

시변 영구자석형 동기 전동기의 적응형 카오스 제어

Adaptive Chaos Control of Time-Varying Permanent-Magnet Synchronous Motors

정 상 철* · 조 현 철** · 이 형 기*

Sang Chul Jeong* · Hyun Cheol Cho** · Hyung Ki Lee*

요 약

전동기의 카오스 현상은 실시간 구현에 있어 바람직하지 않은 동특성으로서, 일반적으로 정상상태에서 전동기 속도가 진동을 한다든지 토크가 랜덤하게 변하는 특징이 있다. 본 논문은 카오스 현상을 갖는 영구자석형 동기 전동기의 적응제어기법을 제안한다. 전동기의 계수(parameter)는 어느 범위 안에서 랜덤하게 변화하는 시변특성을 갖는다. 제어기 설계는 우선, 전동기의 비선형 시스템 모델을 공칭 선형시스템 이론을 적용하여 선형화한다. 또한 실시간에서 시스템 계수의 변화로 인해 발생하는 제어오차를 보상하기 위한 보조제어기법을 제안하며 리아푸노브 안정성 이론을 적용하여 그 제어규칙을 산출한다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기법의 타당성 및 신뢰성을 검증하며 기존의 제어기법과 비교분석하여 성능의 우수성을 입증하였다. 또한 PSoC(Programmable System-on-Chip) 기반 구동 드라이브를 포함하는 실시간 전동기의 제어시스템 실험을 통해 실제 적용가능성을 검증한다.

Abstract

Chaotic behavior in motor systems is undesired dynamics in real-time implementation since the speed is oscillated in a wide range and the torque is changed by a random manner. We present an adaptive control approach for time-varying permanent-magnet synchronous motors (PMSM) with chaotic phenomenon. We consider that its parameters are changed randomly within certain bounds. First, a nonlinear system model of a PMSM is transformed to derive a nominal linear control strategy. Then, an auxiliary control for compensating real-time control error occurred by system perturbation due to parameter change is designed by using Lyapunov stability theory. Numerical simulation is accomplished for evaluating its efficiency and reliability comparing with the traditional control method. Additionally, we test our control method in real-time motor experiment including a PSoC based drive system to demonstrate its practical applicability.

Keywords : Chaos control, Permanent Magnetic Synchronous Motor, Perturbation, Lyapunov stability, Programmable System-on-Chip

1. 서 론

전동기의 카오스 현상은 시스템 계수가 어느 특정 범위의 값을 가질 경우 발생하는 비선형 동특성으로서, 주로 토크가 랜덤하게 변하며 정상상태의 속도가 불규칙한 진동특성을 갖는다. 이러한 현상은 실시간 시스템 구현에 있어 바람직하지 못한 제어성능을 야기하며 시스템 설계 시 충분히 고려되어야 할 사항이다.

일반적으로 시스템의 카오스 현상은 매우 복잡한 비선형 동특성의 일종으로, 시스템을 제어하기 어려워진다. 수년간 전동기의 카오스 현상을 억제하기 위한 제어시스템이 연구되어왔으며 최근 산업현장에 많은 적용사례가 보고되고 있다[1]-[3].

가장 일반적으로 사용되고 있는 카오스 현상의 제어기법으로 Ott-Grebogi-Yorke(OGY) 기법이 있다[1]. 하지만, 이 기법은 이론상론 그 성능의 우수성이 입증되고 있으나, 실제 시스템 구현에서 적절한 제어계수를 결정하기가 어려워 원하는 제어성능을 얻기가 어려운 단점이 있다. 최근엔 실시간 구현에 있어 보다 효율적인 카오스 제어기법이 발표되고 있다[3]. Li 등은 영구자석형 동기전

* 부경대학교 ** 동아대학교

논문 번호 : 2007-4-33

접수 일자 : 2007. 12. 11

심사 완료 : 2008. 1. 24

동기(PMSM : Permanent Magnetic Synchronous Motor)의 분기현상(bifurcation)과 카오스현상을 정립하였으며 [4], 또한 카오스 현상을 억제하는 제어방식을 제안하였다. 이 제어방식은 전동기속도를 미분방정식으로 표현하여 외부 제어입력을 계산하는 방식으로, 설정치와 초기상태에 대한 제한적 요소로 인하여 실시간 구현이 다소 어려운 단점이 있다. Ren 등은 시간지연 궤환 제어기법을 이용한 PMSM의 카오스 제어를 제안하였다[5]. 이것은 PMSM의 d축과 q축의 고정자 전압을 제어하여 원하는 제어목적 달성을 위하여 외부 제어입력이 필요치 않는 장점은 있지만, 지연시간을 실시간에서 정확하게 추정하기가 어려운 단점이 있다. 최근에 이를 보완하기 위하여 비선형 궤환 제어기법을 이용한 새로운 방식이 제안되었다[6]. 이 제어방식은 [5]의 제어기법과 마찬가지로 PMSM의 두 축에 대한 고정자 전압을 제어변수로 정의하였다. 이 제어방식의 가장 큰 장점은 비선형 PMSM의 동적 방정식을 우선 선형화하여 제어규칙을 산출하는 방식으로서 실시간 제어시스템의 구현이 용이한 장점이 있다.

일반적으로 비선형 궤환 선형화를 이용한 제어기법은 제어대상 시스템의 동적 모델이 정확한 값으로 주어지는 경우 바람직한 제어성능을 기대할 수 있다. 다시 말해, 시스템 계수의 정확한 공칭값이 주어질 경우 최적의 제어규칙을 산출할 수 있으며 실시간 구현에서도 원하는 제어성능을 기대할 수가 있다. 하지만, 공칭 계수값은 대부분 실시간 시스템 구현에서 그 값이 변화는 경우가 많으며, 이러한 변화는 실시간 제어오차를 발생시키게 되어 제어성능을 저하시키는 원인이 된다.

또한 현재까지 전동기의 카오스 제어시스템은 전동기의 계수가 시불변(time-invariant)으로 간주하여 시스템을 설계한 것이 대부분이다. 카오스 현상은 시스템 계수에 직접적으로 영향이 있으며 정확한 계수값이 주어질 때 카오스 현상을 정확히 예측하여 이를 미리 억제할 수가 있다. 일반적으로 전동기 시스템에서 전기자 저항과 인덕턴스는 실시간에서 시변(time-varying)인 경우 많으며 오프라인 설계단계에서 고려한 공칭값과 다소 차이가 나는 경우가 대부분이다. 이러한 경우 섭동값에 대하여 실시간에서 충분히 보상하여야 카오스 현상을 억제함과 동시에 바람직한 제어가 이루어 질 수 있다.

본 논문은 PMSM의 시스템 계수로 주어지는 전기자 저항 및 인덕턴스의 변화에도 카오스 현상을 억제하는 강인한 적응제어기의 설계법을 제안한다. 우선 비선형 공칭 PMSM 시스템 방정식을 궤환 선형화를 거쳐 선형 방정식으로 변환한 후 선형제어기를 설계한다. 다음으로 시변 계수를 갖는 섭동모델에 대하여 보조 제어기의 설계법을 제안한다. 이것은 실시간에 섭동으로 인해 발생하는 제어오차를 보상하기 위한 것이다. 이 제어규칙은 리아푸노브 안정성 판별법[7]을 적용하여 산출한다. 제안한 제어시스템의 타당성을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 최근 참고문헌 [6]에 발표한 제어규칙과 비교

검토하여 성능의 우수성을 입증하였다. 또한 실시간 실험을 통해 산업현장에서의 적용가능성을 검증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 카오스 현상을 갖는 PMSM의 시스템모델을 제시하며, 3장과 4장에서 궤환 선형화를 이용한 공칭 제어기 설계와 섭동 시스템 모델에 대한 제어기 설계를 각각 서술하며 5장에서 리아푸노브 이론을 적용한 보조제어기의 설계를 나열한다. 6장에서 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 검토를 그리고 7장에서 실시간 실험 및 고찰에 대한 내용을 서술한다. 마지막으로 결론과 향후 연구내용을 8장에 서술한다.

II. PMSM 시스템의 수학적 모델

본 논문에서 다루는 PMSM 시스템의 수학적 모델은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = (u_d - R_1 i_d + \omega L_q i_q) / L_d \\ \frac{di_q}{dt} = (u_q - R_1 i_q - \omega L_d i_d - \omega \psi_r) / L_q \\ \frac{d\omega}{dt} = [n_p \psi_r i_q + n_p (L_d - L_q) i_d i_q - T_L - \beta \omega] / J \end{cases} \quad (1)$$

여기서

| | |
|------------|---------------------------------|
| i_d, i_q | : d축과 q축의 전기자 전류 [A] |
| ω | : 각속도 [rad/sec] |
| u_d, u_q | : d축과 q축의 고정자 전압 [V] |
| J | : 관성모멘트 상수 [Kg·m ²] |
| T_L | : 부하토크 [N·m] |
| β | : 마찰 감쇠계수 [N/rad/sec] |
| R_1 | : 고정자 저항 [Ω] |
| L_d, L_q | : d축과 q축의 고정자 인덕턴스 [mH] |
| Ψ_r | : 자속 [N·m/A] |
| n_p | : 극수(pole-pair) |

이다. 카오스 방정식으로 표현하기 위하여 상태변수 $x(t) = [i_d(t) \ i_q(t) \ \omega(t)]^T$ 와 시간 t 에 대하여 다음과 같은 상태변환(affine transformation)을 한다.

$$x(t) = \lambda \tilde{x}(t), \quad t = \tau \tilde{t} \quad (2)$$

여기서

$$\lambda = \text{diag}\{\lambda_d, \lambda_q, \lambda_\omega\} = \text{diag}\{bk, k, 1/\gamma\} \quad (3)$$

$$b = L_q/L_d, \quad k = \beta/(n_p \gamma \psi_r), \quad \gamma = L_q/R_1 \quad (4)$$

이다. 식 (2)를 식 (1)에 적용하면

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q + \tilde{u}_d \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega} + \tilde{u}_q \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) + \epsilon\tilde{i}_d\tilde{i}_q - \tilde{T}_L \end{cases} \quad (5)$$

와 같으며 여기서 새로운 시스템 계수는 다음과 같다.

$$\gamma = -\frac{\psi_r}{kL_q}, \quad \sigma = \frac{\beta\gamma}{J}, \quad \tilde{u}_q = \frac{1}{R_1k}u_q, \quad \tilde{u}_d = \frac{1}{R_1k}u_d,$$

$$\epsilon = \frac{n_p b \gamma^2 k^2 (L_d - L_q)}{J}, \quad \tilde{T}_L = \frac{\gamma^2}{J} T_L \quad (6)$$

일반적으로 $L_d = L_q = L$ 이므로 식 (5)는 최종적으로 다음과 같다.

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q + \tilde{u}_d \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega} + \tilde{u}_q \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L \end{cases} \quad (7)$$

이 방정식은 카오스 방정식의 일종인 로렌츠(Lorenz) 카오스 모델[8]의 형태로 표현되며, 시스템 외부입력 \tilde{u}_d , \tilde{u}_q , \tilde{T}_L 의 상태에 따라 분기현상(bifurcation)과 같은 카오스 동특성을 갖는다[9]. 예를 들어, 식 (7)에서 $\sigma=5.46$, $\gamma=20$ 이고 $\tilde{u}_d=\tilde{u}_q=\tilde{T}_L=0$ 그리고 $\tilde{i}_d(0)=20$, $\tilde{i}_q(0)=0.01$, $\tilde{\omega}(0)=-5$ 일때 이 PMSM은 카오스 현상을 갖는다. 그림 1은 이 시스템 조건에 발생하는 d 축과 q 축의 두 전류와 속도의 궤적을 보여준다.

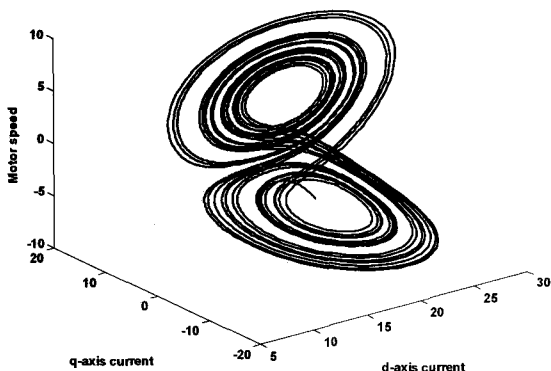


그림 1. PMSM 시스템의 카오스 궤적
Fig. 1. Chaotic trajectory of the PMSM system

III. 궤환 선형화를 이용한 제어기 설계

2절에서 표현한 PMSM의 카오스 방정식에 대하여 궤환 선형화기법을 통해 선형화를 실시하여 공칭제어기를 구현한다. 궤환 선형화 제어기법은 PMSM의 세 가지 카오스 현상 즉, 토크의 랜덤한 변화, 정상상태에서의 속도의 진동특성 그리고 진원차단시 잔류전류에 의한 이상토크 발생에 대한 문제점을 해결할 수 있다[9].

우선, 식 (7)의 PMSM 시스템 방정식을 벡터형태로 표현하면 다음과 같다(이후부터 식 (7)의 \sim 를 생략).

$$A\dot{x}(t) + Bx(t) + C = u(t) \quad (8)$$

여기서 $u = [u_d \ u_q \ 0]^T$ 는 입력벡터를 나타내며 관련 행렬은 다음과 같다.

$$A = I_3, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -\omega(t) & 0 \\ \omega(t) & 1 & -\gamma \\ 0 & -\sigma & \sigma \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ T_L]^T \quad (9)$$

행렬 B 는 PMSM의 속도에 대한 시변함수로서 시스템 계수인 γ 와 σ 를 포함한다. 궤환 선형화기법을 이용한 제어기 구성은 식 (14)의 방정식에 대하여 다음과 같이 제어입력을 정의한다.

$$u(t) = A\zeta(t) + Bx(t) + C \quad (10)$$

여기서 보조제어벡터 $\zeta \in R^{3 \times 1}$ 는 다음의 PD 제어구조를 갖는다.

$$\zeta(t) = K_1 e(t) + K_2 \dot{e}(t) \quad (11)$$

여기서 PD 제어계수 K_1 , K_2 는 대각행렬 구조를 가진다. 즉,

$$K_1 = \text{diag}\{k_{1,1}, k_{1,2}, k_{1,3}\}, \quad K_2 = \text{diag}\{k_{2,1}, k_{2,2}, k_{2,3}\}$$

이다. 또한 시스템 오차벡터 $e(t)$ 는 다음과 같이 정의되며

$$e(t) = r(t) - x(t) \quad (12)$$

여기서 $r(t) = [r_d \ r_q \ r_\omega]^T$ 는 설정치 벡터를 나타낸다.

식 (12)를 식 (11)에 대입하면

$$\zeta(t) = K_1 r(t) - K_1 x(t) + K_2 \dot{r} - K_2 \dot{x}(t) \quad (13)$$

와 같이 전개되며, 또한 식 (10)을 식 (8)에 대입하면

$$A\dot{x}(t) + Bx(t) + C = A\zeta(t) + Bx(t) + C \quad (14)$$

와 같으며 공통변수를 서로 제거하면 최종적으로 다음과 같은 선형방정식으로 간략화 된다.

$$(I_3 + K_2)\dot{x}(t) + K_1 x(t) = K_1 r \quad (15)$$

식 (15)는 전형적인 선형 1차 미분방정식의 형태이며, 기

존의 잘 알려진 선형시스템이론을 적용하여 원하는 제어 사양에 맞는 제어를 설계할 수 있다. 즉, 최적의 제어 사양을 갖도록 제어계수 행렬 K_1 과 K_2 를 알맞게 선정하여야 한다.

라플라스 변환을 위하여, 벡터형태로 주어지는 식 (15)를 스칼라 변수로 표현하면 다음과 같다.

$$(1 + k_{2,i})\dot{x}_i(t) + k_{1,i}x_i(t) = k_{1,i}r_i \quad (16)$$

여기서 $i = 1, 2, 3$ 이며 식 (16)을 라플라스변환을 하면

$$s(1 + k_{2,i})X_i(s) + k_{1,i}X_i(s) = k_{1,i}R_i(s) \quad (17)$$

가 된다. 설정치 $R_i(s)$ 와 상태벡터 $X_i(s)$ 에 대한 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$G_i(s) = \frac{X_i(s)}{R_i(s)} = \frac{k_{1,i}}{(1 + k_{2,i})s + k_{1,i}} \quad (18)$$

일반적으로 PMSM의 설정치는 상수로서 계단함수형태로 주어진다. 즉, 크기가 A_i 인 계단함수입력

$$R_i(s) = \frac{A_i}{s} \quad (19)$$

에 대한 시스템 응답은

$$X_i(s) = \frac{A_i k_{1,i}}{s[(1 + k_{2,i})s + k_{1,i}]} \quad (20)$$

이며 최종적으로 라플라스역변환을 이용하여 해(solution)를 구하면

$$x_i(t) = A_i \left\{ 1 - e^{-\frac{k_{1,i}}{1+k_{2,i}}t} \right\}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

이다. 제어계수 $k_{1,i}$ 과 $k_{2,i}$ 의 선정으로 인해 식 (15)의 시스템 특성이 좌우됨을 알 수 있다.

IV. 시변 PMSM의 제어기 설계

위에서 구성한 PMSM의 제어시스템은 식 (8)의 시스템 계수인 γ 와 σ 가 고정값으로 간주하였다. PMSM의 실시간 구성 및 시스템 구동에 있어 일반적으로 이 계수값은 설계단계에서 고려한 공칭값과 다소 차이가 있다. 이런 계수섭동으로 인하여 실시간 제어를 예상치 못한 제어성능의 저하가 초래할 수 있으며, 따라서 설계단계에서 이런 문제점을 고려한 제어시스템의 구현이 이루어져야 한다. 본 논문은 식 (8)의 시스템 계수인 γ 와 σ 의 섭동특성에도 강인적용한 제어시스템을 구성한다.

공칭값으로 표현한 식 (8)의 γ 와 σ 를 시변 계수로 표현하면

$$\gamma(t) = \gamma^* + \Delta\gamma(t), \quad \sigma(t) = \sigma^* + \Delta\sigma(t) \quad (22)$$

와 같이 주어진다. 여기서 γ^* 와 σ^* 는 공칭 계수값을, $\Delta\gamma(t)$ 와 $\Delta\sigma(t)$ 는 각각의 섭동변수를 나타내며, 본 논문에서는 평균값이 0이며 분산값이 각각 μ_1, μ_2 인 가우시안 확률변수로 정의하면 다음과 같다.

$$\Delta\gamma(t) \sim N(0, \mu_1), \quad \Delta\sigma(t) \sim N(0, \mu_2) \quad (23)$$

식 (23)을 식 (8)에 대입하여 나타내면

$$B(t) = B^* + \Delta B(t) \quad (24)$$

이며 여기서 공칭행렬 B 와 섭동행렬 $\Delta B(t)$ 는

$$B^* = \begin{bmatrix} 1 & -\omega(t) & 0 \\ \omega(t) & 1 & -\gamma^* \\ 0 & -\sigma & \sigma \end{bmatrix}, \quad \Delta B(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta\gamma(t) \\ 0 & -\Delta\sigma(t) & \Delta\sigma(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

이다. 마찬가지로, 섭동을 갖는 시스템 방정식을 벡터형태로 표현하면 다음과 같이 주어진다.

$$A\dot{x}(t) + (B^* + \Delta B)x(t) + C = u(t) \quad (26)$$

식 (26)에 대한 제어규칙은 다음과 같다.

$$u(t) = u^*(t) + \Delta u(t) \quad (27)$$

이 제어규칙은 앞서 구한 공칭 제어입력 $u^*(t)$ 와 보조 제어입력 $\Delta u(t) \in R^{3 \times 1}$ 의 합으로 구성되며, 보조 제어입력은 섭동으로 발생하는 오차를 보상하기 위하여 추가된다. 또한, 공칭 제어기는 앞서 구한 것과 동일하여

$$u^* = A\zeta + B^*x(t) + C \quad (28)$$

와 같이 정의된다. 식 (28)을 식 (27)에 대입하여 정리하면

$$A\dot{x}(t) + (B^* + \Delta B)x(t) + C = A\zeta + B^*x(t) + C + \Delta u(t) \quad (29)$$

와 같이 되며, 최종적으로 섭동에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$A(\dot{x}(t) - \zeta(t)) + \Delta Bx(t) = \Delta u(t) \quad (30)$$

식 (11)에서 정의한 PD 제어규칙을 식 (30)에 대입하여 정리하면

$$A(I + K_2)\dot{x}(t) = -(AK_1 + \Delta B)x(t) + \Delta u(t) + AK_1r \quad (31)$$

로 전개된다. 따라서 섭동 시스템에 대한 제어규칙은 식 (31)의 보조 제어입력 $\Delta u(t)$ 를 원하는 제어사양에 맞도록 결정하는 것이다. 제안하는 전체 제어시스템의 블록선도는 그림 2와 같다.

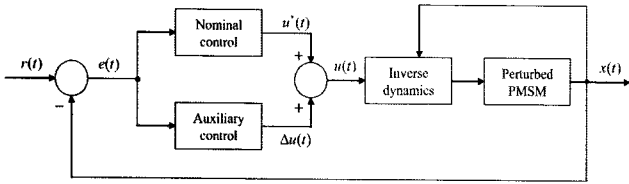


그림 2. 제안하는 제어시스템의 블록선도
Fig. 2. Block diagram of the proposed control system

V. Lyapunov 기반 적응제어

모델기반 적응제어기법을 이용하여 4절에서 언급한 보조 제어시스템을 설계한다. 모델기반 제어기법은 실제 시스템 동특성이 바람직한 시스템 모델의 동특성을 추종하기 위한 목적으로 제어규칙을 설정하는 것이다. 이 제어기법을 적용하기 위하여 우선 식 (31)의 섭동시스템을 다음의 상태방정식으로 표현한다.

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}\Delta u(t) + \bar{W}r \quad (32)$$

여기서 각각의 행렬은

$$\begin{aligned} \bar{A} &\equiv -[A(I+K_2)]^{-1}(AK_1 + \Delta B), \\ \bar{B} &\equiv [A(I+K_2)]^{-1}, \quad \bar{W} \equiv [(I+K_2)]^{-1}K_1 \end{aligned} \quad (33)$$

로 주어진다. 다음으로 식 (31)의 실제 시스템이 추종할 기준모델은

$$\dot{x}_d = A_d x_d(t) + B_d v \quad (34)$$

와 같이 정의하며, 여기서 A_d 는 안정한 시스템 행렬(즉, 고유치의 실수부가 모두 음수를 가짐)로 정의되며, v 는 상수로서 기준입력벡터를 나타낸다. 다시 말해, 이 제어 목적은 식 (32)의 동특성이 식 (34)의 동특성 모델을 추종하기 위한 $\Delta u(t)$ 를 결정하는 것이다. 즉, 다음의 모델 오차를 감소하기 위한 $\Delta u(t)$ 의 제어규칙을 산출하는 것이다.

$$\epsilon(t) = x_d(t) - x(t) \quad (35)$$

리아푸노프 안정성 판별법을 적용하여 앞서 서술한 제어규칙을 산출한다. 먼저, 식 (35)을 이용한 리아푸노프 함수는 다음과 같으며

$$V(\epsilon) = \epsilon^T(t)P\epsilon(t) \quad (36)$$

여기서 $P > 0$ (positive definite)이다. 또한 식 (32)의 미분식은

$$\dot{V}(\epsilon) = \dot{\epsilon}^T P \epsilon + \epsilon^T P \dot{\epsilon} \quad (37)$$

가 되며 여기서

$$\dot{\epsilon} = A_d \epsilon(t) + A_d x(t) - \bar{A}x(t) - \bar{B}\Delta u(t) - \bar{W}r + B_d v \quad (38)$$

와 같이 전개된다. 식 (38)을 식 (37)에 대입하면 리아푸노프 함수의 미분식은 최종적으로 다음과 같다.

$$\dot{V} = \epsilon^T (A_d^T P + P A_d) \epsilon + 2\eta \quad (39)$$

여기서

$$\eta = \epsilon^T P [A_d x(t) - \bar{A}x(t) - \bar{B}\Delta u(t) - \bar{W}r + B_d v] \quad (40)$$

이다. 식 (32)의 행렬을 대입하면

$$\begin{aligned} \eta = \epsilon^T P \{ &A_d x(t) + [A(I+K_2)]^{-1} \\ &(AK_1 + \Delta B)x(t) - [A(I+K_2)]^{-1} \Delta u(t) \\ &- (I+K_2)^{-1} K_1 r + B_d v \} \end{aligned} \quad (41)$$

로 되며 리아푸노프 안정성 판별법을 만족하기 위한 조건, 즉 식 (35)의 오차가 평형점 0에 수렴하기 위한 조건은 식 (39)의 리아푸노프 함수의 미분식이 음수가 되어야 한다. 따라서 이 조건을 만족하기 위하여, 첫째로 식 (39)에서 $P > 0$ 가 되어야 하며 다음으로 $\eta \leq 0$ 가 되어야 한다. 첫 번째 조건은 설계단계에서 $P > 0$ 로 설정하면 되며, 두 번째 조건은 $\Delta u(t)$ 의 제어규칙을 $\eta \leq 0$ 가 되도록 산출하면 된다. 두 번째 조건을 만족시키기 위하여, 우선 (41)의 보조제어 변수를 다음과 같이 표현한다.

$$\Delta u(t) = \Delta u_1(t) + \Delta u_2(t) \quad (42)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Delta u_1(t) = [A(I+K_2)]^{-1} \cdot \\ \{ (A_d + (I+K_2)^{-1} K_1)x(t) \\ - (I+K_2)^{-1} K_1 r + B_d v \} \end{aligned} \quad (43)$$

로 주어지며 식 (43)을 식 (42)에 대입하여 그 결과를 식 (41)에 적용하면

$$\eta = \epsilon^T P [A(I+K_2)]^{-1} \Delta B x(t) - \Delta u_2(t) \quad (44)$$

로 간략하게 된다. 다음으로 $\Delta u_2(t)$ 를 정의하기 위하여, 우선

$$\epsilon = [\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \epsilon_3]^T, \quad P = [p_{ij}], \quad i, j = 1, 2, 3$$

를 식 (44)에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 \quad (45)$$

여기서

$$\begin{aligned} \eta_1 = (\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}) \cdot \\ \{ -\bar{b}_{13} \Delta \sigma(t) x_2 - \bar{b}_{12} \Delta \gamma(t) x_3 \\ + \bar{b}_{13} \Delta \sigma(t) x_3 - \Delta u_{2,1}(t) \} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\eta_2 = (\epsilon_1 p_{12} + \epsilon_2 p_{22} + \epsilon_3 p_{32}) \cdot \left\{ -\bar{b}_{23} \Delta\sigma(t)x_2 - \bar{b}_{22} \Delta\gamma(t)x_3 + \bar{b}_{23} \Delta\sigma(t)x_3 - \Delta u_{2,2}(t) \right\} \quad (47)$$

$$\eta_3 = (\epsilon_1 p_{13} + \epsilon_2 p_{23} + \epsilon_3 p_{33}) \cdot \left\{ -\bar{b}_{33} \Delta\sigma(t)x_2 - \bar{b}_{32} \Delta\gamma(t)x_3 + \bar{b}_{33} \Delta\sigma(t)x_3 - \Delta u_{2,3}(t) \right\} \quad (48)$$

이며 여기서

$$[\bar{b}_{ij}]_{i,j=1,2,3} \equiv [A(I+K_2)]^{-1}$$

이며 $\bar{b}_{ij} > 0$ 임을 알 수가 있다. 식 (45)의 η 가 음수가 되기 위한 조건으로 η_1, η_2, η_3 모두 음수로 하며, 이를 만족하기 위한 각각의 입력변수 $\Delta u_{2,1}, \Delta u_{2,2}, \Delta u_{2,3}$ 의 규칙을 산출한다. 먼저, 식 (45)의 η_1 에 대하여

$$\Delta u_{2,1} = \Delta u_{2,1,1} + \Delta u_{2,1,2} + \Delta u_{2,1,3} \quad (49)$$

와 같이 두고, 상태 x_2 와 x_3 의 부호에 대하여 아래와 같이 결정한다.

$$\Delta u_{2,1,1} = \begin{cases} \bar{b}_{13} \Delta\sigma_m x_2 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_2 \geq 0 \\ -\bar{b}_{13} \Delta\sigma_m |x_2| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_2 < 0 \end{cases} \quad (50)$$

$$\Delta u_{2,1,2} = \begin{cases} \bar{b}_{12} \Delta\gamma_m x_3 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 \geq 0 \\ -\bar{b}_{12} \Delta\gamma_m |x_3| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 < 0 \end{cases} \quad (51)$$

$$\Delta u_{2,1,3} = \begin{cases} -\bar{b}_{13} \Delta\sigma_m x_3 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 \geq 0 \\ \bar{b}_{13} \Delta\sigma_m |x_3| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 < 0 \end{cases} \quad (52)$$

여기서 $\Delta\sigma_m$ 과 $\Delta\gamma_m$ 을 섭동변수 $\Delta\sigma$ 와 $\Delta\gamma$ 의 최대값을 나타내며 즉,

$$\Delta\sigma_m = \max(|\Delta\sigma|), \quad \Delta\gamma_m = \max(|\Delta\gamma|) \quad (53)$$

로 표현된다. 이 최대값에 대한 정보는 설계단계에서 알 수 있다고 가정한다. 이 가정은 구성되는 시스템에 대하여 여러 번의 실시간 실험을 통해 추정할 수 있는 값으로서 그 가정은 타당성이 있다. 마찬가지로, 식 (47)과 (48)의 η_2 와 η_3 에 대해서도 각각

$$\Delta u_{2,2} = \Delta u_{2,2,1} + \Delta u_{2,2,2} + \Delta u_{2,2,3} \quad (54)$$

$$\Delta u_{2,3} = \Delta u_{2,3,1} + \Delta u_{2,3,2} + \Delta u_{2,3,3} \quad (55)$$

와 같이 두고, $\eta_2 < 0$ 와 $\eta_3 < 0$ 위한 각각의 제어규칙은 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta u_{2,2,1} = \begin{cases} \bar{b}_{23} \Delta\sigma_m x_2 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_2 \geq 0 \\ -\bar{b}_{23} \Delta\sigma_m |x_2| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_2 < 0 \end{cases} \quad (56)$$

$$\Delta u_{2,2,2} = \begin{cases} \bar{b}_{22} \Delta\gamma_m x_3 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 \geq 0 \\ -\bar{b}_{22} \Delta\gamma_m |x_3| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 < 0 \end{cases} \quad (57)$$

$$\Delta u_{2,1,3} = \begin{cases} -\bar{b}_{23} \Delta\sigma_m x_3 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 \geq 0 \\ \bar{b}_{23} \Delta\sigma_m |x_3| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 < 0 \end{cases} \quad (58)$$

또한

$$\Delta u_{2,3,1} = \begin{cases} \bar{b}_{33} \Delta\sigma_m x_2 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_2 \geq 0 \\ -\bar{b}_{33} \Delta\sigma_m |x_2| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_2 < 0 \end{cases} \quad (59)$$

$$\Delta u_{2,3,2} = \begin{cases} \bar{b}_{32} \Delta\gamma_m x_3 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 \geq 0 \\ -\bar{b}_{32} \Delta\gamma_m |x_3| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 < 0 \end{cases} \quad (60)$$

$$\Delta u_{2,1,3} = \begin{cases} -\bar{b}_{33} \Delta\sigma_m x_3 \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 \geq 0 \\ \bar{b}_{33} \Delta\sigma_m |x_3| \cdot \text{sign}(\epsilon_1 p_{11} + \epsilon_2 p_{21} + \epsilon_3 p_{31}), & \text{if } x_3 < 0 \end{cases} \quad (61)$$

VI. 컴퓨터 시뮬레이션

제안한 적응제어기법의 성능을 검증하기 위하여 Matlab©을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 기존의 제어기법과 비교 분석하여 타당성을 검증하였다. 식 (1)의 PMSM 시스템 계수는 표 1과 같다.

표 1. PMSM 시스템 계수값

Table 1. Parameter values of the PMSM system

| | |
|----------|---|
| L_d | 14.25 [mH] |
| L_q | 14.25 [mH] |
| R_1 | 0.9 [Ω] |
| ψ_r | 0.031 [N·m/A] |
| n_p | 1 |
| J | 4.7×10^{-5} [Kg·m ²] |
| β | 0.0162 [N/rad/sec] |

식 (12)의 기준입력벡터 $r = [3 \ 5 \ 5]^T$ 로 설정하였다. 제어 목적은 PMSM의 속도응답이 침투현상을 갖지 않도록 하고, 주어진 제어시간 내에 정상상태에 도달하는 것으로 한다. 또한 설정치의 변화와 시스템 계수 및 외부토크에 대하여 강인한 적응제어가 되도록 한다. 우선, 식 (1)의 공칭모델에 대한 식 (11)의 PD 제어 계수값을 3장에서 언급한 설계방식에 의해 결정하였으며 그 값은 다음과 같다.

$$K_1 = \text{diag}\{4.2, 4.2, 4.2\}, K_2 = \text{diag}\{2.5, 2.5, 2.5\}$$

그림 3은 시변 및 불확실성 요소를 고려하지 않은 공칭 시스템 모델에 대한 공칭 PD 제어기의 무부하 PMSM의 속도응답을 나타낸다. 파형으로부터 알 수 있듯이 침투현상이 전혀 나타나지 않으며 약 0.04초 부근에서 정상상태로 도달하는 것을 볼 수 있다. 따라서 공칭모델에 대하여 구성한 공칭 PD 제어기의 바람직한 제어성능을 시뮬레이션을 통해 알 수 있다.

다음은, 시스템 계수(parameter)의 변화에 대한 시뮬레이션으로서 앞서 구한 공칭제어기와 제안한 적응제어기의 성능을 비교분석을 하여 제안한 제어기의 타당성을 검증한다. 식 (23)에 정의한 시스템 계수(parameter)의 섭동 $\Delta\gamma$ 와 $\Delta\sigma$ 는 평균이 0이며 분산값이 5인 가우시안 확률변수로 정의하였다. 공칭제어기의 경우는 앞서 구성한 공칭 PD 제어기를 동일하게 사용하였으며, 제안한 적응제어기는 5장에서 서술한 설계방식을 바탕으로 설계하였다. 그림 4는 두 제어기에 대한 PMSM의 속도응답을 각각 보여준다. 공칭 PD 제어의 경우 주어진 제어시간 내에 제어가 이루어지지 않은 불안정한 제어특성을 보여준다. 이것은 앞서 공칭모델로부터 구한 계수값이 섭동을 갖는 시스템에는 바람직하지 못함을 알 수 있다. 제안한 적응제어의 경우 바람직한 제어성능을 파형으로부터 확인할 수가 있다. 결과파형에서 볼 수 있듯이, 약 0.05초 부근에서 PMSM의 속도응답이 정상상태로 도달하는 것을 알 수 있으며 침투현상이 거의 발생치 않음을 알 수 있다. 하지만 정상상태에서의 약간의 리플은 확률특성을 갖는 두 시스템 계수 $\Delta\gamma$ 와 $\Delta\sigma$ 로 인한 것으로 분석된다. 본 시뮬레이션 결과로부터 제안한 제어기법의 타당성을 비교 검증하였으며 기존의 공칭 PD 제어기보다 제어성능이 우수함을 보였다.

마지막으로, 이번 시뮬레이션은 설정치의 변화에 대한

제어기의 성능을 검증하기 위하여 실시되었다. PMSM의 속도 설정치는 초기상태에서 0.2초까지는 10을, 0.2초와 0.4사이에는 5로 감소하였으며 나머지 0.4초에서 0.6초 사이에는 다시 10으로 설정하였다. 그림 5는 이 설정치에 대한 두 제어기에 대한 시스템 응답파형을 각각 나타낸다. 앞서 실시한 시뮬레이션의 결과와 마찬가지로 제안한 적응제어기의 성능이 보다 우수함을 알 수 있다. 설정치의 변화에도 적응제어기의 경우 그 설정치를 매우 우수하게 추종하는 반면, 공칭제어의 경우 주어진 제어시간동안 정상상태에 도달하지 못하는 불안정한 응답특성을 나타낸다. 위의 두 시뮬레이션을 통해 제안한 적응제어방식의 타당성 및 그 신뢰성을 수치적 방법(numerical method)을 통하여 입증하였으며 기존의 제어방식과 비교 분석함으로써 성능의 우수성 또한 입증하였다.

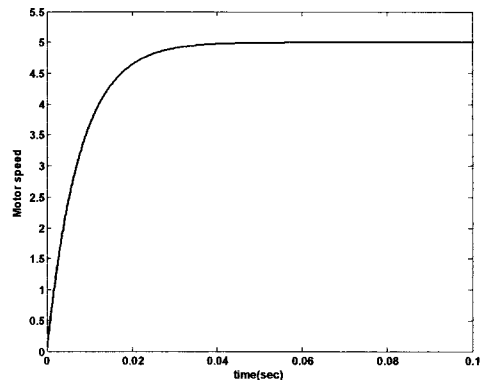


그림 3. PMSM 시스템의 속도응답(공칭 PD 제어)
Fig. 3. Speed response of the PMSM system (Nominal PD control)

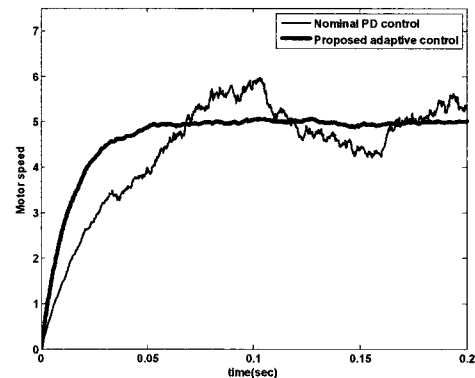


그림 4. PMSM 시스템의 속도응답(계수값 변화)
Fig. 4. Speed responses of the PMSM system (Parameter change)

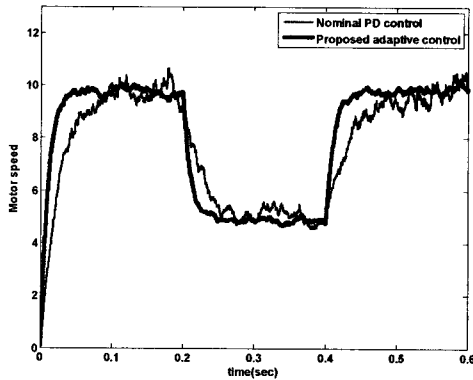


그림 5. PMSM 시스템의 속도응답(설정치 변화)
 Fig. 5. Speed responses of the PMSM system
 (Change of reference values)

Ⅶ. 실시간 실험 및 고찰

본 논문에서 설계한 제어시스템의 실제 시스템의 적용 가능성을 검증하기 위하여 실시간 실험장치를 구성하여 적용하였다. 그림 6은 본 논문에서 구성한 전동기의 실험장치를 보여준다. 전동기의 불확실성을 위하여 2관성 전동기를 구축하였다. 실험장치의 주요구성은 제어알고리즘을 포함하고 있는 PC, PMSM 시스템, 속도 검출을 위한 센서시스템, 불확실성 요소인 비틀림 스프링, 전동기 구동용 전력앰프, 그리고 실시간 데이터 취득 보드로 구성된다. 두 개의 전동기는 크기가 서로 다른 원판과 결합되어 있으며 동일한 중심축 상에 고정된다. 그림 6에서 오른쪽에 위치한 전동기는 회전자축을 구동하기 위하여 사용되고, 왼쪽의 전동기는 속도검출용으로 사용된다.

그림 7은 2관성시스템의 실험장비의 블록선도를 나타낸다. 제어기 구현 장치로 사용된 실시간 데이터 취득 보드는 고속데이터 연산을 위한 DSP 프로세서와 A/D, D/A 컨버터를 내장하고 있다. Simulink를 이용하여 제어 프로그램을 구현하였으며, 제어명령은 DSP의 PCI 버스를 통해 데이터 교환이 이루어진다. Simulink 프로그램을 통해 산출되는 제어신호는 D/A 컨버터를 통하여 출력되며, 부하속도에 대한 전압신호를 A/D 컨버터를 통하여 취득된다. 전동기의 구동회로는 PSoC[10]을 이용하여 제작하였으며 PC의 제어신호를 PSoC 내부에 설계된 신호 변환기에 의하여 PWM형태로 변환되어진다. 최종적으로 전력 증폭된 신호를 출력하여 DC 모터를 구동 시킨다.

그림 8은 PID 제어와 제안한 제어에 대한 비교파형을 보여준다. 파형으로부터 알 수 있듯이, PID 제어의 경우 주어진 제어시간 동안 올바른 제어성능을 나타내지 못하여, 그림 8(b)의 경우 초기시간에 약 5% 정도의 침두현상을 보이고 있으나 대체로 만족스러운 제어성능을 보여주고 있다. 따라서 본 실시간 실험을 통하여 제안한 제어 기법의 타당성을 검증할 수가 있다.



그림 6. 실시간 PMSM 제어 실험장치
 Fig. 6. Real-time PMSM control implementation

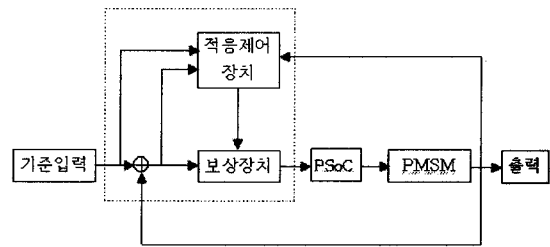
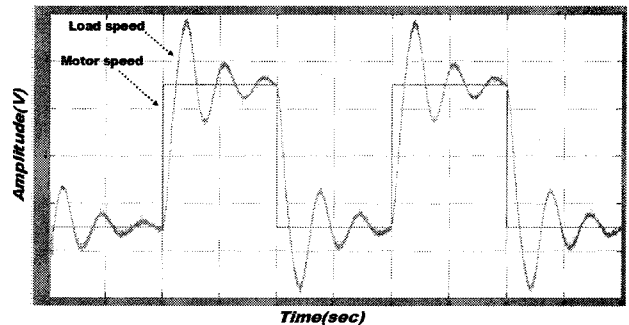
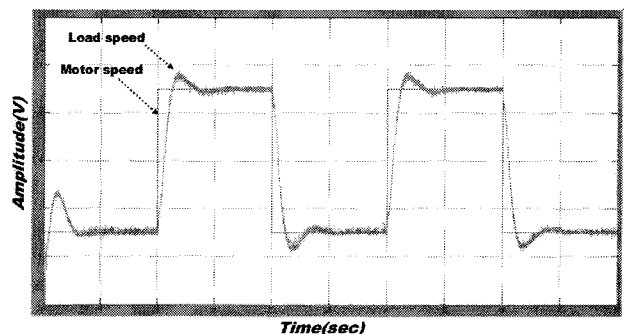


그림 7. PMSM 제어시스템 블록선도
 Fig. 7. Block diagram of the PMSM control system



(a) PID 제어시스템



(b) 제안한 제어시스템

그림 8. PMSM 제어시스템의 속도응답(실시간 실험)
 Fig. 8. Speed responses of the PMSM control system
 (Real-time experiment))

VIII. 결론

본 논문은 PMSM 시스템의 카오스 현상을 억제하는 적응형 제어 설계법을 제안하였다. 기존의 시불변 시스템에 대한 카오스 제어기법의 단점을 보완하기 위하여, 본 논문은 시스템의 섭동을 고려한 적응형 제어규칙을 산출하였다. 본 논문에서 제안한 제어규칙은 리아푸노브 안정성 이론을 바탕으로 하여 적응강인제어를 구성하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 기존의 레환 선형화 제어방식과 그 제어성능을 비교 분석하였으며 성능의 우수성 및 타당성을 검증하였다. 또한 실시간 PMSM 시스템을 구현하여 실시간 실험에서도 제안한 제어시스템의 타당성을 검증하였다. 향후 연구로는 산업현장에 직접 적용할 수 있는 실용성을 검증을 하고자 한다.

참고문헌

[1] E. Ott, C. Grebogi, and A. Yorke, Controlling chaos, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, pp. 1196-1199, 1990.
 [2] G. Chen and D. Lai, *From chaos to order: perspective, methodology and applications*, Singapore, World Scientific, 1998.
 [3] S. Yamamoto, T. Hino, and T. Ushio, "Dynamic delayed feedback controllers for chaotic discrete-time systems," *IEEE Trans. on Circuits & Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 48, no. 6, pp. 785-789, 2001.
 [4] Z. Li, J. B. Park, Y. H. Joo, B. Zhang, and G. Chen, "Bifurcations and chaos in a permanent-magnet synchronous motor," *IEEE Trans. on Circuits & Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 49, no. 3, pp. 383-387, 2002.
 [5] H. Ren, D. Liu, and J. Li, "Delay feedback control of chaos in permanent magnet synchronous motor," *Proc. China Society Electronic Eng.*, vol. 23, pp. 175-178, 2003.
 [6] H. Ren and D. Liu, "Nonlinear feedback control of chaos in permanent magnet synchronous motor," *IEEE Trans. on Circuits & Systems-II: Express Brief*, vol. 53, no. 1, pp. 45-50, 2006.
 [7] J.-J. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*,

Prentice Hall, 1990.
 [8] E. N. Lorenz, "Deterministic non-periodic flow," *J. Atmos. Sci.*, vol. 20, pp. 130-141, 1963.
 [9] Z. Jing, C. Yu, and G. Chen, "Complex dynamics in a permanent magnet synchronous motor model," *Chaos Solitons Fractales*, vol. 22, pp. 831-848, 2004.
 [10] R. Ashby, *Designer's Guide to the Cypress PSoC (Embedded Technology)*, Newnes, 2005.

정 상 철 (Sang Chul Jeong)



1959년 7월 2일생. 1997년 부경대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1999년 동 대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사). 현재 동 대학원 전기·제어계측공학부 박사과정

Tel: 051)810-5820
 E-mail: jsc1924@hanafos.com

조 현 철 (Hyun Cheol Cho)



1971년 9월 1일생. 1997년 부경대학교 제어계측공학과 졸업(공학사). 1999년 동아대학교 전기공학과 졸업(공학석사). 2006년 미국 네바다대학교 전기공학과 졸업(Ph.D.). 2006년~현재 동아대 전기공학과 제어 및 시스템연구실 포닥연구원

Tel: 051)200-6950
 Fax: 051)200-7743
 E-mail: hyunccho@gmail.com

이 형 기 (Hyung Ki Lee)



1951년 11월 27일생. 1975년 동아대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1980년 동 대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1985년 동 대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사) 1980년 ~ 현재 부경대학교 전기제어공학부 교수

Tel: 051)620-1632
 Fax: 051)623-4227
 E-mail: lhk@pknu.ac.kr