

고등해석과 유전자 알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 최적설계

Optimal Design of Trusses Using Advanced Analysis and Genetic Algorithm

최 세 휴*

Choi, Se-Hyu

Abstract

In this paper, the optimal design of trusses using advanced analysis and genetic algorithm is performed. An advanced analysis takes into account geometric nonlinearity and material nonlinearity. The micro genetic algorithm is used as optimization technique. The weight of structures is treated as the objective function. The constraint functions are defined by load-carrying capacities and displacement requirement. The effectiveness of the proposed method is verified by comparing the results of the proposed method with those of other method.

요 지

본 연구에서는 고등해석과 유전자 알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 최적설계를 수행하였다. 본 연구에서 사용한 고등해석은 기하학적 비선형과 재료적 비선형을 동시에 고려한다. 최적화 알고리즘으로 마이크로 유전자 알고리즘을 사용하였다. 목적함수로 구조물의 중량을 사용하였으며, 제약조건식은 구조시스템의 하중-저항능력 및 변위 조건을 고려하였다. 제안된 방법에 의한 최적설계 결과를 기존의 연구결과와 비교하여 그 타당성을 증명하였다.

Keywords : Advanced analysis, Genetic algorithm, Optimal design, Truss

핵심 용어 : 고등해석, 유전자 알고리즘, 최적설계, 트러스

* 정희원, 경북대학교 건축토목공학부 조교수

E-mail : shchoi@knu.ac.kr 053-950-7582

• 본 논문에 대한 토의를 2008년 8월 31일까지 학회로 보내 주시면 2008년 11월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

급속도로 발전해온 컴퓨터의 발전은 최적화분야에 많은 변화를 가지고 왔다. 그 결과 최근에는 컴퓨터를 기반으로 한 유전자알고리즘(GA)등과 같은 조합최적화(combination optimization)기법이 이산변수를 가진 최적화문제에 빈번히 적용되어 그 효율성을 평가받고 있다. Rajeev와 Krishnamoorthy(1992), 황선일 등(2001), 우병현 및 박효선(2003) 등은 유전자 알고리즘을 구조물의 선형탄성해석에 바탕을 둔 설계방법인 허용응력설계법이나 하중저항계수설계법에 접목시킨 연구를 수행하였다. 선형탄성해석에 바탕을 둔 기존의 설계방법은 비선형거동을 하는 실제 구조물의 개별부재와 구조시스템과의 적합성을 고려하지 못하는 문제점을 가지고 있다. 이런 문제점을 해결하기 위해서는 잔류응력에 의한 점진적인 소성화와 같은 재료적 비선형과 기하학적 비선형을 고려한 고등해석을 실행해야 한다.⁽¹⁰⁾ Pezeshk 등(2000), 김승억과 마상수(2003) 등은 선형탄성해석 결과를 이용한 최적설계의 문제점을 인식하여 비선형해석방법과 유전자 알고리즘을 이용한 강뿔대 구조물의 최적설계를 수행한 바 있다. 한편 트러스 구조물의 비선형 해석기법은 김문영과 장승필(1990), Yang과 Kuo(1994), 김병현과 윤영목(2003) 등에 의하여 개발 및 검증된 바 있다. 본 논문에서는 기하학적 비선형과 재료적 비선형을 고려한 고등해석기법과 유전자 알고리즘을 접목시킨 트러스 구조물의 이산화 최적설계방법을 제시하였다. 유전자 알고리즘 기법으로 마이크로 유전자 알고리즘을 사용하였으며, 목적함수로는 트러스구조물의 중량을, 제약조건으로는 하중저항능력 및 사용성 등에 관한 기준을 사용하였다. 제시한 최적설계 결과를 박춘욱 등(2001)의 연구결과와 비교하여 타당성과 효율성을 검증하였다.

2. 트러스의 고등해석

2.1 잔류응력에 의한 점진적인 소성화

본 논문에서는 축력을 받는 부재가 잔류응력에 의하여 점진적으로 항복하는 것을 고려하기 위하여 CRC

접선탄성계수를 사용하였다. CRC 접선탄성계수는 식(1a)-(1b)과 같이 축력의 함수로 나타낼 수 있다.⁽⁹⁾

(1) $P \leq 0.5P_y$ 인 경우

$$E_t = 1.0E \quad (1a)$$

(2) $P > 0.5P_y$ 인 경우

$$E_t = 4 \frac{P}{P_y} E \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad (1b)$$

2.2 비탄성 강도행렬

본 논문에서는 트러스 구조물의 기하학적 비선형 해석을 수행하기 위하여 updated Lagrangian formulation에 근거한 평형방정식을 사용하였으며, 평형방정식을 행렬로 나타내면 식(2)와 같다.⁽¹⁵⁾

$$\Delta f = (K_L + K_G) \Delta u \quad (2)$$

여기서, 부재력, 변위 및 강도행렬은 각각 식(3), 식(4), 식(5) 및 식(6)과 같다.

$$\Delta f^T = \{F_{xA} F_{yA} F_{zA} F_{xB} F_{yB} F_{zB}\} \quad (3)$$

$$\Delta u^T = \{\Delta_{xA} \Delta_{yA} \Delta_{zA} \Delta_{xB} \Delta_{yB} \Delta_{zB}\} \quad (4)$$

$$K_L = \frac{E_L A}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[K_G] = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 E_t 는 잔류응력에 의하여 단면이 점진적으로 항복하는 것을 고려하기 위한 CRC 점선탄성계수이다.

2.3 트러스 부재의 극한 강도

인장을 받는 트러스 부재의 극한강도는 항복강도를 사용하였으며, 압축을 받는 트러스 부재의 극한강도는 AISC-LRFD(1994)의 기둥강도식을 사용하였다.

(1) 인장을 받는 경우

$$\phi_t P_n = \phi_t F_y A \quad (7)$$

여기서, ϕ_t 는 인장부재의 강도 감소계수(0.9)이며, F_y 는 항복응력, A 는 단면적을 나타낸다.

(2) 압축을 받는 경우

$\lambda_c \leq 1.5$ 일 때

$$\phi_c P_n = \phi_c (0.658^{\lambda_c^2}) F_y A \quad (8a)$$

$\lambda_c > 1.5$ 일 때

$$\phi_c P_n = \phi_c \frac{0.877}{\lambda_c^2} F_y A \quad (8b)$$

$$\lambda_c = \frac{L}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (9)$$

여기서, ϕ_c 는 압축부재의 강도 감소계수(0.85)이며, λ_c 는 세장비로서 L 은 부재의 비지지장, r 은 회전반경을 나타낸다.

3. 최적설계 문제 형성

3.1 마이크로 유전자 알고리즘

본 논문에서는 최적화 기법으로 Krisnakumar (1989)이 제안한 마이크로 유전자 알고리즘을 사용하였다. 마이크로 유전자 알고리즘은 작은 집단으로 유

전정보의 다양성을 충분히 유지하기 위하여 집단이 어떤 한 점으로 수렴하게 되면 집단을 재구성해서 다시 시동하게 되는 원리에 바탕을 둔다. 수렴성은 최적개체와 나머지 개체들의 염색체 비트를 비교하여 서로 다른 비트의 수가 5%미만이면 수렴조건에 만족한 것으로 판정한다. 본 논문에서는 수렴조건을 5번 만족하게 되면 프로그램을 종료하는 것으로 하였으며 알고리즘을 그림 1에 나타내었다.

3.1.1 재생산

재생산은 각 개체가 가지는 적합도에 따라 그 개체를 복제하는 과정을 의미한다. 이 과정은 적합도가 높은 개체일수록 다음 세대에 더 많은 자손을 가질 확률

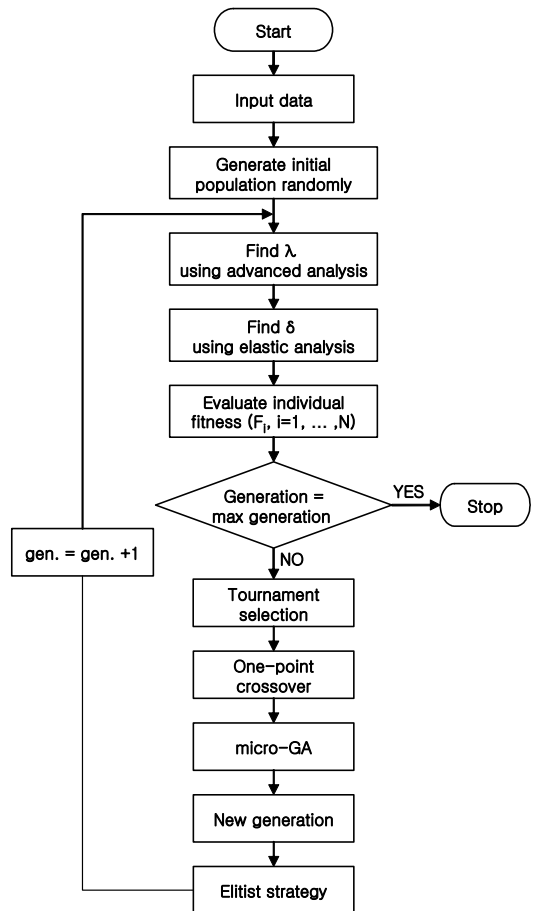


Fig. 1 최적화 알고리즘

이 높은 자연원리를 구현한 것으로 룰렛-휠 선택법과 토너먼트 선택법 등이 있다. 본 논문에서는 개체 집단 중에서 임의로 두 개의 개체를 선택한 다음, 적합도가 높은 개체는 생존시키고 적합도가 낮은 개체는 소멸시키는 토너먼트 선택법을 사용하였다.

3.1.2 교배

재생산 과정은 탐색방향을 적합도가 높은 쪽으로 유도하지만 새로운 개체를 생성하지 못한다. 교배과정은 자손이 부모로부터 유전자를 물려받으면서도 부모와 다른 형질을 가지는 자연현상을 모방한 것으로 일점교배법, 다점교배법, 균등교배법 등이 있다. 본 논문에서는 일점교배법을 사용하였으며, 개체간의 정보교환을 위하여 반드시 교배가 일어나도록 교배확률을 1.0으로 하였다.

3.1.3 돌연변이

돌연변이 과정은 자연계의 돌연변이를 모방한 것으로 염색체 내의 임의의 비트를 변경시킴으로서 초기 세대에서 모든 염색체의 특정 비트가 고정되는 것을 방지하면서 탐색영역을 확대시켜주는 역할을 한다. 본 논문에서 채택한 마이크로 유전자 알고리즘에서는 유전정보의 다양성을 충분히 유지하기 위하여 집단이 어느 한 점으로 수렴하게 되면 집단을 재구성하기 때문에 돌연변이 연산을 필요로 하지 않는다.

3.1.4 엘리트 전략

엘리트 전략은 De Jong (1975)에 의해 소개된 것으로 각 세대에서 가장 좋은 최적개체가 재생산을 위하여 선택되어지지 않거나 교배 등에 의해 소멸되는 것을 방지하기 위하여 최적개체를 강제로 유지시키기 위한 알고리즘이다. 본 논문에서는 좋은 유전자의 확률적 손실을 방지하기 위하여 엘리트 전략을 사용하였다.

3.2. 최적화 문제의 정식화

자연계의 생물들은 끊임없는 생존경쟁을 통하여 환경에 적응해 나가는데, 한 생물의 생존능력은 그 환경에 대한 적응능력을 반영한다. 적합도 함수는 환경에

대한 생물의 적응능력을 알고리즘으로 표현한 것으로 최적설계에서는 부재 조합이 주어진 조건하에서 어느 정도 적합한가를 측정하기 위한 함수로 계산된다. 환경에 대한 생물의 적응능력이 클수록 생존능력이 강하기 때문에 유전자 알고리즘에서도 적합도 함수는 최대화 문제형태로 기술되어야 한다. 많은 공학적인 문제에서 목적함수는 최소화 문제로 기술되기 때문에 최소화 문제로 기술되는 목적함수를 최대화 문제로 기술되는 적합도 함수로 변환할 필요가 있다. 따라서 본 논문에서는 적합도 함수로 제약조건의 위배를 근거로 식 (10)과 같이 변환된 적합도 함수를 사용하였다.

$$F_i = K - OBJ \left(1 + r \sum_{t=1}^m v_t \right) \quad (10)$$

여기서 F_i 는 i 번째 개체의 적합도 함수를, OBJ 는 목적함수로서 식(11)에 나타내었다. 또한, K 는 최소화 문제로 기술된 목적함수를 최대화 문제로 나타내기 위한 충분히 큰 수로서 본 논문에서는 식(10)이 음수가 되지 않도록 10^9 을 사용하였으며, r 은 벌칙함수의 증가계수로서 목적함수 변화에 의한 적합도 함수의 변화보다 벌칙함수에 의한 적합도 함수의 변화가 더 클 수 있도록 10^2 을 사용하였다. v_t 는 벌칙함수로서 Pezeshk 등(2000)이 제안한 값을 사용하여 식 (12)에 나타내었다.

$$OBJ = \sum_{i=1}^{N_e} A_i L_i \rho_i \quad (11)$$

$$v_t = \begin{cases} 0 & \text{if } g(t) \leq 0 \\ g(t) & \text{if } 0 < g(t) \leq 1.0 \\ g(t)^2 & \text{if } 1.0 < g(t) \end{cases} \quad (12)$$

여기서 N_e 는 부재의 총수, A_i , L_i 및 ρ_i 는 각각 i 번째 부재의 단면적, 길이 및 단위중량을 나타낸다. $g(t)$ 는 제약조건식을 나타낸다. 본 논문에서는 4가지

제약조건식, 즉 구조물의 하중-저항능력과 사용성을 고려하였다. 하중-저항능력에 대한 제약조건은 고등해석 즉 비선형 비탄성해석에 바탕을 둔 임계하중에 기초하여 식(13)과 같이 정식화하였으며, 사용성에 대한 제약조건은 허용변위와 선형탄성해석에 의한 변위를 사용하여 식(14), 식(15) 및 식(16)과 같이 나타내었다.

$$g(1) = \frac{1.0}{\lambda} - 1.0 \quad (13)$$

$$g(2) = \frac{\delta_x}{\delta_a} - 1.0 \quad (14)$$

$$g(3) = \frac{\delta_y}{\delta_a} - 1.0 \quad (15)$$

$$g(4) = \frac{\delta_z}{\delta_a} - 1.0 \quad (16)$$

여기서 λ 는 임계하중계수로서 구조물의 파괴기구가 형성되었을때 임계하중과 설계하중의 비를 나타낸다. δ_x , δ_y 및 δ_z 는 각각 사용하중하에서 x , y 및 z 방향에 대한 변위를 나타내며, δ_a 는 허용변위를 나타낸다.

4. 설계예제

본 논문에서 제안한 고등해석과 유전자 알고리즘을 이용한 최적설계를 검증하기 위하여 그림 2와 같이 10-절점, 25-부재를 가진 트러스를 설계예제로 사용하였다. 이 설계예제는 강구조 한계상태 설계기준(1998)에 근거하여 박춘욱 등(2001)에 의하여 최적설계된 바 있다. 본 연구에서는 최적설계 결과를 박춘욱 등(2001)이 수행한 최적설계 결과와 비교하기 위하여 동일한 설계조건으로 설계예제를 수행하였다. 해석에 사용된 탄성계수는 205.94 GPa(29,869 ksi), 항복응력 F_y 는 235.36 MPa(34.14 ksi), 단위중량은 77 kN/m³(0.284 lb/in³)를 사용하였다. 제약조건식에 사용된 허용변위 δ_a 는 0.89cm(0.35in.)를 사용하였다.

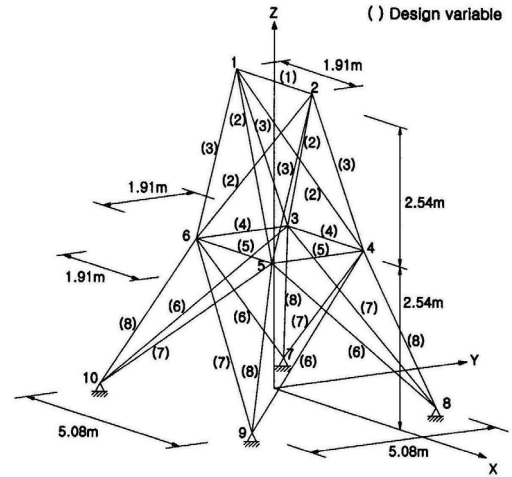


Fig. 2 25-부재 트러스의 제원 및 설계변수

Table 1 25-부재 트러스에 사용된 하중 (kN)

절점번호 \ 하중	X	Y	Z
1	13.24	-132.4	-132.4
2	0	-132.4	-132.4
3	6.62	0	0
6	7.944	0	0

또한, 박춘욱 등(2001)이 수행한 최적설계 예제에서는 해석시 하중계수를 고려한 극한하중과 하중계수를 고려하지 않은 사용하중을 구별하지 않고 동일하중으로 최적설계를 수행하였다. 따라서, 본 연구에서도 극한하중과 사용하중을 구별하지 않고 동일하중으로 하중-저항능력에 대한 제약조건과 사용성에 대한 제약조건을 고려하였다. 설계예제에 사용된 하중을 표 1에 나타내었다. 그림 2에서 보는 바와 같이 전체 부재를 8개의 그룹 즉 설계변수로 나누어 설계하였다. 각 설계변수에서 사용가능한 단면은 61개의 원형강관 단면을 사용하였으며, 보다 정확한 제원을 표 2에 나타내었다. 개체당 염색체의 길이를 6, 개체의 수를 8로 하여 총 48 비트(bit)를 사용하였으며, 한 세대당 집단의 크기는 10으로 하였다. 유전자 알고리즘을 이용한 최적설계에서는 발생하는 난수에 따라 설계 결과들이 다르게 나타날 수 있기 때문에 난수를 6회 발생시켜

최적설계를 수행하였다.

제안된 방법을 통해 구한 최적설계 결과를 박춘욱 등(2001)의 최적설계와 비교하여 Table 3에 나타내었다. Table 3에서 보는 바와 같이 본 연구에서 제안한 최적설계 알고리즘에 의한 트러스 총중량은 7.12 kN (1,601 lb)로서 박춘욱 등(2001)이 제시한 트러스 총중량인 7.52 kN (1,690 lb) 보다 약 5.27% 정도 가벼움을 알 수 있었다. 또한 제안된 설계방법을 적용하여 최적설계된 구조물의 최대변위는 0.852 cm (0.3356 in.)로서 허용변위인 0.89 cm (0.35 in.)를 만족함을 알 수 있었다.

Table 3 25-부재 트러스의 최적설계 결과

설계변수	박춘욱 등 (2001)	제안된 방법
1	∅-34.0×2.2	∅-34.0×2.2
2	∅-89.1×4.2	∅-89.1×4.2
3	∅-114.3×3.5	∅-114.3×3.5
4	∅-60.5×2.8	∅-48.6×3.2
5	∅-60.5×2.3	∅-60.5×2.3
6	∅-89.1×3.5	∅-89.1×3.2
7	∅-114.3×3.5	∅-60.5×3.2
8	∅-139.8×4.5	∅-165.2×5.0
총중량	7.52 kN (1,690 lb)	7.12 kN (1,601 lb)

Table 2 원형 강관의 단면치수

치수	단면적 (cm^2)	단면2차모멘트 (cm^4)	치수	단면적 (cm^2)	단면2차모멘트 (cm^4)
∅-21.7×1.9	1.182	0.585	∅-355.6×7.9	86.29	13000
∅-27.2×1.9	1.510	1.22	∅-355.6×11.1	120.1	17800
∅-34.0×2.2	2.198	2.79	∅-406.4×6.4	80.42	16100
∅-42.7×2.4	3.039	6.19	∅-406.4×7.9	98.9	19600
∅-48.6×2.4	3.483	9.32	∅-406.4×9.5	118.5	23300
∅-48.6×3.2	4.562	11.8	∅-406.4×12.7	157.1	30500
∅-60.5×2.3	4.203	17.8	∅-457.2×6.4	90.64	23000
∅-60.5×2.8	5.073	21.2	∅-457.2×9.5	133.6	33500
∅-60.5×3.2	5.760	23.7	∅-457.2×12.7	177.3	43800
∅-76.3×2.8	6.462	43.7	∅-508.0×6.4	100.9	31700
∅-76.3×3.2	7.349	49.2	∅-508.0×9.5	148.8	46200
∅-89.1×3.2	8.636	79.8	∅-508.0×12.7	197.6	60600
∅-89.1×3.5	9.412	86.4	∅-558.8×9.5	163.9	61900
∅-89.1×4.2	11.2	101	∅-558.8×12.7	217.9	81200
∅-101.6×3.2	9.892	120	∅-558.8×16.0	272.8	10100
∅-101.6×3.5	10.79	130	∅-609.6×9.5	179.1	80600
∅-101.6×4.2	12.85	153	∅-609.6×12.7	238.2	106000
∅-114.3×3.5	12.18	187	∅-609.6×16.0	298.4	132000
∅-114.3×4.5	15.52	234	∅-711.2×9.5	209.4	129000
∅-139.8×4.0	17.06	394	∅-711.2×12.7	278.7	170000
∅-139.8×4.5	19.13	433	∅-711.2×16.0	349.4	211000
∅-165.2×4.5	22.72	734	∅-812.8×9.5	239.7	19300
∅-165.2×5.0	25.16	808	∅-812.8×12.7	319.2	25600
∅-190.7×5.3	30.87	133.1	∅-812.8×16.0	400.5	31800
∅-216.3×5.8	38.36	213.1	∅-914.4×9.5	270.1	27600
∅-216.3×8.2	53.61	291.1	∅-914.4×12.7	359.8	36600
∅-267.4×6.6	54.08	460.1	∅-914.4×16.0	451.6	45600
∅-267.4×9.3	75.41	629.1	∅-1016.0×9.5	300.4	38000
∅-318.5×6.9	67.55	820.1	∅-1016.0×12.7	400.3	50400
∅-318.5×10.3	99.73	11900	∅-1016.0×16.0	502.7	62800
∅-355.6×6.4	70.21	10700	-	-	-

5. 결론

본 논문에서는 고등해석과 유전자알고리즘을 이용하여 트러스구조물의 최적설계를 수행하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 해석방법으로 고등해석을 사용함으로써 트러스의 거동에 영향을 미치는 중요한 계수들 즉 잔류응력에 의한 점진적인 소성화, 기하학적 비선형 효과 등을 동시에 고려할 수 있었다.
- 2) 25-부재 트러스에 대하여 제안된 방법으로 최적설계를 수행한 경우 본 연구에서 제시한 총중량은 7.12 kN로서 박춘욱 등이 제시한 트러스 총중량인 7.52 kN 보다 5.27% 정도 가벼움을 알 수 있었다.
- 3) 제안된 방법은 트러스 구조물의 실용적인 비선형 해석 기법에 유전자 알고리즘 기법을 접목한 최적설계기법으로 설계자의 노력과 시간을 절감할 수 있을 것으로 사료된다.

참고 문헌

1. 김문영, 장승필, "공간 트러스 구조물의 기하학적 비선형 유한요소해석", 한국강구조학회 논문집, 제2권, 2호, 1990, pp. 164-174.
2. 김병현, 윤영목, "공간트러스 구조의 재료 및 기하학적 비선형 해석을 위한 하중-변위 복합제어법", 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제23권 2-A호, 2003, pp. 219-229.
3. 김승억, 마상수, "유전자 알고리즘을 이용한 비선형 비탄성 최적설계", 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제23권 5A호, 2003, pp. 841-850.
4. 대한건축학회, "강구조 한계상태 설계기준 및 해설", 기문당, 1998.
5. 박춘욱, 김명선, 강문명, "Genetic Algorithms에 의한 입체트러스의 시스템 형상 및 단면 이산화 최적설

계", 한국강구조학회 논문집, 제13권, 5호, 2001, pp. 577-586.

6. 우병현, 박효선, "분산 복합유전알고리즘을 이용한 구조최적화", 한국전산구조공학회 논문집, 제16권, 4호, 2003, pp. 407-417.
7. 황선일, 조홍동, 한상훈, "유전알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 이산최적설계", 한국전산구조공학회 논문집, 제14권, 2호, 2001, pp. 97-106.
8. AISC-LRFD. Load and Resistance Factor Design specifications, 2nd ed., AISC, Chicago, IL, 1994.
9. Chen, W.F. and Lui, E.M., Stability design of steel frames, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1992, p. 380.
10. Chen, W.F. and Kim, S.E. LRFD steel design using advanced analysis, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1997.
11. De Jong, K.A. An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems, Doctorial dissertation, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1975.
12. Krishnakumar, K. Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization, SPIE, Intelligent Control and Adaptive Systems, Vol. 1196, 1989.
13. Pezeshk, S., Camp, C.V. and Chen, D. Design of nonlinear framed structures using genetic optimization, J. Struct. Eng., ASCE, 126(3), 2000, pp. 382-388.
14. Rajeev, S. and Krishnammorthy, C.S. Discrete optimization of structures using genetic algorithms, J. Struct. Eng., ASCE, 118(5), 1992, pp. 1233-1250.
15. Yang, Y. B. and Kuo, S.R. "Theory and analysis of Nonlinear Frame Structures", Prentice Hall, 1994, p. 116.

(접수일자 : 2007년 10월 10일)

(심사완료일자 : 2008년 5월 13일)