Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 34, No. 2, pp. 181-189, June 2008.

네트워크 생존도 모형 개관

명 영 수†

단국대학교 경영학부

A Survey on Network Survivability Models

Young-Soo Myung

Dept. of Business Administration, Dankook University, Cheonan 330-714, Korea

Survivability of a network is one of the most important issues in designing present-day communication networks. For the past few decades, a lot of researches have proposed the mathematical models to evaluate the survivability of networks. In this paper, we attempt to survey such researches and classify them based on how these researches measure the survivability of a network.

Keywords: Network Survivability, Combinatorial Optimization, Mathematical Model

1. 서 론

통신망 또는 통신 네트워크(network)에서 전송설비는 무향호(undirected arc or edge)로, 통신수요(traffic demand)가 존재하는 공급원과 수요지는 마디(node)로 표현되고, 공급원과 수요지의 두 마디를 공급원-수요지 쌍(origin-destination pair)으로 부른다. 통신수요의 공급원이 하나인 경우에는 중앙집중형 네트워크(centralized network), 공급원-수요지 쌍이 다양한 경우에는 분산형 네트워크(distributed network)라 부른다. 통신망의 안정성은 흔히 통신망의 생존도(survivability)로 표현하는데, 이는 마디 또는 무향호로 표현된 네트워크의 요소에 장애가 발생했을 때 소통 가능한 정도를 의미한다.

광섬유의 도입과 더불어 비롯된 광통신 기술의 발달은 정보통신 기술의 혁신적인 발전으로 이어졌다. 정보기술의 디지털화와 더불어 인터넷기반 서비스가 폭발적으로 확산되고 고속교환 및 대용량 전송기술을 이용하는 다양한 정보서비스의 보급이 이루어지고 있다. 한편으로는 통신망의 구조도 고속의 교환 및 전송장비의 도입으로 인하여 과거와 같은 복잡한 그물구조의 통신망이 보다 단순화된 구조의 통신망으로 대체될 수 있게 되었다. 이러한 변화는 네트워크 구축비용을 극소화한다는 측면에서 긍정적이지만, 예측하기 힘든 장애가 발생할 때 서비스의 안정성이 취약해진다는 약점을 가지게 되므로, 적정한 통신망의 구조(network topology)를 선택하는 것이 통신망의 설계를 위한 중요한 과제이다(Cosares *et al*., 1995, Wu, 1992). 이러한 이유에서 서로 다른 구조를 갖는 네트워크에서 생존도를 측정하는 방법은 안정적인 통신망의 구축을 위해 매우 중요한 연구과제로 인식 되어 왔다.

앞서 언급한대로 네트워크의 생존도는 마디 또는 무향호에 장애가 발생했을 때 소통이 가능한 통신수요의 정도로서 평가한다. 그러나 구체적으로 어떤 수치를 생존도로 측정할 것인가는 어떤 환경에서 네트워크의 생존도를 활용하는 가에 달려있다. 예를 들어, 네트워크설비의 용량(capacity)에 대한 제한이 필요한지, 또한 통신수요에 대한 사전 정보가 있는지 등에 따라 생존도의 계산 방법은 달라진다. 통신망을 새로 설계하기 위하여 선택 가능한 통신망의 구조별 생존도를 평가하는 경우에는 네트워크설비에 대한 용량은 고려하지 않을 수도 있다. 왜냐하면, (Cosares *et al*., 1995, Wu, 1992) 등에서 언급한대로, 네트워크의 구조와 네트워크설비의 요소별 필요용량을 동

본 논문은 2007년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2007-013-B00026).
† 연락저자 : 명영수, 330-714 충남 천안시 안서동 산 29, 단국대학교 경영학부, E-mail : myung@dankook.ac.kr
2008년 02월 접수; 2008년 04월 수정본 접수; 2008년 05월 게재 확정.

시에 고려하는 것은 현실적으로 해결이 어렵기 때문에, 각각을 별도의 모델로 다루고, 두 모델을 반복적으로 적용해서 근사해를 구하는 것이 실용적이기 때문이다. 또한 통신수요에 대한 예측이 사전에 어려운 경우에는 네트워크의 생존도는 공급원과 수요지가 연결되는지 여부만으로 평가하게 된다. 기존의 연구에서 다양한 유형의 생존도 모형이 제시된 것도 이러한 의사결정 환경의 차이 때문으로 생각된다.

문헌에 나타난 네트워크의 생존도와 관련된 연구들은 주어진 네트워크에서 생존도를 계산하는 문제와 일정 수준의 생존도를 보장하는 네트워크를 설계하는 문제로 나눌 수 있다. 본 논문의 주 대상은 전자의 연구들이다. 네트워크의 생존도를 계산하는 연구들은 대상 문제를 다양한 명칭으로 표현하였다. 네트워크의 강도(network strength)와 네트워크의 연결도(network connectivity)를 구하는 문제, 네트워크 단절문제(network disconnection problem), 서버 단절문제(server disconnection problem), 네트워크 차단문제(network interdiction problem), 저밀도-컷(sparsest cut)을 구하는 문제 등에서 네트워크의 생존도와 동일한 개념이 다루어졌다. 이러한 연구들로부터 6가지의 생존도 모형을 도출할 수 있는데 이러한 모형들은 외형상 비슷한 구조를 갖고 있어서 수리계획 모형(mathematical programming formulation)을 수립하고 해법을 개발하는 경우에 서로 참고가 될 수 있다. 그러나 한편으로는 비슷한 구조에도 불구하고, 모형별로는 계산상의 복잡성 (computational complexity) 등 문제의 성격이 크게 달라 해법을 공유하기 어려운 경우도 있다. 또한 연구결과도 경영과학, 컴퓨터이론, 응용수학, 공학 등의 여러 분야에서 발표되었고, 상당수의 논문들은 서로 참고하지 못한 채 독립적으로 발표되었다. 따라서 생존도와 관련한 유사한 연구들을 망라하여 비교하는 연구가 필요하나 아직까지는 문헌에서 찾기 어려운 상황이다.

본 논문에서는 위에서 언급한 6가지 생존도 모형을 소개하고, 비교 분석하려고 한다. 앞으로 살펴보겠지만, 단순히 생존도만을 계산하는 문제가 이미 NP-hard인 복잡한 문제들이라, 생존도를 보장하는 네트워크의 설계문제에서는 생존도를 단순한 형태로 표현한 것이 대부분이다. 본 연구의 중심은 생존도를 계산하는 문제이지만, 네트워크의 설계문제들에서 어떻게 생존도를 반영하였는지 여부도 소개하기로 한다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2장에서는 논문에 사용될 용어와 기호들을 설명하고, 제 3장에서는 6가지 생존도를 계산하는 모형들에 대해서 기술하고, 제 4장에서는 기존의 네트워크 설계 모형에서는 어떤 생존도가 사용되었는지 소개하며, 제 5장에서는 향후에 필요한 연구를 포함한 종결하는 내용을 기술한다.

2. 용어의 정의

본 논문에서 대상으로 하는 네트워크는 마디(node)의 집합 V와 무향호(undirected arc)의 집합 E로 이루어진 무향그래프(undirected graph) $G=(V,E)$에 정의된다. 편의를 위해서 앞으로는 무향호를 단순히 호로 지칭하기로 한다. 마디 $i\in V$와 $j\in V$에 걸쳐있는 호를 $e=ij$로 표시하기로 하고 두 마디 i와 j를 호 e의 양끝마디(end nodes)라고 부르기로 한다. 그리고 각 호 $e\in E$에 대해서 가중치를 c_e로 표시한다. 호의 가중치는 호의 강도(strength), 즉 호가 장애에 견디는 능력을 표현한다. 이는 모형에 따라 의미가 조금씩 달라지는데, 외부의 공격에 의해서 장애가 일어난다고 가정하는 경우에는 공격자가 호를 파괴하는데 필요한 비용을 의미하며, 기타의 경우에는 응용환경에 맞추어 적절하게 설정하게 된다. 또 마디 $i\in V$와 마디 $j\in V$로 이루어진 공급원-수요지의 쌍을 $k=\{i,j\}$로, 공급원-수요지 쌍의 집합을 K로 표시한다. 공급원-수요지 쌍 $k\in K$에 존재하는 통신수요량을 d_k로 표기하기로 한다. 응용환경에 따라서는 d_k가 공급원과 수요지를 단절시킴으로써 얻을 수 있는 이득을 의미하기도 한다. 우리의 공급원-수요지 쌍의 정의는 통신수요가 양방향으로 동일하다고 전제하는 대칭적 수요를 가정하고 있다. 따라서 두 마디 중 어느 쪽이 공급원인지의 구별은 의미가 없다. 다만 표현의 편의를 위해서 공급원-수요지 쌍 k의 공급원 마디를 s_k, 수요지 마디를 t_k로 나타내기로 한다. 실제 통신망에서는 무방향그래프보다는 유방향그래프(directed graph)로 표현하는 것이 더 적절하고, 데이터 통신에 대한 수요처럼 통신수요가 양방향으로 동일하지 않는 경우도 있다. 그러나 네트워크의 구조만이 관심인 경우에는 호의 용량을 고려할 필요가 없는데, 이러한 경우에는 방향성을 별도로 구별할 필요가 없고, 또한 방향성이 없는 모형에서 성립하는 내용이 방향성이 있는 모형에 그대로 적용되거나, 약간의 수정을 통해서 적용할 수도 있어서 대다수의 연구들이 무방향그래프와 대칭형 통신수요를 가정하고 있다,

마디의 집합 V에 대해서 $V=V_1\cup\cdots\cup V_p$, 이고 $V_i\cap V_j=\varnothing, \forall 1\leqq i\neq j\leqq p$인 V의 부분집합으로 구성된 $(V_1,\cdots,V_p)$를 V의 분할(partition)이라고 정의한다. 그리고 $(V_1,\cdots,V_p)$에 대해서 $\delta(V_1,\cdots,V_p)$는 양끝마디가 서로 다른 부분집합에 속하게 되는 호의 집합을 나타내는 것으로 정의한다. <Figure 1>에 V의 분할 (V_1,V_2,V_3)과 $\delta(V_1,V_2,V_3)$에 속한 호들 (점선의 호들)이 예시되어 있다. 마디의 부분집합 $S\subseteq V$에 대해서 $\delta(S)$는 양끝마디 중 하나는 S에 다른 하나는 $V\backslash S$에 포함되는 호의 집합을 표시하고, $E(S)$는 양끝마디가 모두 S에 속하는 호의 집합을 표시한다. 즉 $\delta(S)=\delta(S,V\backslash S)$가 된다. $\delta(S)$

는 마디의 집합을 둘로 분리시키는 호의 집합인데, 이러한 호의 집합을 컷(cut)이라고 부른다. 만약에 $i \in S$이고 $j \in V \backslash S$이면 $\delta(S)$는 $i-j$ 컷이라고 부른다. $\delta(V_1, \cdots, V_p)$ 는 컷의 확장된 개념이므로 다중컷(multicut)이라고 부른다. 또한 $d(V_1, \cdots, V_p)$는 공급원-수요지 쌍의 한 쪽 마디가 서로 다른 마디의 부분집합에 속하게 되는 공급원-수요지 쌍의 통신수요량의 합으로 정의하고, $\delta(\cdot)$처럼 $d(S) = d(S, V \backslash S)$로 사용한다.

그래프 G에서 임의의 두 마디 i와 j 사이의 경로(path) 중에서, 호가 중복되지 않는 경로의 수를 i와 j 사이의 연결도라 부르고, $\lambda(i, j, G)$로 표시한다. 그리고 $\lambda(G)$는 G에 포함된 임의의 두 마디의 연결도의 최소값을 나타내기로 한다. 호와 마디에 대한 합을 간단하게 표기하기 위하여, x가 호에 정의된 함수인 경우에 호의 부분집합 $E' \subseteq E$에 대해서 $x(E') = \sum_{e \in E'} x_e$의 기호를 사용하기로 한다. 예로서 $c(E') = \sum_{e \in E'} c_e$이다. 여기에서 별도로 정의하지 않은 용어와 기호 등은 Ahuja 등의 책 (Ahuja *et al.,* 1993)과 Schrijver의 책 (Schrijver, 2003)을 참조하기 바란다.

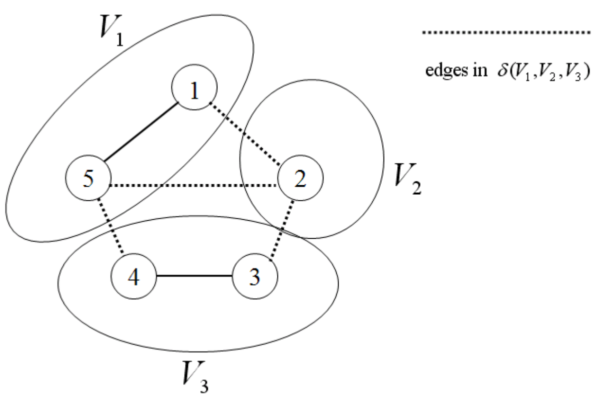

Figure 1. Example for explaining $\delta(V_1, \cdots, V_p)$

3. 생존도 모형들

앞서 언급한대로 네트워크의 생존도는 네트워크의 요소인 마디 또는 호에 장애가 발생했을 때 소통이 가능한 통신수요의 정도로 정의된다. 본 논문에서는 호에 대해서만 장애가 발생하는 것으로 가정한다. 그러나 여기서 다루는 내용들은 마디에 대해서도 쉽게 확장할 수 있다.

3.1 네트워크의 강도를 활용한 생존도

Cunningham (Cunningham 1985)은 네트워크의 생존도에 해당하는 개념으로 네트워크의 강도(network strength)를 정의하였다. 네트워크의 호에 장애가 일어나면 일부 마디사이에는 연결이 불가능해질 수 있는데, 이 때, 서로 연결이 가능한 마디들끼리 그룹을 만들면 네트워크는 여러 개의 그룹으로 나누어질 수 있다. 예를들어, $\delta(V_1, \cdots, V_p)$에 속한 모든 호에 장애가 일어나면, 그래프는 $V_1, \cdots, V_p$의 p개의 그룹으로 나누어진다. 호에 장애를 일으키기 위해서는 호의 강도, c_e만큼의 힘을 가해야 한다고 가정하면, 그래프 $G=(V, E)$를 $V_1, \cdots, V_p$의 p개의 부분그래프로 분리시키기 위해서는 $c(\delta(V_1, \cdots, V_p))$의 힘이 필요하다. 최초에 네트워크가 한 개의 그룹으로 묶여 있었으므로, $c(\delta(V_1, \cdots, V_p))$의 힘을 가하면 $p-1$개의 그룹을 추가로 분리해내는 것이다. Cunningham은 네트워크를 여러 개의 그룹으로 분리시키는데 필요한 최소평균비용을 네트워크의 강도로 정의했는데, 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\min \ \frac{c(\delta(V_1, \cdots, V_P))}{p-1}$$

$$s.t. \quad (V_1, \cdots, V_P) \text{ is a partition of } V \text{ with } p \geq 2$$

정의에서 알 수 있듯이 네트워크의 강도에 근거한 생존도 모형은 통신수요량, d_k가 주어지지 않는다고 가정한다. 대신에 네트워크의 피해는 연결이 불가능한 공급원-수요지의 쌍이 많아질 때 커지고, 이러한 현상은 네트워크가 여러 부분그래프로 나누어질수록 심화된다고 보는 것이다.

Cunningham(Cunningham, 1985)은 네트워크의 강도를 구하는 문제는 목적함수를 $\min c(\delta(V_1, \cdots, V_P)) - (p-1)$로 바꾼 문제 (네트워크 공격문제(network attack problem)라고 부름)를 마디의 수 (즉 $|V|$) 이내로 풀어서 해결할 수 있고, 네트워크 공격문제는 보조그래프(주어진 그래프 G와는 다른 그래프이나 그래프의 크기는 큰 차이가 없음)에 대한 최대흐름문제 (maximum flow problem)를 호의 수 (즉 $|E|$)만큼 풀어서 해결할 수 있음을 보였다. 즉 주어진 그래프와 비슷한 크기의 그래프에 대해서 총 $|V||E|$만큼의 최대흐름문제를 풀면 네트워크의 강도를 구할 수 있다는 것이므로, 해당 문제는 다항시간 (polynomial time)내에 풀 수 있음을 알 수 있다. 이 후로도 해법에 대한 진전은 계속 이루어져서, Gusfield(Gusfield, 1991)는 연속적으로 최대흐름문제를 푸는 효율적인 방법을 이용하면 $|E|$만큼의 최대흐름문제만을 풀어서 네트워크의 강도를 구할 수 있음을 보였고, Barahona(Barahona, 1992)가 네트워크 공격문제를 풀 때 최대흐름문제를 $|V|$만큼 풀어서 가능함을 보이자, Cheng과 Cunningham(Cheng and Cunningham, 1994)은 Barahona와 Gusfield의 아이디어를 결합하여, 네트워크의 강도도 최대흐름문

제를 $|V|$만큼만 풀어서 구할 수 있음을 보였다.

한편으로 네트워크의 강도를 구하는 문제에서 분모가 $p-1$ 대신에 p인 경우에는 $p=2$일 때 최소값이 발생한다. 이러한 사실은 다음의 사실로부터 쉽게 알 수 있다.

정리 1 : 비음의 정수 $a_1,\cdots,a_n$과 양의 정수 $b_1,\cdots,b_n$에 대해서 다음의 관계가 성립한다.

$$\min_{i=1,\cdots,n} a_i/b_i \le \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right) / \left(\sum_{i=1}^{n} b_i\right)$$

정리 1과 $c(\delta(V_1,\cdots,V_p)) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{p} c(\delta(V_i))$라는 사실로부터 다음이 성립한다.

정리 2 : $\min_{i=1,\cdots,p} \frac{c(\delta(V_i))}{2} \le \frac{c(\delta(V_1,\cdots,V_P))}{p}$

따라서 이 문제는 $\min_{\varnothing \neq S \subset V} c(\delta(S))$를 구하는 문제와 같게 된다. 그리고 이 문제의 해는 임의의 $i \in V$를 선택한 뒤에 각 $j \in V \setminus \{i\}$에 대해서 최소가중치의 $i-j$ 컷을 구한 뒤에 이 중에서 최소값을 갖는 컷을 구하면 된다. 그러나 Nagamochi와 Ibaraki (Nagamochi and Ibaraki 1992)의 결과를 이용하면, $O(|V|(|E|+|V|\log|V|))$ 시간에 해결이 가능해서 최대흐름문제를 한 번 정도 푸는 시간에 위의 문제를 해결할 수 있다. 반면에 흥미롭게도 네트워크 공격문제에 대해서는 목적함수 우측항의 $p-1$이 p로 변하는 경우에는 상황이 나빠져서, 이제까지 발견된 최선의 해법은 최대흐름문제를 $|V|^3$만큼 푸는 것이다(Baïou *et al.* 2000).

3.2 네트워크 단절문제에서의 생존도

Kolar와 Wu(Kolar and Wu, 1988), Wu 등(Wu *et al.*, 1988a, 1988b)과 Wu(Wu, 1992)는 통신망의 구조에 따른 생존도의 차이를 비교할 목적으로 일정한 개수의 호가 장애를 일으켰을 때 소통이 불가능한 통신수요량을 계산하였다. 불통되는 통신량이 적을수록 생존도는 높다고 평가하는 것인데, 이렇게 계산한 생존도가 실제 통신망 설계자들이 생각하는 생존도의 개념이다. 네트워크 단절문제에서는 호의 개수를 고정하는 것보다 좀 더 포괄적인 호의 조건에 대해서 불통되는 통신량을 계산한다. 즉 장애가 일어나는 호의 가중치의 합이 일정한 값 (b로 표시한다). 이하일 때, 소통이 불가능한 최대 통신수요량을 구한다. 따라서 가중치가 1인 네트워크 단절문제에서는 b개의 호에 장애가 발생했을 때 불통되는 통신량을 계산하게 된다.

네트워크 단절문제는 네트워크의 장애를 공격자가 일으킨다는 관점에서 정의한 것이다. 이 때 호의 가중치는 호를 파괴하는데 드는 비용을, b는 공격자가 사용할 수 있는 예산을 의미한다. 네트워크 단절문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\max \quad d(V_1,\cdots,V_P) \\ &s.t. \quad c(\delta(V_1,\cdots,V_P)) \le b \ \text{ for all partition} \\ &\qquad\quad (V_1,\cdots,V_P) \ \text{of } V \text{ with } p \ge 2 \end{aligned}$$

호의 가중치가 1인 경우에는 호 생존도 문제(edge survivability problem)라고도 부르며, 앞에서 언급한 Kolar와 Wu를 비롯한 많은 통신망 설계자들이 사용했던 통신망의 생존도를 계산하는 문제가 된다. 모형에서 알 수 있듯이, 네트워크 단절문제에서는 통신수요가 구체적으로 주어진다고 가정하나, 네트워크 설비의 용량에는 제한이 없는 것을 전제로 한다. 따라서 앞서 언급한대로 네트워크의 구조만이 결정변수일 때 유용한 모형이다.

Wu 등(Wu *et al.*, 1988)은 헤아리는 방법(enumeration method)으로 호 생존도 문제의 해를 구하였다. 대규모의 분산형 네트워크에서 호 생존도를 계산하는 현실적인 해법은 Myung과 Kim(Myung and Kim, 2001, 2004)의 연구에서 이루어졌다. Myung과 Kim은 해당문제가 NP-hard에 속하는 문제임을 밝혔고, 수리적인 모형을 이용하여 상한과 하한을 구하는 방법을 제시하였다. 호의 가중치가 임의의 값을 갖는 중앙집중형 네트워크에 대한 문제는 Martel 등(Martel *et al.* 2001)에 의해서 처음 제시되었고, 이에 대한 해법은 김현준 등(Kim *et al.* 2004)과 Myung과 Kim(Myung and Kim 2005, 2007)에 의해서 연구되었다.

네트워크 단절문제는 0-1변수를 이용하여 정수계획모형(integer programming formulation)으로 표현할 수 있다. 호 e의 장애 여부를 나타내는 변수 x_e와 공급원-수요지 쌍 $k \in K$가 장애에 따라서 단절되는지 여부를 나타내는 변수 y_k를 다음과 같이 정의하자.

$$x_e = \begin{cases} 1, & \text{호 } e\text{에 장애가 발생한 경우} \\ 0, & \text{위와 다른 경우} \end{cases}$$

$$y_k = \begin{cases} 1, & \text{공급원과 수요지가 단절된경우} \\ 0, & \text{위와 다른 경우} \end{cases}$$

그러면 네트워크 단절문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\max \sum_{k \in K} d_k y_k \tag{1}$$

$$s.t. \sum_{e \in E} c_e x_e \le b$$
$$\sum_{e \in E(P)} x_e \ge y_k, \quad \forall P \in \boldsymbol{P}_k, \forall k \in K, \qquad (2)$$
$$x_e \in \{0, 1\}, \qquad \forall e \in E$$
$$y_k \in \{0, 1\}, \qquad \forall k \in K$$

여기서 $\boldsymbol{P}_k$는 그래프 G에 존재하는 k에 대한 공급원 마디와 수요지 마디사이의 모든 경로의 집합을 나타내고, $E(P)$는 경로 P에 속한 호의 집합을 나타낸다. 따라서 부등식 (2)는 공급원과 수요지가 단절되기 위해서는 두 마디사이의 경로마다 적어도 한 호는 장애가 일어나야 됨을 의미한다.

3.3 서버 단절문제에서의 생존도

서버 단절문제(server disconnection)는 $p \ge 2$인 모든 V의 분할, $(V_1, \cdots, V_p)$에 대해서, $d(V_1, \cdots, V_P) - c(\delta(V_1, \cdots, V_P))$의 최대값을 구하는 문제이다. 네트워크 단절문제와 유사하나 차이점은 목적함수에 불통 통신량과 공격비용을 묶어서, 목적함수를 네트워크 공격자의 순이익의 개념으로 표현한 것이다. 이 문제는 Hong과 Choi(Hong and Choi, 2007b)에 의해서 처음 제시되었고, NP-hard임이 증명되었다. 따라서 공격자의 순이익이 네트워크의 생존도가 되며, 공격자의 순이익이 낮을수록 생존도는 높게 된다. 서버 단절문제는 다음과 같은 정수계획 모형으로 표현할 수 있다.

$$\max \sum_{k \in K} d_k y_k - \sum_{e \in E} c_e x_e \qquad (2)$$
$$s.t. \sum_{e \in E(P)} x_e \ge y_k, \quad \forall P \in \boldsymbol{P}_k, \forall k \in K,$$
$$x_e \in \{0, 1\}, \qquad \forall e \in E$$
$$y_k \in \{0, 1\}, \qquad \forall k \in K$$

이러한 생존도 모형은 불통 통신량과 공격비용(또는 호의 강도)을 같은 측정단위로 표현하기가 어려운 경우에는 응용이 곤란하다는 단점이 있다. 그러나 서버 단절문제는 네트워크 단절문제를 푸는데 활용될 수도 있다. 위의 모형에서 알 수 있듯이, 네트워크 단절문제에서 식 (1)을 라그랑지안 승수를 이용하여 완화시키면 서버 단절문제가 된다. Hong과 Choi는 서버 단절문제에 대해서 근사해(approximate soltion)를 구하는 해법을 제시하였다.

3.4 저밀도-컷 문제에서의 생존도

네트워크 단절문제와 유사한 또 다른 문제로는 저밀도-컷 문제가 있다. 이 문제는 분수형태의 목적함수 $c(\delta(V_1, \cdots, V_P))/d(V_1, \cdots, V_P)$의 최소값을 구하는 문제이다. 저밀도-컷 문제는 항상 $p=2$일 때 최소값이 발생한다. 정리 1로부터 다음의 사실이 성립하기 때문이다.

정리 3 : $\min_{i=1,\cdots,p} \dfrac{c(\delta(V_i))}{d(V_i)} \le \dfrac{c(\delta(V_1, \cdots, V_P))}{d(V_1, \cdots, V_P)}$

따라서 이 문제는 $\min_{\varnothing \ne S \subset V} c(\delta(S))/d(S)$를 구하는 문제와 같게 된다. 저밀도-컷 문제는 Matula와 Shahrokhi(Matula and Shahrokhi, 1990)에 의해 NP-hard임이 증명되었으며, Leighton과 Rao(Leighton and Rao, 1988, 1999)의 근사해법에 대한 연구를 필두로 많은 연구가 이루어져 왔다. 자세한 내용은 Schrijver(Schrijver, 2003)와 Vazirani(Vazirani, 2001)의 책을 참고하기 바란다. 그리고 최근에 Hong과 Choi(Hong and Choi 2007a)는 공급원의 수가 고정된 경우에는 저밀도-컷 문제도 다항시간 내에 풀릴 수 있음을 증명하였다.

3.5 네트워크 차단문제에서의 생존도

앞서의 문제들과는 달리 네트워크 차단문제는 호의 용량에 제한이 있음을 가정한다. 그리고 이 문제에서는 공급원-수요지 쌍을 구별하지 않고, 총 통신량의 합을 네트워크의 능력으로 간주하여, 네트워크의 생존도는 일부 호에 장애가 방생했을 때 여전히 소통가능한 통신량의 총합으로 측정한다. 호의 용량을 $u_e, \forall e \in E$라 하자. 그러면 네트워크 차단문제는 최악의 장애 상황에서 통신 가능한 최대량을 구하는 문제이며, min-max 정수계획문제로 표현할 수 있다. 이를 위해서 d_k를 공급원-수요지 쌍 k의 두 마디사이의 통신량을 표시하는 변수로 정의한다. 그리고 추가적으로 통신흐름을 표현하는 변수가 필요하다. 우리는 무방향그래프를 전제로 하고 있으나 흐름은 방향성이 필요하므로 각 호에서 양방향으로 흐르는 통신량을 표현하는 두 개의 변수가 필요하다. 호 $e=\{i, j\} \in E$를 양방향으로 흐르는 공급원-수요지 쌍 k의 통신량을 f_{ij}^k와 f_{ji}^k로 정의하자. 그러면 네트워크 차단문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\min_{x \in X} \max \sum_{k \in K} d_k$$
$$s.t. \sum_{j \in V \setminus \{i\}} f_{ij}^k - \sum_{j \in V \setminus \{i\}} f_{ji}^k = \begin{Bmatrix} d_k, & i = s_k \\ -d_k, & i = t_k \\ 0, & i \ne \{s_k, t_k\} \end{Bmatrix} \forall k \in K$$
$$\sum_{k \in K} (f_{ij}^k + f_{ji}^k) \le u_e x_e, \quad \forall e = \{i, j\}$$

where

$$X = \left\{ x \in R^{|E|} : \sum_{e \in E} c_e x_e \le b,\ x_e \in \{0,1\}, \forall e \in E \right\}$$

네트워크 차단문제는 새로운 네트워크를 설계하는 경우보다는 기존에 존재하는 네트워크의 생존도를 분석하는데 주로 활용되었다. 초기에는 호의 가중치가 1이고, 공급원-수요지 쌍이 하나만 있는 경우를 다루었으나 (Ghare *et al*. 1971, Lubore *et al*. 1971, Ratliff *et al*. 1975, Wollmer 1964), Wood (Wood 1993)는 위에 나타난 모형처럼 다양하게 확장된 모형을 제시하였다. 전자의 경우는 다항시간 내에 풀 수 있으나, 후자의 경우는 NP-hard 문제이다.

3.6 네트워크 연결도를 활용한 생존도

기존의 많은 연구들 중에는 네트워크의 연결도(connectivity)를 생존도를 측정하는 대용수단으로 사용하기도 하였다. Cardwell 등(Cardwell *et al*., 1989)과, Grötschel 등(Grötschel *et al*., 1992a, 1992b, 1995)은 제 2장에서 정의한 $\lambda(G)$를 생존도로 활용하였다. 이러한 모형은 네트워크의 강도를 이용한 생존도 모형처럼 통신량을 고려하지 않는 모형이다. 두 마디사이의 연결도가 k이면, 두 마디 사이에 k개 이상의 호가 중복되지 않는 경로가 존재함을 의미하는데, 이 경우 k개 미만의 호에 장애가 발생하더라도 두 마디간의 통신수요는 손실 없이 처리가 가능하다. 이러한 관점에서 연결도는 네트워크의 생존도를 어느 정도 반영하기는 하나, 호의 장애에 의해 발생하는 통신수요의 손실을 상세히 표현하지는 못하기 때문에 제한적인 생존도 지표라 할 수 있다. 이러한 점은 <Figure 2>의 네트워크 모형을 통해 쉽게 설명될 수 있다. (a)와 (b)의 그래프는 각 공급원-수요지 쌍 사이에 동일한 수준의 연결도를 가지고 있으나 1개의 호가 장애를 일으키는 경우의 불통되는 통신수요량은 상당한 차이가 난다. 모든 마디사이의 통신수요량이 1이라고 가정하면 한 개의 호가 손상되는 경우 손실 가능한 최대 통신수요량이 (a)는 6이고 (b)는 4이다.

네트워크의 연결도를 생존도로 활용한 이유는 네트워크의 연결도가 통신량에 근거한 생존도에 비해서 분석이 쉽기 때문이다. $\lambda(G) = \min_{i,j \in V} \lambda(i, j, G)$이고 $\lambda(i, j, G)$는 각 호의 용량을 1로 만든 그래프에서 최소흐름문제를 풀어서 구할 수 있다. 따라서 3.1에서 설명한 분모가 p인 네트워크의 강도를 구하는 문제처럼 Nagamochi와 Ibaraki(Nagamochi and Ibaraki, 1992)의 해법을 이용하면 $O(|V||E|)$ 시간에 풀 수 있다(3.1에서 언급한 해법과 계산시간에 차이가 나는 것은 호의 용량이 1이기 때문이다).

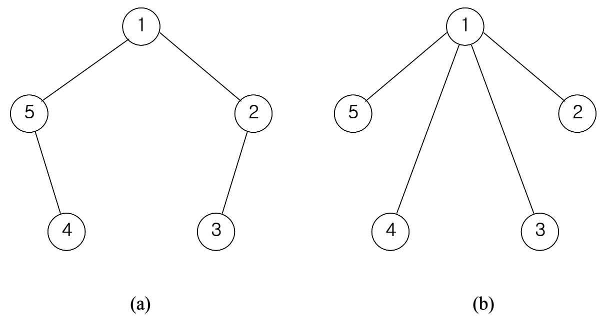

Figure 2. Two different network structures

위에서 소개한 6가지 생존도 모형은 네트워크 환경에 대한 가정과 생존도를 측정하는 방법에서 차이를 갖고 있다. 네트워크 환경에 대해서는 공급원-수요지 쌍별 통신수요량, d_k가 주어지는지 여부, 네트워크의 요소에 용량제한이 있는지 여부 등에서 차이가 있다. 이러한 요소들을 중심으로 6가지 생존도 모형의 특성을 요약한 내용이 <Table 1>에 나타나 있다. 네트워크의 강도와 연결도를 사용한 모형은 공급원-수요지 쌍별 수요가 주어지지 않는 상황에서 적용가능하다. 그리고 네트워크 차단문제 모형에서는 공급원-수요지 쌍은 주어지나 각각의 수요는 별도로 고려하지 않고 총 흐름의 합만을 고려한다. 따라서 공급원-수요지 쌍별로 동일한 종류의 흐름이 있는 경우에 적절한 모형이다. 나머지 세 모형은 동일한 상황을 가정하고 있고 다만 생존도를 측정하는 방법에서만 차이가 난다. 네트워크 차단문제 모형은 다른 모형과는 달리 유일하게 호의 용량에 제한이 있음을 가정한다. 실제로 이모형의 응용은 새로운 네트워크를 설계하는 경우보다는 기존에 존재하는 네트워크의 생존도를 분석하는데 주로 활용되었다.

Table 1. A summary for network survivability models

Models	o-d pairs	capacity restriction	How to measure
Network strength	not given	no	network strength
Network disconnection	given	no	surviving flow
Server disconnection	given	no	net gain of attackers
Sparsest cut	given	no	sparsity ratio
Network interdiction	given	yes	surviving flow
Connectivity	not given	no	connectivity

4. 네트워크 설계문제에서의 생존도

네트워크 설계문제는 조합최적화(combinatorial optimization) 분야에서 오래전부터 중심적인 연구과제였다. 전통적으로 잘

알려진 최소걸침나무문제(minimum spanning tree problem)를 비롯한 많은 문제들이 네트워크 설계문제의 범주에 포함되어 있다. 네트워크 설계문제를 간단히 기술하면 다음과 같이 정의할 수 있다. 마디와 호에 설비를 설치하는 비용이 주어져 있을 때, 일정조건을 만족하는 최소비용의 네트워크를 만드는 것이다. 제 3장에서 생존도 모형을 다룰 때처럼, 설계문제를 적용하는 환경에서 설비의 용량제한이 존재하는지, 공급원-수요지 쌍사이의 수요가 존재하는지 등의 상황에 따라 다양한 형태의 문제가 정의된다.

본 논문에서는 네트워크 설계문제들에 포함되어 있는 생존도를 보장하는 조건에 대해서 살펴보려고 한다. 대부분의 생존도를 고려한 네트워크의 설계문제는 제 3.6절에서 기술한 생존도, 즉 네트워크의 연결도를 생존도로 이용하였다. 이는 앞서 설명한대로 공급원-수요지 쌍의 통신수요에 대한 사전예측이 불가능한 경우에는 통신량을 고려하기 어렵고, 예측이 가능하더라도 정밀한 생존도 조건을 구현한 모형은 해를 구하기 어려웠기 때문이다. 제 4.1절에서는 네트워크의 연결도를 생존도 조건으로 사용한 설계모형에 대해서 소개하고, 제 4.2 절에서는 통신량을 고려한 생존도를 사용한 설계모형에 대해서 소개하기로 한다.

4.1 연결도를 생존도로 이용하는 문제들

네트워크의 연결도를 생존도로 이용한 모델들은 연결도 조건을 다음의 두 가지 형태로 표현하였다. 하나는 각 공급원-수요지 쌍을 이루는 두 마디사이의 연결도를 일정한 수준이상으로 제약하는 것이며, 또 하나는 마디들을 중요성에 따라 계층별로 나누고 공급원과 수요지 마디가 어떤 계층에 속했는지에 따라 연결도를 제약하는 것이다. 전자의 문제는 Steiglitz 등(Steiglitz *et al*., 1969)에 의해 소개되었고, 후에 Winter(Winter, 1987)에 의해서 확장된 Steiner 나무문제(generalized Stiener tree problem)로 명명되었다. 이 문제에서는 각 공급원-수요지 쌍 $k \in K$을 구성하는 두 마디 s_k와 t_k사이에 필요한 연결도를 사전에 정한다. 사전에 정해진 연결도가 $r(s_k, t_k)$이면, 만들어지는 네트워크 G는 $\lambda(s_k, t_k, G) \geq r(s_k, t_k)$를 만족하여야 된다. 후자의 문제는 Cardwell 등(Cardwell *et al*., 1989)과, Grötschel 등(Grötschel *et al*., 1992a, 1992b, 1995)에 의해서 제시되었는데, 각 마디 $i \in V$의 중요성에 따라 연결도 지표 $r(i)$를 부여하고, 각 공급원-수요지 쌍 $k \in K$의 두 마디 s_k와 t_k사이에 요구되는 연결도 $r(s_k, t_k)$를 $\min\{r(s_k), r(t_k)\}$로 설정한다. 연결도를 생존도로 이용하는 네트워크 설계모형들에 대한 문헌 연구는 Kerivin과 Mahjoub(Kerivin and Mahjoub, 2005), Magnanti와 Raghavan(Mangnanti and Raghavan, 2005)의 논문에 잘 정리되어 있다.

후자의 모형은 전자의 모형으로 항상 표현이 가능하다. 전자의 모형 중에서 용량에 제한이 없는 문제는 다음과 같은 수리계획모형으로 표현할 수 있다. 모형에서 변수 x_e는 호 e의 포함여부를, c_e는 호 e의 설치비용을 표시하는 것으로 정의한다.

$$\min \sum_{e \in E} c_e x_e$$

$$s.t. \sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq \max\{r_{ij} : i \in S, j \in V \setminus S\}, \ \forall S \subset V$$

$$x_e \in \{0, 1\}, \qquad \forall e \in E$$

4.2 통신량에 근거한 생존도를 이용하는 문제

Kolard와 Wu(Kolar and Wu), Wu 등(Wu *et al*., 1988a, 1988b)과 Wu(Wu, 1992)가 지적한대로 제 3.2절에서 설명한 생존도가 통신설계자들이 가장 보편적으로 사용하는 개념이다. 그러나 통신망의 설계에는 이러한 생존도의 개념을 사용한 모형은 별로 다루어지지 않았었다. 이는 문제의 난이도 때문인데 Myung 등(Myung *et al*., 1999)의 연구가 이제까지 발견할 수 있는 유일한 연구이다. Myung 등은 제 3.2절에서 정의한 것처럼 l개의 호에 장애가 일어났을 때 소통 불가능한 통신량을 다음과 같이 표현하고,

$$L_l(G) = \max\{d(V_1, \cdots, V_p) : (V_1, \cdots, V_p)\text{는 } V\text{의 분할이고, } |\delta(V_1, \cdots, V_p)| \leq l\}$$

각 l의 개수별로 $L_k(G)$가 일정수준 이하가 되는 네트워크를 설계하는 문제를 정의하였다. Myung 등은 위의 모형이 제 4.1절의 모형을 특수한 경우로 포함하는 포괄적인 모형임을 증명하고, 이에 대한 해법을 개발하였다.

5. 결론 및 향후 연구에 대한 논의

통신망의 안정성은 통신네트워크의 구조에 많은 영향을 받는다. 네트워크의 생존도는 서로 다른 구조를 갖는 네트워크의 안정성을 비교하기 위한 지표인데, 이는 마디 또는 호로 표현된 네트워크의 요소에 장애가 발생했을 때 여전히 소통 가능한 통신수요의 정도를 의미한다. 적정한 통신망의 구조를 선택하는 것이 안정적인 통신망을 설계하는데 중요한 과제여서 네트워크의 구조별로 생존도를 측정하는 방법은 매우 중요한 연구과제이다. 본 논문에서는 문헌에 나타난 연구들로부터 네트워크의 생존도 모형 6가지를 도출하고, 비교하였다. 도출된

모형들은 공급원과 수요지사이의 통신수요를 사전에 예측가능한지, 호의 장애 가능성이 호별로 차이가 나는지, 구체적으로 생존도를 어떤 값으로 측정할 것인지, 네트워크의 요소에 용량제한이 있는지 등의 요소에 따라 차별화 된다.

이러한 생존도 모형에 비추어 볼 때, 이제까지의 네트워크 설계문제는 가장 단순한 형태의 생존도를 활용하였음을 알 수 있었다. 이는 단순히 생존도만을 계산하는 문제가 이미 NP-hard인 복잡한 문제들이고, 생존도를 보장하는 조건을 추가한 네트워크의 설계문제는 훨씬 더 풀기 어려운 문제가 되기 때문으로 추리된다. 따라서 정밀한 생존도를 반영하면서도 적절한 시간에 풀 수 있는 모형과 해법의 개발에 대한 노력은 계속 필요하다고 생각된다. 한편으로는 현실에 적합한 생존도 모형에 대한 추가적인 개발도 계속 필요하다. 특히 이제까지 연구가 제한적이었던 용량제한이 있는 네트워크에 대한 생존도 모형은 계속 발전시킬 필요가 있다.

참고문헌

Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., and Orlin, J. B. (1993), Network Flows, Prentice-Hall, New Jersey, U.S.A.

Baïou, M., Barahona, F. and Mahjoub, A.R. (2000), Separation of partition inequalities, Mathematics of Operations Research **25**, 243-254.

Barahona, F. (1992), Separating from the dominant of the spanning tree polytope, Operational Research Letters **12**, 201-203.

Cardwell, R. H., Monma, C. L., Wu, T. (1989), Computer-aided design procedures for survivable fiber optic networks, IEEE J. SAC **7**, 1188-1197.

Cheng, E. and Cunningham, W. H. (1994), A faster algorithm for computing the strength of a network, Information Processing Letters **49**, 209-212.

Cosares, S., Deutch, N. D., Saniee, I., and Wasem, O. J. (1995), SONET toolkit: A decision support system for designing robust and cost-effective fiber-optic networks, Interfaces **25**, 20-40.

Cunningham, W. H. (1985), Optimal attack and reinforcement of a network, J. of ACM **32**, 549-561

Frank, A. (1992), Augmenting graphs to meet edge-connectivity requirements, SIAM J. Disc. Math. **5**(1992) 25-53.

Garey, M. R. and Johnson, D. S. (1976), Computers and intractability, W. H. Freeman and Company, San Francisco, U.S.A.

Ghare, P. M., Montgomery, D. C., and Turner, W. C. (1971), Optimal interdiction policy for a flow network, Naval Research Logistics Quarterly **18**, 37-45.

Grötschel, M. and Monma, C. L. (1990), Integer polyhedra associated with certain network design problems with connectivity constraints, SIAM J. Disc. Math. **3**, 502-523.

Grötschel, M., Monma, C. L. and Stoer, M. (1992), Facets for polyhedra arising in the design of communication networks with low connectivity constraints, SIAM J. Opt. **2**, 474-504.

Grötschel, M., Monma, C. L. and Stoer, M. (1992), Computational results with a cutting plane algorithm for designing communication networks with low connectivity constraints, Operations Research **40**(1992) 309-330.

Grötschel, M., Monma, C. L. and Stoer, M. (1995), Design of survivable networks, Network Models, M. O. Ball *et al.* (eds.), North-Holland, Amsterdam, 617-672.

Gusfield, D. (1991), Computing the strength of a graph, SIAM Journal on Computing **20**, 639-654.

Hong, S. -P. and Choi, B. -C. (2007), Polynomiality of sparsest cuts with fixed number of sources, Operations Research Letters **35**, 739-742.

Hong, S. -P. and Choi, B. -C. (2007), Approximability of the k-server disconnection problem, Networks **50**, 273-282.

Kerivin, H. and Mahjoub A. R. (2005), Design of survivable networks: A suevey, Networks **46**, 1-21.

Kim, H. -J., Myung, Y. -S., Park, Park, S., and Oh, S. -M. (2004), Lower and upper bounding strategies for the network disconnection problem, Journal of Korean OR and MS society **29**, 113-125.

Kolar, D. J. and Wu, T. (1988), A study of survivability versus cost for several fiber network architectures, Proceedings of IEEE Int'l Conference on Communications, 61-66.

Lubore,S. H., Ratliff, H. D. and Sicilia, G. T. (1971), Determining the most vital link in a flow network, Naval Research Logistics Quarterly **18**, 497-502.

Magnanti, T. L. and Raghavan, S. (2005), Strong formulations for network design problems with connectivity requirements, Networks **45**, 61-79.

Martel, C., Nuckolls, G. and Sniegowski, D. (2001), Computing the disconnectivity of a graph, Working paper, UC Davis.

Matula, D. W. and Shahrokhi, F. (1990), Sparsest cuts and bottlenecks in graphs, Discrete Applied mathematics **27**, 113-123.

Monma C. L. and Shallcross, D. F. (1989), Methods for designing communication networks with certain two-connected survivability constraints, Operations Research **37**, 531-541.

Myung, Y. -S., Kim, H. -J. and Tcha, D. -W. (1999), Design of communication networks with survivability constraints, Management Science **45**, 238-252.

Myung, Y. -S. and Kim, H. -J. (2001), An algorithm for calculating flow-based network survivability, Journal of Korean OR and MS society **26**, 238-252.

Myung, Y. -S. and Kim, H. -J. (2004), A Cutting Plane Algorithm for Computing k-edge Survivability of a Network, European Journal of Operational Research **156**, 579-589.

Myung, Y. -S. and Kim, H. -J. (2005), An algorithm for the graph disconnection problem, International Journal of Management Science **11**, 49-61.

Myung, Y. -S. and Kim, H. -J. (2007), Network disconnection problems in a centralized network, Naval Research Logistics **54**, 710-719.

Nagamochi H. and Ibaraki, T. (1992), Computing edge-connectivity in multiple and capacitated graphs, SIAM Journal on Discrete Mathematics **5**, 54-66.

Ratliff, H. D., Sicilia G. T. and Lubore, S. H. (1975), Finding the n most vital links in flow networks, Management Science **21**, 531-539.

Schrijver, A. (2003), Combinatorial optimization, Springer-Verlag, Berlin.

Shmoys, D. B. (1997), Cut problems and their application to divide and conquer, Approximation Algorithms for NP-Hard Problems, D. S. Hochbaum (ed.), PWS, Boston, 192-235.

Vazirani, V. V. (2001) Approximation Algorithms, Springer, Berlin, 2001.

Wollmer, R. D. (1964), Removing arcs from a network, Operations Research **12**, 934-940.

Wood, R. K. (1993), Deterministic network interdiction, Mathl. Comput. Modelling **17**, 1-18.

Wu, T. (1992), Fiber network survivability, Artech House, Inc.

Wu, T., Cardwell, R. H. and W. E. Woodall, (1988a), Decreasing survivable fiber network cost using optical switches, Proceedings of IEEE Int'l Conference on Communications, 93-97.

Wu, T., Kolar, D. J. and Cardwell, R. H. (1988b), Survivable network architectures for broad-band fiber optic networks: model amd performance comparison, Journal of Lightwave Technology **6**, 1698-1709.