

<학술논문>

금속재료 응력-변형률 곡선의 수학적 표현들

현홍철* · 이진행* · 이형일†

(2007년 7월 10일 접수, 2007년 12월 12일 심사완료)

Mathematical Expressions for Stress-Strain Curve of Metallic Material

Hong Chul Hyun, Jin Haeng Lee and Hyungyil Lee

Key Words : Stress-Strain Curve(응력-변형률 곡선), Yield Strength(항복강도), Strain Hardening Exponent(변형경화지수), Hollomon Relation(홀러먼 관계식), Piecewise Power Law(구간 멱함수법)

Abstract

Stress-strain curves based on Ramberg-Osgood and Hollomon relations are strongly dependent upon the regressed range of strain. This work investigates mathematical expressions of true stress-strain curves of metallic materials. We first observe the variation of yield strength, strain hardening exponent and stress-strain curve with regressed range of stain. Based on sectional regression and expression using one or two parameters, we propose an optimal strain range for which yield strength and nonlinear material behavior are quite appropriate.

1. 서 론

재료시편의 인장 또는 압축실험으로부터 얻은 하중-변위 데이터는 응력-변형률 곡선(stress-strain curve)으로 변환될 수 있다. 이런 실험 응력-변형률 곡선을 회귀해 영률, 항복강도, 변형경화지수 등의 재료 물성치들을 얻는다. 신뢰성 분석을 포함한 여러 분야에서 보다 정확한 물성치들을 요구함에 따라 실험 응력-변형률 곡선의 회귀를 통한 재료 물성 획득의 중요성이 증대되고 있다.

응력-변형률 곡선은 재료의 화학 조성과 열처리 등에 의해 변한다. 인장이나 압축실험에서 대부분 재료의 응력-변형률 곡선은 초기 탄성변형과 항복 이후의 소성 변형으로 나누어 진다. 탄성변형은 해중시 모두 회복된다는 점에서, 해중이 행해지는 물성실험에서는 임시변형이라 볼 수 있다. 응력-변형률 곡선 중 순수 탄성역은 곡선의 초기 선형 부분이다. 소성변형은 해중 후에 남아 있는 영구 변형이며 탄성변형에 비해 상대적으로 매우 크다

는 점에서도 물성실험에서는 주요변형이라 볼 수 있다. 재료변형이 선형탄성 한계를 넘어 소성변형이 발생하면 응력-변형률 곡선의 비선형 부분이 형성 된다. 비선형 구간 초기 천이영역에서는 탄성변형과 소성변형의 크기가 서로 비슷하다. 초기 천이 영역을 지나면 소성변형의 크기가 매우 커져, 탄성 변형은 소성변형에 비해 상대적으로 무시할 수 있을 정도의 크기가 된다.⁽¹⁾

대부분 재료의 응력-변형률 곡선은 이처럼 초기 선형 탄성영역과 항복 이후의 비선형 탄-소성 영역으로 구분된다. 이러한 특징을 갖는 재료의 응력-변형률 곡선을 수학적으로 표현하는 두 가지 대표 모델로 Ramberg-Osgood 관계식, Hollomon의 구간 멱함수법(Hollomon piecewise power law)이 있다. 그러나 이 두 수학적 관계식으로 단순히 실험재료의 응력-변형률 곡선을 변형률 구간간에 걸쳐 정확히 나타낼 수는 없다. 회귀되는 변형률 구간에 따라 얻어지는 재료 물성치들이 크게 달라지게 되어, 회귀구간은 재료 고유특성을 결정하는 중요한자가 된다.

본 연구에서는 먼저, 재료의 항복강도를 미리 알고 있을 때, 소성변형의 중요 인자인 변형경화지수를 설정 구간별로 구한다. 이어 각 구간별로 구한 변형경화지수로부터 생성되는 수학적 응력-변형률 곡선의 변화를 살펴본다. 항복강도를 알고 있다면

* 회원, 서강대학교 대학원

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

실험에서 구한 응력-변형률 곡선의 회귀로부터 변형경화지수만을 구하면 된다. 하지만 압입시험^(2,3) 시에는 재료 항복강도를 미리 알 수 없다. 이때는 항복강도와 변형경화지수를 동시에 구하여 재료의 응력-변형률 곡선을 수학적으로 표현해야 한다. 두 변수들을 동시에 구할 경우, 계산된 항복강도가 실제 재료의 항복강도와 많은 차이를 보일 수 있다. 이에 항복강도를 아는 경우에 한 변수를 이용한 회귀와, 항복강도를 모르는 경우 두 변수들을 이용한 회귀를 비교해 본다. 아울러 불연속 항복은 재료의 거동에 상당한 영향을 준다. 응력-변형률 곡선의 수학적 표현기준을 확립하고자 뒤더 변형률이 없는 SCM4, Al6061, 황동(Brass)과 뒤더변형률이 있는 J2, SS400, API-X65 모두 여섯 재료들에 대해 구간별 회귀를 한다. 회귀 결과들을 분석해, 항복강도와 소성거동이 잘 표현되는 최적 변형률구간을 제시한다.

2. 응력-변형률 곡선의 회귀

Ramberg와 Osgood은 σ 와 ϵ 간의 관계를 다음과 같은 멱급수 형태로 처음으로 제안하였다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \quad (1)$$

여기서 σ_0 는 인장항복강도, $1/n (= N)$ 은 변형경화지수, ϵ 는 총변형률을 의미하며 $\epsilon_0 (= \sigma_0/E)$ 는 항복 변형률이다. 식 (1)은 탄성과 소성 변형률들을 더한 총변형률을 응력 항들로 나타낸 것이다.

응력과 변형률의 관계는 Rice와 Rosengren⁽⁴⁾이 제안한 구간 멱함수법을 사용하여 다음과 같은 형태로도 나타낼 수 있다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma \geq \sigma_0; \quad 1 < n \leq \infty \end{cases} \quad (2)$$

이 식은 탄성과 소성영역을 구분하여 표현한 식이다. $n = 1$ 일 때는 완전탄성재료(perfectly elastic material)를 나타내며, $n = \infty$ 인 경우는 탄성-완전소성 재료(elastic-perfectly plastic material)를 나타낸다. $\epsilon_p \gg \epsilon_e$ 의 고변형 영역에서 식 (2)의 두 번째는 다음 형태로 근사화 된다.

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^{1/n} \cong \sigma_0 \left(\frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}\right)^{1/n} \quad (3)$$

Fig. 1은 $n=10$ 인 재료에 대해 식 (1)과 (2)의 곡선을 비교한 것이다. Ramberg와 Osgood 식은 재료 탄-소성거동을 한 식으로 표현하나, Hollomon의 멱함수법은 이를 구분하여 표현한다. 총변형률이 작은 경우 두 식의 차이가 거의 없지만, 이후 $\epsilon/\epsilon_0=1$ 까지 차이가 커진다.

3. 한 변수를 이용한 구간별 회귀

3.1 뒤더 변형률이 없는 재료의 회귀곡선

SCM4, Al6010, 황동 재료의 응력-변형률 곡선의 변형률 구간에 따른 회귀곡선의 변화를 살펴본다. 재료들의 실 응력-변형률 곡선들은 인장 및 압축 실험을 통해 얻었다. 인장실험시 네킹이 시작되면 시편의 단면 변화가 시편 길이를 따라 일정하지 않아, 정확한 진응력 측정이 어렵다. 따라서 탄성계수와 항복강도는 인장실험에서 얻고, 항복 이후는 압축실험 데이터를 사용했다. 응력-변형률 곡선의 중형좌표는 재료 항복강도와 항복 변형률로 나누어 정규화하였다.

n 을 매개변수로 하는 멱함수 회귀를 하였으며, 이는 다음 식으로 표현된다.

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right) = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^{1/n} \quad (4)$$

그림에서 굵은 실선은 실험데이터를 3차식으로 회귀한 실제 응력-변형률 곡선이다. 구간은 세가지로 설정한다. 먼저 변형률 설정구간의 좌한계 변형률 ϵ_{n1} 이 ϵ_0 일 때, 구간의 우한계 변형률 ϵ_{n2} 의 값을 $\epsilon_{n2} = 0.2, 0.1, 0.05, 0.02$ 로 설정한다. 또한 ϵ_{n2} 를 0.2로 고정하고, ϵ_{n1} 의 값을 $\epsilon_{n1} = \epsilon_0, 0.05$ 로 설정한다. 다음은 ϵ_{n2} 를 0.1로 고정하고 ϵ_{n1} 이 ϵ_0 와 0.05일 때

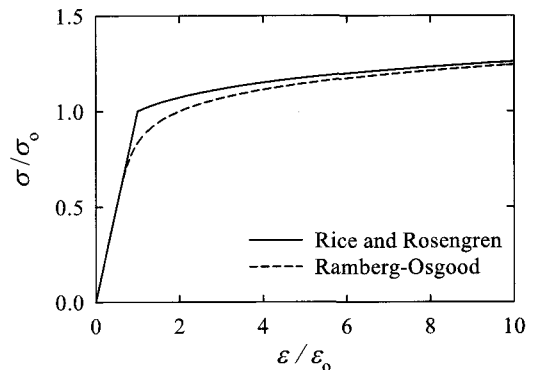


Fig. 1 Comparison of two law hardening materials

회귀해 n 을 구간별로 구하였다.

Fig. 2는 $\sigma_0 = 689 \text{ MPa}$, $E = 205 \text{ GPa}$ 인 SCM4 재료의 실제 응력-변형률 곡선과 변형률 구간설정에 따른 회귀곡선들을 보여준다. Fig. 2(a)는 초기변형률 ϵ_0 부터 최종변형률 ϵ_{I2} 까지 회귀시 얻는 곡선을 나타낸다. 그리고 Fig. 2(b)는 초기변형률 ϵ_{I1} 에서 최종변형률 ϵ_{I2} 까지 회귀한 곡선들이다. 구간에 따라 항복후 거동에서 약간 차이가 있지만 대부분 곡선들이 실제 응력-변형률 곡선을 잘 모사한다. 이는 SCM4이 매개변수 한 개를 사용한 멱함수법으로 무난히 표현됨을 의미한다. 하지만 ϵ_{I2} 의 크기가 작아질수록 실제 응력-변형률 곡선의 초기부분을 확실히 모사하는 반면, 후반부의 차이가 커지는 것을 볼 수 있다.

응력-변형률 곡선의 소성부는 식 형태 및 변형경화지수의 값에 따라 변한다. 변형률이 증가함에 따라 곡선의 기울기가 감소한다. 따라서 회귀에서 얻는 n 의 값은 설정구간에 민감하다. 설정구간이 작으면 응력-변형률 곡선의 초기부를 정확히 표현하나, 전체구간은 많은 데이터로 회귀 하는 것이 정확하다. $\sigma_0 = 290 \text{ MPa}$, $E = 201 \text{ GPa}$ 인 Al6061재료

에서도 같은 경향이 관찰된다.

Fig. 3는 $\sigma_0 = 156 \text{ MPa}$, $E = 106 \text{ GPa}$ 인 황동 재료의 실제 응력-변형률 곡선을 SCM4와 같은 방법으로 변형률 구간을 설정해 회귀한 곡선들이다. 변형률 설정구간과 무관하게 황동의 응력-변형률 곡선과 유사한 회귀곡선들이 없다. 황동은 멱함수법으로 표현되지 않는 재료임을 알 수 있다. SCM4이나 Al6061과는 달리, 황동에서는 데이터 구간이 작아지면 초기부는 비슷하지만 구간을 크게 설정해도 전체곡선을 비슷하게 표현하는 회귀곡선이 없다.

금속재료에서 항복 후 거동은 대개 멱함수법을 따른다. 하지만 일부 금속재에서는 이를 따르지 않고 항복후 일정 영역에서 직선 형태가 나타난다. 즉 소성변형률 크기가 커짐에 따라 기울기가 크게 감소하지 않는 선형 변형경화성을 나타낸다. 황동 재료는 이런 특성을 보인다. 이 같은 금속재료의 거동은 식 (5)와 같은 형태의 준 양선형(quasi-bilinear) 함수로 표현해 볼 수 있다.⁽⁵⁻⁷⁾

$$\sigma = \epsilon \left(\frac{\sigma_s + \alpha \epsilon}{\beta + \epsilon} \right) \quad (5)$$

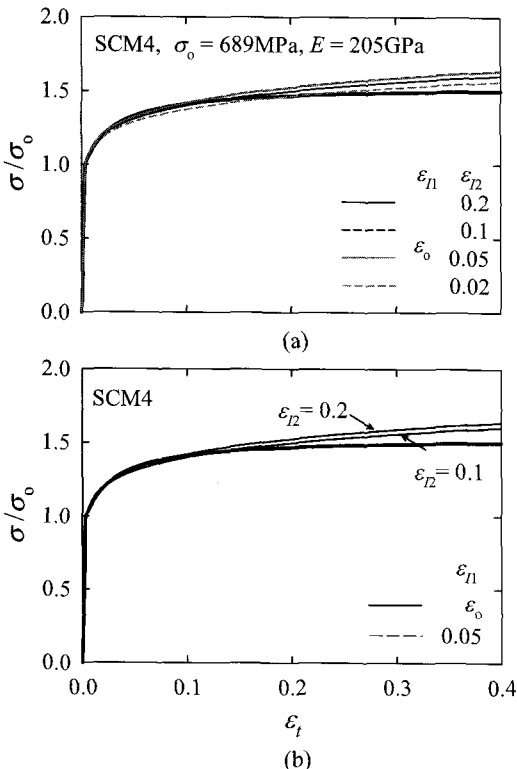


Fig. 2 Stress-strain curves of various strain ranges for regression (SCM4, $\epsilon_{I1} \leq \epsilon \leq \epsilon_{I2}$)

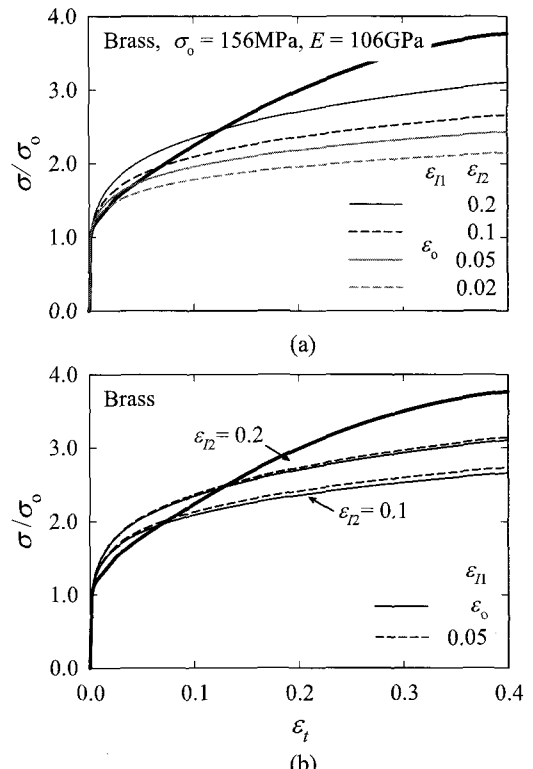


Fig. 3 Stress-strain curves of various strain ranges for regression (Brass, $\epsilon_{I1} \leq \epsilon \leq \epsilon_{I2}$)

여기서 α , β 와 σ_s 는 각각 새 회귀 매개변수이다. β 에 비해 변형률 ε 이 매우 작을 때 식 (5)는 이차 다항식의 형태가 되며, ε 이 β 에 비해 큰 경우에는 일차 다항식 형태가 된다.

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\sigma_s}{\beta} \varepsilon + \frac{\alpha}{\beta} \varepsilon^2 & \beta \gg \varepsilon \\ \sigma = \sigma_s + \alpha \varepsilon & \beta \ll \varepsilon \end{cases} \quad (6)$$

β 에 비해 ε 이 작은 경우 ε^2 은 무시되어 응력과 변형률 관계 ($\sigma = E\varepsilon$)로 σ_s 와 β 의 관계를 찾아낸다. 이렇게 변수를 줄여 두 변수로 회귀할 수 있다. 또한 ε 이 β 보다 큰 경우에 σ_s 는 직선의 절편, α 는 기울기에 해당한다. 이런 과정을 통해 세 변수를 결정한다. Fig. 4는 SCM4와 같게 설정된 구간들에 대해 식 (5)의 준양선형 함수로 회귀한 곡선들 중 실제 곡선과 가장 유사한 곡선이다. 최적 구간은 좌한계 ε_{11} 값이 0.1이고 우한계 ε_{12} 값이 0.2이다.

황동의 거동을 표현하는 또 다른 회귀방법으로 아래와 같은 세 변수에 의한 멱함수법을 생각할 수 있다.

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \lambda(\varepsilon - \varepsilon_s)^{1/n} & \text{for } \sigma \geq \sigma_0 \end{cases} \quad (7)$$

여기서 λ 와 ε_s 는 각각 새 회귀 매개변수로, ε_s 는 지수함수의 횡축방향 이동거리를 의미한다 (Fig. 5). 한편 회귀곡선은 항복점을 지나야 하므로 식 (7)은 다음과 같이 정리된다.

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \sigma_0 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_s}{\varepsilon_0 - \varepsilon_s} \right)^{1/n} & \text{for } \sigma \geq \sigma_0 \end{cases} \quad (8)$$

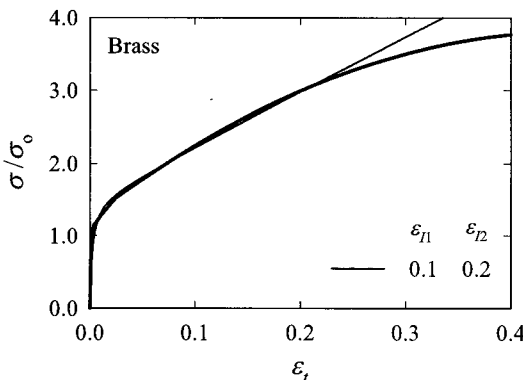


Fig. 4 Stress-strain curves of various strain range for quasi-bilinear functions (Brass, $\varepsilon_{11} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{12}$)

양변을 항복강도로 무차원화하면 다음과 같은 최종 관계식을 유도된다.

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_s}{\varepsilon_0 - \varepsilon_s} \right)^{1/n} & \text{for } \sigma \geq \sigma_0 \end{cases} \quad (9)$$

아울러 두 식으로부터 계산되는 항복강도는 다음 식 (10)과 같다.

$$\sigma_0^n - \frac{\lambda^n}{E} \sigma_0 + \lambda^n \varepsilon_s = 0 \quad (10)$$

식 (10)에서 항복강도는 ε_s 가 영인 경우를 제외 하면 바로 계산될 수 없으며, 수치적으로 구해야 한다. 식 (9)를 Fig. 5에 도식적으로 나타냈다. 즉 멱함수법에서 횡축 절편 ε_s 를 추가해 회귀 곡선의 자유도를 증가시킨다. Fig. 6는 황동에 대해, 변수 한 개를 이용한 회귀와 새로운 세 변수를 이용한 회귀곡선들을 비교한 것이다. n 만을 이용한 회귀는 회귀변수가 하나로 제한되는 단점을 갖는다. 이에 반해 세 변수를 이용하면 회귀 자유도가 증가하여, 계산되는 항복강도는 162 MPa로 재료의 항복강도 값인 156 MPa에 근접 한다.

뒤더변형률이 없는 재료 중 SCM4와 Al6061의 거동은 멱함수법으로 표현될 수 있음을 확인했다. 회귀구간이 작아질수록 실제 응력-변형률곡선의 초기부를, 커질수록 후반부를 잘 모사한다. 황동의 실제 응력-변형률 곡선을 유사하게 회귀 하려면 새로운 변수의 사용이나, 구간회귀와는 다른 접근 방법이 필요하다. 이에 제시된 준 양선형 함수와 세 변수를 이용한 멱함수법은, 실제재료의 응력- 변형률 곡선을 단순 멱함수법보다 정확하게 모사 한다.

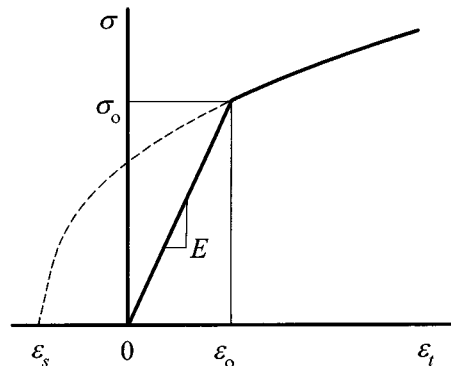


Fig. 5 Schematic of stress-strain curve using three parameter piecewise power law regression

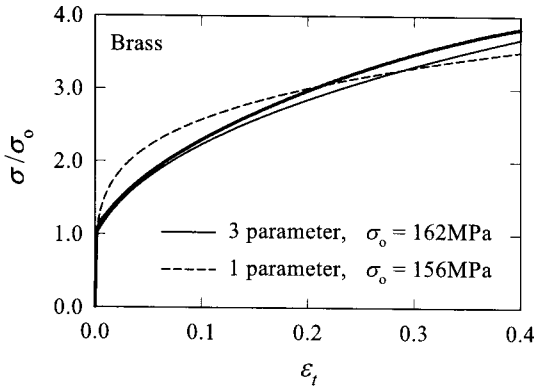


Fig. 6 Comparison of regressed stress-strain curves to those given

3.2 뒤틀변형률이 있는 재료의 회귀곡선

뒤틀변형률은 국부(local) 항복에 의한 것으로 판재성형시 치수 정밀성을 저하시킨다. 뒤틀변형률이 있는 재료는 상-하 항복점들을 갖고, 하항복점 신장거동을 보인다. 이는 인장시험시 응력과 변형의 국부적 집중으로 생성된 뒤틀뒵의 확장에 의해, 항복이후 일정한 응력에서 변형률이 증가하는 현상이다. 하항복점 신장이 일정 연신량에 달하면 시편전역에서 다시 균일(uniform) 변형이 발생한다. 국부 항복은 한 곳에 집중된 불균일 전위분포에 기인하며, 결정립 크기, 용질원소 등이 뒤틀변형률의 크기에 영향을 준다.^(8,9)

뒤틀변형률 재료는 뒤틀변형률이 작은 J2 재료와 큰 SS400, API-X65 재료로 나눌 수 있다. J2의 뒤틀변형률은 작아 구간별 회귀에 주는 영향이 작다. 이런 이유로 J2는 뒤틀변형률과 무관하게 대부분 설정구간에서 멱함수법으로 유사하게 표현된다. 아울러, 설정구간에 따른 회귀곡선은 뒤틀변형률이 없는 SCM4나 Al6061과 비슷한 특성을 보인다.

Fig. 7은 뒤틀 변형률이 있는 $\sigma_0 = 470 \text{ MPa}$, $E = 210 \text{ GPa}$ 인 API-X65재료의 실제 응력-변형률 곡선과 구간설정에 따른 회귀곡선들을 보여준다. API-X65와 SS400에서는, 뒤틀변형률로 인해 실곡선 항복신장부를 멱함수로 회귀하기 어렵다. 뒤틀변형률 구간에서 실 응력-변형률 곡선에서는 응력값이 일정하게 유지되나, 회귀곡선에서는 응력이 증가한다. 이 차이는 회귀구간 변화로는 줄일 수 없다. 또한 항복변형률을 좌한계 값으로 하고 우한계 값을 줄여 나가면, 뒤틀 변형률의 영향도 커져, 식 (4)로 예측된 n 값도 민감하게 변화한다. 하지만 Fig. 7에서 구간을 키운 경우, 실제와 회귀 곡선들의 차이가 비교적 줄어드는 것을 알 수 있다.

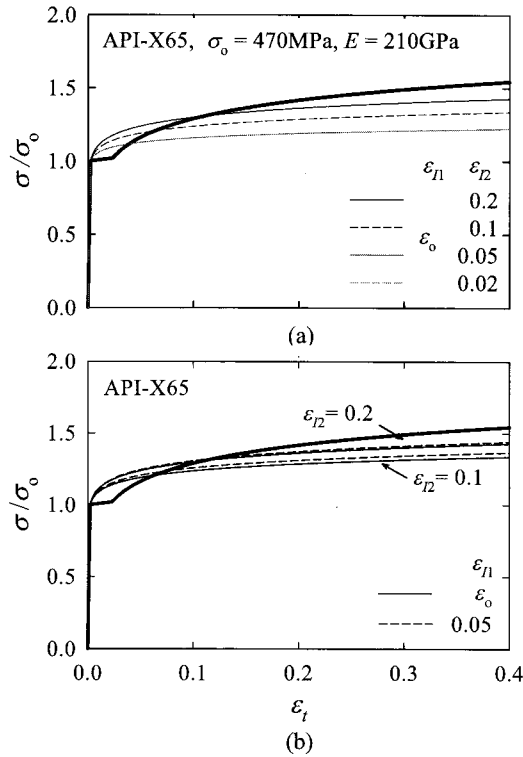


Fig. 7 Stress-strain curves of various strain ranges for regression (API-X65, $\epsilon_{11} \leq \epsilon \leq \epsilon_{12}$)

4. 두 변수를 이용한 회귀

앞에서 매개변수 한 개를 사용한 구간별 회귀를 통해 응력-변형률 곡선의 변화를 살펴보았다. n 을 매개변수로 하는 멱함수 회귀식 (4)를 이용했는데, 이 식은 항복강도와 영률이 주어졌을 때 사용할 수 있다. 그러나 압입시험을⁽²⁻³⁾ 통한 물성평가 시에는, 항복강도 값을 미리 알 수 없고, 재료물성 상호관계로써 항복강도가 계산된다. 즉 구간 멱함 법은 다음 형태로 변환된다.^(2,3)

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{1/n} = K \epsilon^{1/n} \tag{11}$$

영률과 항복강도가 주어지면 응력-변형률 곡선의 데이터 회귀로부터는 n 만 구하면 된다. 그렇지 않은 경우에는 식 (11)을 사용해야 한다. 즉 K 와 n 두 변수를 통해 물성을 예측한다. 식 (11)을 탄성한계점에서의 관계식 $\sigma_0 = E \epsilon_0$ 와 조합하면 다음 식이 얻어진다.

Table 1 Comparison of regressed stress-strain curves to those given

Range		SCM4 ($\sigma_0/E=689/205$)		Al6061 ($\sigma_0/E=278/69$)		Brass ($\sigma_0/E=156/106$)	
ϵ_{11}	ϵ_{12}	σ_0 (MPa)	n	σ_0 (MPa)	n	σ_0 (MPa)	n
ϵ_0	0.4	724	12.1	276	13.9	48	2.7
	0.2	692	10.1	274	13.6	70	3.1
	0.01	677	9.2	275	13.8	126	4.6
	0.05	669	8.9	277	14.9	149	6.0
	0.02	692	9.6	281	19.3	154	7.0

Range		J2 ($\sigma_0/E=334/160$)		SS400 ($\sigma_0/E=290/201$)		API-X65 ($\sigma_0/E=470/210$)	
ϵ_{11}	ϵ_{12}	σ_0 (MPa)	n	σ_0 (MPa)	n	σ_0 (MPa)	n
ϵ_0	0.4	287	4.7	238	5.8	346	7.4
	0.1	328	5.7	266	6.5	368	8.6
	0.2	340	6.1	280	6.8	373	8.6
	0.1	326	5.5	261	6.7	354	7.6
	0.2	338	6.0	275	6.7	365	7.9

$$\sigma_0 = \left(\frac{K^n}{E} \right)^{\frac{1}{n-1}} = E \left(\frac{K}{E} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (12)$$

회귀로 구한 K 와 n 두 변수들을 식 (12)에 대입해 항복강도를 구할 수 있다. 본 장에서는 여섯 가지 재료에 대해 첫째 K 와 n 두 변수를 이용한 회귀, 둘째 n 을 한 변수로 하는 회귀, 셋째 두 변수 회귀로 구한 n 과 실 재료의 항복강도를 이용한 회귀 등, 세가지 방법을 비교한다.

식 (11)-(12)를 통해 구한 곡선은 중간 실선으로, 한 변수를 이용하는 식 (4)로 구한 곡선은 점선, 항복강도는 식 (12)로, n 은 식 (4)로 구한 곡선은 가는 실선으로 나타냈다. 워더 변형률이 없는 경우에는, ϵ_{11} 이 ϵ_0 일 때 우한계 변형률 ϵ_{12} 의 값을 $\epsilon_{12} = 0.4, 0.2, 0.1, 0.05, 0.02$ 로 구간을 설정했다. 워더 변형률이 존재하는 경우 초기영역의 불연속 항복으로 인해,

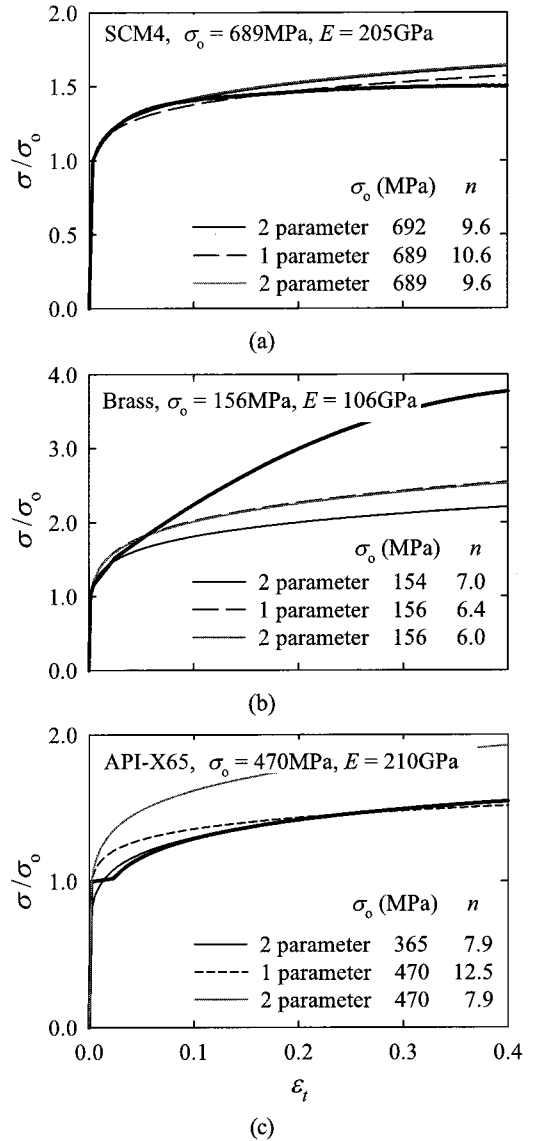


Fig. 8 Comparison of computed stress-strain curves to those given [(a) SCM4, (b) Brass, (c) API-X65]

초기 데이터를 이용한 회귀에 민감한 영향을 줄 수 있다. 이런 이유로, 워더 변형률이 있는 재료에서 후반영역 데이터를 통해 항복강도를 계산했다. 구간 설정은 우한계 변형률 값을 0.4로 고정하고 좌한계 변형률 $\epsilon_{11} = \epsilon_0, 0.1, 0.2$ 로 한 경우와, 우한계 변형률을 0.3으로 고정 하고 좌한계 변형률을 $\epsilon_{11} = 0.1, 0.2$ 로 설정한 경우로 나뉘었다. 구간에 따른 항복강도와 n 값을 Table 1에 정리하였다.

Fig. 8(a)와 (b)는 워더변형률이 없는 SCM4와

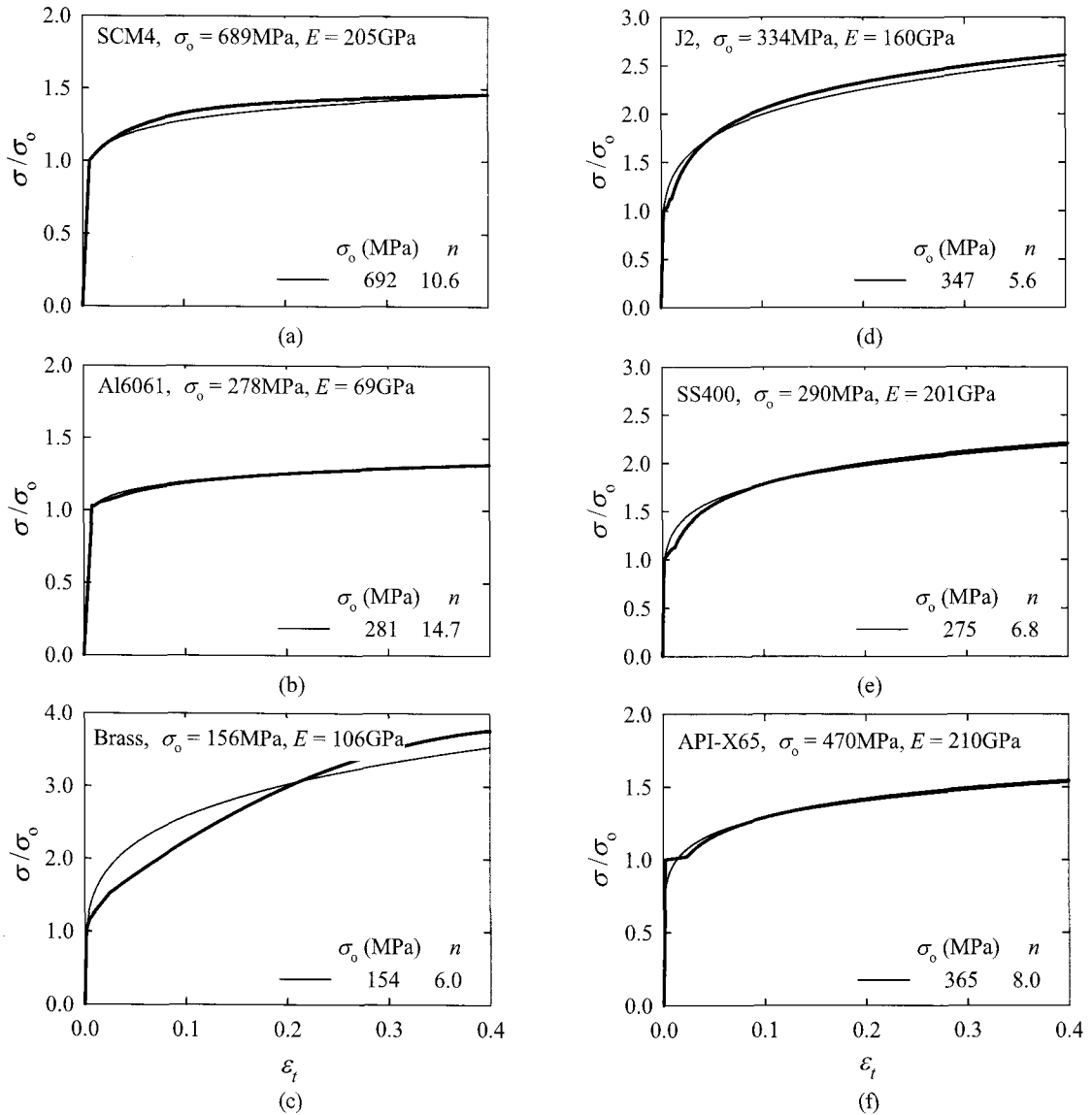


Fig. 9 Comparison of regressed stress-strain curves to those given
 [(a) SCM4, (b) Al6061, (c) Brass, (d) J2, (e) SS400, (f) API-X65]

황동의 응력-변형률 곡선 데이터 중 항복변형률에서 최종변형률 $\epsilon_{22}=0.02$ 사이의 데이터로 회귀한 곡선이다. SCM의 경우 식 (12)로 계산되는 항복강도는 약 692 MPa로 실 재료의 항복강도와 유사하다. 또한 식 (11)로부터 n 값을 이용한 가는 실선의 경우에도 실제 응력-변형률 곡선과 유사함을 볼 수 있다. Al6061 경우에도 식 (12)로 계산되는 항복강도 값이 281 MPa로 실제 재료의 항복강도와 유사한 값을 얻는다. 황동의 경우, 변형률 전구간을 회귀하여 항복강도를 예측하면 큰 오차가 발생

하나 회귀구간이 줄어들면 실제와 예측 항복강도가 유사해진다. 최종변형률이 0.02인 경우, 식 (12)로 얻은 값은 154 MPa이다. 하지만 황동에서는 초기구간 회귀로 n 값을 구하면, 항복이후의 재료 거동 표현에 큰 오차가 발생한다.

Fig. 8(c)는 API-X65에 대해 좌한계 변형률을 0.2로 우한계 변형률을 0.3으로 설정해 항복강도를 얻은 곡선들이다. 워더변형률 재료들의 경우, 이 구간에서 다른 구간에 비해 항복강도값이 유사하게 예측된다. API-X65는 이 설정구간에서 가장

근접한 항복 강도 값이 예측되지만 실제 재료의 물성치와는 큰 오차를 보인다. 반면 J2와 SS400의 경우에는 식 (12)를 통해 예측한 항복강도 값이 실제 재료의 항복강도 값과 거의 일치한다. 이를 종합하면, 항복강도를 예측하기 위해서는 두 변수 회귀로부터 K 값을 얻어야 한다. 정확한 물성치를 찾기 위해서는 워더변형률이 없는 재료는 두 변수 회귀에서 구간을 작게 하여 항복 강도를 찾는다. 그리고 워더 변형률 재료는 후반 영역에서 항복 강도를 찾는다. 이렇게 구한 항복강도를 사용해, 전체영역에서 n 을 한 매개 변수로 하여 회귀하면 실제 응력-변형률 곡선을 유사하게 묘사할 수 있다. 이러한 방법을 적용해 회귀한 여섯 가지 재료들의 응력-변형률 곡선들을 Fig. 9에 나타냈다.

5. 요약

본 연구에서는 인장과 압축실험 데이터를 사용하여 재료의 응력-변형률 곡선을 얻었다. 시편에 네킹현상이 발생하기 전에는 인장실험의 결과를 토대로 각 재료의 영률값과 항복강도를 찾았다. 이후 비선형 거동은 압축실험의 데이터를 이용해 나타냈다. 이렇게 얻어진 재료의 실제응력-변형률 곡선을 구간 멱함수법을 사용해 변형률 구간별로 회귀하였다. 회귀하여 구한 곡선과 실제 재료의 응력-변형률 곡선을 비교해 최적 회귀방법과 상응하는 변형률 회귀구간을 찾았다.

하나와 두 변수에 의한 회귀를 혼용하면 가장 적절한 회귀 방법이 얻어진다. 우선 두 변수들로 회귀하여 항복강도를 찾는다. 워더변형률이 없는 재료의 항복강도를 예측에는 초기구간 데이터만을 이용해야 오차를 최소화 할 수 있다. 한편 워더 변형률이 재료들은 곡선의 후반부 데이터를 사용해야 정확한 물성치를 찾아낼 수 있다. 이어 항복 강도가 구해진 상황에서 응력-변형률 곡선의 전체 데이터를 사용해, n 을 단일변수로 하여 회귀한다. 여기서 얻은 항복강도와 n 을 이용하면 실제 실험 응력-변형률 곡선을 가장 유사하게 따라가는 회귀 곡선을 얻을 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특장기초연구(KOSEF R01-2007-000-10942-0)에 의해 이루어졌으며, 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Kalpakjian, S., 2002, *Manufacturing Processes for Engineering Materials*, Pearson Education Korea, pp. 367~370.
- (2) Lee, H., Lee, J. H. and Pharr, G. M., 2005, "A Numerical Approach to Spherical Indentation Techniques for Material Property Evaluation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, pp. 2037~2069.
- (3) Lee, H. and Lee, J. H., 2001, "An Indentation Theory Based on FEA Solutions for Property Evaluation," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 5, pp. 1685~1696.
- (4) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, Vol. 16, pp. 1~12.
- (5) Byun, J. D., Park, Y. K., Yoo, S. I., Chang, H. K., 2003, *Introduction to Material Science for Engineers*, Pearson Education Korea, pp. 200~233.
- (6) Morhain, C., Velasco, J. I., 2001, "Determinant of J-R Curve of Polypropylene Copolymers Using the Normalization Method," *Journal of Materials Science*, Vol. 36, pp. 1487~1499.
- (7) Landes, J. D., Zhou, Z., Lee, K. and Herrera, R., 1991, "Normalization Method for Developing J-R Curves with the LMN Functions," *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 19, pp. 305~311.
- (8) Fujita, H. and Miyazaki, S., 1978, "Lueders Deformation in Polypropylene Iron," *Acta Metallurgica*, Vol. 26, pp. 1273~1281.
- (9) Choi, Y., Ahn, J. -H., Choi, J. -K., Choo, W. -Y. and Kwon, D., 2001, "Evaluation of Lueders Strain by Analyzing the Deformation Characteristics around the Residual Indentation in Structural Steel," *The Journal of the Korean Institute of Metals and Materials*, Vol. 39, pp. 50~57.