

배울 타원 근사법을 이용한 실린더 렌즈의 굴절력 측정

고우석[#], 예상현^{*}, 괄윤근^{*}, 김수현^{*}

Measurement of the Power of a Cylindrical Lens with the Magnification Ellipse Fitting Method

Woo Seok Ko[#], Sang Heon Ye^{*}, Yoon Keun Kwak^{*} and Soo Hyun Kim^{*}

ABSTRACT

This paper proposes a new method for measuring the power of spherical and cylindrical lens with 6 points light source, which is composed of a LED and six holes, and magnification ellipse fitting algorithm. Each measured diagonal length of 6 points light source is determined by the target lens power. After finding the center position of each light point with threshold method, 3 axis-diagonal lengths were calculated. The long axis and short axis power of cylindrical lens can be calculated by using magnification ellipse fitting algorithm with the magnification relationships between the initial diagonal lengths and the measured diagonal lengths changed by lens power.

Key Words : Lens power (렌즈 굴절력), Magnification ellipse fitting method (배울 타원 근사법), Spherical lens (정시 렌즈), Cylindrical lens (실린더 렌즈)

기호설명

- L : 3 선 대각선의 길이값
- M : 3 선 대각선의 배율
- θ : 6 점 광원이 주축과 이루는 각
- ψ : 렌즈의 주축이 놓여있는 각
- B : 실린더 렌즈의 장축 배율
- S : 실린더 렌즈의 단축 배율

1. 서론

산업의 전문화와 다양한 디지털 문화의 창출, 그리고 고령화 사회의 변천으로 인한 노년 인구의

사회 활동 증가, 공해 물질의 범람 등은 사람의 시력의 질을 현저하게 떨어뜨리고 있다. 이런 현 상황에서 안경 렌즈는 건강한 눈을 유지하기 위한 굴절 이상 교정 및 보완, 안구의 위치 이상 교정과 약시의 시신경 발달을 위한 목적으로 사용되고 있다. 안경의 사용에 있어서 다른 눈 질환을 유발하지 않고, 정확한 렌즈를 선택하기 위해, 환자의 눈에 맞는 렌즈의 굴절력을 정확히 측정할 수 있어야 한다. 기존의 렌즈 굴절력의 측정 정확도는 측정자의 숙련 정도에 의해 결정되는 문제점이 있다. 이에 대한 해결책으로 다양한 렌즈에 대하여 정확한 측정이 가능한 자동 렌즈 미터 시스템 및 측정 알고리즘 연구가 활발히 진행되고 있다.

☞ 접수일: 2006년 10월 11일; 게재승인일: 2007년 11월 14일

교신저자: 한국과학기술원 기계공학과

E-mail: cormoil78@kaist.ac.kr Tel. (042) 869-3268

* 한국과학기술원 기계공학과

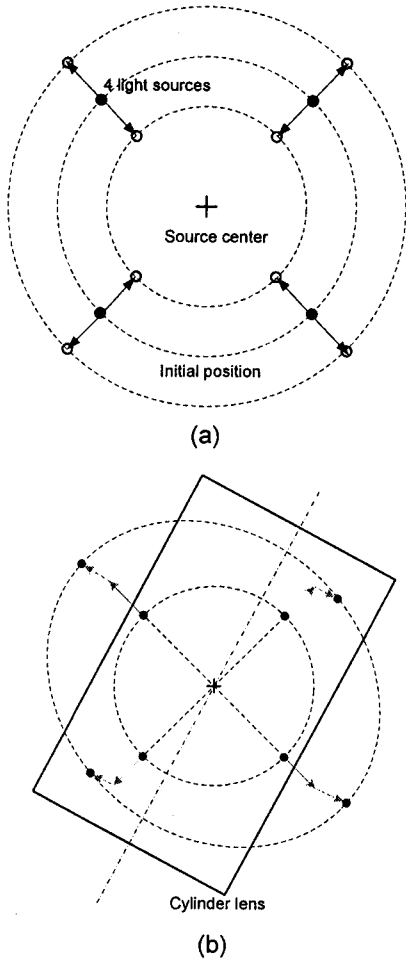


Fig. 1 Four light sources method for measuring the power of (a) spherical lens and (b) cylindrical lens

현재, 자동 렌즈 미터를 이용하여 렌즈 굴절력을 측정하는 방법은 다양하다.¹⁻⁴ 이 중에서도 Fig. 1 과 같이 4 점 광원의 위치 변화를 검출하여 측정 렌즈의 굴절력을 계산하는 방법이 대표적이다.¹⁻³ 이때 측정 렌즈의 굴절력은 각 점의 좌표 값 혹은 마주보는 두 점 사이의 거리를 측정 변수로 하여 계산해 낼 수 있다. 정시 렌즈의 경우 모든 방향으로 동일한 굴절력을 가지고 있으므로 Fig. 1(a)와 같이 동일한 간격으로 4 점이 이동하게 된다. 이동하는 좌표값 혹은 마주보는 두 점 사이의 거리는 정시 렌즈의 굴절력에 따라 다르게 변화하기 때문에 이 값을 통해 굴절력을 계산하게 된다. 실린더

렌즈의 경우는 직각 방향의 두 축이 서로 다른 굴절력을 가지고 있으므로 Fig. 1(b)와 같이 주축의 방향과 실린더 렌즈의 굴절력에 의해 각 점의 위치가 결정되며 일반적으로 타원 형태를 나타낸다. 따라서 실린더 렌즈의 경우 주축의 각도와 서로 직각인 두 축의 굴절력을 모두 측정할 수 있어야 한다. 기존의 방법은 렌즈의 굴절력에 따른 광원의 위치 변화량을 테이블로 저장하며 이를 통하여 렌즈의 굴절력을 측정한다. 일반적으로 렌즈 미터는 결합 오차에 의해 서로 다른 테이블 값을 가지게 되므로 모든 기기에 대해 보정 과정을 시행하여야 하는 번거로움이 있다. 이와 같은 과정으로 인해 기존 자동 렌즈 미터의 측정 정확도가 크게 떨어지는 문제점이 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 6 점 광원 및 배울 타원 근사법을 적용하여 종래의 굴절력 측정 알고리즘을 개선하며, 비교적 간단한 방법으로 정시 렌즈 및 실린더 렌즈의 굴절력을 실시간으로 측정하는 방법을 제안한다.

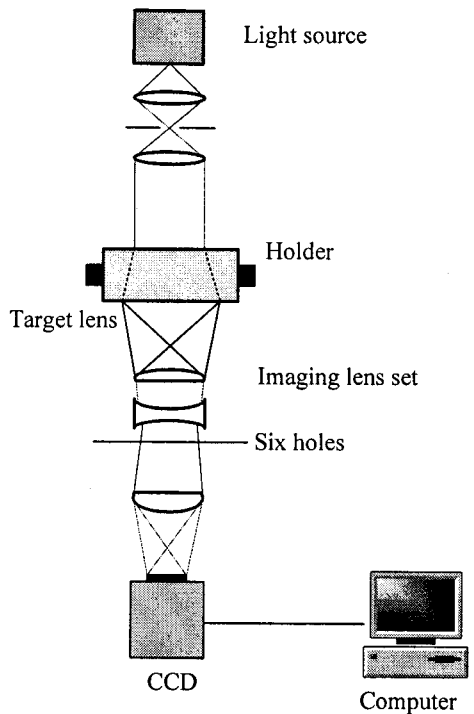


Fig. 2 System configuration for measuring the power of the various lenses

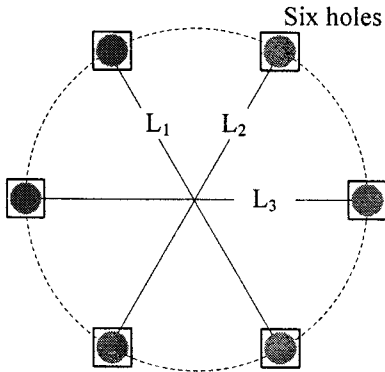


Fig. 3 Six holes pattern

2. 시스템 구성

6 점 광원을 이용한 렌즈 굴절력 측정 시스템은 Fig. 2 와 같다. 660nm LED 광원과 콜리메이팅(collimating) 렌즈로 구성되어 있는 광원부와 측정 렌즈를 거치하기 위한 거치대 그리고 이미징 렌즈, 6 점 패턴판과 2 차원 측광 센서로 구성된 측정부로 구성되어 있다. 6 점 광원은 Fig. 3 과 같이 중심점으로부터 같은 거리에 서로 대칭적으로 위치하고 있다.

LED 광원으로부터 나온 빛은 1 차 렌즈에 의해 집광되며 핀홀에 의해 주변광이 제거된다. 핀홀을 통과한 빛은 2 차 렌즈에 의해 평행광으로 전환된다. 거치대 위의 측정 렌즈를 통과한 빛은 패턴판의 6 점 핀홀을 통과하고, 최종적으로 2 차원 측광 센서에 의해 측정된다. 2 차원 CCD 센서에 의해 측정되는 6 점 광원의 위치 및 3 선 대각선의 길이는 정시 렌즈의 경우 렌즈의 굴절력에 의해 결정되며, 실린더 렌즈의 경우는 실린더 렌즈의 장·단축 배율과 렌즈의 주축 위치에 의해 결정된다. 따라서 각 점의 위치 및 대각선의 길이를 정확히 측정해야 하며, 이를 위해 CCD 센서로부터 측정된 2 차원 영상에서 강도가 일정 임계치 이상인 복수의 영역을 설정하고 각 영역에서 강도가 임계치 이상인 점들에 대해 가중 평균을 구하여 각 점의 중심 위치의 좌표와 $(C_{xi}, C_{yi}), i = 1, \dots, 6$ 대각선의 길이값 $(L_i, i = 1, 2, 3)$ 을 계산한다. 대각선 길이값은 측정 렌즈의 굴절력에 의해 결정되며 이를 통하여 정시 및 실린더 렌즈의 굴절력을 측정할 수 있다.

3. 배율 타원 근사법

배율 타원 근사법은 측정 렌즈의 굴절력에 의해 변화된 길이값을 바로 적용하지 않고, 다음과 같이 렌즈에 의해 결정되는 배율값 M 을 타원법에 적용하여 장·단축 배율과 렌즈의 주축 위치를 계산한다.

$$M_i = \frac{L'_i}{L_i} \tag{1}$$

여기서, $i=1,2,3, L_i$ 은 초기 3 선 대각선의 길이값을 나타내며, L'_i 은 측정 시 3 선 대각선의 변화된 길이를 나타낸다. 기존의 굴절력 측정 시스템과 같이 길이 값 변화를 적용하여 렌즈의 굴절력을 측정하는 경우 초기 3 선 대각선의 길이가 동일하지 않으므로 원 또는 타원에 근사하기 위해서는 각각의 길이에 대한 추가적인 보정이 필요하다. 그러나 본 연구에서 제안하는 배율 타원 근사법에서는 측정 렌즈가 없는 경우 식 (1)에 의해 모든 대각선 배율값이 1 로 자동적으로 보정되어 원의 형태를 갖게 된다. 또한, 초기 3 선 대각선의 길이값이 다른 시스템으로 렌즈의 굴절력을 측정하는 경우에도 3 선 대각선의 배율값은 초기 길이값이 아닌 측정 렌즈의 굴절력에 의해 결정되므로 추가적인 보정없이 렌즈의 굴절력을 측정할 수 있다.

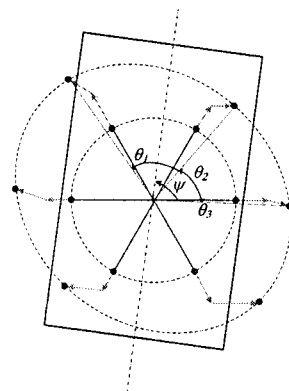


Fig. 4 Six holes movement path according to the power and position angle of the cylindrical lens

측정 렌즈가 정시 렌즈인 경우 3 선 대각선의 배율은 동일하지만, 실린더 렌즈의 경우는 Fig. 4

와 같이 실린더 렌즈의 장·단축 배율과 렌즈의 주축 위치에 의해 3 선 배율이 결정된다. 일반적인 타원 방정식에 식(1)을 적용한 배율 타원 근사법을 이용하여 장축 및 단축의 배율 값을 계산한다.⁵

$$\frac{(M_{xi} \cos \psi + M_{yi} \sin \psi)^2}{B^2} + \frac{(-M_{xi} \sin \psi + M_{yi} \cos \psi)^2}{S^2} = 1 \quad (2)$$

여기서 B, S 는 실린더의 장·단축 배율을 나타내며, ψ 는 Fig. 4와 같이 렌즈의 주축 방향이 6 점 광원의 주축과 이루는 각, M_{xi}, M_{yi} 는 각각 식(1)의 3 선 대각선 배율을 x 축, y 축 성분으로 나누어 나타낸 것으로 다음과 같은 관계를 갖고 있다.

$$\begin{aligned} M_{xi} &= M_i \cos \theta_i = (L'_i \cos \theta_i) / L_i \\ M_{yi} &= M_i \sin \theta_i = (L'_i \sin \theta_i) / L_i \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 θ_i 는 3 선 대각선이 6 점 광원의 주축과 이루는 각을 나타낸다. 식(2)의 타원법을 간단히 정리하기 위하여 다음과 같은 치환 과정을 적용한다.

$$\begin{aligned} a_i &= (M_{xi} \cos \psi + M_{yi} \sin \psi)^2 \\ b_i &= (-M_{xi} \sin \psi + M_{yi} \cos \psi)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)를 통해 식(2)는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{a_i}{B^2} + \frac{b_i}{S^2} = 1 \quad (5)$$

3 선의 배율값이 같은 정시 렌즈의 경우 B, S 는 식(5)로부터 같은 배율 반지름을 갖게 되며, 실린더 렌즈를 측정하는 경우는 3 선 대각선의 배율 중 실린더 렌즈의 장·단축에 근접한 두 대각선의 배율 값을 식(4)에 적용하여 식(5)를 다음과 같이 정리한다.

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{B^2} + \frac{b_1}{S^2} &= 1 \\ \frac{a_2}{B^2} + \frac{b_2}{S^2} &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)을 통하여 배율 타원의 장축 및 단축 배율을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{\frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_2 - b_1}} \\ S &= \sqrt{\frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2 - a_1}} \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서 구해진 장축 및 단축의 배율 B, S 는 임의의 ψ 를 적용하여 구해진 값이므로, 정확한 실린더 렌즈의 장·단축 배율과 렌즈의 주축 위치를 계산하기 위하여 ψ 값을 변화 시키며 다음과 같은 오차 계산을 반복적으로 수행한다.⁶

$$error = \frac{a_3}{B^2} + \frac{b_3}{S^2} - 1 < threshold \ value \quad (8)$$

식(8)에서 구해진 오차가 임계 오차 보다 작은 경우 배율 B, S 를 장·단축의 배율로 측정한다.

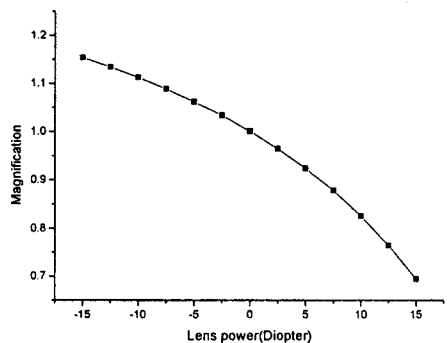


Fig. 5 Relationship between power and magnification of the various spherical lenses

렌즈의 배율과 굴절력 사이의 관계를 유도하기 위해, 표준 정시 렌즈에 대한 배율 변화 값을 측정하여 Fig. 5와 같이 배율과 렌즈의 굴절력 사이의 3 차 다항 관계식을 구하였다. 일반적으로 렌즈 배율과 굴절력 사이에는 선형적 관계가 존재하지만, Fig. 5는 측정 렌즈와 시스템 렌즈의 조합에 의한 배율 관계를 나타내므로 약간의 비선형적 경향이 나타난다. 앞의 배율 타원 근사법을 적용하여 구한 장·단축의 배율 값을 배율과 굴절력의 배

을 관계식에 적용하여 실린더 렌즈의 굴절력을 측정한다.

4. 실험

본 연구에서 제안한 6 점 광원 및 배울 타원 근사법을 적용한 렌즈 굴절력 측정 시스템을 검증하기 위하여 정시 렌즈와 실린더 렌즈에 대한 측정을 수행하였다. 정시 렌즈의 경우 한국표준과학연구원에서 교정된 -10 부터 10 디옵터 사이의 렌즈에 대한 측정을 수행하였다 Fig. 6 은 5 회 반복 측정한 결과를 보여준다. 반복능은 0.01 디옵터 이하, 그리고 한국표준과학연구원의 교정 값으로부터 ±0.03 디옵터 범위 안에서 일치하였으며 0.02 디옵터 RMS 오차를 가진 것으로 나타났다.

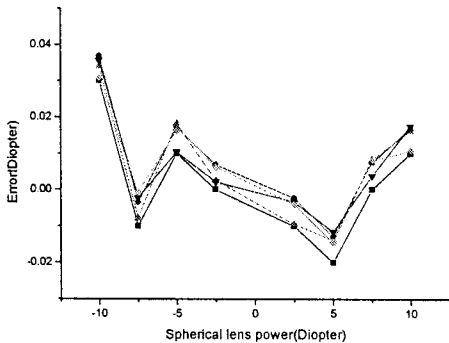


Fig. 6 Experimental results for the various spherical lenses

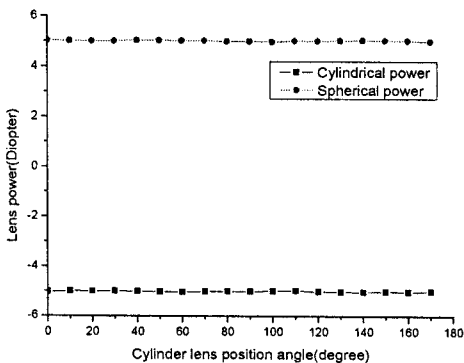


Fig. 7 Measured power of the cylindrical lens with 5/-5 diopter while changing the lens position angle

실린더 렌즈의 경우도 한국표준과학연구원서 측정 교정된 5/-5 디옵터 실린더 기준물과 일반적으로 사용되는 3 개의 실린더를 이용하여 평가를 수행하였다. 5/-5 실린더 기준물의 경우 0°에서 170°까지 10°간격으로 주축 각을 변화시키며 측정하였다. 일반 렌즈의 굴절력은 일본 NIDEK 기기로 측정하였으며,⁷ 측정 렌즈의 주축 각을 90°, 120°, 150° 로 돌린 경우 측정 값을 비교하였다. 실험 시 임계 오차 값은 0.001 로 설정하였다. Fig. 7 과 같이 5/-5 디옵터 실린더 기준물의 경우 한국표준과학연구원의 교정 값으로부터 ±0.02 범위 안에서 일치하였으며, 일반 렌즈의 경우는 Table 1 과 같이 최대 ±0.03 범위 안에서 일치하는 것을 확인하였다.

Table 1 Measured power of the cylindrical lens according to the various position angles

Lens power	Experimental result		
	90°	120°	150°
-7/-2.89	-6.99/-2.88	-7.00/-2.90	-7.00/-2.91
0.93/-2.01	0.90/-1.97	0.91/-1.98	0.92/-1.99
5.99/-3.04	5.99/-3.06	5.98/-3.01	5.98/-3.00

5. 결론

본 연구에서 제안하는 배울 타원 근사법에 의한 렌즈의 굴절력 측정 방법은 렌즈의 주축 방향 및 직각된 두 축의 굴절력을 6 점 광원의 3 선 대각선의 배울 변화값을 이용하여 측정하였다. 종래의 자동 렌즈 미터에서 측정한 각 점의 길이값 변화가 아닌 배울에 의한 방식을 제안함으로써 초기 기기에 대한 보정이 필요없다는 장점을 갖는다. 또한, 배울 타원 근사법을 적용한 렌즈 굴절력 측정 시스템이 0.01 디옵터의 반복능과 ±0.02 디옵터의 측정 불확도를 가지고 있음을 확인하였다. 향후, 배울 타원 분석법을 이용하여 누진 렌즈와 같은 다양한 렌즈에 대한 측정 성능을 평가하고자 한다.

참고문헌

1. Kajino, T. and Kurachi, M., "Lens meter," United States Patent, No. 5379111, 1995.

2. Akiyama, H., Jinbo, M. and Yoda, T., "Automatic lens meter," United States Patent, No. 6621564, 2003.
3. Imaizumi, S., "Lens meter," United States Patent, No. 7230693, 2007.
4. Oana, Y. and Yanagi, E., "Lens-meter for measuring optical characteristics of optical lens," United States Patent, No. 5719668, 1998.
5. Hilbert, D. and Cohn-Vossen, S., "Geometry and the Imagination," Chelsea, pp. 2-3, 1999.
6. Halif, R. and Flusser, J., "Numerically stable direct least squares fitting of ellipses," in Proc. Sixth Int'l Conf. Computer Graphics and Visualization, pp. 125-132, 1998.
7. www.nidek.com