

# Folded Plate Theory에 의한 압축플랜지의 비선형 해석

Nonlinear Analysis of Compressive Flange  
Based on Folded Plate Theory

정수형\*                      심재수\*\*  
Jung, Soo-Hyung              Shim, Jae-Soo

## Abstract

Compressive flanges of steel box girder is designed based on the ultimate strength behavior of sub-panel which is enclosed with longitudinal stiffeners and transverse stiffeners on appropriate safety factor. However, it is rational that the ultimate strength is calculated considering the various factors such as number and stiffness of longitudinal stiffener, spacing of transverse stiffener, initial deformation and residual stress distribution. In this study, an analysis program based on Folded Plate theory is developed considering the geometric effects and the material nonlinearity. The analysis program is applicated to the steel box girder bridges which is really constructed in domestic.

## 요 지

압축플랜지의 설계는 단순히 종방향 보강재와 횡방향 보강재로 둘러싸인 서브패널(sub-panel)의 극한거동에 대해 적절한 안전율을 도입하여 이루어져 왔다. 그러나, 종방향 보강재의 수와 강성, 횡방향 보강재의 간격, 초기 변형량과 잔류응력의 분포 등 제 영향을 고려해서 압축플랜지 전체의 극한강도를 결정하는 것이 합리적이다. 본 연구에서는 Folded Plate 이론에 근거하여 압축플랜지에 대해 기하강성의 영향, 재료적 비선형성을 고려한 해석 프로그램을 개발하고 이를 바탕으로 국내에서 실제 시공된 강박스거더교의 압축플랜지에 적용하였다.

**Keywords :** Buckling, Compressive flange, Folded plate, Residual stress, Ultimate strength

**핵심 용어 :** 좌굴, 압축플랜지, 절판, 잔류응력, 극한강도

\* 정희원, 한국시설안전공단 진단1본부 교량실 부장

\*\* 정희원, 경북대학교 토목공학과 교수

E-mail : jsh@kistec.or.kr 031-910-4062

• 본 논문에 대한 토의를 2008년 10월 31일까지 학회로 보내 주시면 2009년 1월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

강박스거더교는 박스거더를 보요소로 보고 주로 해석하나 교량이 장경간화, 복잡화됨에 따라 유한요소법(Finite Element Method)이나 유한대판법(Finite Strip Method)을 적용하게 되었다. 유한요소법은 많은 요소 세분화와 모델링에 많은 노력이 소요되며 특히 구조물 크기와 형상 등 해석조건이 바뀌게 되면 모델링을 다시 해야 하는 경우가 발생한다. 만일 교량과 같이 구조물이 한 방향으로 재료적 성질과 기하학적 성질이 일정한 경우, 그 방향에 대해서는 요소를 세분화하지 않고 하나의 요소(strip)로 대체하여 해석할 수 있다. 따라서, 최근에는 B-Spline을 이용한 유한대판법을 박스형 교량의 해석에 적용하고 있다.<sup>(2)</sup>

Folded Plate 이론은 유한대판법과 같이 한 방향으로 재료적·기하학적 성질이 일정하고 판으로 서로 강결된 박스형 교량에 적용성이 탁월한 반면, 연속 교량의 부정정력, 지점부와 격벽의 모델 등의 문제로 아직 정식화된 프로그램에 의한 설계는 이루어지지 않고 있으며 단순지지 박스 구조물에 적용하고 있는 실정이다. 그러나, 박스 구조물 전 체계 해석 후 취약부에 대한 상세해석에 적용성이 뛰어나다.<sup>(9)</sup> 강박스거더교는 얇은 판으로 구성되어 있기 때문에 피로균열, 지점부 수직재의 좌굴, 복부판의 휨/전단좌굴, 압축플랜지의 국부좌굴 등의 국부적인 문제가 치명적인 영향을 줄 수 있다. 본 연구도 국부상세해석의 관점에서 출발하였으며 강박스거더교의 극한좌굴해석에서 압축플랜지는 길이방향으로 재료적·기하학적 성질이 일정하고 횡방향 보강재를 따라 단순지지 조건을 충족하기 때문에 Folded Plate 이론은 매우 적합한 해석방법이다.

압축플랜지의 극한강도에 대해서는 각국의 기준이 상이하고 특히 실제 압축플랜지의 세장비가 위치하는 비탄성영역에서는 매우 큰 차이를 보여주고 있다. 이것은 각국의 기준이 매우 낮은 세장비에서 최대 세장비를 포함하는 광범위한 강도식을 제시한 결과로서 향후 실 교량의 압축플랜지의 세장비가 속한 비탄성영역을 중심으로 극한강도식을 제시할 필요성이 있다.

압축플랜지의 설계기준에 관해 AASHTO(2007)과

도로교설계기준(2005)의 극한강도 제안식은 종방향 보강재와 횡방향 보강재로 둘러싸인 4변 단순지지 서브패널(sub-panel)의 극한 거동을 기초로 마련되었다. 종방향 보강재의 수와 강성, 플랜지의 폭과 두께, 횡방향 보강재의 지지간격, 폭방향의 압축하중 변화와 잔류응력의 분포 등 극한강도에 미치는 변수가 다양하기 때문에 사실 서브패널의 세장비( $w/t$ )항으로 압축플랜지 전체의 극한강도를 적용하는 것은 다분히 문제를 안고 있다. 따라서 영향을 주는 모든 변수를 포함한 압축플랜지 전체의 상세해석을 통해 극한강도를 정하는 것이 합리적이다.

본 연구에서는 압축플랜지의 기하학적 변수와 함께 초기변형, 잔류응력을 포함하는 압축플랜지 전체에 대한 극한강도를 결정하기 위해서 Folded Plate 이론에 근거한 압축플랜지의 비선형해석 프로그램을 개발하였다. 프로그램은 Compaq Visual Fortran을 기반으로 개발하였으며 실 교량에 적용하여 시방서의 기준강도식과 비교하였다. 이론적인 수식을 검증하고 이를 바탕으로 새로운 수식을 유도하거나 분석하기 위해서 본 연구에서는 MATHEMATICA 5.1 프로그램을 사용하였다.

## 2. 압축플랜지 설계기준

### 2.1 도로교설계기준(2005)

도로교설계기준의 기준강도곡선<sup>(3)</sup>은 다음과 같이  $R_R$  계수에 따라 소성, 비탄성 영역은 직선식으로 탄성 영역에서는 곡선식으로 구성하고 있다

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = 1.0 \quad (R_R \leq 0.5) \quad (1)$$

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = 1.5 - R_R \quad (0.5 < R_R \leq 1.0) \quad (2)$$

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = \frac{0.5}{R_R^2} (R_R > 1.0) \quad (3)$$

여기서,

$$R_R = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{E_s} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 K_R}} \quad (4)$$

$b$  : 보강된 판의 폭(mm)

$t$  : 보강된 판의 두께(mm)

$F_y$  : 강재의 항복점 강도(MPa)

$E_s$  : 강재의 탄성계수(MPa)

$\nu$  : 포아송비,  $K_R$ : 좌굴계수,  $K_R = 4n^2$  (5)

$n$  : 종방향 보강재로 구분되는 패넬의 수

## 2.2 AASHTO LRFD(2007)

AASHTO LRFD(2007)<sup>(5)</sup>에서는 서브패넬의 세장비에 따라 소성영역은 직선식으로 비탄성 및 탄성영역은 곡선식으로 극한강도를 구성하고 있다. 40m이상의 장경간 교량에서는 휨용력이 지배하기 때문에 전단응력을 무시할 수 있고 기준강도식은 AASHTO LRFD(1998)<sup>(4)</sup>과 동일하게 된다. 반면 종방향 보강재의 수를 2개까지 설치할 것을 추천하고 있다.<sup>(5)</sup>

$$F_n = R_b R_h F_{yc} \left( \frac{w}{t} \leq 0.57 \sqrt{\frac{k E_s}{F_{yc}}} \right) \quad (6)$$

$$F_n = 0.592 R_b R_h F_{yc} \left( 1 + 0.687 \sin\left(\frac{c\pi}{2}\right) \right) \left( 0.57 \sqrt{\frac{k E_s}{F_{yc}}} < \frac{w}{t} \leq 1.23 \sqrt{\frac{k E_s}{F_{yc}}} \right) \quad (7)$$

$$F_n = 0.9 E_s R_b k \left( \frac{t}{w} \right)^2 \left( \frac{w}{t} < 1.23 \sqrt{\frac{k E_s}{F_{yc}}} \right) \quad (8)$$

여기서,  $c = \frac{1.23 - \frac{w}{t} \sqrt{\frac{F_{yc}}{k E_s}}}{0.66}$  (9)

$k$  : 좌굴계수로서 동일 간격의 종방향 보강재의 숫자( $n_s$ )에 따라 다음과 같음

$$k = \left( \frac{8 I_s}{w t^3} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 4.0 \quad (n_s = 1) \quad (10)$$

## 3. Folded Plate 이론에 의한 해석

### 3.1 개념

좌우측 절선(nodal line)에서 판이 횡방향으로 강결되는 Folded Plate 이론에서는 길이방향으로 연속적으로 분포하는 단위 길이 당 모멘트와 내력이 판의

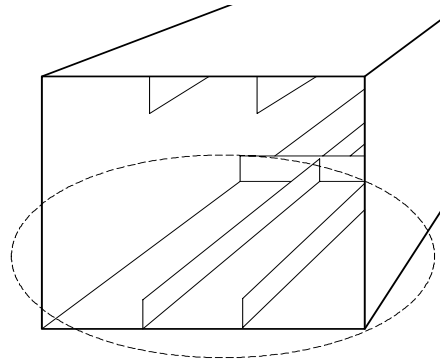


Fig. 1 압축플랜지의 Folded Plate 요소

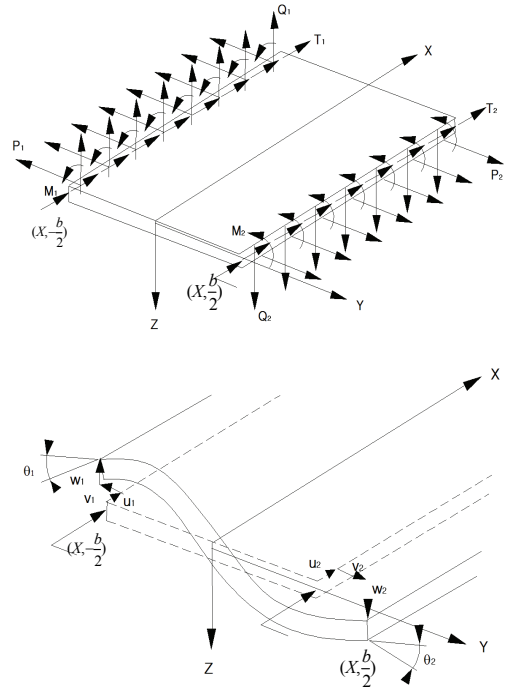


Fig. 2 절선 하중과 절선 변위

절선에 작용하는 것으로 한다. 또한, 판의 시·중점측 양단은 길이방향으로는 변형을 일으킬 수 있으나 수직인 평면으로는 강체의 격벽(Diaphragm)이 위치하여 수직변위는 생기지 않는 것으로 한다.

절선에 작용하는 하중과 변위벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{S}^T = \{M_1, M_2, Q_1, Q_2, T_1, T_2, P_1, P_2\} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\delta}^T = \{\theta_1, \theta_2, w_1, w_2, u_1, u_2, v_1, v_2\} \quad (12)$$

절선의 하중벡터  $\mathbf{S}$ 와 변위벡터  $\boldsymbol{\delta}$ 는  $8 \times 8$  강성행렬  $\mathbf{k}$ 로 관계가 맺어진다.

$$\mathbf{S} = \mathbf{k} \boldsymbol{\delta} \quad (13)$$

절선에 연속적으로 분포하는 하중과 변위는 Fourier series로 나타낼 수 있으며, Fourier series의 각 항은 서로 독립(independent)이기 때문에 하중  $\mathbf{S}$  벡터에서  $n$ 번째 항들의 하중  $\mathbf{S}_n$ 은  $n$ 번째 변위  $\boldsymbol{\delta}_n$ 를 발생시킨다.

$$\mathbf{S}_n = \mathbf{k}_n \boldsymbol{\delta}_n \quad (14)$$

$$M_1, M_2, Q_1, Q_2, P_1, P_2 : \sum_{n=1}^{\infty} C_{sn} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

$$T_1, T_2 : \sum_{n=1}^{\infty} C_{cn} \cos \frac{n\pi x}{L} \text{의 형태}$$

구조물에 작용하는 외력은 Fourier series로 표시할 수 있고, series의 각 amplitude를 대수적으로 합하면 각 절선의 최종 해석 결과를 얻을 수 있다.

### 3.2 판의 요소강성행렬

판은 휨과 면내 작용력을 동시에 받지만 선형탄성범위 내에서는 서로 독립이기 때문에 서로 분리하여 해석할 수 있다.

$$\mathbf{S}_n = \begin{bmatrix} b\mathbf{k}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m\mathbf{k}_n \end{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_n \quad (15)$$

여기서,  $b\mathbf{k}_n$ 와  $m\mathbf{k}_n$ 은 탄성론에 기초로 성립되는  $n$ 번째 harmonic 하중과 변위 조건에서 요소의 휨과 면내거동에 관계되는  $4 \times 4$  요소강성행렬이다.

단위 절선변위를 일으키기 위한 절선하중을 구하면 휨 거동에 대한 요소강성행렬을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} k_{11n} &= D \beta \left( \frac{2 \text{Cosh}[\alpha]^2}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]} - \frac{2 \text{Sinh}[\alpha]^2}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]} \right) \\ k_{21n} &= -D \beta \left( \frac{2 \text{Cosh}[\alpha]^2}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]} + \frac{2 \text{Sinh}[\alpha]^2}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]} \right) \\ k_{13n} &= D \beta^2 \left( \frac{\text{Sinh}[2\alpha]}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]} - \frac{\text{Sinh}[2\alpha]}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]} - (1 - \nu) \right) \\ k_{41n} &= -D \beta^2 \left( \frac{\text{Sinh}[2\alpha]}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]} + \frac{\text{Sinh}[2\alpha]}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]} \right) \\ k_{33n} &= D \beta^3 \left( \frac{2 \text{Sinh}[\alpha]^2}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]} - \frac{2 \text{Cosh}[\alpha]^2}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]} \right) \\ k_{43n} &= -D \beta^3 \left( \frac{2 \text{Sinh}[\alpha]^2}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]} + \frac{2 \text{Cosh}[\alpha]^2}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]} \right) \\ k_{22n} &= k_{11n}, \quad k_{12n} = k_{21n}, \quad k_{31n} = k_{13n}, \quad k_{14n} = k_{41n} \\ k_{32} &= k_{41n}, \quad k_{23n} = k_{41n}, \quad k_{42n} = k_{13n}, \quad k_{24n} = k_{13n} \\ k_{44n} &= k_{33n}, \quad k_{34n} = k_{43n} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{여기서, } \beta = \frac{n\pi}{L}, \alpha = \frac{n\pi b}{2L}, \frac{\alpha}{\beta} = \frac{b}{2}$$

$L$  = 격벽 또는 횡방향 보강재의 간격

$$D = \frac{E_s t^3}{12(1-\nu^2)} : \text{판의 휨강도} \quad (17)$$

$E_s$  = 강재의 탄성계수

응력-변형률의 관계에서 변위함수  $u_n(x, y)$ ,  $v_n(x, y)$ 을 구하고 단위 절선변위를 일으키기 위한 절선하중을 계산하면 다음과 같이 면내하중이 작용하는 판에 대한 요소강성행렬을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} k_{55n} &= \frac{2\beta E_s t}{(1+\nu)^2} \left( \frac{\text{Cosh}^2 \alpha}{2\alpha + V1 \text{Sinh} 2\alpha} - \frac{\text{Sinh}^2 \alpha}{2\alpha - V1 \text{Sinh} 2\alpha} \right) \\ k_{65n} &= -\frac{2\beta E_s t}{(1+\nu)^2} \left( \frac{\text{Cosh}^2 \alpha}{2\alpha + V1 \text{Sinh} 2\alpha} + \frac{\text{Sinh}^2 \alpha}{2\alpha - V1 \text{Sinh} 2\alpha} \right) \\ k_{75n} &= -\frac{\beta E_s t}{(1+\nu)} \left( \frac{2\alpha + V2 \text{Sinh} 2\alpha}{2\alpha + V1 \text{Sinh} 2\alpha} + \frac{2\alpha - V2 \text{Sinh} 2\alpha}{2\alpha - V1 \text{Sinh} 2\alpha} \right) \\ k_{55n} &= -\frac{\beta E_s t}{2(1+\nu)} \left( \frac{\text{Sinh} 2\alpha}{2\alpha + V1 \text{Sinh} 2\alpha} + \frac{\text{Sinh} 2\alpha}{2\alpha - V1 \text{Sinh} 2\alpha} \right) \\ k_{77n} &= \frac{2 E_s t \beta}{(1+\nu)^2} \left( \frac{\text{Sinh}^2 \alpha}{2\alpha + V1 \text{Sinh} 2\alpha} - \frac{\text{Cosh}^2 \alpha}{2\alpha - V1 \text{Sinh} 2\alpha} \right) \end{aligned}$$

$$k_{s7n} = -\frac{2 E_s t \beta}{(1+\nu)^2} \left( \frac{\text{Sinh} \alpha^2}{2\alpha + \sqrt{1 - \nu^2} \text{Sinh} 2\alpha} + \frac{\text{Cosh} \alpha^2}{2\alpha - \sqrt{1 - \nu^2} \text{Sinh} 2\alpha} \right)$$

$$k_{60n} = k_{55n}, k_{56n} = k_{65n}, k_{57} = k_{75n}, k_{58} = k_{85n}$$

$$k_{88n} = k_{77n}, k_{78n} = k_{87n}, k_{67n} = k_{76n} = k_{86n},$$

$$k_{68n} = k_{86n} = k_{75n} \quad (18)$$

$$\text{여기서, } V1 = \frac{3-\nu}{1+\nu}, \quad V2 = \frac{1-\nu}{1+\nu}$$

### 3.3 지배방정식의 해

판 요소에 8개의 자유도에 해당하는 변위가 발생하였을 때 지배방정식의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W\Phi_{nt} = W_{nt} + \Phi_{nt} \quad (19)$$

$$= (W_{n1} \theta_{1n} + W_{n2} \theta_{2n} + W_{n3} w_{1n} + W_{n4} w_{2n})$$

$$+ (\Phi_{n1} u_{1n} + \Phi_{n2} u_{2n} + \Phi_{n3} v_{1n} + \Phi_{n4} v_{2n})$$

$W_{ni}, \Phi_{ni}$ 는 절선  $i$ 의 단위변위에 대한 판 요소의 변위함수와 응력함수이다. 본 연구에서는 식의 전개와 검증 과정이 매우 복잡하기 때문에 MATHEMATICA 5.1을 이용하였으며, 지배방정식의 해와 그에 따른 각종 응력과 내력을 다음과 같이 유도하였다.

$$W\Phi_{nt} = \frac{\text{Sin}[\beta x]}{\beta} [-(FW1 + FW2) \theta_{1n} - (FW1 - FW2) \theta_{2n}$$

$$+ (FW3 + FW4) w_{1n} - (FW3 - FW4) w_{2n}]$$

$$+ \frac{E_s \text{Sin}[\beta x]}{\beta(1+\nu)} \cdot [(F\Phi1 + F\Phi2) u_{1n} + (F\Phi1 - F\Phi2) u_{2n}$$

$$+ (F\Phi3 + F\Phi4)(-v_{1n}) - (F\Phi3 - F\Phi4)(-v_{2n})]$$

$$(20)$$

여기서,

$$FW1 = \frac{y\beta \text{Cosh}[\alpha] \text{Sinh}[\beta y] - \alpha \text{Cosh}[\beta y] \text{Sinh}[\alpha]}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$FW2 = \frac{y\beta \text{Cosh}[\beta y] \text{Sinh}[\alpha] - \alpha \text{Cosh}[\alpha] \text{Sinh}[\beta y]}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$FW3 = \frac{y\beta^2 \text{Sinh}[\alpha] \text{Sinh}[\beta y] - \beta(\alpha \text{Cosh}[\alpha] + \text{Sinh}[\alpha]) \text{Cosh}[\beta y]}{2\alpha + \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$FW4 = \frac{y\beta^2 \text{Cosh}[\alpha] \text{Cosh}[\beta y] - \beta(\text{Cosh}[\alpha] + \alpha \text{Sinh}[\alpha]) \text{Sinh}[\beta y]}{2\alpha - \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$F\Phi1 = \frac{\beta y \text{Sinh}[\alpha] \text{Sinh}[\beta y] - \text{Cosh}[\beta y](\alpha \text{Cosh}[\alpha] + V2 \text{Sinh}[\alpha])}{2\alpha - (V1 - V2) \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$F\Phi2 = \frac{\beta y \text{Cosh}[\alpha] \text{Cosh}[\beta y] - \text{Sinh}[\beta y](\alpha \text{Sinh}[\alpha] + V2 \text{Cosh}[\alpha])}{2\alpha + (V1 - V2) \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$F\Phi3 = \frac{-\beta y \text{Cosh}[\alpha] \text{Sinh}[\beta y] + \text{Cosh}[\beta y](\alpha \text{Sinh}[\alpha] + V1 \text{Cosh}[\alpha])}{2\alpha - (V1 - V2) \text{Sinh}[2\alpha]}$$

$$F\Phi4 = \frac{-\beta y \text{Sinh}[\alpha] \text{Cosh}[\beta y] + \text{Sinh}[\beta y](\alpha \text{Cosh}[\alpha] + V1 \text{Sinh}[\alpha])}{2\alpha + (V1 - V2) \text{Sinh}[2\alpha]}$$

식(20)의 지배방정식의 해를 통해서 휨 거동에 의한 응력은 다음 식(21)~식(23)으로부터 얻을 수 있고, 면내 거동에 관한 응력은 식(24)~식(26)으로부터 구할 수 있다. 평균응력은  $z = 0$ 인 중립축에 대한 값이므로 식(21)~식(23)의 응력은 0이 된다.

$$\sigma_{xbn} = -\frac{E_s z}{(1-\nu^2)} (\partial_{x,x} W_{nt} + \nu \times \partial_{y,y} W_{nt}) \quad (21)$$

$$\sigma_{ybn} = -\frac{E_s z}{(1-\nu^2)} (\partial_{y,y} W_{nt} + \nu \times \partial_{x,x} W_{nt}) \quad (22)$$

$$\tau_{xybn} = -2Gz \partial_{x,y} W_{nt} \quad (23)$$

$$\sigma_{xmn} = \partial_{y,y} \Phi_{nt} \quad (24)$$

$$\sigma_{ymn} = \partial_{x,x} \Phi_{nt} \quad (25)$$

$$\tau_{xymn} = -\partial_{x,y} \Phi_{nt} \quad (26)$$

### 3.4 초기변형과 기하강성을 고려한 비선형 탄성해석

$x$  방향으로 절점에 작용하는 압축력이 포함되는 경우의 지배방정식은 다음과 같다.

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = -N_j \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (27)$$

식(27)에서 우측 항은  $x$  직각방향의 변위에 의한 곡률로 발생하는 축력의 직각방향 성분은

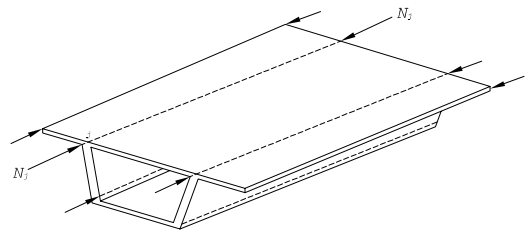


Fig. 3 Folded Plate에 작용하는 압축력

로 외력으로 작용하게 된다. 수직방향의 변위 함수는  $j$ 절선 중앙에서 가장 큰 Amplitude를 갖는  $Sin$ 함수의 합으로 표시하면  $j$ 절선 축력의 수직성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{Vj} = -N_j \frac{d^2 \delta_{Vj}}{dx^2} = \kappa_j \bar{\sigma}_x \sum_{n=1}^{\infty} \beta^2 \delta_{Vjn} \sin(\beta x) \quad (28)$$

여기서,  $N_j = k_j \bar{\sigma}_x$ ,  $k_j = A_j \frac{\sigma_x}{\sigma_x}$

$$\sum_{j=1}^J N_j = \bar{\sigma}_x \sum_{j=1}^J k_j = \bar{\sigma}_x \sum_{j=1}^J A_j \frac{\sigma_x}{\sigma_x} = \sum_{j=1}^J A_j \sigma_x$$

따라서  $R_{Vj}$ 의  $n$ 번째 성분은  $Sin$ 함수로 작용하게 되고,  $n$ 번째 수평성분도 함께 고려하면 다음 연립방정식의 형태를 갖는다.

$$K_{HVn} \begin{pmatrix} \delta_{Hn} \\ \delta_{Vn} \end{pmatrix} - \bar{\sigma}_x \beta^2 \begin{pmatrix} \kappa_{jH} & 0 \\ 0 & \kappa_{jV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{Hn} \\ \delta_{Vn} \end{pmatrix} = 0 \quad (29)$$

위 식에서  $n = 1$ 에 대해 고유치해석을 수행하면 최소 좌굴응력을 구할 수 있다. 또한, 수평, 수직방향의 초기변형 벡터를 각각  $\delta_{H0n}$ ,  $\delta_{V0n}$ 이라 하고 이를 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left( K_{HVn} - \bar{\sigma}_x \beta^2 \begin{pmatrix} \kappa_{jH} & 0 \\ 0 & \kappa_{jV} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \delta_{Hn} \\ \delta_{Vn} \end{pmatrix} = \bar{\sigma}_x \beta^2 \begin{pmatrix} \kappa_{jH} & 0 \\ 0 & \kappa_{jV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{H0n} \\ \delta_{V0n} \end{pmatrix} \quad (30)$$

식(30)의 좌측 항은 변위의 증가에 따라 강성행렬이 감소하기 때문에 반복계산이 필요하다.

### 3.5 비선형 탄소성해석

재료적 비선형해석을 위해서 Von Mises 항복조건<sup>(12)</sup>을 적용하였다. 판에서 두께방향의 응력은 0이므로 항복조건은 다음식과 같이 단순화된다.

$$\sigma_x^2 + 2\tau_{xy}^2 + \sigma_y^2 = F_y^2 \quad (31)$$

위 식에서  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ 는 식(24)~식(26)으로부터 계산된다. 식(31)의 항복조건은 응력이 가장 큰 요소의 길이 중앙(Ridge) 단면에 적용하기 때문에 요소의 폭 내에서도 소성영역과 탄성영역으로 구분될 수 있다. 따라서, 폭의 좌표를 따라 식(31)의 좌측 항을 계산하고 각각 위치에서 항복 여부를 검토한 후 유효한 탄성면적을 계산하여 등가의 탄성계수를 해당 요소에 적용하였다. 이 경우 식(30)을 포함하여 강성행렬을 재구성한 후 절선의 평형을 만족시키기 위한 잉여력(residual force)을 구하고 평형조건이 만족될 때까지 반복 계산을 수행하였다. 본 연구에서는 비선형해석의 반복 계산에 일반적으로 많이 사용되는 Newton-Raphson 방법을 적용하였다.

$$(K + K_G)_{(m-1)} \cdot \Delta u_m = R_m \quad (32)$$

$K$  = 재료의 비선형을 고려한 강성행렬

$K_G$  = 식(30)의 기하학적 강성행렬

$\Delta u_m$  =  $m$ 단계의 변위 증분

$R_m$  =  $m$ 단계의 잉여력(residual force)

$m$ 단계의 잉여력은 변위를 증가시키고 증가된 변위로부터 매번 응력을 검토한 후 추가 항복조건이 발생하면 강성행렬을 재구성하였다. 재구성된 강성행렬과 변위로부터 절선의 잉여력을 계산한 후 잉여력이 충분히 허용값 이내로 작게 되면 다음  $m+1$ 단계를 수행하도록 하였다. 하중의 증분은 좌굴이 발생하거나 압축 플랜지가 항복하여 변위가 무한히 증가할 때까지 반복하고 최대 하중일 때의 작용 압축응력을 극한응력으로 산정하였다.

### 3.6 초기변형 및 잔류응력

강박스거더교에서 용접에 의한 열 영향으로 플랜지 전체는 변형을 일으킨다. 이러한 변형은 하중이 작용하기 전에 초기변위를 갖는 것으로 하중이 증가함에 따라 판의 강성을 감소시킴과 동시에 모멘트를 증가시켜 압축플랜지의 강도를 감소시킨다.



교량의 실제 초기변형 형상을 파악하기 위해서 국도 상의 4개 강박스거더교를 선정하여 초기변위를 측정하였다. Fig. 4은 전형적인 하부플랜지의 초기변형 형상을 보여주고 있다. 측정방법은 가는 카본 줄을 팽팽히 잡아당겨 양쪽 복부 위치에 정착시키고 판과 들뜬 사이를 버어니어 켈리퍼스로 측정하였다. 종방향 보강재가 5개, 3개, 2개인 경우 변형량을 Fig. 5에 나타내었다.

측정결과 초기변위는 플랜지의 판 두께와 종방향 보강재의 수에 크게 영향을 받는 것으로 나타났다. 판 두께가 32mm 이상이고 보강재의 수가 5개 이상이면 폭 2400mm 중앙의 변위는 3mm이내로 매우 작게 발생하였다. 초기변형 형상은 항상 위로 볼록한 형태이며 폭 중앙에서 최대인 형상을 가지지만, 종방향 보강재 사이에서 다시 위로 볼록한 형태를 가진다.

Fig. 5의 측정값과 ANSI/AASHTO/AWS D1.5-96(1996)<sup>(7)</sup>의 용접 및 시공에 대한 허용값(용접간

거리의 1/120)과 비교하면 Table 1과 같다. 측정치는 용접 허용치의 60-70% 수준으로 허용치를 면의 방향 최대변위로 가정하면 보수적인 결과를 가져오게 된다.

일반적으로 초기변형을 압축플랜지의 1차 좌굴형상으로 가정하여 해석한다. 그러나, 초기변형은 용접 열영향에 의한 수축변형의 차이에 의한 결과이기 때문에 이에 따른 변형을 초기변형으로 적용하는 것이 합리적이다. 또한, 1차 좌굴형상으로는 용접부 사이에서 발

Table 1 초기변형의 측정치와 용접 허용치

종방향 보강재의 수 $n_s$	측정값(A) (mm)	허용값(B) (mm)	$(A/B) \times 100$ (%)
5	2.05	3.33	61.5
3	3.20	5.00	64.0
2	4.80	6.67	72.0

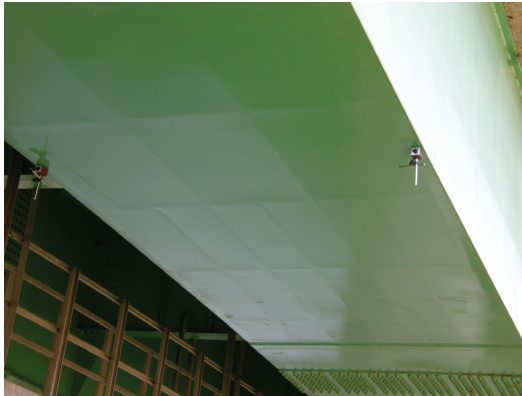


Fig. 4 초기변형 측정 및 변형 형상

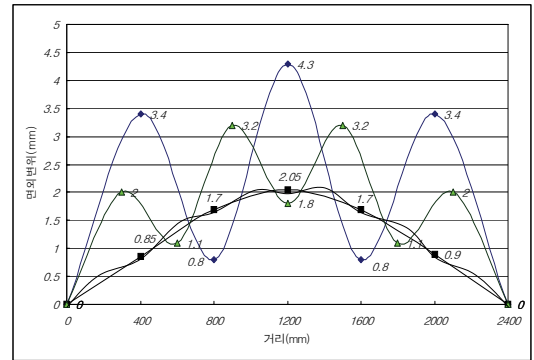


Fig. 5 압축플랜지의 초기변형 측정 형상

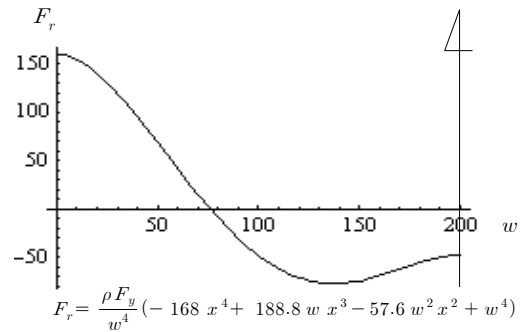


Fig. 6 잔류응력의 분포( $\sigma_{ry}$ )

생하는 상당한 2차 배부를 변형을 고려할 수 없다. 따라서, 압축플랜지의 온도 수축변형에 따른 실제적인 변형을 적용하는 방법이 보다 합리적이다.

본 연구에서는 운반, 가설 조립 시에도 추가적인 초기 변위가 일어날 수 있으므로 용접 허용치를 면외방향 최대변위로 간주하여 해석을 수행하였다. 그러나, 초기변형과 잔류응력은 열 영향에 의한 수축변형으로 발생하는 압축플랜지의 변형과 그에 따른 응력을 적용하였다. 열 수축변형은 Fig. 6과 같이 자기평형상태의 용접 잔류응력 분포에 대응하도록 작용시켰다.

Fig. 7과 Fig. 8은  $0.5F_y$  ( $\rho=0.5$ )에 해당하는 수축 변형을 작용시킨 상태에 대한 FEM해석 결과이다.  $0.425F_y$  ( $=136 MPa$ )의 최대 인장잔류응력과  $-0.23F_y$  ( $-72 MPa$ )의 최대 압축잔류응력이 발생하였고, 변형이 Fig. 7과 비슷한 형상을 가지고 있다.

#### 4. 실 교량의 압축플랜지 비선형해석

개발된 해석프로그램을 실제 설계된 압축플랜지 (Table 2의 S, J)에 적용하고 그 결과를 범용구조해석 프로그램인 LUSAS의 비선형 해석결과와 비교하

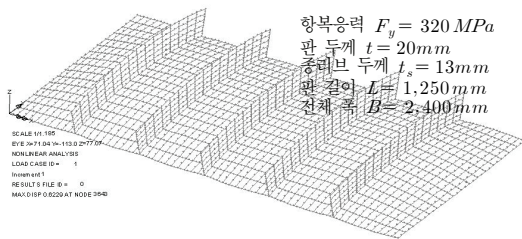


Fig. 7 열 변형에 의한 변형도

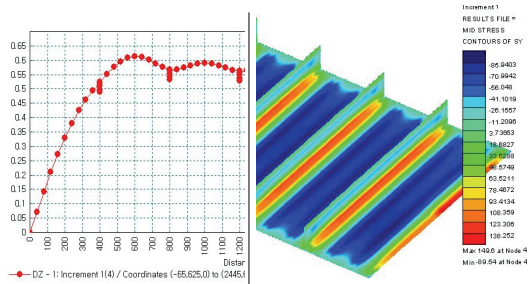


Fig. 8 열 변형에 의한 변위 및 잔류응력( $\sigma_{xy}$ )

였다. Fig. 9은 하중변화에 따른 수렴양상을 보여주고 있다. Fig. 11에서 초기 압축잔류응력이 약  $-70 MPa$ 이므로 탄성범위 한계  $250 MPa$ 까지는 초기변형과 기하강성 변화의 영향이 포함된 비선형 탄성거동을 하고 있으며 그 이후부터 항복거동이 나타나고 있다. FEM 해석과 달리 항복거동이 뚜렷하게 나타나는 것은 Folded Plate 이론에서는 플랜지 길이 단위를 하나의 요소로 취급하기 때문이다. Fig. 10는 Table 2에서 플랜지 두께가 가장 두꺼운 32mm와 가장 작은 20mm인 경우 중앙점의 수직변위에 대한 해석결과로서 그래프의 양상과 극한강도의 값이 FEM 해석과 잘 일치하고 있다.

Fig. 11에서는 초기 잔류응력으로 부터 압축력이  $F_n = 247 MPa$ 까지 증가하여 작용할 때 식(25)로부터 계산한 길이방향 응력을 보여주고 있다. 그림에서 식(31)의 항복조건을 만족하는 요소에는 더 이상 응력의 증가가 없고 아직 탄성인 요소에서 응력이 증가하는 응력재분배 현상이 일어나고 있다는 것을 알 수 있으며 그 값이 FEM 해석과 잘 일치하고 있다.

Table 2 대상교량의 제원

교량	연장 (m)	b (m)	압축플랜지 제원 (mm)				L (m)
			t	$n_s$	$t_s$	$h_s$	
S	3@60	2.4	32	5	13	150	1.25
			24				
J	3@50	2.4	28	5	13	150	1.25
			20				
C	3@50	2.4	30	5	20	180	1.25
			26				

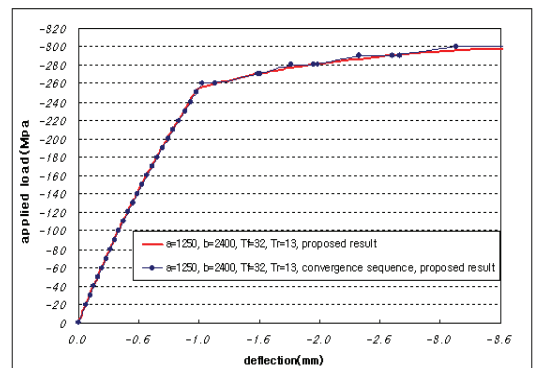


Fig. 9 비선형 해석 수렴과정



Table 2의 나머지 제원에 대해서도 극한강도를 계산하고 Table 3에 각 시방서의 기준강도와 비교하였다. Table 2의 실 교량에서 압축플랜지의 세장비는 탄소성영역에 놓이며 이 영역에서 극한좌굴강도를 발휘하고 있다. 그러나 서브패널 개념을 근간으로 한 국내와 AASHTO 시방서는 이 영역에서 기준강도에 많

은 차이를 보이고 있다. 압축플랜지 전체를 대상으로 정밀 비선형 해석을 수행한 LUSAS와 본 연구의 결과는 AASHTO 기준과 국내 기준 사이의 값을 제시하고 있다.

## 5. 결 언

본 연구에서는 한 방향으로 재료적·기하학적 성질이 동일한 판으로 구성된 박스형 교량의 해석에 적합한 Folded Plate 이론을 적용하여 해석프로그램을 개발하였다. 복잡한 지배방정식의 해와 응력을 유도하였으며 비선형해석 프로그램에 반영하였다. 개발된 프로그램을 범용해석 프로그램과 비교 검증하고 국내에서 시공된 교량의 압축플랜지에 적용하였으며 이를 바탕으로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

Table 3 압축플랜지 강도 비교(단위 MPa)

교량	t (mm)	탄소좌굴강도		기준강도		극한강도	
		LUS AS	본 연구	국내	AAS HTO	LUS AS	본 연구
S	32	1,086	1,084	320	277	301	299
	24	1,210	1,209	320	240	301	299
J	28	1,135	1,136	320	261	301	299
	20	1,289	1,303	320	213	300	300
C	30	2,093	2,057	320	299	320	319
	26	1,998	2,056	320	288	308	307

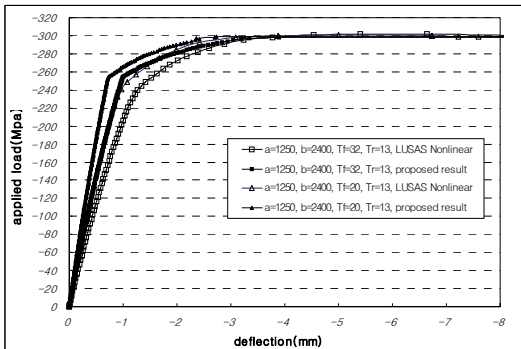


Fig. 10 작용 압축력에 대한 중앙점 수직변위

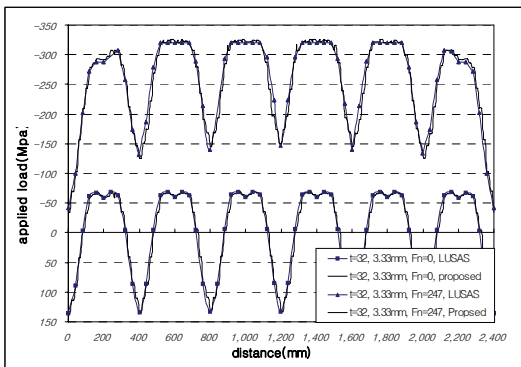


Fig. 11 압축력의 길이방향 응력 분포

- 1) 종방향 보강재의 수와 강성, 플랜지의 폭과 두께, 횡방향 보강재의 지지간격, 폭 방향의 압축하중 변화와 잔류응력의 분포 등 극한강도에 미치는 제반 변수를 고려하는 프로그램을 개발하여 종래의 단순한 서브패널 모델에서 탈피하여 종방향 보강재가 일체로 된 압축플랜지 전체를 해석할 수 있는 도구를 마련하였다.
- 2) 실 교량의 압축플랜지 초기변형을 측정할 결과, 용접에 따른 초기변형은 전체적으로 박스 내부부를 향하여 배가 부른 상태이나 횡방향 보강재 사이에서 2차 배부름 형상을 나타내었다. 따라서 1차 좌굴 형상을 초기변형으로 가정하는 것보다는 실제 열영향에 의한 변형형상과 이에 따른 잔류응력을 해석에 반영하는 것이 보다 합리적이다.
- 3) 실 교량에 적용되는 압축플랜지는 탄소성영역에서 극한좌굴강도가 발생하고 있는데 반해, 이 영역에서 서브패널 개념을 근간으로 한 ASSHTO LRFD, 도로교설계기준에서 제시하는 극한좌굴강도는 매우 큰 차이가 있었다. 따라서 압축플랜지 전체에 대한 극한강도 해석이 합리적이며 이에 대한 정밀 비선형 해석을 수행한 LUSAS와 본 연구의 결과는 AASHTO 기준과 국내 기준 사이의 값을 제시하고 있다.
- 4) 향후 고강도 강재를 사용한 장경간의 강박스거더

교, 강사장교와 같이 박스 전체가 압축력에 저항하는 부재, 압축하중과 상부하중이 동시에 작용하는 강바닥판교에 대한 극한강도 설계기준에 대한 연구가 필요하다.

#### 참고문헌

1. 윤동용, "강상자형 교량 압축플랜지의 극한강도 설계에 관한 연구", 동국대학교 대학원 박사학위 논문, 2000. 12.
2. 한국과학기술원, "강상관을 갖는 곡선 박스 거더 교량의 해석 시스템 개발", 건설교통부 건설교통기술 연구개발사업 최종보고서, 1992. 2.
3. 한국도로협회, "도로교설계기준", 2005.
4. American Association of State Highway Officials (AASHTO), "AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (SI unit second edition)", 1998.
5. American Association of State Highway Officials (AASHTO), "AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (SI unit 4th edition)", Vol. I, 2007.
6. A.C. Ugural, S.K. Fenster, "Advanced Strength and Applied Elasticity", ELSEVIER, New York, 1981, pp. 91-107.
7. Bridge Welding Code : A Joint Publication of AASHTO and American Welding Society. ANSI/ AASHTO /AWS D1.5-96, AASHTO and AWS, Washington. D.C. 1996.
8. Chai H. Yoo, Byung H. Choi, Elizabeth M. Ford, "Stiffness Requirements for Longitudinally Stiffened Box-girder Flanges", Journal of Structural Engineering (ASCE), June 2001.
9. Kristec Vladimir, "Theory of Box Girders", John Wiley & Sons, 1979.
10. Rudolph Szilard, "Theory and Analysis of Plates, CLASSICAL AND NUMERICAL METHODS", Prentice-Hall, New Jersey, 1974, pp. 28-37, pp. 58-59, pp. 552-558.
11. Salmon, "Structural Steel Design and Behavior, 3rd Edition", Elsevier Science, 1997.
12. Timoshenko, S.P and Gere, J.M, "Theory of Elastic Stability(second edition)", McGRAW-Hill COMPANY, New York, 1961.
13. S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, "Theory of Elasticity", McGRAW-HILL, 1970, pp. 26-33.
14. S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shells", McGRAW-HILL, 1984

(접수일자 : 2008년 5월 20일)

(심사완료일자 : 2008년 8월 27일)