

2중 2 런규칙을 사용한 공정이상 감지방법의 경제성 분석

김영복¹ · 홍정식² · 이창훈^{1*}

¹서울대학교 산업공학과 / ²서울산업대학교 산업정보시스템공학과

Economic Analysis for Detection of Out-of-Control of Process Using 2 of 2 Runs Rules

Young Bok Kim¹ · Jung Sik Hong² · Chang Hoon Lie¹

¹Department of Industrial Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

²Department of Industrial and Information Systems Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

This research investigates economic characteristics of 2 of 2 runs rules under the Shewhart \bar{X} control chart scheme. A Markov chain approach is employed in order to calculate the in-control average run length (ARL) and the average length of analysis cycle. States of the process are defined according to the process conditions at sampling time and transition probabilities are derived from the state definitions. A steady state cost function is constructed based on the Lorezen and Vance(1986) model. Numerical examples show that 2 of 2 runs rules are economically superior to the Shewhart \bar{X} chart in many cases.

Keywords: Shewhart Control Chart, 2 of 2 Runs Rule, ARL, Economic Analysis

1. 서론

관리도는 Shewhart에 의해 최초로 제안된 후 지금까지 통계적 공정관리에서 중요한 기법으로 활용되고 있다. 관리도를 사용하는 주목적은 여러 가지 변동원인에 의한 공정이상을 신속하게 파악하여 불량품이 대량으로 생산되는 것을 방지하기 위한 적절한 조치를 취하도록 하고, 생산 공정의 여러 모수 추정 및 생산 공정의 개선을 도모하는 것이다(Lie *et al.*, 1994).

전통적인 Shewhart \bar{X} 관리도는 공정으로부터 일정한 크기의 표본을 일정한 간격으로(FSSI : Fixed Sample Size and Sampling Interval) 취하는 방법을 사용하며, 상대적으로 공정의 큰 변동을 감지하는 데 우수한 성능을 제공하는 것으로 알려져 있다. 그러나 평균의 변동량이 작은 경우에 대하여는 민감하지 못한 점과 표본의 크기가 작을 때는 관리도의 수행 능력이 뒤떨어진다는 단점을 가지고 있다(Lie and Lim, 2005).

이러한 문제점들을 해결하기 위해 Shewhart \bar{X} 관리도 기반 하에서 통계량의 위치에 따라 표본의 크기나 샘플링 간격을 변화시키는 방법인 VSS(Variable Sample Size), VSI(Variable

Sampling Interval), VSSI(Variable Sample Size and Sampling Interval) 관리도에 대한 연구가 진행되었고, 이러한 관리도들에 대하여 관련 비용까지 고려한 경제적인 설계에 대한 연구들도 다수 진행되었다(Chung, 1992; Prabhu *et al.*, 1997; Bae and Lee, 1998; Park *et al.*, 2002; Antonio and Magalhães, 2005; Chen *et al.*, 2007). 최근에는 2종류의 이상원인이 존재하는 경우에 대한 연구도 진행되었다(Tagaras and Lee, 1998; Lee and Lim, 2004; Lee and Lim, 2005).

이러한 관리도들은 일반적으로 적응형(adaptive) 관리도의 형태를 가지게 되는 데 적응형 관리도는 임계한계(threshold limit)를 설정하여, 현재 관리통계량의 상태를 기준으로 다음 샘플링 방식(표본 크기 및 샘플링 간격)을 결정한다. 즉, 현재의 표본이 우수한 관리상태를 나타내면 표본 크기를 작게 하거나 샘플링 간격을 크게 하는 샘플링 방식을 채택하고, 의심스러운 상태를 나타내면 반대의 방법을 채택하여 관리도의 민감도를 향상시키는 것이다.

Woodall(1985, 1986)은 관리도의 통계적 특성을 강조함과 동시에 경제적 설계의 문제점들을 지적하기도 하였지만, 위에서

* 연락저자 : 이창훈, 151-742 서울특별시 관악구 신림9동 서울대학교 공과대학 산업공학과, Fax : 02-873-6486,

E-mail : longbok@cybernet.snu.ac.kr

2007년 6월 14일 접수; 2007년 11월 20일 수정본 접수; 2008년 2월 28일 게재 확정.

정리한 것처럼 Duncan(1956)에 의해 관리도의 경제적 설계에 대한 연구가 진행된 이후 다양한 형태의 관리도에 대해 통계적 측면뿐만 아니라 경제적인 측면까지 고려한 연구들이 다수 진행되고 있다.

Shewhart \bar{X} 관리도의 민감도를 향상시키기 위한 대안으로서 새로운 관리도가 개발되기도 했는데 누적합(CUSUM) 관리도, 가중지수 이동평균(EWMA) 관리도, 그리고 합성(Synthetic) 관리도 등이 대표적인 관리도이며 이에 대한 연구도 많이 진행되었다(Taylor, 1968; Lim and Kim, 2003; Song *et al.*, 2004; Lim, 2005). 누적합 관리도와 가중지수 이동평균 관리도의 공통점은 과거의 표본을 모두 이용하여 관리통계량을 계산함으로써 관리도의 민감도를 향상시키고자 한 점이고, 합성 관리도는 \bar{X} 관리도와 CRL(Comforming Run Length) 관리도를 동시에 사용함으로써 민감도를 향상시킨다. 또한 CCC(Cumulative Count of Comforming) 관리도는 공정 이상이 거의 발생하지 않는 고품질의 공정에 적합한 관리도로 알려져 있으며 이에 대한 연구도 다수 진행되었다(Xie *et al.*, 1998; Xie *et al.*, 2001; Liu *et al.*, 2006).

Shewhart \bar{X} 관리도의 민감도가 떨어지는 문제를 극복하기 위해 런규칙(run rule)이 사용되기도 하며 다양한 런규칙에 대한 통계적인 성능을 분석한 연구들도 다수 존재한다(Klein, 2000; Khoo and Ariffin, 2006; Acosta, 2007). Shewhart \bar{X} 관리도 하에서 런규칙을 이용한 공정관리 기법은 누적합 관리도나 가중지수 이동평균 관리도에 비해 성능은 다소 떨어지지만 현장에 쉽게 적용이 가능하다는 장점이 있는 것으로 알려져 있다(Klein, 2000).

이상에서 본 것처럼 Shewhart \bar{X} 관리도의 단점을 극복하기 위한 연구는 다양하게 진행되었지만 새로운 관리도를 도입하는 것은 실제 현장에 적용하기에 어려움이 있을 수 있다. 만약 현재 Shewhart \bar{X} 관리도를 기반으로 공정을 운영하고 있는 상태에서 공정관리의 효과를 높이기 위해 개선이 필요하다더라도, 새로운 관리도를 도입하거나 VSS 혹은 VSI 체제의 새로운 관리기준으로 변화를 시키는 것은 공정의 특성상 불가능한 경우가 존재할 수 있다. 또한 새로운 관리도의 도입이나 새로운 관리기준으로 변화가 가능하더라도 새로운 관리도 운용정책을 위한 추가 비용이 발생하게 되고 관리도 운용시에도 혼동을 발생시켜 공정관리에 문제를 가져올 수 있을 것이다. 따라서 경제적인 타당성만 존재한다면 런규칙을 사용한 공정이상 감지방법이 공정관리를 위한 좋은 대안이 될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 Shewhart \bar{X} 관리도를 이용하여 공정이상 발생을 감지를 하는 방법과 Shewhart \bar{X} 관리도하에서 2중 2 런규칙을 사용하여 공정이상 발생을 감지하는 방법에 대한 경제적 측면에서의 비교를 통해 2중 2 런규칙의 적용타당성을 살펴본다. 단위시간당 비용함수의 도출에 필요한 통계적인 특성치들을 유도하기 위해 마코프 모형(Markov model)을 개발하고, Lorenzen and Vance(1986)의 연구를 기반으로 단위 시간당 비용함수를 유도하며, 다양한 수치예제를 통해 2중 2 런규칙의 경

제적 효율성을 살펴본다.

제 2장에서는 공정이상 발생확률을 고려한 마코프 전이 모형을 개발하고, 제 3장에서는 제 2장의 결과를 이용하여 2중 2 런규칙의 경제적 타당성 검증을 위한 비용함수를 제시하고 최적화 방법론을 설명한다. 제 4장에서는 수치예제를 통한 본 모형의 타당성을 검증하고, 제 5장에서는 결론을 제시한다.

2. 마코프 전이 모형

본 절에서는 공정이상 감지를 위해 Shewhart \bar{X} 관리도를 사용하는 경우와 2중 2 런규칙을 사용하는 경우에 대하여 공정의 상태변화 및 분석주기 결정을 위해 마코프 모형(markov model)을 제시한다. 기존 연구들에 의하면 2중 2 런규칙은 2개의 타점들이 임의의 관리한계를 연속으로 벗어나는 경우에 이상감지를 하는 경우와 관리상한을 연속으로 벗어나거나 관리하한을 연속으로 벗어나는 경우에 이상감지를 하는 경우로 나눌 수 있다(Klein, 2000). 두 가지 방법의 차이점은 전자는 관리상한과 관리하한 중의 어느 것을 벗어나더라도 이상감지를 하지만, 후자는 2개의 연속된 타점이 관리상한만을 벗어나거나, 관리하한만을 벗어나는 경우에 이상감지를 하게 된다.

본 연구에서는 Shewhart \bar{X} 관리도를 사용하는 경우의 모형을 Model 1, 임의의 관리한계를 연속으로 벗어나는 경우를 Model 2, 관리상한을 연속으로 벗어나거나 관리하한을 연속으로 벗어나는 경우에만 이상감지를 하는 경우를 Model 3으로 구분하여 분석한다.

아래 <Figure 1>에서 Model 2의 규칙을 사용할 경우 n 번째 타점 후 이상원인이 발생한 것으로 판단되지만, Model 3의 규칙을 사용할 경우에는 $n-1$ 번째 타점은 관리상한을 벗어나고, n 번째 타점은 관리하한을 벗어났기 때문에 이상원인이 발생하지 않은 것으로 판단된다.

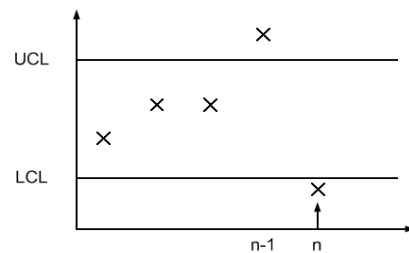


Figure 1. Example of 2 of 2 runs rule

본 연구에서 사용하는 가정은 다음과 같다.

가정

- (1) 품질특성치는 정규분포를 따른다.
- (2) 공정은 관리상태에서 시작하고, 공정에 이상원인이 발생하면 공정평균이 $\delta\sigma$ 변화되어 이상상태가 된다.
- (3) 오경보가 발생하면 원인조사 후 공정은 초기상태가 된다.

2.1 Model 1

공정이상감지를 위해 Shewhart \bar{X} 관리도를 사용하는 경우 공정의 상태는 타점의 관리한계 이탈여부와 이상원인의 발생 여부에 따라 아래와 같이 정의할 수 있다. 첫 번째 변수는 0인 경우 관리한계를 벗어나지 않은 경우이고, 1인 경우 관리한계를 벗어난 경우이며, 두 번째 변수는 0인 경우 이상원인이 발생하지 않은 경우이고, 1인 경우 이상원인이 발생한 경우를 나타낸다. 즉.

- {0, 0}: 관리상태에서 타점이 관리한계를 벗어나지 않은 경우
 - {1, 0}: 관리상태에서 타점이 관리한계를 벗어난 경우
 - {0, 1}: 이상상태에서 타점이 관리한계를 벗어나지 않은 경우
 - {1, 1}: 이상상태에서 타점이 관리한계를 벗어난 경우
- 의 총 4개의 상태를 가질 수 있다.

상태 {1, 0}은 공정에 이상이 발생하지 않았지만 타점이 관리한계를 벗어난 상태, 즉 오경보(false alarm)를 나타내고, 상태 {0, 1}은 공정에 이상원인이 발생하였지만 이를 감지해내지 못하는 2중 오류가 발생한 상황을 나타내며, 상태 {1, 1}은 이상원인이 발생하고 이것이 감지된 상태를 의미한다. 공정운영이 시작되는 순간의 상태는 {0, 0}으로 가정한다.

Model 1의 규칙을 적용하기 위한 관리한계를 k_1 , 공정평균의 표준화된 변동량을 δ , 표본의 크기를 n 이라고 하고, p 를 안정상태에서 타점이 관리한계를 벗어나지 않을 확률, q 를 이상상태에서 타점이 관리한계를 벗어나지 않을 확률이라고 하면 p 와 q 는 각각 $p = \Phi(k_1) - \Phi(-k_1)$, $q = \Phi(k_1 - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-k_1 - \delta\sqrt{n})$ 와 같이 구할 수 있다. 또한, r 을 임의의 샘플링 간격동안 이상원인이 발생할 확률로 정의하면 상태전이도는 아래 <Figure 2>와 같다.

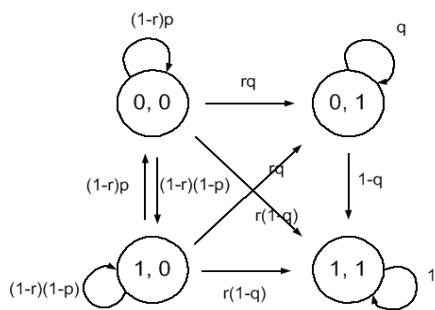


Figure 2. State transition diagram for Model 1

공정은 {0, 0} 상태에서 운영이 시작되어 각 샘플링 시점마다 상태의 전이가 발생하게 된다. 예를 들어 {0, 0}에서 머무르는 경우는 다음 샘플링 시점까지 공정에 이상이 발생하지 않고 타점이 관리한계를 벗어나지 않아야 하므로 $(1-r)p$ 의 확률로 머무르게 되고, {1, 0}로 전이되려면 이상 원인이 발생하지 않았으나 타점이 관리한계를 벗어나야 하므로 $(1-r)(1-p)$

의 확률로 전이를 하게 된다. 또, {0, 1}로 전이하기 위해서는 공정에 이상이 발생하였으나 타점은 관리한계를 벗어나지 않아야 하므로 rq 의 확률로 전이할 수 있고, 마지막으로 {1, 1}로 전이하려면 공정에 이상이 발생하고 타점도 관리한계를 벗어나야 되므로 $r(1-q)$ 의 확률로 전이할 수 있다. 일단 {1, 1}로 전이가 되면 공정은 이상원인을 제거한 후 다시 초기상태로 바뀌지만 본 연구에서는 분석주기를 최초로 {1, 1}에 도달할 때까지로 제한하여도 무관하기 때문에 {1, 1}은 흡수상태로 정의하였다. 상태 {1, 0}은 오경보 발생을 의미하므로 원인 조사 후 초기상태인 {0, 0}가 되므로 {1, 0}에서 나머지 상태로의 전이확률은 {0, 0}에서의 전이확률과 같다.

상태전이행렬은 위의 상태전이도에 나타난 것처럼 아래 <Table 1>과 같다.

Table 1. State transition matrix for Model 1

		States at (n+1)th sampling sequence			
		{0, 0}	{1, 0}	{0, 1}	{1, 1}
States at (n)th sampling sequence	{0, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)(1-p)$	rq	$r(1-q)$
	{1, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)(1-p)$	rq	$r(1-q)$
	{0, 1}	0	0	q	$1-q$
	{1, 1}	0	0	0	1

2.2 Model 2

Model 2는 2개의 타점이 관리한계를 연속으로 벗어나는 경우를 의미하며 전이 모형의 각 상태는 타점의 이탈여부를 나타내는 부분과 이상원인 발생 여부를 나타내는 부분으로 나누어 볼 수 있다. 전이 모형 유도를 위해 아래와 같이 8개의 상태를 정의하였다.

• 상태정의

- {O, 0}: 공정은 관리상태이고 타점이 관리한계를 벗어나지 않는 상태
- {U, 0}: 공정은 관리상태이고 타점이 관리한계를 벗어난 상태
- {L, 0}: 공정은 관리상태이고 타점이 관리한계를 벗어난 상태
- {S, 0}: 공정은 관리상태이고 2개의 연속된 타점이 관리한계를 벗어난 상태
- {O, 1}: 공정은 이상상태이고 타점이 관리한계를 벗어나지 않는 상태
- {U, 1}: 공정은 이상상태이고 타점이 관리한계를 벗어난 상태
- {L, 1}: 공정은 이상상태이고 타점이 관리한계를 벗어난 상태
- {S, 1}: 공정은 이상상태이고 2개의 연속된 타점이 관리한계를 벗어난 상태

{S, 0}는 오경보가 발생한 상황을 나타내고, {S, 1}는 분석주기 결정을 위한 흡수상태를 나타낸다. 각 상태들 간의 전이 확률은 아래의 확률들을 이용하여 표현할 수 있다.

- p : 관리상태에서 관리한계사이에 타점될 확률
 - p_L : 관리상태에서 관리하한 아래영역에 타점될 확률
 - p_U : 관리상태에서 관리상한 위 영역에 타점될 확률
 - q : 이상상태에서 관리한계사이에 타점될 확률
 - q_L : 이상상태에서 관리하한 아래영역에 타점될 확률
 - q_U : 이상상태에서 관리상한 위 영역에 타점될 확률
 - r : 이상원인 발생확률
- 단, $p+p_L+p_U=1, q+q_L+q_U=1$

Model 2의 규칙을 적용하기 위한 관리한계를 k_2 , 공정평균의 표준화된 변동량을 δ , 표본의 크기를 n 이라고 할 때, 위의 확률들은 각각 $p_L = \Phi(-k_2)$, $p_U = 1 - \Phi(k_2)$, $q_L = \Phi(-k_2 - \delta\sqrt{n})$, $q_U = 1 - \Phi(k_2 - \delta\sqrt{n})$ 와 같이 구할 수 있다.

Model 2에 대한 상태전이행렬은 아래 <Table 2>와 같다. 예를 들어 $\{U, 0\}$ 에서는 $(1-r)p$ 의 확률로 $\{O, 0\}$ 로 전이하거나, $(1-r)(1-p)$ 의 확률로 $\{S, 0\}$ 로 전이하며, rq 의 확률로 $\{O, 1\}$ 로 전이하거나, $r(1-q)$ 의 확률로 $\{S, 1\}$ 로 전이함을 알 수 있다.

Table 2. State transition matrix for Model 2

		States at (n+1)th sampling sequence							
		{O, 0}	{U, 0}	{L, 0}	{S, 0}	{O, 1}	{U, 1}	{L, 1}	{S, 1}
States at (n)th sampling sequence	{O, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)p_U$	$(1-r)p_L$	0	rq	rq_U	rq_L	0
	{U, 0}	$(1-r)p$	0	0	$(1-r)(1-p)$	rq	0	0	$r(1-q)$
	{L, 0}	$(1-r)p$	0	0	$(1-r)(1-p)$	rq	0	0	$r(1-q)$
	{S, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)p_U$	$(1-r)p_L$	0	rq	rq_U	rq_L	0
	{O, 1}	0	0	0	0	q	q_U	q_L	0
	{U, 1}	0	0	0	0	q	0	0	$1-q$
	{L, 1}	0	0	0	0	q	0	0	$1-q$
	{S, 1}	0	0	0	0	0	0	0	1

Table 3. State transition matrix for Model 3

		States at (n+1)th sampling sequence							
		{O, 0}	{U, 0}	{L, 0}	{S, 0}	{O, 1}	{U, 1}	{L, 1}	{S, 1}
States at (n)th sampling sequence	{O, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)p_U$	$(1-r)p_L$	0	rq	rq_U	rq_L	0
	{U, 0}	$(1-r)p$	0	$(1-r)p_L$	$(1-r)p_U$	rq	0	rq_L	rq_U
	{L, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)p_U$	0	$(1-r)p_L$	rq	rq_U	0	rq_L
	{S, 0}	$(1-r)p$	$(1-r)p_U$	$(1-r)p_L$	0	rq	rq_U	rq_L	0
	{O, 1}	0	0	0	0	q	q_U	q_L	0
	{U, 1}	0	0	0	0	q	0	q_L	q_U
	{L, 1}	0	0	0	0	q	q_U	0	q_L
	{S, 1}	0	0	0	0	0	0	0	1

2.3 Model 3

관리상한을 연속으로 벗어나거나 관리하한을 연속으로 벗어나는 경우에 이상감지를 하는 Model 3의 마코프 전이모형 유도를 위해 Model 2의 상태정의 중에서 $\{S, 0\}$, $\{S, 1\}$ 의 정의를 아래와 같이 수정한다.

- $\{S, 0\}$: 공정은 관리상태이고 2개의 연속된 타점이 관리상한을 벗어나거나, 관리하한을 벗어난 상태
- $\{S, 1\}$: 공정은 이상상태이고 2개의 연속된 타점이 관리상한을 벗어나거나, 관리하한을 벗어난 상태

그리고 Model 3의 규칙을 적용하기 위한 관리한계를 k_3 , 공정평균의 표준화된 변동량을 δ , 표본의 크기를 n 이라고 할 때, $p_L = \Phi(-k_3)$, $p_U = 1 - \Phi(k_3)$, $q_L = \Phi(-k_3 - \delta\sqrt{n})$, $q_U = 1 - \Phi(k_3 - \delta\sqrt{n})$ 와 같이 계산할 수 있고, 이 확률들을 이용하면 아래 <Table 3>과 같은 마코프 전이행렬을 구할 수 있다.

Model 3의 경우 관리하한을 벗어나는 경우와 관리상한을 벗어나는 경우를 구분하기 때문에 Model 2와는 다른 전이행렬을

가진다. 예를 들어 $\{U, 0\}$ 에서는 $(1-r)p$ 의 확률로 $\{O, 0\}$ 로 전이하거나, $(1-r)p_L$ 의 확률로 $\{L, 0\}$ 로 전이하거나 $(1-r)p_U$ 의 확률로 $\{S, 0\}$ 로 전이하며, rq 의 확률로 $\{O, 1\}$ 로 전이하거나, rq_L 의 확률로 $\{L, 1\}$ 로 전이하거나 rq_U 의 확률로 $\{S, 1\}$ 로 전이함을 알 수 있다.

2.4 ARL_N 및 $ALRC$ 계산

Model 2와 Model 3의 적용시 관리한계 수정 및 비용함수를 유도하기 위해서는 관리상태에서의 평균 런 길이(ARL_N)에 대한 계산이 필요하다. Klein(2000)에 의하면 Model 2와 Model 3의 ARL_N 은 상태 $\{O, 0\}$ 에서 상태 $\{S, 0\}$ 로 최초로 전이하기 위한 기대전이회수로 표현할 수 있고, Model 2와 Model 3의 평균 런 길이는 각각 $ARL_{2N} = (1 + 2p_U)/4p_U^2$, $ARL_{3N} = (1 + p_U)/2p_U^2$ 와 같이 계산된다.

관리도 분석 및 비용함수 도출을 위한 분석 주기를 결정하기 위하여 각 Model의 초기상태인 $\{0, 0\}$ 이나 $\{O, 0\}$ 에서 흡수상태인 $\{1, 1\}$ 이나 $\{S, 1\}$ 에 도달하기 위한 평균전이회수의 계산이 필요하다. 이를 평균재생길이(Average length of renewal cycle : $ALRC$)라 하면 위의 각 Model들에 대한 마코프 전이모형을 이용하여 계산할 수 있다.

크기가 $(l \times l)$ 인 상태전이행렬 P 에서 흡수상태를 제외한 전이확률 행렬을 Q 라고 할 때, 마코프 체인의 특성에 따라 행렬 $R = (I - Q)^{-1}$ 의 (i, j) 원소 $R_{i,j}$ 는 상태 i 에서 시작하여 흡수상태로 가기 전에 상태 j 에서 보낸 전이회수의 기대값이 된다. 따라서 본 연구에서 정의한 평균재생길이는 행렬 R 의 첫 번째 행의 원소의 합, 즉 $ALRC = \sum_{i=1}^{l-1} R_{i,1}$ 와 같이 계산할 수 있다.

예를 들어 Model 1의 상태전이행렬을 이용하여 평균재생길이를 구하면

$$ALRC_1 = \frac{1}{r} + \frac{q}{1-q} \tag{1}$$

와 같이 계산된다. 만약 3σ 의 관리한계를 사용하는 Shewhart \bar{X} 관리도의 경우, $r = 0.001$, $\delta = 0.2$, $n = 4$ 라면 $q = 0.995$ 가 되므로 평균재생길이는 $ALRC = 1/0.001 + 0.995/(1 - 0.995) = 1199$ 가 된다. 즉, 이상 원인이 발생하여 이를 감지하기까지는 평균적으로 1199회의 샘플링이 필요함을 알 수 있다.

Model 2와 Model 3의 경우도 같은 방법으로 평균재생길이를 구하면 아래와 같다.

$$ALRC_2 = \frac{1}{r} + \frac{q}{1-q} + \frac{q}{(1-q)^2} + \frac{1}{(1-q)(1-2p_U(r-1))} \tag{2}$$

$$ALRC_3 = \frac{1}{r} + \frac{1-q+2q_Uq_L+q(1+q_U)(1+q_U)(1+p_U-rp_U)}{(1-q_Lq_U-q(1+q_L)(1+q_U))(1+p_U-rp_U)} \tag{3}$$

공정주기상의 평균재생길이는 다음 <Figure 3>과 같이 정의

될 수 있다.

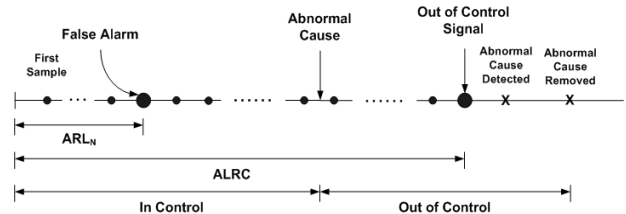


Figure 3. Process cycle for economic design

3. 비용함수와 경제적 설계

각 Model에 대한 단위 시간당 비용 유도를 위해 분석주기와 분석주기 동안의 비용함수를 유도한다.

하나의 주기는 공정의 시작부터 이상원인이 제거될 때까지 경과된 시간으로 정의되며, 관리상태 지속시간, 이상신호 발생까지의 경과시간, 그리고 조사와 수리 시간등이 포함된다. 또한, 이상원인의 제거는 주기의 끝과 새로운 주기의 시작을 동시에 나타낸다. 공정은 관리상태에서도 이상신호를 발생시킬 수 있다. 이러한 오경보(false alarm)는 실제 이상원인인지 조사되어야 하기 때문에 추가비용과 시간이 소요된다.

3.1 비용모수 및 공정모수의 정의

본 연구에서는 비용함수 유도를 위한 비용모수 및 공정모수를 아래와 같이 정의한다.

● 비용모수(cost parameters)

- a : 고정 샘플링 비용
- b : 단위당 가변 샘플링 비용
- W : 이상원인을 조사하고 위치를 알아내 제거하는 데 소요되는 비용
- Y : 오경보 1건당 발생비용
- C_0 : 관리상태에서 불량품생산에 의해 소요되는 시간당 기대비용
- C_1 : 이상상태에서 불량품생산에 의해 소요되는 시간당 기대비용

● 공정모수(process parameters)

- λ : 단위시간당 이상원인 발생률
- r : 샘플링 간격동안 이상원인 발생확률 ($r = 1 - \exp(-\lambda h)$)
- δ : 이상원인에 의한 공정평균의 표준화된 변동량 ($\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$, μ_0 : 관리상태에서의 공정평균, μ_1 : 이상원인 발생 후의 공정평균)
- h : 고정 샘플링 간격
- n : 고정 표본 크기

- T_0 : 오경보를 조사하는 데 소요되는 평균시간
- T_1 : 이상원인에 대한 평균조사시간
- T_2 : 이상원인을 제거하는 데 소요되는 평균시간
- γ_1 : 지시변수(이상원인을 조사하는 동안 공정이 멈추면 0, 아니면 1)
- γ_2 : 지시변수(이상원인을 제거하는 동안 공정이 멈추면 0, 아니면 1)

3.2 단위 시간당 비용함수

단위 시간당 기대비용을 계산하기 위해 기대주기와 주기당 기대비용을 구한다.

3.2.1 기대주기 계산

하나의 주기에는 앞의 <Figure 3>에서 볼 수 있듯이 이상원인이 발생할 때까지의 시간과 그로 인해 이상신호가 발생할 때까지의 시간, 그리고 이상 원인을 조사, 제거하고, 고장을 수리하는 데 소요되는 시간등이 포함된다. 마코프 전이 모형을 이용하면 고정 샘플링 간격이 h 이므로 이상 원인이 발생할 때까지의 시간과 그로 인해 이상신호가 발생할 때까지의 시간의 합은 $h \times ALRC$ 로 계산될 수 있다. 그리고 만약 오경보발생시 공정이 가동을 멈춘다면 오경보가 발생할 때마다 조사를 위해 정지되는 시간만큼 실제 이상신호 발생시까지 소요되는 시간이 증가하게 된다. Duncan(1956)과 Lorenzen and Vance(1986)에 의하면 오경보발생 기대회수는 관리상태에서의 샘플링 회수를 관리상태하에서의 평균 런 길이로 나누어주면 구할 수 있다. 관리상태의 샘플링 회수를 s 라 하면 $s = e^{-\lambda h} / (1 - e^{-\lambda h})$ 와 같이 되고, 오경보 회수는 s/ARL_N 와 같이 계산될 수 있으며, 오경보발생시 조사시간이 T_0 이므로 오경보시 공정의 가동이 멈춘다면 $(T_0 \cdot s)/ARL_N$ 만큼 실제 이상신호 발생시까지의 소요되는 시간이 증가할 것이다. 그리고 하나의 관측치를 분석하고 관리도에 적용하는 데 소요되는 시간을 E 라고 하면 전체 기대주기 시간은 다음과 같다.

$$R = h \times ALRC + (1 - \gamma_1) T_0 s / ARL_N + nE + T_1 + T_2 \quad (4)$$

3.2.2 주기당 기대비용

공정의 주기당 기대비용은 위에서 계산한 시간요소들과 각 요소에 해당하는 비용의 곱으로 나타낼 수 있다. 분석 주기당 기대비용을 구하기 위해 비용함수에서 고려해야 할 비용요소들로 아래의 5가지를 고려하였다.

- (1) 관리상태에서 불량품생산에 의해 발생하는 비용
- (2) 이상상태에서 불량품생산에 의해 발생하는 비용
- (3) 오경보조사와 관련된 비용
- (4) 샘플링 비용
- (5) 공정이상을 판정하고 공정을 수리하는 데 소요되는 비용

공정이 관리상태이거나 이상상태이거나 생산된 제품들의 일부는 제품의 규격에 따라 불량품으로 확인될 수 있다. 이와 같이 관리상태동안 불량품 생산에 의해 소요된 시간당 기대비용을 C_0 로 나타내고, 이상 원인에 의해 공정평균이 이동되었을 때 관리도가 이상신호를 발생시켜 이상 원인이 제거될 때까지 공정은 이상상태에서 운영되며, 이기간 동안 불량품 생산에 의해 소요된 시간당 기대비용을 C_1 으로 나타낸다. 불량품은 관리상태보다는 이상상태에서 단위시간당 더 많이 생산될 것이므로 $C_0 \leq C_1$ 의 관계가 일반적으로 성립될 것이다.

오경보발생시 원인조사를 위한 시간동안의 공정의 가동을 중지하는 경우, 원인조사를 위한 시간은 주기시간의 결정에 영향을 미치지만 관리상태에서의 생산하는 시간은 가동여부에 관계없이 항상 일정하므로 불량품 생산에 관련된 비용에는 영향을 미치지 않는다. 그러나 이상상태에서 실제 이상 원인을 조사하는 시간과 공정을 수리하는 시간동안의 공정 가동여부는 비용에 영향을 미치게 되므로 불량품 생산에 의한 주기당 기대비용(A)은 일반적으로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$A = C_0(1/\lambda) + C_1(h \cdot ALRC - 1/\lambda + \gamma_1 T_1 + \gamma_2 T_2) \quad (5)$$

고정 표본 크기가 n , 샘플링에 대한 고정비용과 가변비용이 각각 a 와 b 이므로 1회 샘플링시 비용은 $(a + bn)$ 이 되고, 한 번의 주기동안 $ALRC$ 번의 샘플링이 발생하므로 기대주기동안 발생하는 샘플링 비용(B)은 다음과 같다.

$$B = (a + bn) \cdot ALRC \quad (6)$$

오경보 1회당 발생하는 관련비용을 Y 로 정의하였고, 관리상태에서 발생하는 기대 오경보회수가 s/ARL_N 이므로 기대 주기동안 발생하는 오경보 비용(D)은 다음과 같다.

$$D = Y \left(\frac{s}{ARL_N} \right) \quad (7)$$

이상 원인을 조사하고 제거하는 데 소요되는 비용을 W 로 정의하였으므로, 주기당 전체 기대비용(TC)은 아래와 같다.

$$TC = A + B + D + W \quad (8)$$

단위 시간당 기대비용(AC)은 재생보상정리에 의해 기대 주기시간에 대한 주기당 전체 기대비용의 비율로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$AC = (A + B + D + W) / R \quad (9)$$

이상의 분석주기와 비용함수를 각 Model에 적용하여 단위 시간당 비용을 비교하였다.

3.3 경제적 설계

본 연구에서 사용한 최적화 방법론은 <Figure 4>에 나타내었다. 실제로 현장에 적용가능한 설계 모수값을 얻기 위해 제한된 영역에서 최적화 절차를 수행하였다. 관리한계는 [1.0, 4.0] 구간에서 0.01씩 증가시키며 탐색하였으며, 표본 크기는 정수 영역에서 탐색을 수행하였다. 하지만 샘플링 간격에 대해서는 제한을 두지 않고 실수 영역에서 탐색하였다. 표본 크기와 샘플링 간격의 최적값을 구하기 위하여 Mathematica 5.2의 “NMinimize”를 사용하였다.

아래의 경제적 모형을 사용하여 최적 표본 크기 n^* , 최적 샘플링 간격 h^* 그리고 최적 관리한계값 k^* 를 구한 후, 3개의 Model 각각에 대한 단위 시간당 최적 기대비용 AC^* 의 비교를 통해 런규칙을 사용타당성을 살펴보았다.

$$\text{Minimize } AC(n, h, k) \tag{10}$$

비교를 위해 동일한 조건하에서 운영되는 경우에 대한 각 Model의 최적 모수값 및 최소비용을 구하였으며 그 결과를 바탕으로 각 Model의 경제성 비교를 수행하였다.

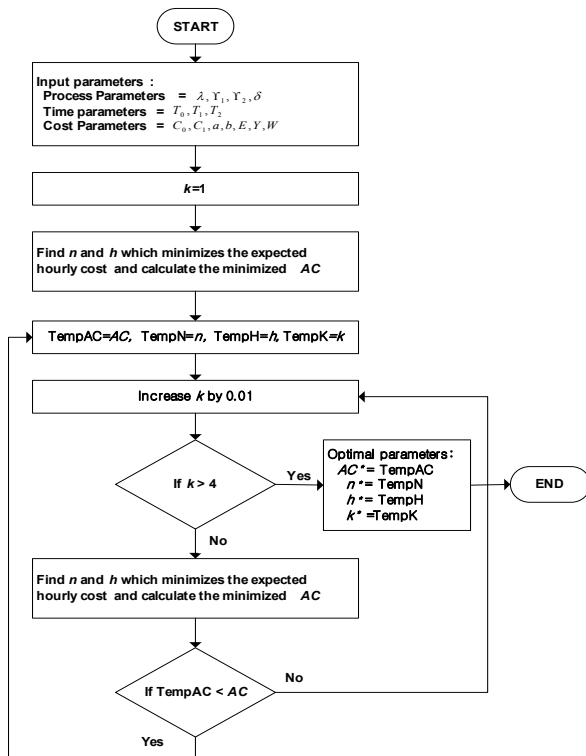


Figure 4. Optimization procedure for the economic design

4. 수치예제

모형의 비교, 분석을 위해 본 연구에서 사용된 비용모수와 공

정모수 그리고 고정모수는 Prabhu *et al.*(1997)의 값을 참고하였으며 각각 <Table 4>와 <Table 5>와 같다.

Table 4. Cost and process parameters

parameters	value	
	Low	High
a	1	2
b	0.2	0.6
W	150	300
Y	200	500
C_0	100	200
C_1	250	500
λ	0.01	0.05
δ	0.5	1.0

Table 5. Fixed parameters

parameters	value
T_0	5.5
T_1	3.5
T_2	8
E	0.275
γ_1	0
γ_2	1

4.1 다양한 비용 및 공정모수 상황에서의 비교

일반적인 결과를 살펴보기 위해 <Table 4>의 비용모수와 <Table 5>의 고정모수 값들을 이용하여 Prabhu *et al.*(1997)에서의 실험조건 하에서 단위 시간당 비용을 분석하였다. $n = 4, h = 0.5$ 로 고정하였으며, Model 1은 3σ 관리한계를 사용하고, Model 2와 Model 3은 Klein(2000)의 연구에 나타난 것처럼 통계적 특성의 저하를 막기 위해 각각 1.93σ와 1.78σ의 관리한계를 사용하였다. <Table 6>을 보면 Model 3의 단위 시간당 비용이 가장 적음을 알 수 있다. 즉 3σ 관리한계를 사용하는 Shewhart \bar{X} 관리도 상황에서는 1개의 타점을 기준으로 이상원인 발생유무를 결정하는 것보다 2개 타점의 이탈여부를 이용한 Model 3의 기준을 사용하는 것이 통계적 특성의 저하 없이 비용 또한 상당히 감소시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 Model 2의 경우 Model 1보다는 비용이 작게 소요되지만 Model 3에 비해 비용 감소 효과는 떨어지는 것으로 나타났다. <Table 6>의 마지막 열은 Model 1에 대한 Model 3의 비용 감소율을 % 단위로 나타낸 것이다.

4.2 최적 설계모수 결정

제 4.1장의 실험조건하에서 각 Model들에 대하여 최소의 단위시간당 비용을 가지는 최적 설계모수를 구하고, 그 때의 단

Table 6. Results for various cost parameters

Case	λ	C_0	C_1	W	a	b	Y	δ	Model 1	Model 2	Model 3/%R ¹⁾	
1	0.01	100	250	150	1	0.2	200	0.5	132.859	129.798	124.152	6.554
2	0.05	100	250	150	1	0.6	500	1.0	144.517	143.044	141.614	2.009
3	0.01	200	250	150	2	0.2	500	1.0	202.000	201.793	201.596	0.200
4	0.05	200	250	150	2	0.6	200	0.5	222.250	219.804	214.725	3.386
5	0.01	100	500	150	2	0.6	500	0.5	192.861	184.852	170.079	11.813
6	0.05	100	500	150	2	0.2	200	1.0	219.469	215.716	212.071	3.371
7	0.01	200	500	150	1	0.6	200	1.0	224.410	223.319	222.281	0.949
8	0.05	200	500	150	1	0.2	500	0.5	356.339	346.485	326.021	8.508
9	0.01	100	250	300	2	0.6	200	1.0	119.319	118.780	118.268	0.881
10	0.05	100	250	300	2	0.2	500	0.5	185.812	181.143	171.445	7.732
11	0.01	200	250	300	1	0.6	500	0.5	211.589	210.443	208.329	1.541
12	0.05	200	250	300	1	0.2	200	1.0	203.401	202.742	202.103	0.638
13	0.01	100	500	300	1	0.2	500	1.0	138.878	137.470	136.130	1.979
14	0.05	100	500	300	1	0.6	200	0.5	323.661	311.406	285.957	11.649
15	0.01	200	500	300	2	0.2	200	0.5	263.495	257.357	246.036	6.626
16	0.05	200	500	300	2	0.6	500	1.0	284.368	281.425	278.566	2.040

Note) ¹⁾ %R = 100*(Model 1의 AC-Model 3의 AC)/Model 1의 AC.

Table 7. Results of Economic Design

Case	Result	Model 1				Model 2				Model 3				%R
		n^*	h^*	k^*	AC^*	n^*	h^*	k^*	AC^*	n^*	h^*	k^*	AC^*	
1		13	1.39	2.33	113.078	12	0.95	1.61	113.420	10	0.88	1.47	112.344	0.649
2		6	0.78	2.70	116.434	5	0.49	1.90	116.745	4	0.43	1.75	115.575	0.738
3		12	3.27	2.98	193.465	9	1.91	2.09	194.049	8	1.84	1.95	193.872	-0.210
4		9	1.57	1.87	181.187	8	1.00	1.26	182.652	7	0.93	1.13	180.977	0.116
5		12	1.36	2.30	143.689	11	0.91	1.59	144.640	9	0.83	1.45	141.738	1.358
6		4	0.35	2.47	156.061	4	0.25	1.73	156.696	3	0.24	1.54	154.766	0.830
7		6	1.32	2.44	210.945	5	0.80	1.72	212.006	4	0.72	1.56	211.099	-0.073
8		8	0.26	2.60	240.797	8	0.20	1.79	239.260	7	0.19	1.66	234.850	2.470
9		7	2.39	2.40	109.790	6	1.48	1.69	111.028	5	1.37	1.53	110.535	-0.679
10		11	0.62	2.51	133.471	11	0.46	1.73	133.166	9	0.43	1.59	130.893	1.932
11		22	5.71	2.33	200.306	16	3.12	1.62	201.108	14	2.92	1.48	200.224	0.041
12		6	0.73	2.65	174.912	5	0.47	1.86	175.199	4	0.44	1.69	174.670	0.138
13		7	0.70	2.96	123.714	6	0.47	2.08	124.576	5	0.44	1.93	123.827	-0.091
14		5	0.42	1.99	182.850	5	0.30	1.32	184.397	4	0.26	1.20	179.570	1.794
15		11	1.05	2.23	221.331	10	0.71	1.53	222.038	9	0.71	1.38	220.233	0.496
16		5	0.53	2.63	226.403	4	0.33	1.83	226.886	4	0.35	1.70	224.811	0.703

위시간당 비용을 계산하였으며 <Table 7>에 그 결과를 정리하였으며, Model 3에 대하여 비용모수 및 공정모수의 변화에 대한 영향 유무를 알아보기 위해 분산분석을 수행한 결과를 <Table 8>에 나타내었다. Model 1에 대한 비용모수 및 공정모수의 영향을 알아보는 분석분석 결과도 Model 3에 대한 결과

와 거의 유사하게 나타났다. 또한 Model 1과 Model 3의 비용의 차이에 영향을 주는 비용모수 및 공정 모수의 영향을 알아보는 분산분석도 수행하였으며 그 결과는 <Table 9>에 나타내었다. 결과를 보면 유의수준이 5%인 경우에 Model 3의 비용함수에 통계적으로 유의한 영향을 미치는 모수는 C_0 와 C_1 으로 나

타났지만, Model 1과 Model 3의 비용차에 유의한 영향을 미치는 모수로는 λ 와 δ 그리고 C_1 으로 나타났다. 이는 관리도 운영 시 발생하는 비용의 대부분은 주로 불량품의 생산에 관련된 비용임을 의미하며, Model들 사이의 비용차는 주로 공정모수 λ 와 δ 그리고 비용모수 C_1 에 의해 발생함을 의미한다

Table 8. Results of ANOVA for Model 3²⁾

Factor \ Stat.	S	ϕ	V	F -ratio	p -value
λ	421.686	1	421.686	1.846	0.216
C_0	20433.845	1	20433.845	89.459	0.000
C_1	4607.151	1	4607.151	20.170	0.003
W	24.113	1	24.113	0.106	0.755
a	1.936	1	1.936	0.008	0.929
b	23.459	1	23.459	0.103	0.758
Y	29.420	1	29.420	0.129	0.730
δ	528.701	1	528.701	2.315	0.172
error	1598.918	7	228.416		
Total	27669.229	15			

주) ²⁾ S 는 변동(제곱합), ϕ 는 자유도, V 는 평균제곱, F -ratio는 검정통계량을 나타냄. 분석은 SPSS 12.0을 이용하여 수행.

Table 9. Results of ANOVA for(Model 1-Model 3)

Factor \ Stat.	S	ϕ	V	F -ratio	p -value
λ	9.970	1	9.970	12.382	0.010
C_0	0.388	1	0.388	0.481	0.510
C_1	9.970	1	9.970	12.382	0.010
W	0.146	1	0.146	0.182	0.683
a	1.108	1	1.108	1.376	0.279
b	1.967	1	1.967	2.443	0.162
Y	3.450	1	3.450	4.285	0.077
δ	9.075	1	9.075	11.271	0.012
error	5.636	7	0.805		
Total	41.71	15			

위의 <Table 7>의 결과를 보면 대부분의 경우 Model 1이나 Model 2의 최적 비용에 비해 상대적으로 Model 3이 비용측면에서 우수함을 보이고 있다. 비교하는 값들이 시간당 비용이기 때문에 차이가 그리 크게 나타나지는 않았지만 년 단위로 환산할 경우 절감되는 비용은 상당할 것으로 생각된다. 예외적으로 case 3, 7, 9, 13은 Model 2나 3에 비해 Model 1이 비용측면에서 더 나은 것으로 분석되었는데 이들 case들은 λ 는 0.01이고 δ 가 1.0인 공통점이 있다. Model별 비용함수에 대한 λ 와 δ 의 영향을 알아보기 위해 다른 비용모수의 값은 변화시키지 않고 $\lambda = 0.01$, $\delta = 1.0$ 의 값으로 고정한 후 각 경우에 대한

Model 1과 Model 3의 최소비용을 구하였다. <Table 10>을 보면 모든 경우에 대해 Model 1, 즉 전통적인 Shewhart 관리도를 사용하는 것이 Model 3보다 적은 비용이 발생하는 것을 볼 수 있다. Model 1의 비용이 Model 3보다 적게 발생하는 λ 와 δ 의 구체적인 범위는 다른 비용모수의 값에 따라 달라지겠지만 상대적으로 λ 가 작고 δ 가 큰 경우 Model 1이 Model 3보다 더 나은 결과를 보인다고 할 수 있을 것이다. 이는 δ 가 큰 경우 Model 1의 통계적인 특성이 더 뛰어나다고 알려져 있는 기존의 연구결과(Klein, 2000)와도 일치한다고 볼 수 있다.

Table 9. AC values when $\lambda = 0.01$ and $\delta = 1.0$

Case \ Result	Model 1	Model 2	Model 3
1	106.650	106.736	-0.081
2	109.119	109.384	-0.243
3	193.465	193.872	-0.210
4	193.969	194.670	-0.361
5	126.831	126.866	-0.028
6	122.779	122.892	-0.092
7	210.945	211.099	-0.073
8	209.338	209.676	-0.161
9	109.790	110.535	-0.679
10	109.272	109.522	-0.229
11	195.525	195.972	-0.229
12	194.077	194.339	-0.135
13	123.714	123.827	-0.091
14	125.185	125.237	-0.042
15	211.146	211.400	-0.120
16	214.593	214.873	-0.130

5. 결론

공정운영중의 이상원인 발생을 감지하기 위해 Shewhart \bar{X} 관리도를 사용하는 공정에서 관리도 운영기법을 VSSI \bar{X} 관리도로 바꿀 경우 경제적-통계적 특성이 더 우수함은 알려져 있다. 그러나 기존의 관리도 운영방법에 개선이 필요함에도 불구하고, 공정의 특성상 다른 관리도를 채택하거나, 표본 크기나 샘플링 간격 등의 관리도 운용 모수의 잦은 변화가 어려운 경우 새로운 관리도를 현장에 적용하기에는 어려움이 존재할 수 있다. 본 연구에서는 기존의 Shewhart \bar{X} 관리도를 사용하는 경우와 2중 2 런규칙을 사용하여 이상감지를 하는 경우를 비교함으로써 2중 2 런규칙의 사용이 δ 가 크고 λ 가 작은 경우를 제외한 대부분의 경우 통계적인 이점뿐만 아니라 경제적인 비용의 절감도 가져올 수 있음을 살펴보았다. 따라서 현재 Shewhart \bar{X} 관리도를 이용하여 관리를 하는 공정의 경우 2중 2 런규칙에

대한 분석을 수행함으로써 운영의 복잡도를 크게 증가시키지 않더라도 더 작은 비용으로 효율적인 공정관리를 할 수 있을 것이다.

본 연구에서는 2중 2 런규칙을 사용하는 경우만을 살펴보았으나 필요에 따라서는 3중 2 런규칙이나 그 이상의 런규칙을 사용하는 경우와의 비교도 가능할 것이다.

참고문헌

- Acosta-Mejia, C. A. (2007), Two Sets to Runs Rules for the \bar{X} Chart, *Quality Engineering*, **19**, 129-136.
- Bai D-S. and Lee, K-T. (1998), An Economic Design of Variable Sampling Interval \bar{X} Control Charts, *International Journal of Production Economics*, **54**, 57-64.
- Chen, Y. K., Hsieh, K. L., and Chang, C. C. (2007), Economic Design of the VSSI \bar{X} Control Charts for Correlated Data, *International Journal of Production Economics*, **107**(2), 528-539.
- Chung, K. J. (1992), Determination of Optimal Design Parameters of an \bar{X} Control Chart, *Journal of Operational Research Society*, **43** (12), 1151-1157.
- Costa, A. F. B. and Magalhães, M. S. De (2005), Economic Design of Two-Stage \bar{X} Charts : The Markov Chain Approach, *International Journal of Production Economics*, **95**, 9-20.
- Duncan, A. J. (1956), The Economic Design of \bar{X} Charts Used to Maintain Current Control of a Process, *Journal of the American Statistical Association*, **51**(274), 228-242.
- Khoo, M. B. C. and Ariffin, K. N. bt. (2006), Two Improved Runs rules for the Shewhart \bar{X} Control Chart, *Quality Engineering*, **18**, 173-178.
- Klein, M. (2000), Two Alternatives to the Shewhart \bar{X} Control Chart, *Journal of Quality Technology*, **32**, 27-431.
- Lee, H-J. and Lim, T-J. (2004), Statistical Efficiency of VSSI \bar{X} Control Charts for the Process with Two Assignable Causes, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **32**(4), 156-168.
- Lee, H-J. and Lim, T-J. (2005), Economic-Statistical Design of VSSI \bar{X} Control Charts Considering Two Assignable Causes, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **31**(1), 87-98.
- Lie, C-H., Jeon, Y-H. and Hong, J-S. (1994), *Quality Control*, Bakyounsa, Seoul, Korea.
- Lim, T. J. (2005), A Selective Cumulative Sum (S-CUSUM) Control Chart, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **33** (3), 126-134.
- Lim, T-J. and Kim, Y-D. (2003), Economic Design of Synthetic Control Chart, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **31**(2), 117-130.
- Liu, J. Y., Xie, M., Goh, T. N., Liu, Q. H. and Yang, Z. H. (2006), Cumulative Count of Conforming Chart with Variable Sampling Intervals, *International Journal of Production Economics*, **101**, 286-297.
- Lorenzen, T. J. and Vance, L. C. (1986), The Economic Design of Control Charts: A Unified Approach, *Technometrics*, **28**(1), 3-10.
- Park, C-S., Lee, J-H. and Kim, Y-I. (2002), Comparison for the Economic Performance of Control Charts with the VSI and VSS Features, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **30**(2), 99-117.
- Prabhu, S. S., Montgomery, D. C., and Runger, G. C. (1997), Economic-Statistical Design of an Adaptive \bar{X} Chart, *International Journal of Production Economics*, **49**, 1-15.
- Song, S-I., Park, H-K., and Jung, H-J. (2004), An Economic Statistical Design of the EWMA Control Charts with Variable Sampling Interval, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **32**(1), 92-101.
- Tagaras, G. and Lee, H. L. (1988), Economic Design of Control Charts with Different Control Limits for Different Assignable Causes, *Management Science*, **34**(11), 1347-1366.
- Taylor, H. M. (1968), The Economic Design of Cumulative Sum Control Charts, *Technometrics*, **10**(3), 479-488.
- Woodall, W. H. (1985), The Statistical Design of Quality Control Charts, *The statistician*, **34**(2), 155-160.
- Woodall, W. H. (1986), Weaknesses of the Economic Design of Control Charts, *Technometrics*, **28**(4), 408-409.
- Xie, M., Goh, T. N., and Lu, X. S. (1998), A Comparative Study of CCC and CUSUM Charts, *Quality and Reliability Engineering International*, **14**, 339-345.
- Xie, M., Tang, X. Y. and Goh, T. N. (2001), On Economic Design of Cumulative Count of Conforming Chart, *International Journal of Production Economics*, **72**, 89-97.