

<학술논문>

유한선단반경을 갖는 원뿔형 압입자에 의한 영률평가 수치접근법

이진행[†] · 김덕훈* · 이형일**

(2007년 9월 18일 접수, 2007년 11월 2일 심사완료)

A Numerical Approach to Young's Modulus Evaluation by Conical Indenter with Finite Tip-Radius

Jin Haeng Lee, Deok Hoon Kim and Hyungyil Lee

Key Words : Indentation Test(압입시험), Tip Radius(선단반경), Young's Modulus(영률), Material Property(재료물성치), FEA(유한요소해석)

Abstract

Instrumented sharp indentation test is a well-directed method to measure hardness and elastic modulus. The sharp indenter such as Berkovich and conical indenters have a geometrical self-similarity in theory, but the self-similarity ceases to work in practice due to inevitable indenter tip-blunting. In this study we analyzed the load-depth curves of conical indenter with finite tip-radius via finite element method. Using the numerical regression data obtained from Kick's law, we first confirmed that loading curvature is significantly affected by tip radius as well as material properties. We then established a new method to evaluate Young's modulus, which successfully provides the value of elastic modulus with an average error of less than 2%, regardless of tip-radius and material properties of both indenter and specimen.

기호설명

- A : 압흔의 투영접촉면적
- d : 압입접촉직경
- C : Kick's law 계수
- E : 시편 영률 (탄성계수)
- E_t : 압입자 영률
- h_d : 선단반경으로 인한 압입깊이 차
- h_i : 회귀에 사용되는 최소 압입깊이 지점
- h_{max} : 최대압입깊이
- h_t : 압입깊이
- n : 변형경화지수
- P : 압입하중
- R : 압입자 선단반경
- S : 해중 기울기

- β : 기존 보정계수
- ϵ_0 : 항복변형률
- σ_0 : 항복강도
- S : 해중 기울기
- ν : 시편 푸아송비
- ν_f : 압입자 푸아송비
- θ : 압입자 각도
- κ : 수정된 보정계수

1. 서론

압입시험법은 재료표면의 미소압입으로 얻게 되는 하중-변위 등의 데이터를 이용하여 다양한 재료 (금속, 고무, 폴리머, 박막 등)의 기계적 특성 (경도, 영률, 항복강도, 변형경화지수, 인장강도, 잔류응력, 파괴인성, 크리프 물성 등)을 정량적 혹은 정성적으로 구할 수 있는 시험기법이다. 최근 압입시 하중-변위를 연속적으로 측정하는 방법 및 압입자 하부 탄소성 응력장의 정량적 해석에 관한 연구들이 수행되어 오고 있으며, 이로부터 재료의 특성을 정량화할

[†] 책임저자, 회원, 서강대학교 대학원 기계공학과
E-mail : jinhaeng@sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

* 회원, 서강대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 서강대학교 기계공학과

수 있는 연구가 지속적으로 이루어지고 있다.⁽¹⁻⁹⁾

이러한 노력에도 불구하고 이론적, 시험장비의 한계로 인하여 실제 적용에 많은 한계점을 갖고 있다. 이로 인해 가장 기본적인 영률 평가에서도 많은 문제점을 노출하고 있다. 먼저 탄성이론에 근거한 압입이론은 실제 탄소성 재료에 대하여 정확한 영률평가를 어렵게 한다. 또한 나노 압입시험기의 경우 구형압입자 제작이 매우 어렵고, Vickers나 Berkovich 압입자의 경우에도 유한한 압입자 선단 반경이 존재하게 되어 이론과 실제 실험 사이에 오차가 유발된다. 또한 물성측정에 가장 장애가 되는 요소는 압입접촉직경의 측정 혹은 예측에 있다.

본 연구에서는 유한요소해에 기반을 둔 탄소성 압입해석에 근거하여 유한한 팁 반경을 갖는 원뿔형 압입자를 이용한 영률 연구를 수행하고자 한다. 이를 위해 상세 유한요소해석 (ABAQUS, 2005)⁽¹⁰⁾을 통해 원뿔형 압입자의 선단반경에 따른 하중-변위 곡선들의 특성을 검토해 본다. 이어 Kick's law⁽⁷⁾를 이용해 선단반경의 영향 및 재료의 탄소성 특성을 최소화할 수 있는 방법을 찾는다. 이로부터 Pharr 등⁽¹¹⁾의 영률 예측식을 보완한 새로운 영률평가 기법을 제시하고자 한다.

2. 기존 압입이론의 고찰

자기유사성을 갖는 압입자 (cone, Berkovich, Vickers, Knoop 압입자 등)에 의한 탄소성 재료의 하중-변위 곡선은 다음의 Kick's law⁽⁷⁻⁸⁾ 식 (1)을 따른다 (Fig. 1).

$$P = Ch_i^2 \quad (1)$$

여기서 C 는 Kick's law 계수이다. Fig. 1에서 P_{\max} 는 최대 하중, h_{\max} 는 최대 압입깊이, $dP_{\max}/dh_i (\equiv S)$ 는 초기 해중기울기, h_p 는 해중 후 소성변형에 의한 압흔의 압입깊이를 나타낸다. Giannakopoulos와 Suresh⁽³⁾에 의하면 C , dP_{\max}/dh_p , h_p/h_{\max} 는 단일 하중-변위 곡선에서 얻을 수 있는 독립인자이다.

축대칭 압입자일 경우, Pharr 등⁽¹¹⁾은 유효영률 E_r (effective Young's modulus)을 다음과 같이 하중-변위 곡선의 초기 해중기울기 (S)와 실제 투영접촉 면적 (A)로 표현하였다.

$$E_r = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{S}{\sqrt{A}} \quad (2)$$

유효영률 E_r 은 다음과 같이 정의된다.⁽¹¹⁾

$$\frac{1}{E_r} \equiv \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_I^2}{E_I} \quad (3)$$

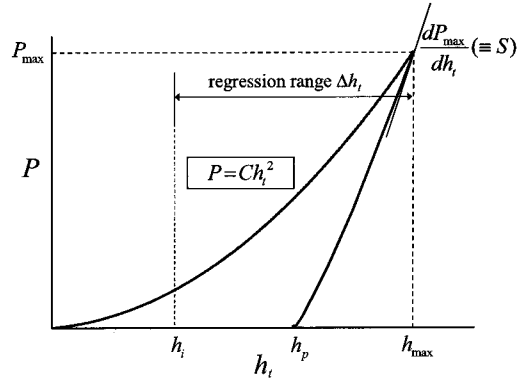


Fig. 1 Schematic illustration of a P - h curve of an elastic-plastic material to instrumented sharp indentation

E 와 E_I , ν 와 ν_I 는 각각 재료와 압입자의 영률 및 푸아송비를 나타낸다.

한편 실제 접촉압입깊이는 Pharr 등⁽¹¹⁾이 제안한 다음 식 (4)로 구할 수 있다.

$$h = h_{\max} - 0.75 \frac{P_{\max}}{S} \quad (4)$$

그러나 식 (4)에서 실제 접촉압입깊이 h 는 h_{\max} 보다 항상 작게 되어, pile-up이 발생하는 재료의 경우 예측 h 는 상당한 오차를 포함하게 된다. Dao 등⁽⁶⁾은 해중 후 소성 압입깊이 h_p 와 최대 압입깊이 h_{\max} 의 관계를 이용하여 다음 식을 제안하였다.

$$\frac{P_{\max}}{AE_r} = B \left(C - \frac{h_p}{h_{\max}} \right)^D \quad (5)$$

여기서 ($B, C, D = 0.268536, 0.995250, 1.114238$)이며, h_p 는 식 (6)을 이용한 해중곡선의 회귀로부터 구한다.

$$P = B(h_i - h_p)^m \quad (6)$$

여기서 B 와 m 역시 회귀분석을 통해 얻는 계수들이다. Berkovich 압입자의 실제 접촉투영면적은 실제 접촉압입깊이를 이용한 다음 식 (7)로 구할 수 있다.

$$A(h) = 24.5h^2 + \sum_{i=0}^7 C_i h^{1/2^i} \quad (7)$$

여기서 C_i 는 실험에 의해서 결정되는 상수이다. 첫 번째 항은 이상적인 Berkovich 압입자를 나타내며, 나머지 항들은 선단반경에 의한 Berkovich 압입자 선단의 형상 변화를 나타낸다.

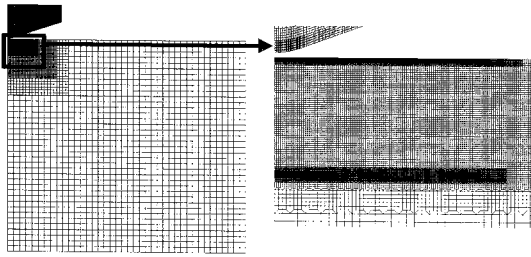


Fig. 2 Overall mesh design using (a) axisymmetric conical indenter

실제 self-similarity를 갖는 압입자들은 유한 선단반경을 포함한다. 이로 인해 동일한 각도의 압입자들 사이에서도 선단반경에 따라 서로 다른 압입 하중-변위 곡선들을 생성하며, 단일 압입자에서도 압입 깊이에 따라 다른 C 값을 나타낸다. 더욱이 한 시점에서 선단반경을 알더라도, 사용 중 마모 등으로 발생하는 선단반경 변화로 인해 압입자 교정작업을 수시로 수행하여야 한다. 그러나 대부분의 예각 압입자를 이용한 압입시험에 대한 기존 연구들은 실제 압입자의 선단반경을 고려하지 않거나, 실제 그 영향을 정량화하기 어려운 단점이 있다.

3. 압입시험의 유한요소해석

원뿔형 압입자를 이용한 압입시험의 유한요소해석을 위하여 Fig 2와 같은 유한요소 모델을 설정하였다. 하중과 형상 모두 축대칭임을 고려한 축대칭 유한요소모델을 형성하였다. 유한요소해석에는 J_2 증분소성이론을 따르는 등방성 탄소성 재료를 사용하며 대변형이론을 적용한다. ABAQUS 프로그램에서 대변형 해석을 수행하려면 NLGEOM (Nonlinear Geometry) 옵션을 사용하여야 하며, 그렇지 않을 경우 소변형 해석이 이루어져 실제와 전혀 다른 하중-변위 곡선을 얻게 된다. 금속재료의 압입하부에서의 변형은 대변형이 지배적이며, 소성 변형에 비해 탄성변형은 매우 작다. 이는 총변형률 증분을 탄성변형률과 소성변형률 증분의 합으로 표현하는 가법 변형률 증분 분해 (Additive strain increment decomposition) 소성이론 (ABAQUS, 2005)의 전제조건이며, 금속재의 압입해석은 이를 만족시킨다.⁽¹¹⁾

해석에 사용한 요소는 4절점 축대칭 요소 CAX4 (요소형태 ABAQUS Library, 2005)이다. 모델 최소 요소의 크기 e 를 선단반경에 따라 변화시키며 선행해석을 수행하였다. 이로부터 선단반경과 최소 요소크기의 비 (R/e)가 120 이상이면 유한요소해가 동일 선단반경과 압입깊이에 대해 요소크기의 영향을

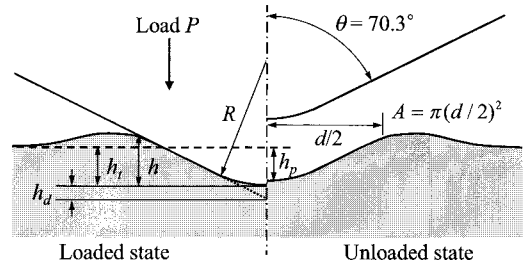


Fig. 3 Schematic of sharp indentation profiles considering tip-rounding effect

받지 않고 수렴함을 확인하였고, 이로부터 최소 요소크기를 $R/e = 160$ 으로 설정하였다. 요소크기가 변화하는 경계에서는 MPC (Multi-Point Constraint, ABAQUS Library, 2005)가 간편하게 사용되나, 이 경우 MPC 절점상의 응력과 변형률이 균일하지 않은 문제를 보인다. 이 때문에 압입접촉부 근처의 요소크기 천이영역에는 사다리형 요소를 사용했고, 접촉부에서 충분히 떨어진 위치에서만 MPC (Multi-point constraints)를 사용하였다.

모재의 최종 유한요소모델은 약 25400개의 절점과 약 24900개의 4절점 축대칭 요소들로 구성된다. 압입자와 모재의 접촉면에는 압입자와 모재쪽 모두 접촉요소면 (Contact Surface, ABAQUS Library, 2005)을 배치한다. 일반적인 금속재료간의 접촉에서 마찰계수는 보통 0.1 - 0.4 정도의 값을 갖는다. 기초유한요소해석으로부터 접촉면 사이의 마찰계수는 압입하부의 응력-변형률 분포와 상당한 상관관계를 갖는 반면, 하중-변위 곡선에 큰 영향을 주지 않음을 확인하였으며, 이에 마찰계수는 0.3으로 고정하였다.

압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속하여 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 완전 구속시킨 후 압입자를 하강시킨다. 압입자는 탄성변형만을 고려하며, 우선적으로 텅스텐 카바이드 압입자에 대한 압입수식을 전개한 후, 다이아몬드 압입자에 대한 본 연구의 유효성을 검증해본다.

4. 압입변형특성

4.1 선단반경 R 의 영향

자기유사성을 갖는 원뿔형 압입자에서는 이론적으로 항상 Kick's law가 성립된다. 그러나 압입자 선단반경 R 은 이러한 자기유사성을 사라지게 하므로, 선단반경의 영향을 최대한 배제시킬 수 있는 방법을 모색할 필요가 있다. 동일 압입깊이에서 선단반경에 의해 발생하는 압입깊이의 차를 h_d 라고 놓으면, h_d 와 R 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다 (Fig. 3).

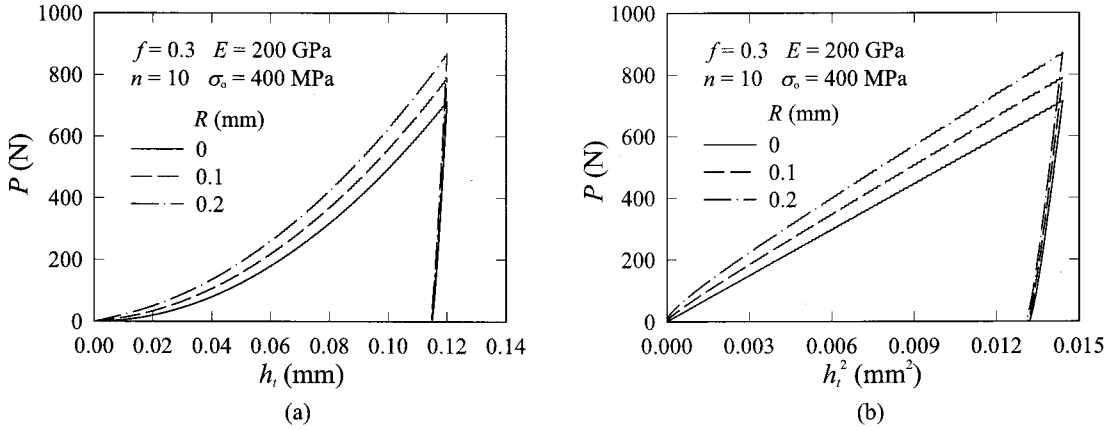


Fig. 4 Forces vs. (a) indentation depth h_i , and (b) h_i^2 for various values of tip-radius R

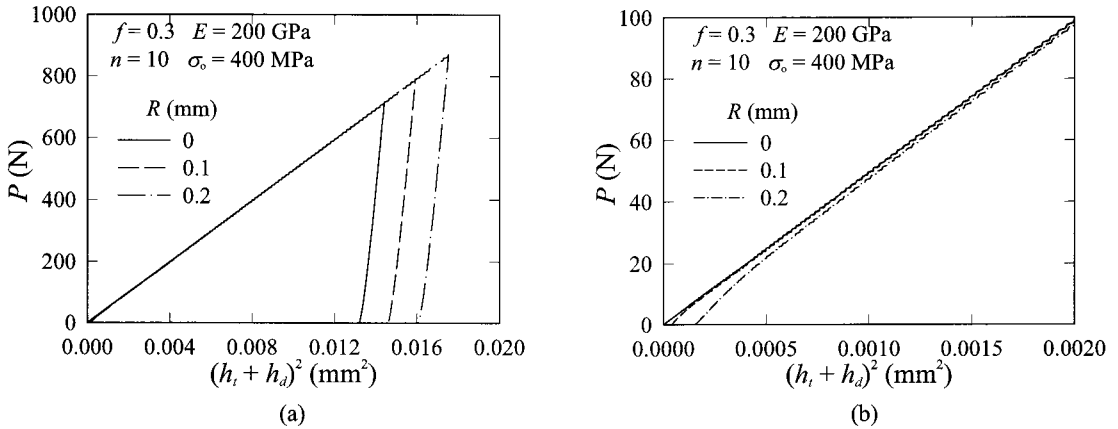


Fig. 5 Forces vs. $(h_i + h_d)^2$ curves with respect to tip radius R

$$h_d = R \left(\frac{1}{\sin \theta} - 1 \right) \quad (8)$$

여기서 θ 는 원뿔형 압입자의 중심각도를 의미한다. 이 때 Kick's law를 이용한 하중과 압입깊이의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다.⁽⁸⁾

$$P = C(h_i + h_d)^2 \quad (9)$$

여기서 h_d 는 이상적인 원뿔형 압입자와 유한선단 반경을 갖는 압입자 사이에 발생하는 압입깊이 차를 나타낸다 (Fig. 3). 압입초기에는 선단반경 R 의 영향으로 인해 위 식이 성립되지 않지만, 압입이 진행되면서 선단반경의 영향이 감소하여 자기유사성에 의한 식 (9)가 하중-변위 곡선의 특성을 지배하게 된다.

동일 재료에 대해 선단반경을 달리한 유한요소 해석으로 선단반경이 하중-변위 곡선에 주는 영향을 살펴보았다. Fig. 4는 횡축을 각각 h_i 와 h_i^2 로 설정하여 선단반경에 따른 하중-변위 곡선을 나타낸 것이다.

Fig. 4(a)는 선단반경 증가 시 동일 압입깊이에서 더 큰 하중이 필요함을 보여준다. Fig. 4(b)는 하중과 h_i^2 관계가 선단반경이 영일 때는 선형이나 영이 아닐 때는 압입 초기구간에서 비선형임을 보여준다. 압입깊이가 증가하면서 선단반경에 무관하게 동일 기울기로 수렴하여 선형화된다.

실제 h_d 를 고려하여 h_i 대신 $h_i + h_d$ 를 횡축으로 설정할 경우에 대한 이들 세 곡선의 변화양상을 Fig. 5(a)에 나타내었다. 동일 재료에서 선단반경에 따라 Fig. 4(b)와 같이 서로 상이한 하중-변위 관계를 보여주지만, h_d 를 고려한 식 (9)를 활용할 경우 이들 사이의 유사성을 찾을 수 있다. Fig. 5(b)는 Fig. 5(a)의 초기부분을 확대한 것으로, 압입접촉이 발생되지 않는 h_i^2 지점까지 하중 P 는 0으로 유지되기 때문에 초기 얇은 압입의 경우 이들 세 곡선이 상당히 다르다. 그러나 압입깊이가 증가하면서 이들 세 곡선은 거의 동일한 기울기를 갖는 선형함수로 수렴한다. 이는 압입깊이에 h_d 를 고려해줌으로써 선단반경에 상관없이 유효압입

깊이 $h_t + h_d$ 에 상응하는 접촉 단면적이 같아지기 때문이다. 또한 압입깊이가 증가할수록 이상적인 원뿔형 압입자와 실제 압입자 사이에 발생하는 초기 미세한 압입부피 차에 의한 영향도 점차 감소한다.

Fig. 6은 하중-변위 곡선을 횡축은 R , 종축은 R^2E 로 각각 나눈 것이다. 물리적, 기하학적 유사성으로 인하여 이와 같은 방법으로 무차원화된 하중-변위 곡선은 선단반경에 상관없이 완전히 일치하는 하중-변위 곡선을 얻을 수 있다. 이는 구형압입자에 대한 현상과도 일치한다.⁽⁸⁾

Fig. 7은 Fig. 4(a)의 하중-변위 곡선에서 최대 하중점으로 부터 회귀구간을 증가시키며 다음 식 (10)으로 선형회귀하여 Kick's law 계수 C 와 h_d 를 살펴본 것이다.

$$\ln P = \ln C + 2 \ln (h_t + h_d) \quad (10)$$

여기서 C 와 h_d 는 회귀로부터 구하게 되는 변수이다. Fig. 7에서 Δh_t 는 h_t 부터 고정값인 h_{max} 까지의 회귀구간 거리로, $\Delta h_t = h_{max} - h_t$ 이다 (Fig. 1). Fig. 7(a)에서 계수 C 는 초반 작은 회귀구간 Δh_t ($h_t \approx h_{max}$)를 지나면서 선단반경과 관계없이 일정한 값으로 수렴하다가 다시 h_t 가 0으로 수렴하면서, 즉 압입자 선단반경의 영향이 증가하면서 그 차이가 증가함을 볼 수 있다. Fig. 7(b)는 회귀분석으로 구한 h_d 로, 계수 C 와 마찬가지로 h_d 는 특정 구간에서 식 (8)로 표현되는 기하학적 압입깊이 차에 수렴하다가 Δh_t 가 증가하면서 0으로 급격하게 친이한다. 이는 Δh_t 가 커질수록 원점에서 시작되는 초기 하중-변위 데이터가 포함되어 회귀곡선이 원점으로 점차 이동하기 때문이다.

이와 같이 압입자의 선단반경으로 인해 다르게 나타나는 각각의 하중-변위 곡선을 회귀함으로써 h_d 를 예측할 수 있으며, 이로부터 Fig. 5와 같이 선단반경의 영향을 최소화할 수 있다.

4.2 Kick's law 계수 C 의 특성

Fig. 7(a)에서 원뿔형 압입자의 선단반경 R 변화에 따른 계수 C 와 하중-변위 곡선의 회귀구간의 관계를 살펴보았다. 이로부터 회귀 데이터가 극히 작은 구간을 제외하고 초기 회귀지점 h_t 가 총 압입깊이 h_t 의 50% 이상이면, 즉 Δh_t 가 h_{max} 의 50% 이하이면 C 는 특정 값에 수렴함을 볼 수 있다. 즉 최대 압입깊이가 압입자 반경 R 의 반 이상인 경우 ($h_{max}/R > 0.5$) 최대 압입깊이로부터 그의 50% 정도의 구간을 회귀하면 압입자 선단반경의 영향을 배제한 Kick's law 계수 C 를 구할 수 있다.⁽⁸⁾ 여기서 주목해야 할 점은 압입자 선단의 결함이 완전한 구형의 형태가 아니더라도 이와 같은 회귀방식으로 구한 계수 C 는 여전히 유효하다는 것이다.

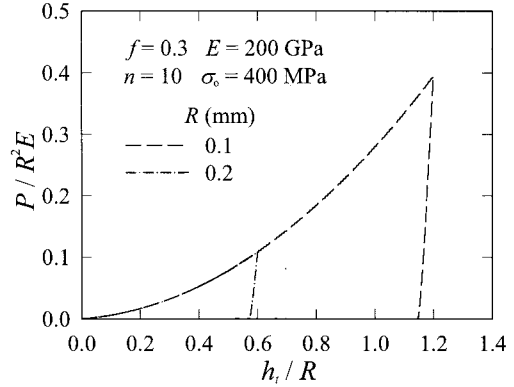


Fig. 6 Normalized forces vs. indentation depth with respect to tip radius R

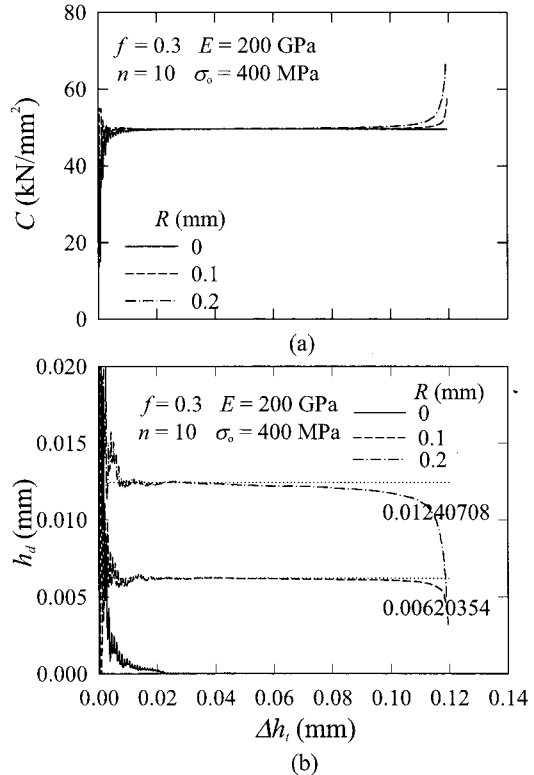


Fig. 7 (a) C vs. Δh_t and (b) h_d vs. Δh_t for various values of tip-radius R

Xue 등⁽¹²⁾은 유한요소해석을 통하여 접촉반경이 압입자 반경의 반을 넘을 경우 압입자 선단반경의 영향이 사라짐을 보였다. $h_t/R = 0.5$ 인 경우 pile-up/sink-in 영향을 무시한 상태에서 접촉직경을 압입깊이로 환산하면 Xue 등의 h_t 는 약 25% 정도이다. 본 연구에서는 $h_t/h_t = 0.5$ 로 설정하여 계수 C 를 계산

하며 이는 Xue 등의 연구보다 상당히 보수적인 기준이다.

Table 1은 다양한 재료 물성치에 대해 식 (9)의 Kick's law 계수 C 의 변화를 살펴보기 위하여 유한요소해석에 사용된 모재 물성치 값들을 나타낸다. 설정값들은 일반 금속재의 물성 범위를 포괄적으로 포함한다.

Fig. 8(a)는 모재 영률이 200 GPa일 때 여러 항복변형률 (ϵ_0) 값들에 대해 변형경화지수 n 의 변화에 따른 Kick's law 계수 C 를 나타낸 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 계수 C 가 동일한 재료, 즉 압입 하중-변위 곡선이 일치하는 재료는 무수히 존재한다. 예로 Fig. 9(a)에서 영률 200 GPa 일 때 동일 계수값 $C = 60 \text{ kN/mm}^2$ 를 주는 $(\sigma_0, n) = (400 \text{ MPa}, 5.67)$, $(511 \text{ MPa}, 10)$ 의 두 재료를 생각해 보자. 이 두 재료에 대한 유한요소 압입 해석으로 얻어진 하중-변위 곡선들을 Fig. 8(b)에 나타내었다. 이를 통해 물성이 다른 재료가 동일 하중-변위 곡선을 나타냄을 알 수 있다. 즉 자기 유사성을 갖는 단일 압입자를 이용하여 얻은 하중-변위 곡선은 무수한 물성치 조합으로부터 얻을 수 있다. 따라서 자기유사성을 갖는 압입자를 이용한 물성평가를 위해서는 최소 두 가지 이상의 다른 각도를 가진 압입자를 동시에 이용하여야 한다.

5. 새 영률예측식

영률은 하중-변위 곡선의 해중기울기 혹은 탄성회복량, 압입접촉 면적과 밀접한 관계가 있다.^(4,13) 특히 Pharr 등⁽¹¹⁾은 해중시의 하중-변위 곡선이 비선형이고, 초기 해중시의 곡선 기울기가 영률과 밀접한 관계가 있음을 보였다.

압입시험으로 구한 해중기울기 S 로부터 영률을 예측하기 위해서는 추가적인 계산식이 필요하다. Pharr 등⁽¹¹⁾은 이론적으로 다음과 같은 영률식을 제시하였다.

$$E = \frac{(1-\nu^2)}{\beta d / S - (1-\nu_f^2) / E_f} \tag{11}$$

여기서 d 는 pile-up/sink-in 영향을 고려한 투영 실제 접촉압입직경이며, E 와 E_f , ν 와 ν_f 는 각각 재료와 압입자의 영률 및 푸아송비, β 는 보정계수이다. 식 (11)은 탄성평판재료를 원통형 강체로 압입하였을 때의 이론식을 탄성 압입자에 대해 보정한 식이다.

탄성재료와 탄소성 재료의 접촉, 해중시 소성변형으로 인해 압입 시편이 음의 곡률반경을 갖는 현상은 식 (11) 도출시의 가정들을 벗어난다. 이러한 탄성이론이 갖고 있는 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 식 (11)을 다음과 같은 형태로 수정하여 사용한다.⁽⁸⁾

Table 1 Material properties for FE analyses

모재 물성	사용값
영률	70, 200, 400 GPa
항복강도	200, 400, 600, 800, 1200, 1600, 2000 MPa
변형경화지수	1.1, 2, 3, 5, 7, 10, 13

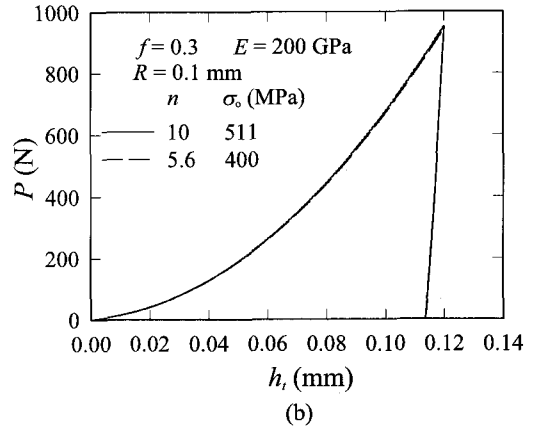
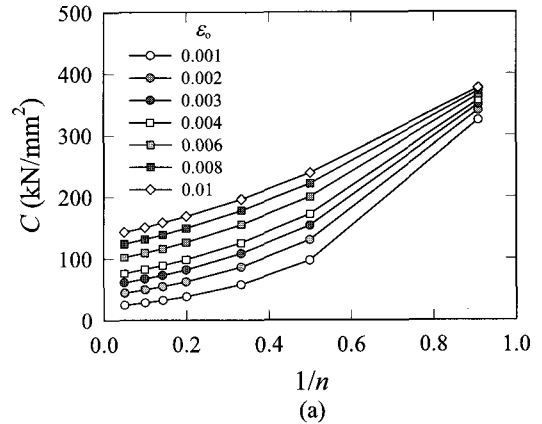


Fig. 8 (a) C vs. strain-hardening exponent curves for the variation of yield strains and (b) Force vs. indentation depth curves for different material properties that have the same C and Young's modulus

$$E = \frac{1-\nu^2}{d / (\kappa S) - (1-\nu_f^2) / E_f} \tag{12}$$

여기서 보정계수 κ 는 앞서 설명한 탄성압입자의 영향과 굴곡면을 갖는 탄소성 재료의 영향을 내포하고 있다. 식 (12)에서 κ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\kappa = \frac{d}{S} \left\{ \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_f^2}{E_f} \right\}^{-1} \tag{13}$$

Fig. 9는 재료의 영률에 따라 각각 항복변형률과 변형경화지수가 변화할 때 κ 의 변화추이를 보여준다. Fig. 9(a)에서는 변형경화지수를 10으로 고정된 후 항복변형률 변화에 따른 κ 를, Fig. 9(b)에서는 항복변형률을 0.002로 고정된 상태에서 변형경화지수 변화에 따른 κ 를 나타낸다. κ 는 재료 영률에 따라서만 변화할 뿐 항복변형률과 변형경화지수에 크게 관계없이 거의 일정한 값을 갖는다. 즉 원뿔형 압입자의 보정계수 κ 는 재료 영률의 영향을 크게 받으며, 항복변형률과 변형경화지수의 영향은 무시할 수 있다.

영률을 예측하는 과정은 다음과 같다. 해중 곡선의 최대하중으로부터 해중 기울기 S 를 구하고, 측정된 압입접촉직경 d 를 이용하여 이에 상응하는 κ 값을 식 (12)에 대입하여 영률을 계산한다. κ 값은 다양한 물성치 (항복변형률, 변형경화지수), 압입깊이 및 선단반경에 대하여 유한요소해석으로부터 구한다. 이를 식 (14)와 같이 회귀분석하여 나타내었다.

$$\kappa = f_i^{\kappa} (h_i / R) \left(\frac{E}{E_i} \right)^i ; i=0, 1 \quad (14)$$

$$f_0^{\kappa} (h_i / R) = 0.9444 + 0.0645 (h_i / R)$$

$$f_1^{\kappa} (h_i / R) = 0.0775 + 18.530 (h_i / R)$$

영률 계산에 사용되는 해중기울기 S 는 선단반경과 압입깊이에 민감하게 변화한다. 이에 영률과 기울기의 관계를 선단반경과 압입깊이의 함수로 나타낼 수 있는 무차원 변수 κ 를 도입하여 수정된 영률식 (14)를 제시하였다. 즉 무차원 변수 κ 를 이용하여 영률, 선단반경, 그리고 압입깊이에 관계없이 재료 영률을 예측할 수 있다.

Fig. 10은 압입깊이에 따른 재료 영률과 κ 의 관계를 나타낸 것으로, 기호로 표시되어 있는 유한요소해석 데이터와 이를 회귀한 직선들이 잘 일치함을 볼 수 있다. 식 (14)를 바탕으로 영률 평가 프로그램을 작성하였다. Table 2는 영률 평가 프로그램을 이용한 측정 영률과 실제 재료 영률을 비교한 것이다. 새 영률 평가 수식을 이용하면 먼저 R 을 예측할 수 있는 경우 h_{\max}/R 값과 큰 상관없이 2%내의 평균 오차범위에서 영률을 예측할 수 있으며, R 을 예측해야 하는 경우 $h_{\max}/R > 0.5$ 이상이면 역시 동일 오차 범위 이내에서 영률 예측이 가능하다.

식 (14)의 κ 는 텅스텐 카바이드 압입자 ($E_I = 537$ GPa, $\nu_I = 0.24$)를 이용한 압입 유한요소해석으로부터 유도된 값이다. 유한요소해석을 통하여 다이아몬드 압입자 ($E_I = 1000$ GPa, $\nu_I = 0.07$)일 경우를 살펴 보았을 때 보정계수 κ 는 텅스텐 압입자일 때와 거의 유사하다. 이는 압입자의 영률이 평가 대상의 영률보다 커 하중 시 압입자 물성변화의 영향이 작고, 영률의 영향이 상대적으로 큰 해중 시에는 압입자 물성의 영향이 감쇄 영률식 (3)을 활용한

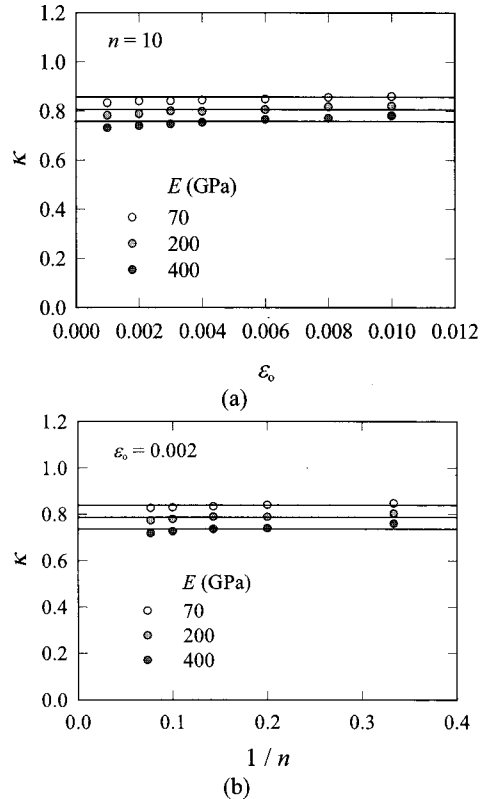


Fig. 9 Distribution of κ with respect to (a) yield strain and (b) strain hardening exponent

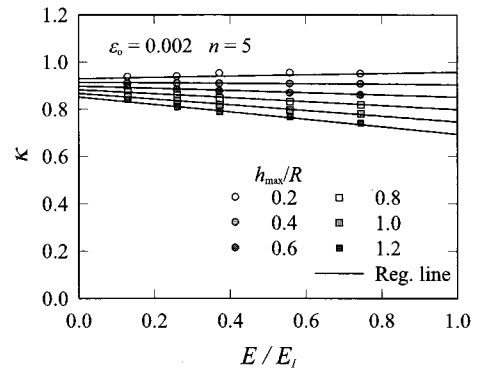


Fig. 10 The regression lines of κ vs. Young's modulus with respect to indentation depth

수정된 영률 예측식 (14)에 의해 보정되기 때문이다. 이에 식 (14)에서 다이아몬드의 E_I 와 ν_I 및 동일 κ 를 이용해 영률을 평가해 보았으며, 텅스텐 카바이드 압입자와 거의 동일한 오차범위 내에서 영률을 예측할 수 있다 (Table 2). 따라서 식 (14)는 텅스텐 카바이드와 다이아몬드 압입자 영률 범위 내의 다양한 물성의 압입자에 대해서도 적용 가능하다고 할 수 있다.

Table 2 Comparison of computed Young's modulus to those given

Indenter	E (GPa)	σ_0 (MPa)	n	Computed E (GPa)	Error (%)
WC	70	140	5	69	1.2
	200	400		201	0.6
	400	800		395	1.1
	200	200	5	203	1.6
		600		197	1.2
		800		196	1.9
	200	400	5	201	0.6
			7	201	0.5
			10	201	0.8
Diamond	70	140	5	68	1.8
	200	400		196	1.7
	400	800		398	0.5
	70	140	10	68	1.6
	200	400		202	0.9
	400	800		394	1.4

만일 측정된 압입점촉직경 d 를 기존 영률 예측식 (11)에 대입하여 영률을 예측할 경우, 본 연구에서도 출된 κ (약 0.7~0.95)로부터 β 의 범위는 그 역수인 약 1.05 ~ 1.4 정도임을 알 수 있다. 특히 압입자의 형상이 이상적인 원뿔형에 가까울수록 β 가 증가하며 (Fig. 10), 실제재료들의 영률비를 고려할 경우 β 는 1.15 ~ 1.20 정도이다. 따라서 원뿔형 압입자에 대해 $\beta = 1$ 로 고정할 경우 일반적인 금속재료에서 15 ~ 20% 큰 영률이 계산되며, 본 방법을 이용할 경우 약 15 ~ 20% 향상된 영률을 예측할 수 있다.

6. 요약

본 연구에서는 원뿔형 압입자를 이용한 압입시험의 기초 유효요소해석으로부터 자기유사성을 나타내는 Kick's law 계수 C 의 영향을 조사하고, 선단반경의 변화가 하중-변위 곡선에 미치는 영향을 회귀분석을 통해 살펴 보았다. 아울러 항복강도와 변형경화지수 등의 변수들이 재료 영률평가에 미치는 영향을 분석하였다. 기존 영률 평가에 널리 사용되는 탄성이론에 기초한 Pharr 등의 식을 일반적인 탄소성 금속재료에 적용하기 위하여 다양한 재료에 대한 유효요소해석을 수행하였다. 재료 영률평가 시 압입자 선단반경과 압입깊이의 영향을 최소화하기 위해 Pharr 등의 식에 수정된 보정계수 κ 를 도입한 영률예측식을 제시하였다. 새로운 영률예측식은 텅스텐 카바이드와 다이아몬드 압입자일 때 모두 2%내의 평균 오차범위에서 각 재료의 영률을 평가할 수 있다.

후 기

본 연구는 2005년도 서강대학교 교내연구비로

수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Giannakopoulos, A. E., Larsson, P.-L. and Vestergaard, R., 1994, "Analysis of Vickers Indentation," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 31, pp. 2679~2708.
- (2) Larsson, P.-L., Giannakopoulos, A. E., Soderlund, E., Rowcliffe, D. J. and Vestergaard, R., 1996, "Analysis of Berkovich Indentation," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 33, pp. 221~248.
- (3) Giannakopoulos, A. E. and Suresh, S., 1999, "Determination of Elastoplastic Properties by Instrumented Sharp Indentation," *Scripta Materialia*, Vol. 40, pp. 1191~1198.
- (4) Taljat, B., Zacharia, T. and Kosel, F., 1997, "New Analytical Procedure to Determine Stress-Strain Curve from Spherical Indentation Data," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, pp. 4411~4426.
- (5) Cheng, Y. T. and Cheng, C. M., 1998, "Scaling Approach to Conical Indentation in Elasto-plastic Solids with Work Hardening," *Journal of Applied Physics*, Vol. 84, pp. 1284~1291.
- (6) Dao, M., Chollacoop, N., Van Vliet, K. J., Venkatesh, T. A. and Suresh, S., 2001, "Computational Modeling of the Forward and Reverse Problems in Instrumented Sharp Indentation," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 3899~3918.
- (7) Lee, J. H. and Lee, H., 2006, "An Indentation Method Based on FEA for Equi-biaxial Residual Stress Evaluation," *Transactions of KSME*, Vol. 30, No. 1, pp. 42~51.
- (8) Lee, J. H., 2006, *A Numerical Approach and Experimental Verification of the Indentation Techniques for Material Property and Residual Stress Evaluation*, Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Sogang University.
- (9) Lee, J. H., Yu, H. S. and Lee, H., 2007, "A Numerical Approach to Indentation Techniques for Thin-film Property Evaluation," *Transactions of KSME*, Vol. 31, No. 3, pp. 313~321.
- (10) ABAQUS *User's Manual*, 2005, Version 6.5, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (11) Pharr, G. M., Oliver, W. C. and Brotzen, F. R., 1992, "On the Generality of the Relationship among Contact Stiffness, Contact Area and Elastic Modulus during Indentation," *Journal of Material Research*, Vol. 7, pp. 613~617.
- (12) Xue, Z., Huang, Y., Hwang, K. C. and Li, M., 2002, "The Influence of Indenter Tip Radius on the Micro-indentation Hardness," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 124, pp. 371~379.
- (13) Sneddon, I. N., 1965, "The Relation between Load and Penetration in the Axisymmetric Boussinesq Problem for a Punch of Arbitrary Profile," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 3, pp. 47~57.