\nu\alpha_{ij}\}] \quad (19)$$

$$K_c = \frac{1}{1-(1-f)\rho} [f\beta + \{f\gamma\alpha_{ij} - (1-f)\nu\alpha_{ij}\}] \quad (20)$$

따라서 변형을 의존 후방 응력 형성 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$\beta = \frac{1-(1-f)\rho}{f} \frac{K_c + K_t}{2} \quad (21)$$

$$\gamma = \frac{1-(1-f)\rho}{f} \frac{K_c - K_t}{2\alpha_s} - \frac{1-f}{f} \nu \quad (22)$$

여기서, α_s 는 역하중시 후방응력 계수를 나타낸다. 앞서 언급된 바와 같이, Armstrong-Frederick 비선형 경화 이론은 이중 표면 모델(two-surface model)과 유사성을 가지고 있으며, 따라서 $\Delta\alpha_{ij} = 0$ 를 적용하여 한계 후방 응력(ultimate back stress)을 얻을 수 있다. 두 후방 응력들의 조합을 고려하면, 현재 모델은 다음과 같은 한계 후방 응력 값으로 표현된다.

$$\left(\frac{2}{3}\alpha_u^2\right)^{1/2} = \frac{\left[\frac{3}{2}f^2\beta^2 + \frac{2}{3}(1-f)^2\rho^2h_i^2 + 3f(1-f)\beta\rho h_i\right]^{1/2}}{f\gamma + (1-f)\nu} \quad (23)$$

$0 \leq f \leq 1$, α_u : ultimate back stress

여기서, h_i 는 흐름 응력 곡선 (flow stress curve)에서의 접선 계수(tangent modulus)이다. 위의 한계 후방 응력은 순수 비선형 Armstrong-Frederick 경화 이론에서의 한계 후방 응력과 일치한다. 일반적으로, 한계 후방 응력은 2 차 경화 매개변수 형성 법칙에서의 상수 β 와 γ 에 의존적이다.

현 모델에서 재료 변수들은 상호 의존적이므로 경화 이론의 일부 변수들이 정해지면 조합된 모델에서의 나머지 변수들은 자동적으로 결정된다. 하지만, Ning 과 Aifantis[11]에 의해 제안된 모델의 경우 재료 변수들이 서로 독립적이므로 각각 별도로 정해져야 한다. 따라서, 결정되어야 할 변수

들이 방대하다.

이중 후방 응력 모델은 비선형 변형을 표현과 선형 응력 표현 경화 이론($\nu=0$)을 적용하면

$$d\alpha_{ij}|_m = f(\beta d\varepsilon_{ij}^p - \gamma \alpha_{ij} d\varepsilon_e^p) + (1-f)\rho ds_{ij} \quad (24)$$

$$\beta = \frac{1-(1-f)\rho}{f} \frac{K_c + K_t}{2} \quad (25)$$

$$\gamma = \frac{1-(1-f)\rho}{f} \frac{K_c - K_t}{2\alpha_s} \quad (26)$$

여기서 ,

$$K_t = \frac{f}{1-(1-f)\rho} (\beta - \gamma\alpha) \quad (27)$$

$$K_c = \frac{f}{1-(1-f)\rho} (\beta + \gamma\alpha) \quad (28)$$

유사하게, 한계 후방 응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\frac{2}{3}\alpha_u^2\right)^{1/2} = \left[\frac{3}{2}\frac{\beta^2}{\gamma^2} + \frac{2}{3}\left(\frac{1-f}{f}\right)^2 \frac{\rho^2}{\gamma^2} h_i^2 + 3\frac{1-f}{f} \frac{\beta\rho}{\gamma^2} h_i\right]^{1/2} \quad (29)$$

$$0 < f \leq 1$$

여기서, $f=0$ 일때, 한계 후방 응력은 정의될 수 없다.

3. 수치해석

주기 반복 하중에 의한 소성 변형 누적의 예측을 위해 균일한 미세 소성 변형이 전 구간에서 발생하는 것으로 가정되었으며, 이를 위해 점진 해법(incremental solution)이 적용되었다. 반복 하중은 하중 이력 폐회로(closed loop)가 형성되지 않도록 가정된 하중 경로는 ‘0’이 아닌 중간(mean) 응력을 가지며 따라서 이로 인해 래처팅(ratcheting)을 야기한다. 조합된 이중 후방 응력 경화(two-back stress hardening)는 조합 법칙(rule of mixture)을 적용하여 분률 f 를 ‘0.9’와 ‘0.1’사이에서 조절되었다. 앞서 언급된 바와 같이, 분률 f 가 ‘1’이 되면 본 연구에서 제안된 모델은 순수 Armstrong-Frederick 경화 이론이 되는 반면, 회복항(recall term)이 ‘0’이 되면 순수 Prager 이론이 된다. 반대로, f 가 ‘0’으로 되면, 후방 응력의 진전

(evolution)은 Phillips 경화 이론을 따른다. 본 연구에서 사용된 응력-변형률 곡선은 등은 조건에서 경화 지수 n 을 가지는 power-law 형식으로 표현되었다. 반복 주기 하중(cyclic loading)은 항복 함수에서 참조 응력(σ_0)을 기준으로 최대 응력 크기와 중간 응력의 매개변수로 나타낼 수 있으며, σ_a 와 σ_m 으로 표현된다. 대다수의 금속 재료들은 어떤 반복 하중 또는 하중 제거(unloading)후에 항복 표면이 안정화되거나 항복 표면의 크기가 변화하지 않지만 그동안 이동 경화 또는 연화가 일어날 수 있다. 심지어 안정화 처리 후에도 반복 하중에 따른 래처팅은 발생할 수 있으며, 따라서 그것은 재료의 이동 경화 거동에 기인한다[17].

앞서 지정한 바와 같이, 0이 아닌 중간 응력의 일축 반복 하중조건에서, 순수 Prager의 선형 경화 이론은 폐회로(closed loop)를 만들며 결과적으로 안정화 (혹은 shakedown)가 초기의 소수 주기 동안 급격한 소성변형 누적 후에 발생한다. 회복항($\gamma=0$)를 무시하고 분률을 '1'로 가정하면, 본 모델은 순수 Prager 경화식 이론이 된다. 일축 반복 하중 조건에서 분률 $f=1$ 로 놓았을 때 현 모델은 조속한 안정화 거동을 보여준다. 따라서 순수 Prager 이론은 래처팅이 빠른 안정화에 도달되므로 래처팅의 재현 불가능하다. 이는 Bari와 Hassan[17]을 포함한 여러 연구자들에 의해 앞서 연구되었다. Prager 경화 이론의 적용은 하중에 따른 역하중 의한 폐회로를 형성하므로 래처팅의 안정화(shakedown)의 결과를 가져온다. 더욱이, Prager 이론은 초기 래처팅을 과대평가한다. 반면 비선형 Armstrong-Frederick 경화 이론은 폐회로를 형성치 않아 래처팅 현상을 초래한다. 하지만, Armstrong-Frederick 경화 이론 역시 Prager 이론 보다는 심하지 않으나 반복하중 초기의 래처팅 현상을 과대평가한다[17].

경화 계수 'n'의 효과가 응력 크기(σ_a)가 '1.18' 그리고 중간 응력(σ_m)이 '0.20'을 적용하여 Fig. 1에서 보여준 바와 같이 래처팅 거동에 대해 조사되었다. 분률 f '0.5' 그리고 Phillips 계수 '0.4'가 적용되었으며 경화 계수에 따라 누적된 변형률을 감소시키거나 래처팅이 빠르게 증가하는 것을 관찰할 수 있다.

현 모델의 주요 목적은 분률 f 와 Phillip 경화 계수 ρ 를 포함한 제어된 재료 상수에 의한 래처팅 현상을 예측하는 것이다. 우선 분률 f 를 제어한 경우들에 대해 평가되었으며, 그 결과는 Fig. 2

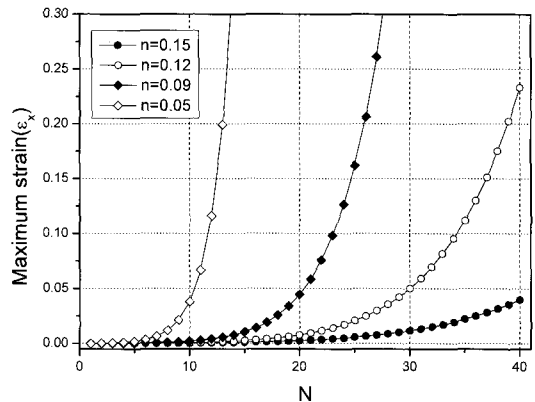


Fig. 1 Effect of hardening exponent on accumulated strain as function of number of cycles

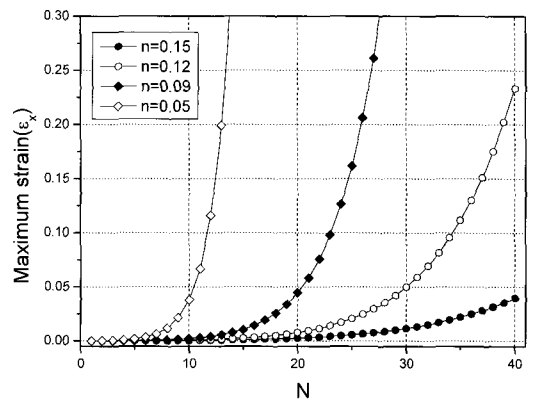


Fig. 2 Accumulated uniaxial maximum strain as a function of number of cycles : The effect of fractional factor

에 나타내었다. 누적된 소성 변형은 분률이 증가함에 따라 증가되었고 따라서, Armstrong-Frederick 이론에 가까워짐을 또한 확인할 수 있다.

그러나, 상대적으로 낮은 분률에 대해 축적된 변형률은 오히려 선형적으로 증가한다. 다음으로 고정된 분률에 대해 Phillips 경화 계수 ρ 의 변화와 효과가 Fig. 3에 나타내었다. 앞서 제시된 바와 같이 반복하중 횟수에 따라 Phillips 계수의 증가는 누적된 변형의 증가를 가져온다. 특히 ρ 가 클 경우 초기의 급속한 래처팅후 안정화에 도달한다.

Armstrong-Frederick 비선형 경화 모델에서 인장과 압축하중간의 소성 계수 차이에 의해 회복항의 효과는 명백해진다.

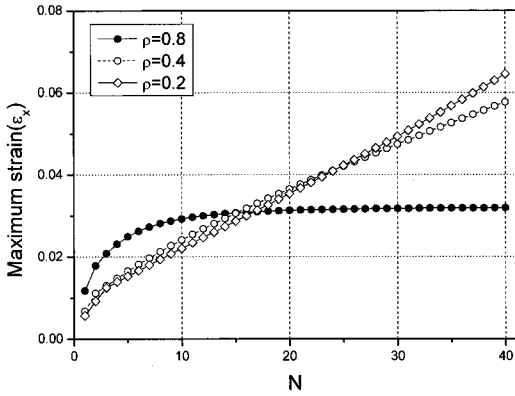


Fig. 3 Accumulated uniaxial maximum strain as a function of number of cycles showing the effect of Phillip's coefficient

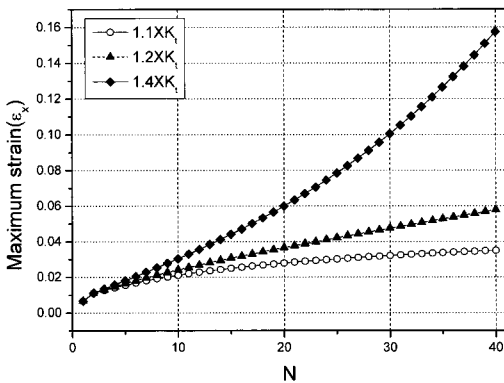


Fig. 4 Effect of difference in uniaxial tensile and compressive plasticity modulus on ratcheting behavior

Armstrong-Frederick 비선형 경화 모델에서 인장과 압축하중간의 소성 계수 차이에 의해 회복항의 효과는 명백해진다. 인장과 압축 간의 소성계수는 인장시 소성계수의 임의의 상수($K = C \times K_t$)를 곱하여 정의하는 것으로 가정되었다. 인장, 압축 소성 계수 간 차이의 효과는 Fig. 4에 나타내었으며, 여기서 볼 수 있듯이 소성계수간의 차이의 증가는 반복하중의 횟수에 따라 래처팅이 증가하는 것을 알 수 있다. 압축 소성 계수에서의 작은 차이는 래처팅이 안정화 되도록 영향을 준다는 것을 알 수 있다. 그러나, 차이의 보다 큰 증가는 래처팅의 상당한 증가를 가져오며 그것은 압축 소성 계수의 차가 압축 시 소성 변형에 영향을 주어 인장과 압축 하중에서의 서로 상이한

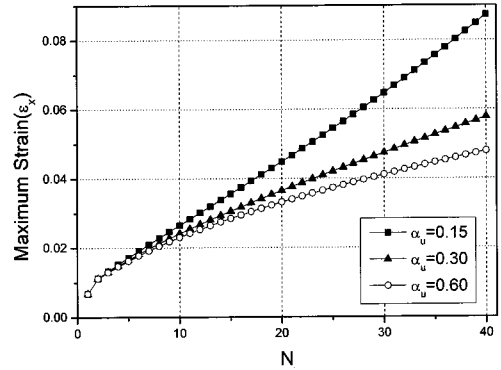


Fig. 5 Effect of constant ultimate back stress on accumulated uniaxial maximum strain

후방 응력의 전개가 형성됨에 기인한다. 앞장에서 언급된 바와 같이 비선형 Armstrong-Frederick 경화 이론과 선형 Phillips 후방 응력을 조합의 경우, 한계 후방 응력(ultimate back stress)이 분률 뿐만 아니라 주어진 경화 계수에 의해서도 결정되므로 점차적인 소성 변형 누적에 영향을 준다. 반복 하중동안 후방 응력 값은 임의로 우선 적용되었으며, 후방 응력의 효과는 Fig. 5에 나타내었다. 여기서 볼 수 있듯이 작은 한계 후방 응력 또는 작은 경계 표면은 래처팅 거동을 증가시키는 반면, 큰 후방 응력은 상대적으로 래처팅 곡선을 안정화시키고 결과적으로 큰 경계 표면은 등방경화식 혹은 선형 이동경화식처럼 누적 소성 변형이 안정화 되는 경향을 가져온다.

일반적으로 Armstrong-Frederick 경화는 래처팅 거동을 과대평가하며 반복하중의 정밀한 예측을 제공하지 못하는 것으로 알려져 있다. 따라서, 다양한 비선형 이동 경화 이론은 Armstrong-Frederick 경화 이론에 기반하여 이동 경화 이론에서의 회복항의 수정을 통해 래처팅 반응의 시뮬레이션(simulation)을 발전시켜왔다. 일축 반복하중의 경우, 래처팅 거동은 주로 소성 계수의 계산에 의존적인 것으로 주장되었다. 반면, 다축 래처팅 시뮬레이션을 얻기 위해 항복 표면의 이동(translation)이 되도록 이동경화 이론이 채용되는 동안 이동 경화 법칙으로부터 독립된 소성 계수 계산이 사용되었다[18].

본 연구의 구성 모델과 기 발표된 자료가 비교되었다. CS 1026에 대한 일축 래처팅 실험의 결과 [2]와 안정화된 CS 1020에 대한 실험결과[1]와 본 연구에서 사용된 모델의 결과가 Fig. 6과 Fig. 7에

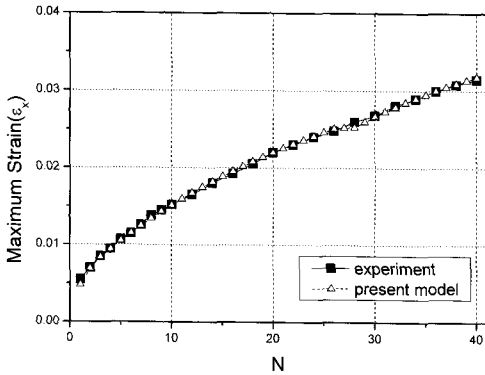


Fig. 6 The results of the present model and the works of Hassan and Kyriakides[13, Hassan and Kyriakides, 1992] on CS 1026 cyclic loading

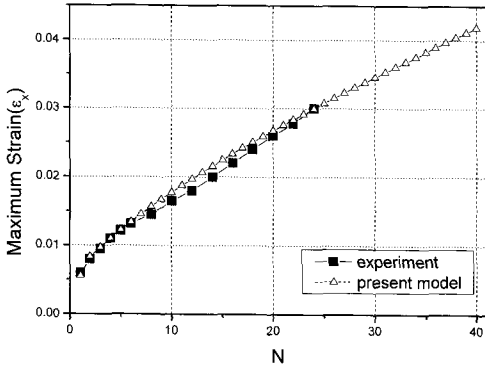


Fig. 7 The results of the present model and the works of Hassan and Kyriakides[13, Hassan and Kyriakides, 1992] on CS 1020 cyclic loading

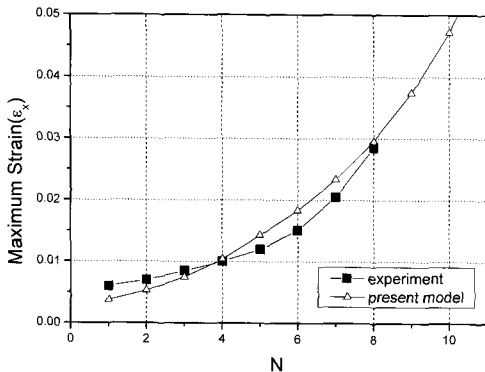


Fig. 8 The results of the present model and the works of Hassan and Kyriakides[13, Hassan and Kyriakides, 1992] on CS 1020 cyclic

비교되었다. 마지막으로 Fig. 8에서는 순수 CS 1020에 대한 실험 결과[1]와 본 연구 결과를 비교하여 나타내었다. 현 모델과 실험 결과와의 상이 점은 경계 표면 또는 한계 후방 응력의 전개의 가정에 기인할 수 있다. 또한, Phillips 경화 계수뿐만 아니라 분율은 반복 하중 횟수 또는 소성 변형의 함수일 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 일축 반복 하중 조건에서 래처팅 거동을 시뮬레이션하기 위해 두 개의 이동 경화 이론이 조합된 새로운 형태가 제안되었다. 후방 응력을 구성하는데 있어 소성 변형률을 기반으로 한 후방응력과, 다른 하나는 응력 편차 증분으로부터 유도된 후방 응력이 사용되었다. 소성 변형률과 응력 증분 사이의 부동축(non-axiality)이 존재하므로 제안된 모델은 다축 또는 이축 반복 하중의 경우의 조건하에서의 래처팅 거동을 시뮬레이션이 가능하게 한다. 그러므로, 현 모델은 해석의 보편성을 가지고 넓은 영역의 래처팅 반응을 예측할 수 있도록 사용될 수 있다. 더욱이, 본 연구에서 제시된 조합 모델은 반복 하중에서 누적되는 변형률의 예측이 가능하며 후방 응력 생성 규칙의 단순한 조합을 통해 넓은 영역의 래처팅 반응을 예측할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

기존 연구의 연구의 경우 변형률, 응력 그리고 후방 응력 모두가 조합된 형태가 제안되었지만, 물리적 의미와 요구되는 많은 변수들로 인해 해를 얻는데 제한성 있다. 그러나, 본 연구에서 제안된 구성관계식은 일치 조건(consistency condition)을 사용하여 상태 변수들이 유도되기 때문에 물리적으로 타당할 뿐만 아니라 변형 거동을 예측하는데도 매우 유리하다고 할 수 있다.

참고 문헌

- [1] T. Hassan, S. Kyriakides, 1994, Ratcheting of Cyclically Hardening and Softening Materials: I. Uniaxial Behavior, International Journal of Plasticity, Vol. 10, pp. 149~184.
- [2] T. Hassan, S. Kyriakides, 1992, Ratcheting in Cyclic Plasticity, part I: Uniaxial Behavior, International Journal of Plasticity, Vol., 8, pp. 91~

- 116.
- [3] T. Hassan, S. Kyriakides, 1994, Ratcheting of Cyclic Hardening and Softening Materials: II. Mutiaxial Behavior, *International Journal of Plasticity*, Vol. 10, pp. 185~212.
- [4] Z. Mroz, H. P. Shrivastava, R. N. Dubby, 1976, A Non-Linear Hardening Model and Its Application, *Acta Mechanica*, Vol. 25, pp. 51~61.
- [5] J. L. Chaboche, 1986, Time-Independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity, *International Journal of Plasticity*, Vol. 2, pp. 149~188.
- [6] S. Bari, T. Hassan, 2001, Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ratcheting simulation, *International Journal of Plasticity*, Vol. 17, pp. 885~905.
- [7] N. Ohno, J. D. Wang, 1993, Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery, Part I: Formulation and Basic Features for Ratcheting Behavior, *International Journal of Plasticity*, Vol. 9, pp. 375~390.
- [8] A. Khan, S. Huang, 1995, *Continuum Theory of Plasticity*, John Wiley & Sons. Inc., New York, pp. 215~229.
- [9] N. T. Tseng, G. C. Lee, 1983, Simple Plasticity Model of the Two-surface type, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, pp. 795~810.
- [10] M. Abdel-Karim, 2005, Shakedown of complex structures according to various hardening rules, *International Journal of Pressure vessel and piping*, Vol. 82, pp. 427~458.
- [11] J. Ning, E. C. Aifantis, 1994, On anisotropic finite deformation plasticity Part II. A two-component model, *Acta Mechanica*, Vol. 106, pp. 73~85.
- [12] D. L. McDowell, 1987, An Evaluation of Recent Developments in Hardening and Flow Rules for Rate-Independent, Nonproportional Cyclic Plasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 323~334.
- [13] J. Ning, E. C. Aifantis, 1994, On anisotropic finite deformation plasticity Part I. A two-back stress model, *Acta Mechanica*, Vol. 106, pp. 55~72.
- [14] A. Phillips, J. L. Tang, M. Ricciuti, 1974, Some New Observation on Yield Surfaces, *Acta Mechanica*, Vol. 20, pp. 23~39
- [15] A. Phillips, C. W. Lee, 1979, Yield Surfaces and Loading Surfaces Experiments and Recommendations, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, pp. 715~729.
- [16] M. F. Shi, J. C. Gerdeen, E. C. Aifantis, 1993, On finite deformation plasticity with directional softening Part II. Two-component model, *Acta Mechanica*, Vol. 101, pp. 69~80.
- [17] S. Bari, T. Hassan, 2000, Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation, *International Journal of Plasticity*, Vol. 16, pp. 381~409.
- [18] S. Bari, T. Hassan, 2002, An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation, *International Journal of Plasticity*, Vol. 18, pp. 873~894
- [19] D.S. Hwang, B.S Lee, Y.S. Lee, S.J. Yun, S.I. Hong, 2000, A study of localization with material properties using numerical method, *Transactions of Materials Processing*, Vol. 9, No. 4, pp. 395~403.
- [20] S.J. Yun, 2005, Two Back stress hardening models in rate independent rigid plasticity, *Transactions of Materials Processing*, Vol. 14, No. 4, pp. 327~337.