연속웨이블렛 변환을 이용한 구조물의 손상도 평가

Damage Evaluation of a Structure Using Continuous Wavelet Transform

김 한 상* 김 현 수**

Kim, Han-Sang Kim, Hyun-Su

Abstract

The damage evaluation method for framed structures using continuous wavelet transform (CWT) is proposed. CWT is applied to the response acceleration of a structure subjected to earthquake load to decompose the response acceleration corresponding to each scale, then the normalized energy value for each scale is calculated. The difference between the normalized energy curvature (NEC) in each node before and after damage indicates a damaged element, which makes it possible to assess the soundness of structural elements. As damage becomes more severe the difference in normalized energy curvature becomes larger. The NEC calculated from the signal corresponding to high scale in CWT analysis is found to be a good index that shows the location and severity of damage.

요 지

본 논문에서는 연속웨이블렛 변환(Continuous Wavelet Transform; CWT)을 이용하여 구조물의 손상도를 평가 하였다. 지진하중을 받은 프레임 구조물의 응답 가속도를 CWT를 이용하여 분해한 후 각각의 스케일에 관해서 손상전과 손상후의 정규화된 에너지 곡률(Normalized Energy Curvature; NEC)을 계산하였다. 손상전과 손상후의 NEC 값은 손상된 부재에서 크게 변화 하여 손상된 부재를 쉽게 나타내었고 또한 손상도가 심할 수 록 그 값의 차이가 컸다. 이 논문에서는 CWT로부터 계산된 NEC값이 구조물의 손상위치와 손상도를 평가하는 효과적인 지표임을 나타내었다.

Keywords : Continuous wavelet transform (CWT), Damage evaluation

핵심 용어 : 연속웨이블렛 변환, 손상평가

* 정회원, 삼성엔지니어링 토목건축팀 과장

** 정회원, 선문대학교 건축학부 전임강사, 교신저자

E-mail : hskim72@sunmoon.ac.kr 016-9266-5676

• 본 논문에 대한 토의를 2008년 12월 31일까지 학회로 보내주시면 2009년 3월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

교량, 건물 등의 사회기반시설의 수명을 연장 시키기고 안전 상태를 평가하기 위하여 기존 구조물에 대한 손상 평가에 많은 관심이 집중되고 있다. 구조물의 손상 평가는 크게 4단계로 이루어져 있는데 첫째, 손상발견, 둘째, 손상위치 규명, 셋째, 손상도 규명, 넷째, 구조물의 남은 수명 예측 등이다.[2][8] 기존 구조물에 대한 손상 평가와 함께 많은 학자들에 의해 활발히 연구되는 분야가 이상상태 모니터링에 관한 분야이다. 이상상태 모니터링은 크게 데이터 취득을 위한 센서기술과 그 수집한 데이터를 효과적으로 해석하는 분석알고리즘 등 2가지로 크게 이루어져 있다. 센서기술 분야에서는 wireless, PZT 센서 등에 관한 연구가 활발히 진행 중이다. interpretation algorithm 분야에서는 지난 10 여 년 동안 wavelet을 이용한 손상규명에 관한 연구가 활발히 수행되었다. 웨이블렛은 신호분석 기술의 하나로써 측정된 데이터를 효율적으로 처리할 수 있다. Al-Khalidy et. al[3][4]은 웨이블렛을 이용한 손상 발견에 대해서 많은 논문을 썼는데 궁극적인 목표는 지진, 태풍등의 자연재해에 대한 구조물의 실시간 이상상태 모니터링 시스템을 개발하는 것이었다. 이 연구에서 그는 구조물의 피로로 인한 손상 규명을 위해 측정된 data에 이산 웨이블렛 변환을 적용하여 구조물의 피로로 인한 응답 신호의 변화에 주목하였다. Kitada[5]는 웨이블렛을 이용하여 구조물의 동적 비선형성을 추정하는 방법을 제안하였다. 이 방법을 이용하면 구조물의 비선형성에 대한 어떠한 가정 없이도 재료적 비선형성이 아주 큰 구조물의 강성과 감쇠계수를 추정할 수 있다. Hou et. al[6]은 이산 웨이블렛변환(Discrete Wavelet Transform; DWT)을 이용하여 손상이 발생하는 순간에 분해된 응답가속도에 스파이크가 발생하는 것을 발견하였다. Sun and Chang은 웨이블렛펙킷 변환 (Wavelet Packet Transform; WPT)를 이용하여 구조물의 응답 가속도를 분해한 후 그 각각의 성분에너지를 이용하여 구조물의 손상을 평가하였다.[7] 이를 위하여 인공신경망을 이용하였는데 이 인공신경망의 출력층의 절점수는 구조물의 절점수와 같아서 대형 구조물의 손상 평가시에는 출력층의 크기가 커지는 단점이 있었는데 이와 같은 단점을 보완하기 위하여 Kim의 연구에서는 출력층에 각각 손상부재와 손상도를 나타내는 2개의 절점만으로 이루어진 신경망을 이용하여 입력층과 출력층의 크기를 대폭 줄여도 만족스러운 결과를 얻을 수 있음을 보여주었다.[1] 웨이블렛의 연구에 관한 좀더 자세한 연구동향은 Kim 과 Melhem의 논문에서 찾을 수 있다.[9] 본 연구에서는 구조물의 손상 평가를 위하여 연속웨이블렛 변환(Continuous Wavelet Transform; CWT)을 이용하였다.

2. 연속웨이블렛 변환 (Continuous Wavelet Transform; CWT)

먼저 CWT의 정의를 살펴 보면 CWT는 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W(a,b) = \int f(t) \cdot \psi^*_{a,b}(t)dt \qquad (1)$$

여기에서 $f(t)$는 CWT가 적용되는 시간영역의 함수이고 $\psi^*_{a,b}$ 는 $\psi_{a,b}$의 공액 (conjugate)이다. $\psi_{a,b}$는 식(2)와 같다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi(\frac{t-b}{a}) \qquad (2)$$

따라서 기저함수(basis function) 또는 웨이블렛 ψ는 각각 스케일 모수(scale parameter) a와 이동모수(translation parameter) b에 의해 수축(scale)과 이동을 하게 된다. 식(1)에서 $\psi^*_{a,b}$는 창 함수(window function) 로 간주될 수 있다. 이 때 스케일 모수 a가 아주 작으면 창 함수의 크기가 작아져서 결과적으로 $f(t)$의 고주파 성분을 찾아내는데 유용하다. 반대로 a가 아주 크면 창 함수가 커져 저주파 성분을 잘 찾아내게 된다. 따라서 웨이블렛을 이용하여 신호를 분석하면 수축과 이동에 의한 창함수의 변화로 인해 Fourier 분석에서는 볼 수없는 신호의 불연속점등을 찾을 수 있다. 이러한 웨이블렛의 특성을 실

시간 구조물의 이상상태 모니터링에 이용하면 구조물의 손상에 의한 응답신호의 변화 등을 감지 할 수 있다. 웨이블렛의 정의인 식(1)은 식(3)과 같이 나타낼 수 있다. 따라서 CWT는 $f(t)$와 $\psi^*_{a,b}$의 내적의 집합이라 말할 수 있다.

$$W(a,b) = \langle f(t), \psi^*_{a,b}(t) \rangle \tag{3}$$

스케일 모수 a는 주파수와 반비례 관계에 있는 계수인데 식(4)를 이용하여 주파수 F 로 변환 할 수 있다.

$$F = \frac{F_c \triangle}{a} \tag{4}$$

여기에서 F_c 와 $\triangle$ 는 각각 웨이블렛의 중심주파수(Center Frequency)와 샘플링 주파수를 나타낸다. Fig.1은 이 연구에서 사용된 웨이블렛인 Daubechies 10과 그 중심주파수 0.6842Hz를 나타내고 있다.

따라서 이 연구에 사용된 샘플링 주파수 100Hz 와 Daubechies 10의 중심주파수를 식(4)에 대입하면 다음과 같이 스케일을 주파수로 전환 할 수 있다.

$$F = \frac{68.42}{a} \tag{5}$$

여기에서 주의 할 점은 식(4),(5)를 이용하여 스케일이 주파수로 정확히 변환 될 수 없다는 점이다.

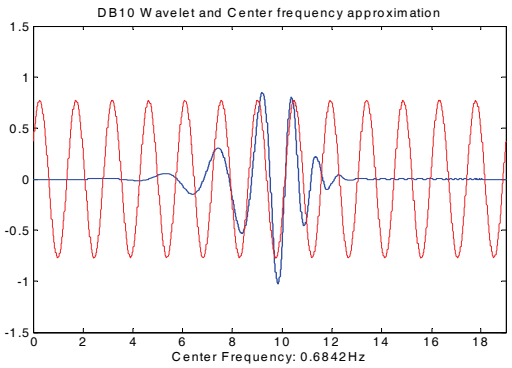

Fig. 1 Daubechies 10 웨이블렛과 중심주파수

Fig. 1에서 볼 수 있듯이 중심 주파수는 웨이블렛의 중심파동부분의 주파수를 중심으로 계산되기 때문에 식(4),(5)는 다만 근사값을 구 할 뿐이다.

3. 구조물의 손상도 평가 과정

구조물의 손상도 평가는 손상으로 인해서 구조물의 강성이 작아지면 이로 인한 외부하중에 관한 응답이 손상전과 달라진다는 점을 이용한 것이다. 구조물의 손상으로 인해 달라지는 대표적인 파라미터로는 모달파라미터(modal paramter)를 들 수 있다. 모달파라미터는 구조물의 고유진동수, 감쇠율, 모드형상을 말하는 것으로 이 모달파라미터를 손상 평가에 이용하는 모드해석법의 첫 번째 단점은 모달파라미터가 구조물의 작은 손상에는 많은 변화를 보이지 않는 것이다. 두 번째 단점은 유한요소법등을 이용한 동적 해석이 항상 가능하거나 쉽지 않고 또 가능하더라도 많은 시간과 노력을 요한다는 점이다. 이러한 단점 등을 극복하기위하여 웨이블렛을 이용한 손상 평가에 관한 연구가 활발히 수행되어 왔다.

본 연구에서는 구조물의 손상 평가를 위해 지진 하중을 구조물에 가한 후 각 절점에서의 응답 가속도를 측정하였다. 측정된 응답가속도 $f(t)$는 식(1)의 CWT를 이용하여 각 scale 별로 분해하였다. scale은 식(4)에 나타난 바와 같이 주파수와 반비례 관계에 있으므로 scale이 크면 저주파수 성분을 포함하고 scale이 작으면 고주파수 성분을 포함하게 된다. 각 scale별로 분해된 성분은 식(6)를 이용하여 성분에너지 $E_{i,j}$를 구하였다. 식(6)는 절점 i 의 응답 가속도에서 scale j의 성분에너지를 나타낸다.

$$E_{i,j} = \sum f_{i,j}(t)^2 \tag{6}$$

성분에너지 $E_{i,j}$는 다시 식(7)을 이용하여 $E^n_{i,j}$으로 정규화(normalization) 되었다.

$$E^n_{i,j} = \frac{E_{i,j}}{\max(E_j)} \tag{7}$$

따라서 모든 절점에서의 특정 scale의 성분에너지는 성분에너지가 가장 큰 절점에서의 성분에너지 값에 의해 정규화 되었다. 이렇게 정규화된 $E_{i,j}^{n}$에서 식(8)의 중앙 차분법 (Central Difference Method)을 이용하여 정규화된 에너지 곡률 (Normalized Energy Curvature; NEC), $E_{i,j}^{n''}$을 구하였다.

$$E_{i,j}^{n''} = \frac{E_{i+1,j}^{n} - 2E_{i,j}^{n} + E_{i-1,j}^{n}}{\triangle x^2} \qquad (8)$$

여기에서 $\triangle x$는 각 절점간의 거리를 나타낸다. 구조물에 손상이 생기면 NEC는 손상전과 손상후에 손상 지점에서 큰 차이를 나타낸다. 따라서 NEC, $E_{i,j}^{n''}$의 손상전과 손상후의 절대값의 차이 $\triangle E_{i,j}^{n''}$를 이용하여 구조물의 손상 지점을 찾아낼 수 있다. Fig. 2는 위에 설명한 손상도 평가 과정이다.

4. 수치예제 해석

본 연구에서는 손상 평가를 위하여 Fig. 3 과 같은 10 층 빌딩 구조물을 이용하였다. 그림에서 번호는 각 절점번호를 나타내고 밑줄이 쳐진 번호는 부재번호를 의미한다. 부재 재료인 강의 특성은 밀도(mass density) =7827 kg/m^3, 탄성계수(Young's modulus, E)는 2.0×10^{11}N/m^{2}으로 가정하였고 각 부재의 단면은 0.3m × 0.3m, 감쇠비는 모든 모드에서 5%로 가정하였다. 구조물의 손상 평가를 위해서 El Centro 지진하중을 구조물에 가한 후 각 절점에서의 응답 가속도를 CWT를 이용하여 분해 하였다. CWT 분석을 위해 적용한 scale의 범위는 1에서 50 이다. 식(5)에 의하여 이에 상응하는 주파수 범위는 1.37Hz에서 68.42Hz 이다. 손상은 기둥의 단면을 줄임으로써 모델링 하였다. 즉 20% 손상은 단면면적이 20% 감소함을 의미한다.

Fig. 4는 절점 19와 20 사이에 있는 18번 부재에 10% 손상이 있을 경우의 $\triangle E_{i,20}^{n''}$, $\triangle E_{i,30}^{n''}$, $\triangle E_{i,40}^{n''}$, $\triangle E_{i,50}^{n''}$ 을 나타낸다. 다른 절점과 비교하여 각각의 $\triangle E_{i,j}^{n''}$값은 절점 19와 20에서 훨씬 큰 값을 보이고 있다. 18번 부재의 손상에 의해서 구조물의응답가속도의 성분에너지 변화가 다른 손상 되지 않은 부재에 비하여 크기 때문이다.

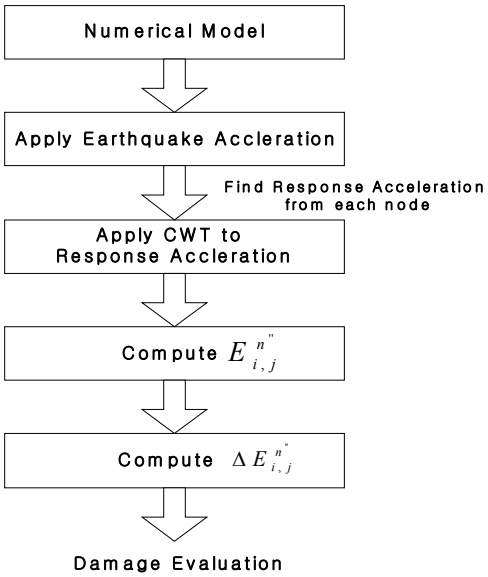

Fig. 2 손상도 평가과정

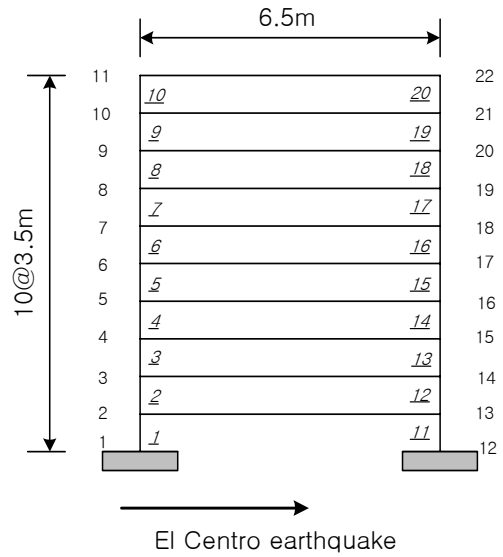

Fig. 3 El Centro 지진하중을 받는 강구조물

scale이 20보다 작은 경우에는 어느 절점에서도 $\triangle E_{i,j}^{n''}$이 손상 후에도 큰 변화가 없어 손상된 부재를 알아내기가 불가능하였다. 응답 가속도에서 scale 20에 상응하는 주파수 3.42Hz 보다 큰 성분은 구조물의 손상에 크게 민감하지 않았다. Fig. 5는 부재 18에서의 손상을 10%씩 40%까지 증가 시켰을 때의 $\triangle E_{i,50}^{n''}$을 나타낸다. 손상도가 커질 수 록 이에 비례하여 손상된 부재 절점에서의 $\triangle E_{i,50}^{n''}$도 커진다는 것

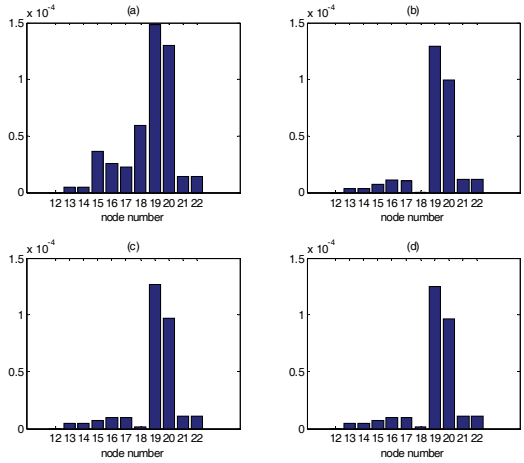

Fig. 4 18번 부재에 10% 손상이 있을 경우:
(a) $\triangle E_{i,20}^{n''}$, (b) $\triangle E_{i,30}^{n''}$, (c) $\triangle E_{i,40}^{n''}$, (d) $\triangle E_{i,50}^{n''}$

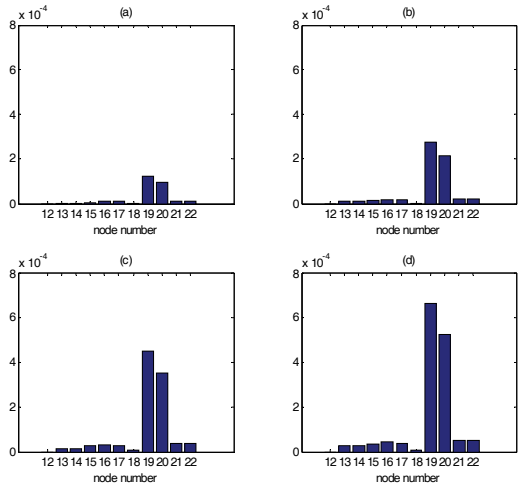

Fig. 5 18번 부재에 손상이 있을 경우의 $\triangle E_{i,50}^{n''}$
: (a) 10%, (b) 20%, (c) 30%, (d) 40%

을 보여 주고 있다. 따라서 $\triangle E_{i,j}^{n''}$를 이용하면 손상 위치뿐만 아니라 손상도 까지 평가 할 수 있음을 보여 준다.

Fig. 6는 지금까지와는 달리 2개의 손상 부재가 존재하는 경우이다. 먼저 Fig. 6(a)는 손상이 14번과 16번등의 2개의 부재에 각각 20%, 30%의 손상이 존재 하는 경우의$\triangle E_{i,50}^{n''}$를 나타낸다. Fig. 6(b)는 14번과 18번 부재에 각각 30%와 40%의 손상이 존재 하는 경우의 $\triangle E_{i,50}^{n''}$를 나타내고 있다. 두 결과를 비교하면 Fig. 6(b)에서 $\triangle E_{i,50}^{n''}$ 가 손상 부재에서 더 큰 변화를 보였음을 알 수 있다. 14번 부재의 절점인 15, 16번 그리고 18번 부재의 절점인 19, 20번에서 뚜렷한 값의 변화를 보여 손상 부재를 선명히 나타내고 있다. Fig. 6(a)의 경우에는 손상된 14번 부재를 선명히 나타내지 못하고 있다. 절점17,18 (16번 부재) 에서는 손상 후에 $\triangle E_{i,j}^{n''}$가 큰 변화를 보여 손상 부재임을 쉽게 알 수 있었지만 절점15, 16 (14번

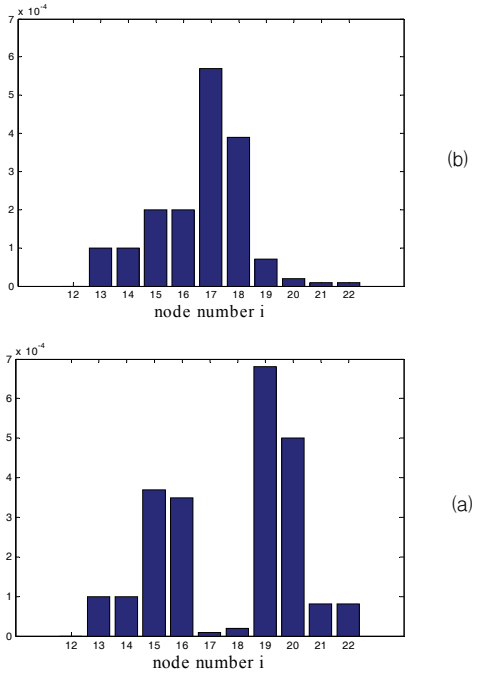

Fig. 6 2개의 손상이 존재 하는 경우의 $\triangle E_{i,50}^{n''}$:
(a) 14번 부재 20%, 16번 부재 30% 손상
(b) 14번 부재 30%, 18번 부재 40% 손상

부재)에서는 $\triangle E_{i,j}^{n''}$가 큰 변화를 보이지 않아 손상 파악이 상대적으로 어려웠다. 두 개의 손상이 충분한 거리를 두고 존재하는 경우에는 각 절점에서의 $\triangle E_{i,j}^{n''}$는 손상된 부재를 확실히 나타내었지만 각각의 손상이 인접한 부재에 발생하였을 경우는 일부의 손상 부재를 뚜렷이 나타내지 못하였다.

지금까지 CWT를 이용한 손상 평가과정에 대하여 설명을 했는데 웨이블렛팩킷 변환(Wavelet Packet Transform: WPT)을 이용하여 같은 방법으로 손상 평가를 하였다. WPT에서 식(1), (2)는 다음과 같이 전환 될 수 있다.

$$W(j,k) = \int f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi^*_{j,k}(t) dt \qquad (9)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{-j}{2}} \psi(2^{-j}t - k) \qquad (10)$$

WPT의 단점은 신호를 분석하였을 때 각 분해된 성분이 CWT와 달리 단일 주파수성분이 아니라는 점이다. 분해된 각 성분은 일정한 주파수 대역의 성분이 혼합 되어 있다. 이러한 특징은 Fig. 7에 잘 나타나 있다. 각 Level별로 신호가 분해 될 때 마다 각 성분은 주파수 대역이 절반으로 줄어들게 된다. 따라서 Level N의 각 성분의 주파수 대역은 Level N+M 성분에 비해서 2^M 만큼 크다. 신호의 sampling frequency 가 K Hz 일 경우 Level 1의 첫 번째 성분은 0-$\frac{K}{4}$Hz, 두 번째 성분은 $\frac{K}{4}$-$\frac{K}{2}$Hz 성분을 포함하게 된다. 따라서 Fig. 7의 Level 3의 첫 번째 성분은 0-$\frac{K}{16}$Hz의 성분을 포함하게 된다.

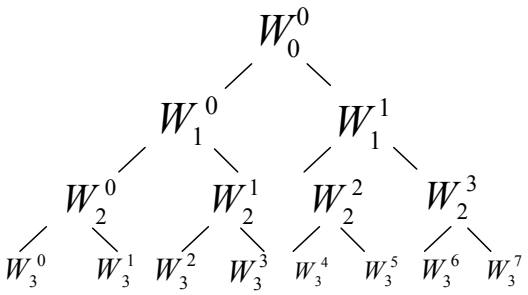

Fig. 7 Level 3의 wavelet packet tree

Fig. 8은 Fig. 3의 18번 부재가 10% 손상이 되었을 경우에 CWT와 WPT를 이용한 손상 평가 결과 이다. Fig. 7(a)는 CWT에 의한 결과이고 Fig. 7(b)는 WPT에 의한 결과이다. CWT를 이용하여 손상 평가를 하였을 경우 $\triangle E_{i,20}^{n''}$가 손상 평가의 Parameter로 사용 되었다. 따라서 이 성분의 주파수는 식(5)에 의해 3.42Hz 이다. WPT를 이용하여 손상 평가를 하였을 경우 Level 4의 첫 번째 성분을 이용하여 손상 평가를 하였다. Level 4의 첫 번째 성분은 0-3.13 Hz의 주파수 대역을 가지고 있는 성분이다. CWT와 WPT, 두 방법 모두 손상 평가에 충분이 민감한 낮은 주파수의 구조물의 응답을 이용하였음에도 불구하고 Fig. 8에서 보여지듯이 WPT의 경우에는 손상된 부재를 판명하지 못하였다. 이는 WPT에 의해 분해된 성

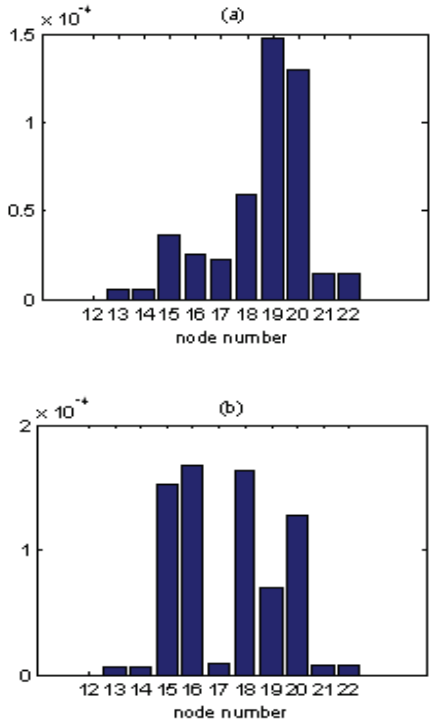

Fig. 8 18번 부재에 10%의 손상이 존재할 때의 손상 평가 결과: (a) CWT (b) WPT

분은 CWT에 의해서 분해된 성분과는 달리 여러 주파수 성분을 포함하기 때문에 손상에 의한 민감도가 작아져서이다. CWT는 WPT와 비교하여 계산량이 많은 단점이 있지만 분해된 성분은 단일 주파수를 가지고 있기 때문에 손상에 의한 민감도가 커서 손상 평가에 유리하다.

5. 결 론

본 연구에서는 CWT를 이용하여 구조물의 손상을 평가 하였다. 구조물의 응답가속도를 CWT를 이용하여 분해한 후 낮은 주파수 -높은 scale- 성분의 에너지의 값을 구하였다. 각 절점의 에너지 값으로부터 NEC를 구하여 손상 평가에 사용하였다. 손상된 부재에서는 손상전과 손상후의 NEC의 차이가 커 손상된 부재를 쉽게 발견 할 수 있었다. 이 NEC 차이는 손상도와 비례관계에 있어 손상도 평가도 가능하게 하였다. 구조물에 단일 손상이 존재 할 경우는 모든 경우에 있어 성공적으로 손상 부재를 발견 할 수 있었다. 낮은 주파수 성분이 높은 주파수보다 훨씬 손상에 민감하였다. 2개의 손상이 존재 할 경우는 손상된 부재가 서로 인접하여 있을 경우는 일부 손상 부재를 뚜렷이 나타내지 못하였으나 2개의 손상 부재가 떨어져 있을 경우는 성공적으로 손상 부재를 모두 발견 할 수 있었다. 본 연구에서는 손상 평가시 WPT를 이용한 방법과도 비교를 하였다. WPT는 CWT와 비교하여 계산량이 작다는 장점이 있으나 연구결과 각 성분이 여러 주파수의 신호를 포함하고 있어 손상에 대한 민감도가 작았다. 이로 인하여 손상 평가시 CWT를 이용한 방법이 더 우수한 결과를 나타내었다. 본 연구에서 제안된 방법은 구조물의 복잡한 동적 해석을 요하지 않기 때문에 손상 평가 시 많은 시간과 노력이 절감될 것으로 예측된다.

참고문헌

1. 김한상, "웨이블렛퍽킷 변환을 이용한 프레임 구조물의 건전성 평가", 한국구조물진단학회지, 제11권, 3호, 2007, pp. 159-166.
2. Rytter, A., "Vibration based inspection of civil engineering structures", Ph.D. Dissertation. Aalborg University, Denmark, 1993.
3. Al-Khalidy, A., Noori, M., Hou, Z., Yamamoto, S., Masuda, A., and Sone, A., "Health monitoring systems of linear structures using wavelet analysis", International Workshop on Structural Health Monitoring. 1997, pp. 164-175.
4. Al-Khalidy, A., Noori, M., Hou, Z., Carmona, R., Yamamoto, S., Masuda, A., and Sone, A., "A study of health monitoring systems of linear structures using wavelet analysis", ASME PVP 347, 1997, pp. 49-58.
5. Kitada, Y., "Identification of nonlinear structural dynamic systems using wavelets", Journal of Engrg.Mech., Vol. 124, No. 10, 1998, pp. 1059-1066.
6. Hou, Z., Noori, M., and Amand, R.S., "Wavelet-based approach for structural damage detection", J. Engrg. Mech., Vol. 126, No. 7, 2000, pp. 677-683.
7. Sun Z, and Chang C C, "Structural Damage Assessment Based on Wavelet Packet Transform", Journal of Structural Enginee-ring, ASCE, Vol. 128, No 10, 2002, pp. 1354-1361.
8. Doebling, S. W. Farrar, C. R., Prime, M. B., and Shevitz, D. W., "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review", Rep. LA-13070-MS, UC-900, Los Alamos National Laboratory, NM, 1999.
9. Kim H, and Melhem H, "Damage detection of structures by wavelet analysis", Engineering Structures, Vol. 26, No. 3, 2004, pp. 347-362.

(접수일자 : 2008년 3월 5일)
(심사완료일자 : 2008년 8월 20일)