

MR 유체를 이용한 연속 감쇠력 가변형 댐퍼를 위한 감쇠유동의 현상학적 모델링과 성능평가

박재우*, 정영대#

Phenomenological Damping Flow Modeling and Performance Evaluation for a Continuous Damping Control Damper Using MR Fluid

Jae Woo Park* and Young Dae Jung#

ABSTRACT

Recently MR CDC damper has been applied to semi-active suspension control system gradually. Compared to former hydraulic CDC damper, it has rapid time response performance as well as simple internal structure and wide range of damping force. In order to develop control logic algorithm which enables to take maximum advantage of unique characteristics of MR CDC damper, it is inevitable to perform a thorough investigation into its nonlinear performance. In many previous researches, MR fluid model was either simply assumed as Bingham Plastic, or a phenomenological model based on experiment was established instead to predict damping performance of MR CDC damper. These experimental flow model which is not based on flow analysis but intentionally built to fit damping characteristics, may lead to totally different results in case of different configuration or structure of MR CDC damper. In this study, a generalized flow formula from mathematical flow model of MR fluid for annular orifice is derived to analyze and predict damping characteristics when current is excited at piston valve.

Key Words : CDC Damper (연속 감쇠력 가변형 댐퍼), MR Fluid (자기반응형 유체), Phenomenological Model (현상학적 모델)

1. 서론

반능동 현가시스템에는 감쇠력 가변형 댐퍼가 사용되는데, 감쇠력의 범위 및 시간응답특성이 성능의 중요한 인자가 된다. 스텝 모터를 사용하여 댐퍼의 오리피스 크기를 변화시킴으로써 감쇠력을

바꾸는 이산 감쇠력 가변형의 경우 1~4Hz 정도의 외란에 대한 진동 제어는 가능하지만, 더 높은 주파수에서는 적절한 성능을 발휘하지 못한다. 이에 반해 MR 유체를 이용한 댐퍼는 자기장의 세기에 의해 유체의 항복응력을 변화시키는 시간이 짧기 때문에 더 높은 주파수의 진동 영역에서도 충분한

접수일: 2007년 10월 8일; 게재승인일: 2007년 12월 26일

* 경남정보대학 기계자동차산업계열

교신저자: 영남대학교 기계공학부

E-mail ydjung@ynu.ac.kr Tel. (053) 810-4439

감쇠성능을 보일 수 있다.^{1,4}

MR CDC 댐퍼가 유압 CDC 댐퍼에 비해서 내부구조가 간단하고, 감쇠력 범위를 넓게 확보할 수 있을 뿐만 아니라 시간응답특성도 빠르기 때문에 향후 자동차용 전자제어 현가시스템에 확대 적용될 것으로 예상된다. 전자제어 현가시스템의 제어 알고리즘 개발과 시스템 해석을 위해서는 MR CDC 댐퍼에 대한 비선형적인 특성을 반드시 파악하고 있어야 한다. MR CDC 댐퍼는 MR 유체의 유동 모델에 의해 그 특성을 나타낼 수 있으므로 수학적 유동 모델을 올바르게 구성해야 한다.

이전의 많은 연구들^{2,3,7,14}이 MR 유체의 유동 모델을 단순히 Bingham-plastic으로 가정하여 댐퍼의 감쇠성능을 계산하였다. 이 Bingham-plastic 유동은 MR 유체에 작용하는 자기장이 없을 때에는 Newtonian 유동 특성을 보이다가 자기장이 작용하면 항복응력이 증가하는 특성을 보인다는 것이다. 만약 자기장의 세기에 따른 MR 유체의 전단항복응력 특성을 정확히 알 수 있고, 그에 따른 유동식을 유도할 수 있다면 MR 유체를 이용한 댐퍼의 감쇠성능은 상당히 정확하게 예측할 수 있을 것이다.

또한 최근에는 MR CDC 댐퍼의 감쇠성능을 예측하기 위한 현상학적 모델(Phenomenological Model)을 구성하기 위해 Herschel-Bulkley 모델등의 좀 더 정확한 모델링기법을 도입하여 댐퍼의 성능을 해석하려는 시도가 있었다.^{1,4-6} 그러나 이러한 시도는 MR 유체를 이용한 댐퍼의 감쇠성능 실험결과를 바탕으로 MR 유체의 흐름 특성에 의도적으로 끼워 맞춰서 예측하고 있으므로 댐퍼 내부의 성능 결정 인자가 달라지면 전체 예측결과가 무용지물이 될 수 있으므로 불리한 점을 많이 내포하고 있다.

그리하여 본 연구에서는 MR 유체를 가진 전류에 따라 전단응력을 측정하여 과연 Bingham-plastic 유동을 따르는지 확인하고, 이에 따른 MR 유체의 점성 유동모델을 구축할 것이다. 또한 구축된 유동 모델을 이용하여 MR CDC 댐퍼의 일반적인 형상인 피스톤 밸브의 환형(annular) 오리피스 유동에 대한 플러그 유동(Plug flow)으로 가정하여 일반적인 유동식을 유도할 것이며, 이를 통해 최종적으로 MR CDC 댐퍼의 속도분포와 비선형적인 특성인 감쇠성능을 해석하고 예측하고자 한다.

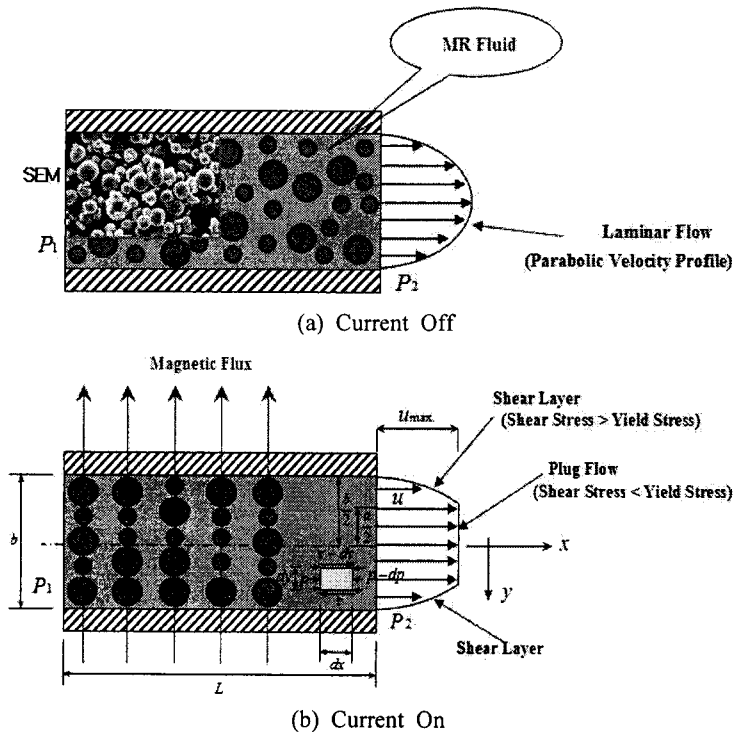


Fig. 1 Viscous flow of MR fluid through an annular orifice

2. MR유체의 이론적 모델링

2.1 유동 모델

Fig. 1(a)의 Current Off일 때 SEM 사진을 보면 MR 유체에 전류를 인가하지 않았을 때는 입자들이 큰 것과 작은 것이 무작위(random)로 분산되어 있는 것을 확인할 수 있다. 본 연구에서는 이 MR유체가 오리피스 유동을 한다면 포물선 속도분포를 보일 것이라고 가정하였다.² 또한 여기에 전류를 인가시키면 Fig. 1(b)의 Current On에 나타낸 것처럼, 오리피스 벽면 근처에서는 전단응력이 지배적이고, 가운데서는 항복응력이 지배적인 플러그 유동(plug flow)이 될 것이라고 가정하였다.¹⁰

이 플러그 유동을 모델링하기 위해, 환형 오리피스의 바깥내경을 b 라고 하고, 유속이 최대로 형성되는 경계를 a 라고 한다면, 미소부에 작용하는 힘의 평형상태를 고려한 벽면 경계조건식을 이용하면 식 (1)을, 또한 MR 유체가 Bingham-plastic 유동을 따른다고 가정하면 식 (2)를 정의할 수 있다. τ_{y0} 는 초기항복전단응력을 나타낸다.

$$pdy + (\tau - d\tau)dx = (p - dp)dy + \tau dx$$

$$\frac{d\tau}{dy} = \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \tau_{y0} \quad (2)$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하면

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{y^2}{2} + A_1y + A_2$$

경계조건 $u = 0$, at $y = \pm \frac{b}{2}$ 으로부터, 미지수 A_1 , A_2 와 u_{max} 는 식 (3)으로 유도될 수 있다.

$$A_1 = 0, \quad A_2 = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \frac{b^2}{8}$$

$$u = u_{max} = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(\frac{b^2}{4} - \frac{a^2}{4} \right) \quad (3)$$

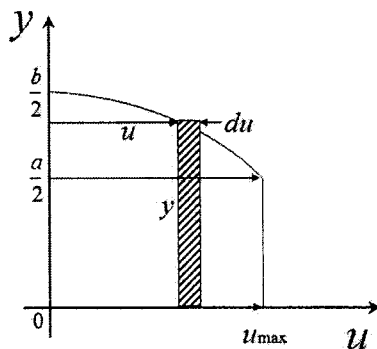


Fig. 2 Velocity profile of the MR fluid when a plug flow occurs

점성유동에 의한 속도분포는 Fig. 2에서와 같이 플러그 유동을 한다고 가정하였으므로 구간별로 나누어서 식(4), (5)와 같이 얻어진다.

$$0 \leq y \leq \frac{a}{2}, \quad u = u_{max} \quad (4)$$

$$\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}, \quad u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(\frac{b^2}{4} - y^2 \right) \quad (5)$$

$$du = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} y dy$$

$$U = \frac{\int_0^{u_{max}} y du}{\frac{b}{2}} = \frac{\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{a}{2}} y^2 dy + \frac{a}{2} u_{max}}{\frac{b}{2}} \quad (6)$$

여기서 압력강하를 $\Delta P = P_1 - P_2$ 이라 하면,

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta P}{L}$$

이므로, 최종적으로 평균속도는

$$U = \frac{\Delta P}{24b\mu L} (2b^3 + 3ab^2 - 5a^3) \quad (7)$$

이 된다. 만약 전류인가가 없다면, $a = 0$ 이므로,

$$U = \frac{\Delta P b^2}{12\mu L} \quad (8)$$

이 되어 Fig. 1(a)와 같이 포물선 형태의 층류유동에 대한 일반적인 평균속도 식이 된다.

평면 xy 에 직각인 단위면적 $b(b \times 1)$ 를 통해 흐르는 유량은,

$$Q = \frac{\Delta P}{24\mu L} (2b^3 + 3ab^2 - 5a^3) \quad (9)$$

이 되고, 환형 오리피스 유동의 경우, 틈새의 폭을 ω 라 하면, 유량은 다음과 같이 정해진다.

$$\begin{aligned} Q &= AV = (b \times \omega)U = (b \times \pi D)U \\ &= \pi D \frac{\Delta P}{24\mu L} (2b^3 + 3ab^2 - 5a^3) \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 전단 경계면의 역학적 모델링

$y = a/2$ 지점은 유도되는 자기장의 세기에 의해 형성되는 전단 경계면(shear boundary layer)으로 항복응력과 전단응력이 같아지는 지점을 나타낸다. 이때의 전단응력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tau_s = \tau_y = G\gamma$$

$$\tan \gamma \approx \gamma = \frac{2\delta}{b-a}$$

$$\tau_s = \frac{2G\delta}{b-a}$$

이고, a 에 관해 정리하면 식(11)과 같다.

$$a = b - \frac{2G\gamma}{\tau_s} \quad (11)$$

경계조건에서 전류인가가 없을 때 $a = 0$, $\tau_s = \tau_{s0}$ 이므로, 전단경계면은 다음과 같이 정의된다.

$$a = b \left(1 - \frac{\tau_{s0}}{\tau_s}\right) \quad (12)$$

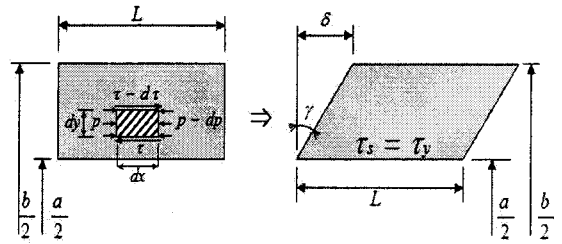


Fig. 3 Stress diagram of shear boundary layer

여기서 τ_{s0} 는 전류인가가 없을 때 MR 유체의 전단응력을 나타내며, τ_s 는 인가되는 전류에 의한 자기장의 세기에 따라 변화되는 값이다. 이러한 전류와 MR유체 고유 특성에 의해 a 값이 변하므로, 감쇠력 평가에 이를 DB화하여 사용할 수 있다.

Table 1은 본 연구에서 자동차용 댐퍼용으로 제조된 MR 유체의 물성치를 나타낸 것이다. 베이스 오일은 하이드로 카본이고 밀도는 2.61 정도이다. 그리고 분산된 입자(순철)의 크기는 2~5 μm 이다. 감쇠력의 범위를 넓게 하려면 순철 입자의 크기를 크게 하면 되지만, 분산 안정성 측면을 고려한다면 불리하다. 이러한 상관관계가 항상 존재하므로 적용하려는 장치에 알맞게 MR 유체가 개발되어야만 한다.

Table 1 Properties of MR fluid used in this study

Properties	Value
Base Fluid	Hydrocarbon
Density	2.61
Color	Gray
Weight Percent Solids	76%
Weight Loss	
100 °C	0.02%
150 °C	0.1%
Flash Point	>200 °C
Particle Size(mean)	4.60 μm
Viscosity	220 cPs(+/-10)
Brookfield, at 40 °C	
RV Type, Spindle #5,	
100rpm	

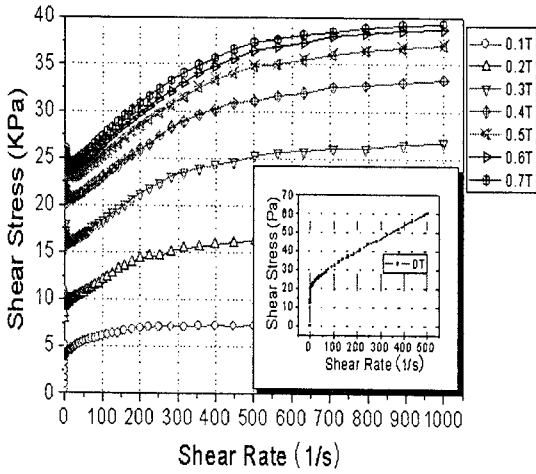


Fig. 4 Shear stress versus rate as magnetic field applied

Fig. 4에는 전류의 세기에 따른 MR 유체의 전단응력특성을 실험적으로 측정된 결과를 나타낸 것이다. 그래프 안쪽 그림은 MR 유체에 전류인가가 없을 때(0A=0T)를 나타낸 것으로 전류인가가 있기 전부터 이미 Bingham-plastic 유동특성을 보이고 있는 것을 알 수 있다. 전류를 점차 증가 시키면 초기 항복전단응력이 증가하므로 전단응력의 세기가 거의 평행 증분하면서 커지는 것을 알 수 있다.

3. MR CDC 댐퍼의 감쇠성능평가

Fig. 5는 현대자동차의 쏘나타용 리어 MR CDC 댐퍼를 실제 제작한 것을 나타낸 것이다. 본 연구에서 주안점을 두고 있는 피스톤 밸브(piston valve) 부를 확대하여 유동이 어떻게 흐르는지를 함께 나타내었다. 전류인가를 위해 (+), (-) 두 가닥의 전선이 연결되어 있으며, 솔레노이드 코어와의 연결을 위해서는 터미널만 먼저 사출하여 코어에 삽입한 다음 보빈(Bobbin)을 만들기 위해 1차 사출성형을 수행하여 절연이나 누유에 대비하였다.

MR CDC 댐퍼에 발생하는 감쇠력은 Fig. 6과 같이 피스톤의 양단에 걸리는 압력강하와 실린더 튜브의 벽면과 슬라이딩에 의한 마찰력으로 정의할 수 있다. 마찰력은 실험을 통해 인장, 압축일 때 어느 정도 일정한 값을 갖기 때문에 실험값을 사용할 수 있다. 따라서 피스톤 로드를 통해 전달되는 감쇠력은 식(13)과 같이 나타낼 수 있다.

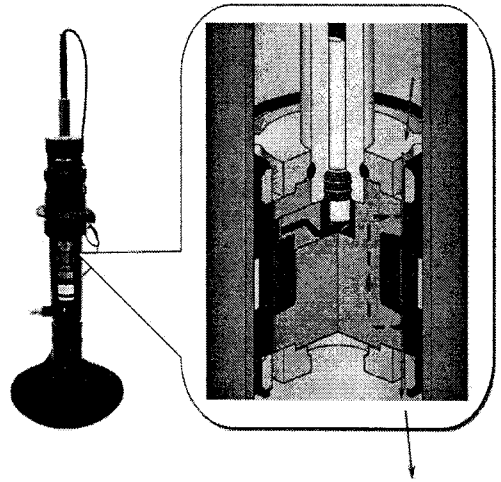


Fig. 5 Magnified piston valve assembly of MR CDC Dampers

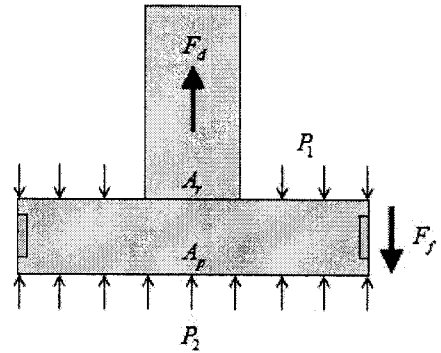


Fig. 6 The free body diagram of piston valve

$$F_d = P_1(A_p - A_r) - P_2A_p + F_f \quad (13)$$

감쇠력 F_d 를 구하려면 설계된 댐퍼의 치수로부터 A_p , A_r 을 구할 수 있다. 또한 피스톤 부의 벽면과의 마찰력 F_f 는 구할 수 있으므로, P_1 과 P_2 를 구하면 감쇠력을 예측할 수 있다. 특히 Fig. 7과 같은 피스톤 밸브의 환형 오리피스스를 통한 유량은 이미 유도된 식 (7)로부터 경계조건들 즉, 일정유량, 폴리트로픽(Polytropic), 힘의 평형 등의 가정을 이용하여 P_1 과 P_2 를 구할 수 있게 된다.

$$Q_1 = N_1(P_1 - P_0') \quad (14)$$

$$Q_2 = N_2(P'_0 - P_2) \quad (15)$$

여기서, $N_n = A_{b_n} \frac{2b_n^3 + 3a_n b_n^2 - 5a_n^3}{24b_n \mu_n L_n}$ 이다.

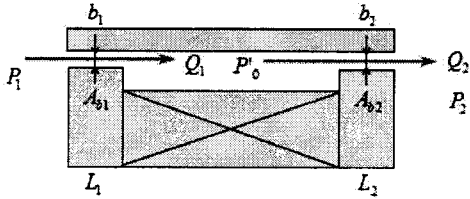


Fig. 7 Detailed modeling for the Annular orifice flow of MR fluids in Fig. 5

i) 먼저 일정유량의 법칙에 의해 Fig. 7과 같이 피스톤 밸브 내 유량은 변화가 없으므로, $Q_1 = Q_2$ 의 연속조건으로부터 P'_0 을 소개하면

$$P_1 - P_2 = \frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2} Q \quad (16)$$

이다. 그러므로 피스톤 밸브 양단에 작용하는 압력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 + Q_2 H_2 \\ H_2 &= \frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2} \end{aligned} \quad (17)$$

피스톤 밸브를 통해 유동실(Rebound Chamber & Compression Chamber)로 흘러 들어가는 유량은 밸브의 움직임을 정현파(sinusoidal) 입력 x 를 이용하여 표시하게 되면,

$$\begin{aligned} x &= d_m \sin(\omega t + \phi) \\ \dot{x} &= \omega d_m \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= -(A_p - A_r)x \\ P_1 = P_2 &= H_2(A_p - A_r)x \end{aligned} \quad (18)$$

ii) 힘의 평형을 고려하면, 플로팅(Floating) 피스톤에 작용하는 압력 P_2 는 P_s 와 같다고 간주할 수 있다.

iii) 폴리트로픽과정에 의해 유동실에서는 Fig. 8과 같이 일정온도라 가정하면,

$$\begin{aligned} P_s: V_s^n &= \text{const} \\ P_s &= P_0 \left(\frac{V_0}{V_s} \right)^n \end{aligned} \quad (19)$$

이고, 유동실내의 체적과 그 때 유동실의 압력변화는 다음과 같이 정의된다.

$$V_s = (V_o - V_r) + A_r \cdot x \quad (20)$$

$$P_2 = P_s = P_0 \left(\frac{V_0}{V_o - V_r + A_r \cdot x} \right)^n \quad (21)$$

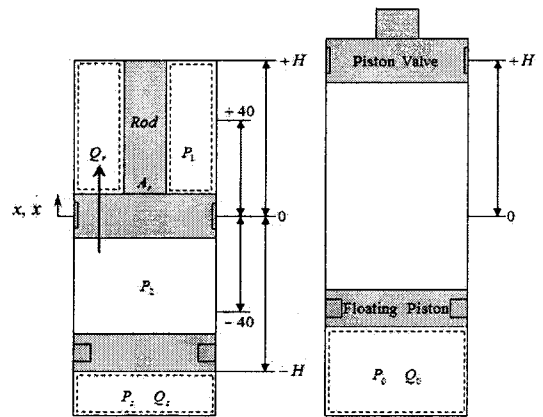


Fig. 8 Polytopic process of gas chamber and mass flux through piston valve

4. 실험결과와 시뮬레이션의 비교

MR CDC 댐퍼를 설계하기 위한 첫 번째 단계는 Fig. 9와 같이 전자기장 해석을 수행하는 것이다.

주어진 치수와 전류인가 범위 내에서 피스톤 밸브의 자로를 구성하는 솔레노이드 코어와 플럭스 링(Flux Ring)에서 포화(Saturation)가 일어나서는 안 된다. 환형 오리피스는 반경방향으로 바깥에 위치할수록 감쇠력의 범위를 넓게 확보할 수 있다. 그러나 한없이 바깥방향에 위치하면 플럭스 링에서 자로가 좁아져서 자속밀도가 포화될 수 있으므로 주의가 요구된다.

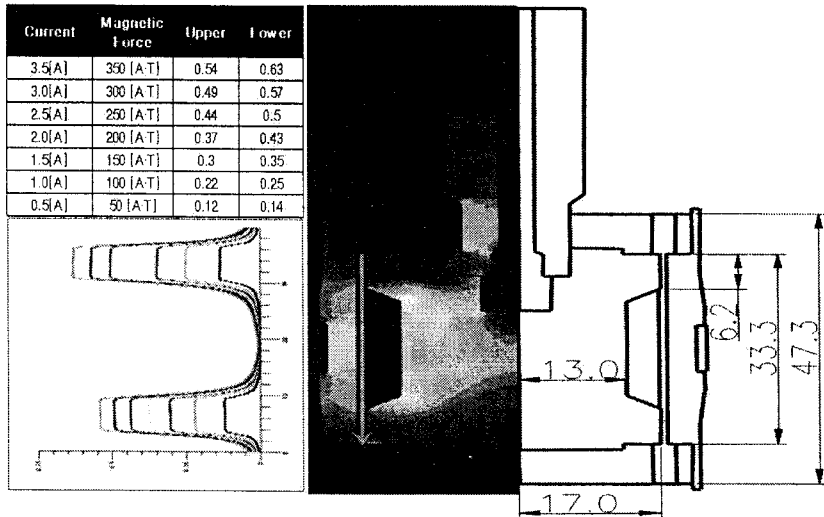


Fig. 9 Design dimension and electromagnetic analysis

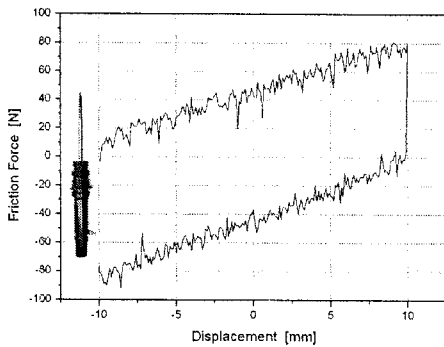
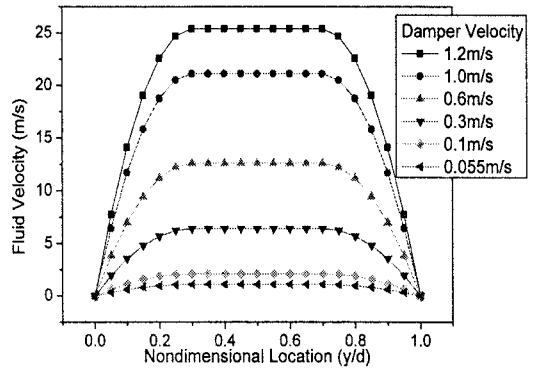


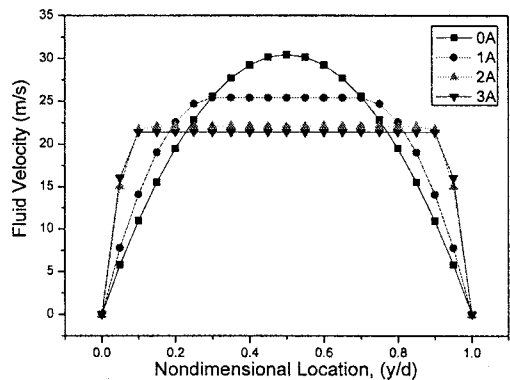
Fig. 10 Friction force according to displacement

Fig. 10은 Fig. 9에서와 같은 자기장 해석으로부터 설계된 MR CDC 댐퍼의 마찰력을 측정된 결과로, 식(13)에서 F_f 값이 된다. 변위가 0이고 속도는 최대가 되는 경우 동(Dynamic) 마찰이라 하고, 변위가 최대이고 속도는 최소가 되는 경우 정(Static) 마찰이라고 하는데, Fig. 10에서 MR CDC 댐퍼의 동마찰과 정마찰의 차($F_{f-EXT} - F_{f-COMP}$)는 거의 80N 정도로 일정한 값을 나타내는 것을 알 수 있다. 마찰력은 피스톤 밴드와 실린더 튜브 내면의 조도, MR 유체의 점도, 가스압력 그리고 씰(Seal)의 조임력 등 여러 요인에 의해 영향을 받는다.

Fig. 11은 본 논문에서 제시된 현상학적 모델에 의해 유도된 식(7)로부터 계산된 속도 프로파일을 보여주고 있다.



(a) at the Fixed Current 1.0A



(b) at the Fixed Damper Velocity 1.2m/s

Fig. 11 Test results for Fluid Velocity

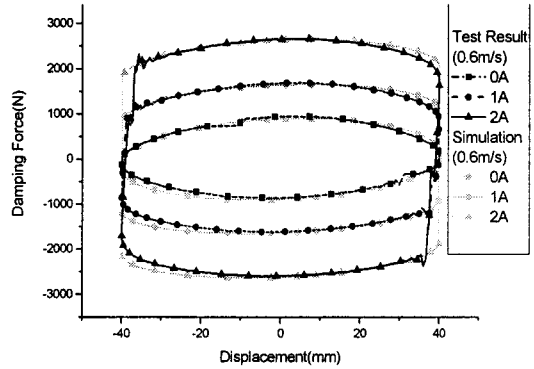
Fig. 12는 식(13)과 Fig. 11에 의해 계산된 속도 프로파일에 의해 정의된 감쇠성능 시뮬레이션과 실험결과를 비교한 그래프이다. Fig. 12(a)의 F-D 선도에서 보듯이 변위에 따라 감쇠성능이 실험결과와 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 0A일 때는 MR 유체의 점성에 의해 좌우되므로 만약 온도가 올라간다면 그에 상응하는 점도변화를 고려해 주어야 한다. 1A, 2A인 경우는 유체의 점성에 의한 영향보다는 자기장의 세기에 따라 감쇠성능이 지배된다. 따라서 MR CDC 댐퍼는 유압 댐퍼에 비해 오히려 고온 특성을 안정하게 유지할 수 있는 장점을 가지고 있다. Fig. 12(b)는 F-V 선도로서 실험결과는 속도의 피크치(Peak Value) 결과를 나타낸 것이다. 모든 속도 구간에서 상당히 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 저속구간에서 일정 오리피스 유동이 없으므로 과도하게 높은 감쇠력을 얻을 수 있으며, 저속구간에서 부드러운 승차감이 요구될 경우는 자기장의 영향을 배제할 수 있는 일정 오리피스 유동을 형성하며 그 성능을 확보할 수 있다.

Fig. 13은 MR CDC 댐퍼의 시간응답특성을 시험한 결과를 나타낸 것이다. 0.2m/s, $\pm 40\text{mm}$ 에서 스텝전류 2A를 인가하는 동안 최대 레벨의 90%까지 도달하는데 걸리는 시간을 반응시간(response time)으로 정의하였다. Fig. 13은 3번의 반응시간 실험결과를 보여주고 있는데, 거의 유사한 반응을 보이고 있다. Fig. 13(a)에서는 전류가 상승(current rising)할 때 반응시간이 12ms 정도였고, Fig. 13(b)의 전류가 하강(current falling)할 때는 10ms 이내의 빠른 응답특성을 나타내었다.

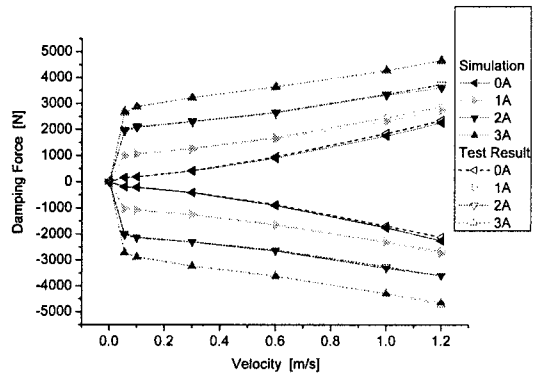
5. 결론

MR CDC 댐퍼는 기존의 복잡한 유압 CDC 댐퍼를 향후 대체할 것으로 예상된다. 구조나 형태는 단순하지만, 넓은 감쇠성능 범위를 나타낼 수 있고 시간응답특성이 매우 좋기 때문이다. MR CDC 댐퍼의 장점을 최대한 활용하기 위해서는 MR CDC 댐퍼에 대한 구체적인 유동모델이 구축되어야만 한다. 구축된 유동모델로부터 MR CDC 댐퍼의 특성이 잘 파악된다면 제어기 설계와 시스템 해석에 커다란 도움을 줄 수 있다.

본 연구를 통해 구성된 유동모델과 이를 이용하여 감쇠성능을 해석한 결과 다음과 같이 요약될 수 있다.



(a) F-D Curve



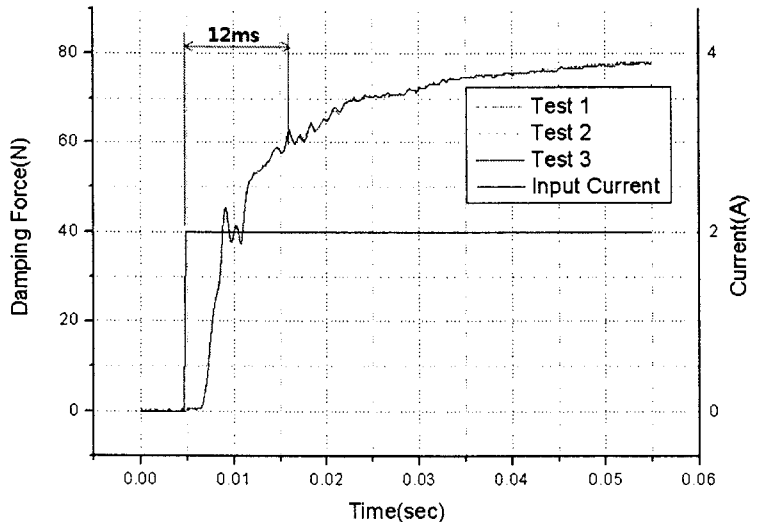
(b) F-V Curve

Fig. 12 Comparison between Simulation and Damping performance of MR CDC damper

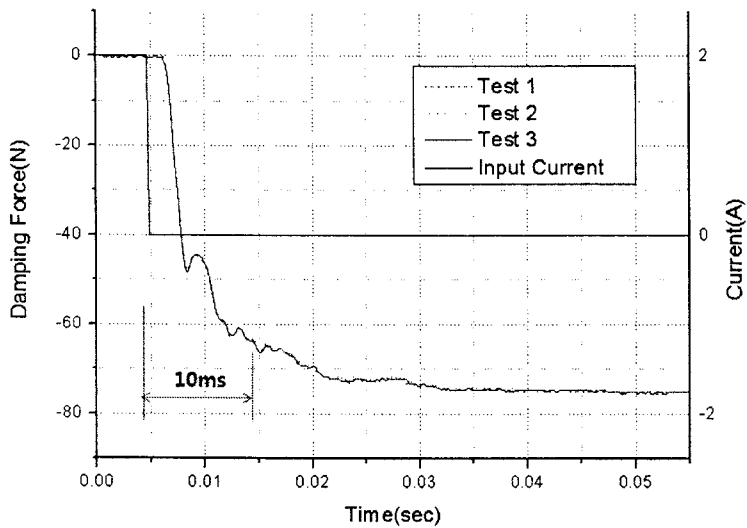
1) 구축된 MR 유체의 점성유동모델의 평균속도로부터 피스톤 밸브의 환형 오리피스 유동에 대한 일반식을 유도하였으며, 이것을 이용하여 MR CDC 댐퍼의 비선형적인 감쇠특성을 해석한 결과 실험값과 잘 일치하였다.

2) 전류인가에 따른 자기장의 세기에 따라 MR 유체의 전단응력특성을 정확하게 측정할 수만 있다면 MR CDC 댐퍼의 감쇠성능을 좀 더 정확하게 예측할 수 있다.

3) MR 유체는 전류인가를 하지 않았을 때는 Newtonian 거동을 보이고, 전류 인가시에는 Bingham-Plastic 유동을 한다고 많은 연구자들이 가정하지만, Fig. 4에서 보듯이 전류인가를 하지 않았을 때 이미 Bingham-Plastic 유동을 하는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 MR 유체는 전기인가와 상관없이 Bingham-Plastic 유동을 따른다.



(a) Current Rising



(b) Current Falling

Fig. 13 Test results for time response characteristics

4) 본 연구에서 제시된 유동식을 환형 틱새의 오리피스 유동을 하는 MR 댐퍼에 일반적으로 적용할 수 있으며, 프로그램에서 감쇠력 제어는 피스톤 밸브의 환형 틱새, 코일의 권선수, 솔레노이드 코어의 폴피스 폭등의 변화에 따라 시뮬레이션 할 수 있다.

5) MR CDC 댐퍼의 시간응답특성은 피스톤 밸브를 구성하고 있는 솔레노이드 코어의 재질, 열처

리 방법, 코일의 권선수, 코일 선경, 전기저항, 인덕턴스, MR 유체의 밀도 그리고 환형 오리피스 등에 의해 결정되므로 최적설계가 요구된다.

6) 유도된 식(10)으로부터 피스톤 밸브에 일정 틱새유동을 하는 슬롯(Slot)이 있을 때 즉, 자기장의 영향을 받지 않는 유동이 섞여 있는 경우에 해석 결과를 관찰해 보는 것은 매우 흥미로운 일이 될 것이다.

후 기

The authors would like to thank Dr. J. D. Carlson and Prof. Norman Wereley for their help in MR Fluid supply through Lord and shear stress measuring of MR fluid.

참고문헌

1. Spencer Jr., F., Dyke, J., Sain, K. and Carlson, D., "Phenomenological Model for Magneto-rheological Dampers," *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 123, No. 3, pp. 230-238, 1997.
2. Wereley, N. M. and Pang, L., "Non-dimensional Analysis of Semi-Active Electrorheological and Magnetorheological Dampers using an Approximate Parallel Plate Model," *Smart Materials and Structures*, Vol. 7, No. 5, pp. 732-743, 1998.
3. Jolly, R., Bender, W. and Carlson, D., "Properties and Application of Commercial Magneto-rheological Fluids," In proceeding of the SPIE Int. Symposium on Smart Materials and Structures, Vol. 3327, pp. 262-275, 1998.
4. Goncalves, D., Koo, J. and Ahmadian, M., "A Review of the State of the Art in Magnetorheological Fluid Technologies-Part I: MR fluid and MR Fluid models," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 38, No. 3, pp. 203-219, 2006.
5. Choi, Y., Cho, J., Choi, S. and Wereley, M., "Constitutive Models of Electrorheological and Magnetorheological Fluids using Viscometers," *Smart Materials and Structures*, Vol. 14, No. 5, pp. 1025-1036, 2005.
6. Lord Materials Div., "Magnetic Circuit Design," *Engineering Note*, pp. 1-10, 1999.
7. Snyder, A. and Wereley, M., "Characterization of a Magnetorheological Fluid Damper Using a Quasi-Steady Model," *Proceeding of the SPIE Conference on Smart Structures and Integrated Systems*, Vol. 3668, pp. 507-519, 1999.
8. Gordaninejad, F. and Kelso, P., "Magneto-rheological Fluid Shock Absorbers for HMMWV," *Proceeding of the SPIE Conference on Smart Materials and Structures*, Vol. 3989, pp. 266-275, 2000.
9. Ahmadian, M. and Poynor, C., "An Evaluation of Magnetorheological Dampers for Controlling Gun Recoil Dynamics," *Shock and Vibration*, Vol. 8 No. 3-4, pp. 147-155, 2001.
10. Yang, G., Spencer Jr., F., Carlson, D. and Sain, K., "Large-scale MR Fluid Dampers: Modeling and Dynamic Performance Considerations," *Engineering Structures*, Vol. 24, No. 3, pp. 309-323, 2002.
11. Ellam, J., Bullough, A. and Atkin, J., "Modeling the flow of an Electrostructured Fluid in Transient Operation," *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers Part A: Journal of Power and Energy*, Vol. 219, No. 1, pp. 61-76, 2004.
12. Rosenfeld, C. and Wereley, M., "Volume-constrained Optimization of Magnetorheological and Electrorheological Valves and Dampers," *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 6, pp. 1303-1313, 2004.
13. Hong, S. and Choi, S., "Bingham Properties and Damping Force Control of an ER Fluid under Squeeze Mode," *J. of KSPE*, Vol. 19, No. 11, pp. 37-45, 2002.
14. Sung, K., Chung, D. and Choi, S., "Control of Automatic Cargo Handling System Using ER Valves(1) - Modeling of ER Valves -," *J. of KSPE*, Vol. 18, No. 9, pp. 45-52, 2001.