

공압제진대용 이중챔버형 공압스프링의 복소강성 모형화

Amplitude-dependent Complex Stiffness Modeling of Dual-chamber Pneumatic Spring for Pneumatic Vibration Isolation Table

이 정 훈* · 김 광 준†

Jeung-Hoon Lee and Kwang-Joon Kim

(2007년 11월 6일 접수 ; 2007년 12월 7일 심사완료)

Key Words : Dual-chamber Pneumatic Spring(이중챔버형 공압스프링), Complex Stiffness(복소강성)

ABSTRACT

Pneumatic vibration isolator typically consisting of dual-chamber pneumatic springs and a rigid table are widely employed for proper operation of precision instruments such as optical devices or nano-scale equipments owing to their low stiffness- and high damping- characteristics. As environmental vibration regulations for precision instruments become more stringent, it is required to improve further the isolation performance. In order to facilitate their design optimization or active control, a more accurate mathematical model or complex stiffness is needed. Experimental results we obtained rigorously for a dual-chamber pneumatic spring exhibit significantly amplitude dependent behavior, which cannot be described by linear models in earlier researches. In this paper, an improvement for the complex stiffness model is presented by taking two major considerations. One is to consider the amplitude dependent complex stiffness of diaphragm necessarily employed for prevention of air leakage. The other is to employ a nonlinear model for the air flow in capillary tube connecting the two pneumatic chambers. The proposed amplitude-dependent complex stiffness model which reflects dependency on both frequency and excitation amplitude is shown to be very valid by comparison with the experimental measurements. Such an accurate nonlinear model for the dual-chamber pneumatic springs would contribute to more effective design or control of vibration isolation systems.

1. 서 론

90년대 초반에 들어 반도체 및 광학관련 산업의 중요성이 커짐에 따라, 지반진동환경에 대한 요구도 더불어 중요해지고 있다. 이에 이중챔버형 공압스프링을 핵심으로 하는 공압제진대가 보편적으로 사용

되고 있다. 그 구조를 Fig. 1에 개략적으로 나타내었는데, 압축공기가 충전되어 있는 이중챔버형 공압스프링과 정밀장비 및 정반을 포함하는 페이로드로 크게 구성된다. 공기 압축성에 의해 공압스프링은 진동절연을 위해 흔히 사용되는 고무 등의 점탄성 재료, 혹은 코일스프링보다 낮은 강성을 가질 수 있어서, 공압제진대는 2~6 Hz 정도의 낮은 공진주파수를 가지게 된다. 또한, 두 챔버를 잇는 모세관(capillary tube)에 의해 제진시스템은 큰 감쇠 특성을 가지게 되어, 결국 저주파수에 존재하는 미세지반진동을 절연하거나 정밀장비 자체에서 발생한 진

† 교신저자: 정희원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail: kjkim@kaist.ac.kr
Tel: (042)869-3024, Fax: (042)869-8220
* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

동이 기초부로 전달되는 것을 억제하는 데에 응용될 수 있다.

최근에는, 정밀장비에 대한 지반진동허용규제^(1,2)가 강화됨에 따라 제진성능 개선에 대한 요구가 꾸준히 증가하고 있다. 그러므로, 공압제진대계의 모형화를 통한 설계개선이 필요하다고 볼 수 있으며, 이를 위해서는 제진대의 주요 구성품인 이중챔버형 공압스프링 단품에 대한 모형, 즉, 복소강성계수 모형화가 선행되어야 하겠다.

이중챔버형 공압스프링은 Fig. 1에 표시된 바와 같이 압축공기가 충전된 두개의 공기챔버와 두챔버를 잇는 모세관, 페이로드를 지지하는 피스톤 그리고 공기누설을 방지하기 위한 고무재질의 다이아프램(diaphragm)으로 구성된다. 바닥으로부터 전달된 진동에 의해, 챔버내의 공기는 압축/팽창을 함으로서 스프링의 역할을 하게 되며, 공기가 모세관을 통과하면서 압력손실이 발생하므로 모세관은 감쇠의 역할을 하게 된다. 그리고, 공기압력에 의해 다이아프램도 풍선처럼 팽창하므로, 다이아프램은 공기의 영향에 비해 작지만 무시할 수 없는 강성 및 감쇠특성을 지니게 된다. 따라서, 이중챔버형 공압스프링의 복소강성을 위해서는 피스톤 동역학, 두 챔버내 공기열역학, 모세관내의 유체역학 및 다이아프램 복소강성등의 역학적 관계들이 필요하다.

이 연구에서 실험적으로 측정한 이중챔버형 공압스프링의 복소강성은 진폭 및 주파수에 대한 의존성을 보이게 되는데, 선행연구^(3,4,5)에서 제시된 모형은 주파수 의존성만을 묘사할 수 밖에 없다. 진폭수준

의 증가에 따라, 복소강성의 실수부는 연화현상을 보이며, 최대손실계수의 주파수가 저주파수로 이동하는 특성을 보이게 되는데, 기존의 모형은 실험결과에서 나타난 진폭의존성을 설명할 수 없다. 이 연구에서는, 실험결과로부터 착안한 다음의 두 가지사항을 고려하여 주파수뿐만이 아니라 진폭 의존성을 가지는 이중챔버형 공압스프링의 복소강성을 유도하고자 한다.

첫째, 측정된 복소강성의 실수부가 보이는 연화현상⁽⁶⁾은 다이아프램의 주요 재질인 점탄성 재료의 전형적인 특성으로 간주하여, 진폭 의존성을 가지는 다이아프램의 복소강성을 실험적으로 추출하여 이중챔버형 공압스프링의 모형에 반영하게 된다.

둘째, 모세관은 공압스프링내에서 감쇠역할을 하므로, 진폭수준에 따른 최대손실계수 주파수의 저주파 이동현상은 모세관내 공기의 비선형 유동특성과 관련한 것으로 판단하였다. 기존의 연구^(4,5)에서는 유체역학 분야에서 Poiseuille 유동⁽⁷⁾으로 알려진 선형이론을 이용하여 모세관벽과 공기사이의 마찰손실만을 묘사하고 있다. 그러나, 일반적으로 사용되는 모세관은 그것의 길이-지름비가 비교적 작아 선형 유동이론의 기본적인 가정을 만족하지 못한다. 이 경우 모세관 입-출구 영역에서의 압력손실, 즉 부차손실의 영향을 무시할 수 없는데, 이 논문에서는 부차손실의 영향을 추가로 반영하여 모세관 공기유동을 묘사하고자 한다.

위 두가지 사항을 고려하여 이중챔버형 공압스프링의 복소강성을 해석적으로 모형한 후, 아울러 기존의 모형 및 측정치와의 비교를 통해 제안된 모형의 타당성을 검증하고자 한다.

2. 이중챔버형 공압스프링의 복소강성 측정 및 분석

Fig. 2에는 복소강성을 측정하기 위한 동적재료시험기(INSTRON 8502)에 챔버 내부의 압력이 p_0 로 충전된 이중챔버형 공압스프링(상세제원은 Table 1 참고)을 장착한 상황 및 실험장치의 구성을 나타내었다. 시험기의 하단부에 설치되어 있는 유압가진기를 통해, 정현파 변위신호를 입력하여 LVDT(linear variable differential transformer)로 변위를 측정하며, 동시에 상단의 로드셀을 이용, 힘을 측정한 후

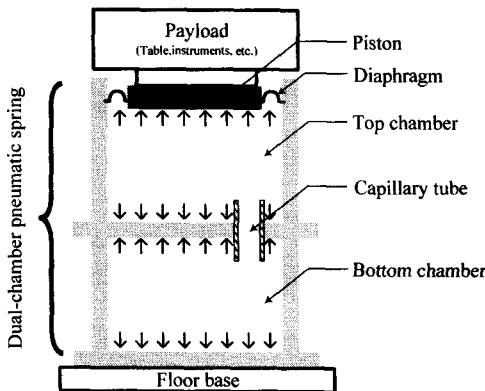


Fig. 1 Schematic of pneumatic vibration isolator consisting of dual-chamber pneumatic spring and payload

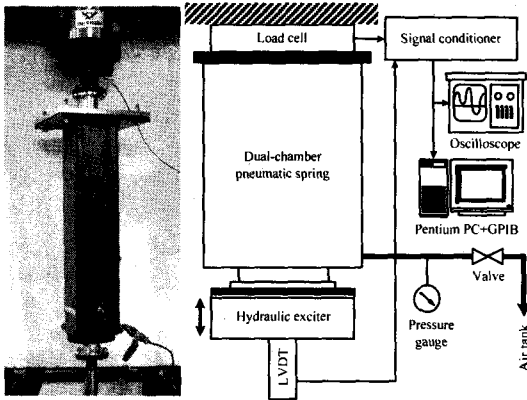


Fig. 2 Experimental set-up for complex stiffness measurement

Table 1 Design specifications of employed dual-chamber pneumatic spring

	Name	Value
r	Density	5.97 [kg/m ³]
m	Dynamic viscosity	1.79×10 ⁻⁵ [Ns/m ²]
R	Gas constant	286.9 [J/(kgK)]
N	Specific heat ratio	1.4
T_0	Temperature	288.1 [K]
P_0	Supplied pressure	4.93×10 ⁵ [Pa]
K	Minor pressure loss coeff.	1.5
V_{t0}	Top chamber volume	8.1×10 ⁻⁴ [m ³]
V_{b0}	Bottom chamber volume	1.5×10 ⁻³ [m ³]
N	Volume ratio, V_{b0}/V_{t0}	1.9
L_c	Capillary tube length	1.2×10 ⁻² [m]
D_c	Capillary tube diameter	0.9×10 ⁻³ [m]
A_p	Equivalent piston area	5.3×10 ⁻³ [m ²]

Table 2 Input conditions for the experiment : sinusoidal displacement excitation

Dynamic amplitude, [mm]	10, 30, 50, 70, 100
Frequency, [Hz]	0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.7, 3.0, 3.3, 3.7, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0, 12.0, 14.0, 16.0, 20.0, 24.0

복소강성계수를 산출한다.

Fig. 2에서 굵은선은 공압전달선을 의미하며, 이

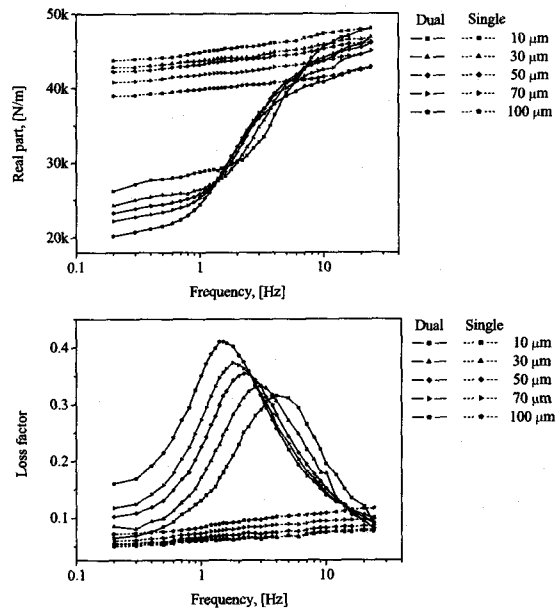


Fig. 3 Measured complex stiffness of dual-chamber pneumatic spring k^*_{exp} ; Realpart : $Re[k^*_{exp}]$, loss factor : $Im[k^*_{exp}]/Re[k^*_{exp}]$

선 중간에 압력계를 설치하여 챔버 내부에 공급되는 압력, 즉 정적평형상태에서의 압력 p_0 도 함께 측정하였다. 그 후, 페이로드의 질량(100 kg)에 해당하는 예하중(pre-load)을 인가하였다. 이중챔버형 공압스프링의 진폭 및 주파수 의존성을 파악하기 위해 Table 2에 표시된 바와 같이 다양한 정현파 입력변위조건에서 복소강성 측정실험을 수행하였다.

측정된 결과를 Fig. 3에 실선으로 표시하였는데, 이중챔버형 공압스프링 복소강성의 주파수 및 진폭 의존성을 쉽게 볼 수 있다. 주파수 의존성의 경우, 강성을 의미하는 실수부(real part)는 1 Hz 미만의 주파수 영역에서는 서서히 증가하다가 1~10 Hz에서는 급격하게 증가하고 10 Hz 이상의 주파수 영역에서는 다시 서서히 증가하는 특성을 보인다. 그리고, 감쇠특성을 나타내는 손실계수(loss factor)는 주파수영역에서 전체적으로 종모양 곡선(bell-shaped curve)의 형태를 띠고 있다. 자세하게 표현하자면, 손실계수의 최대값은 실수부가 급격히 증가하는 주파수 영역에서 나타나며, 그 외의 주파수 영역에서 손실계수는 '0'에 가깝게 되어 감쇠효과가 줄어들게 된다.

진폭 의존적인 특성의 경우, 주파수 의존성보다는

더 복잡한 양상을 띠게 되는데, 실수부는 진폭에 따라서 그 값이 전체적으로 감소하게되는 연화현상⁽⁶⁾을 보이고, 동시에 실수부의 값이 급격하게 증가하는 주파수 대역이 저주파수 영역으로 이동하는 현상을 보인다. 이 현상은 손실계수의 최대값이 진폭에 따라 증가하면서, 최대손실계수의 주파수가 4 Hz에서 1 Hz로 이동하는 현상과도 관련이 깊은 것으로 사료된다. 따라서, 이중챔버형 공압스프링의 복소강성계수는 주파수 및 진폭에 대해 강한 의존성을 가지는 것을 위로부터 알 수 있다.

이중챔버형 공압스프링이 진폭 의존성을 보이는 원인을 조사하기 위해, 단순챔버형 공압스프링 상태에서, 즉 Fig. 4와 같이 모세관을 막은 후에 복소강성을 측정하여 그 결과를 Fig. 3에 대시선으로 표시하였다. 단순챔버형 복소강성의 주파수 및 진폭 의존성은 이중챔버형의 경우처럼 복잡하게 나타나지 않고 있음을 볼 수 있다. 실수부의 경우, 전 주파수 영역에서 서서히 증가하는 단순한 특성을 보이고 있으나, 진폭에 대해서는 여전히 연화현상이 나타나고 있다. 손실계수의 주파수 의존성은 이중챔버형의 경우처럼 심각하지 않으나, 진폭에 대해서는 전체적으로 증가하는 특성을 보이고 있다. 한편, 앞서 관찰된 단순챔버형 공압스프링의 진폭 및 주파수에 대한 의존성은 다이어그램을 구성하고 있는 점탄성 재료의 가진 진폭에 대한 전형적인 특성⁽⁶⁾과 매우 유사함을 알 수 있다. 단순챔버형 공압스프링에는 모세관의 영향이 배제되어 있음을 고려하면, 압축공기가 선형

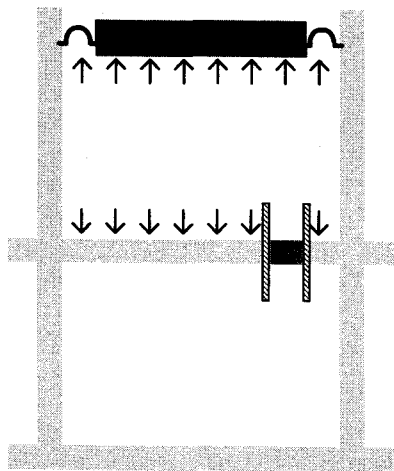


Fig. 4 Single-chamber configuration of pneumatic spring by blocking capillary tube

적인 거동을 한다는 가정하에, 단순챔버형 공압스프링의 복소강성에서 실수부가 보이는 연화현상 및 손실 계수가 진폭에 대해서 증가하는 특성은 대부분 다이어그램을 구성하는 점탄성 재료의 특성으로부터 기인한 것으로 볼 수 있겠다. 따라서, 이중챔버형 공압스프링이 보이는 연화현상의 충실한 묘사를 위해서 다이어그램 복소강성의 진폭 의존적인 특성이 충분히 반영되어야 함을 강조할 수 있다.

또, Fig. 3의 고주파 영역에서 단순 및 이중 챔버형 공압스프링의 거동이 거의 유사해짐을 관찰할 수 있는데, 이는 다음을 통해 설명될 수 있다. 모세관을 통한 공기흐름은 저주파 영역에서는 비교적 자유로운데, 극단적으로는 모세관이 없는 것처럼 가정할 수 있다. 반대로, 고주파 영역에서는 모세관내 공기흐름이 저주파 영역에 비해 매우 어려워지게 되므로, 결과적으로 모세관이 막혀있는 것처럼 간주될 수 있다. 바꾸어 말하면, Fig. 5에 도식화 한 바와 같이 이중챔버형 공압스프링은 저주파 영역에서 상단 및 하단챔버의 부피가 모두 유효한 단순챔버형 공압스프링처럼 거동하고, 고주파 영역에서는 상단챔버의 부피만이 유효한 단순챔버형 공압스프링처럼 거동하게 된다. 단순챔버형 공압스프링은, 다이어그램이 없을 경우, 챔버부피에 반비례하는 일정한 강성을 가지며 감쇠특성은 가지게 되지 않음을 3절에서 해석적으로 알 수 있는데, 이를 통해 이중챔버형 공압스프링이 저주파 영역에 비해 고주파 영역에서 큰 강성(실수부)을 가지게 됨을 알 수 있다. 따라서, 고주파 영역에서 단순 및 이중챔버형 공압스프링의 거동이 거의 유사해지게 된다.

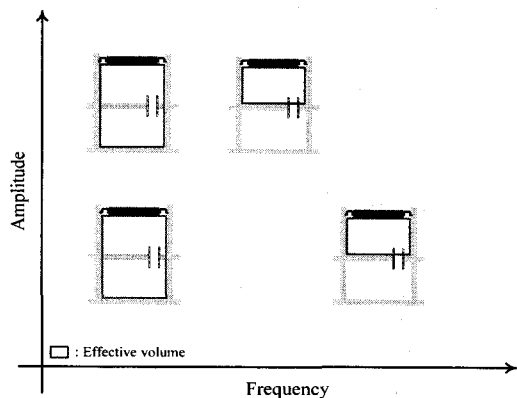


Fig. 5 Overall frequency- and amplitude- dependent behavior of dual-chamber pneumatic spring

그리고, Fig. 3에서 보듯, 손실계수가 주파수에 대해 종모양의 곡선을 보임과 동시에 최대손실계수의 주파수에서 강성이 급격하게 증가하는 이유도, 위 내용을 바탕으로 설명될 수 있다. 이중챔버형 공압스프링은 저주파 및 고주파 영역에서 감쇠가 없는 단순챔버형 공압스프링처럼 거동함으로 인해 해당 주파수 영역에서의 감쇠가 작고, 유효부피가 상-하단챔버에서 상단챔버로 바뀌는 주파수 영역에서만 모세관의 감쇠 또는 손실계수가 커지게 되므로, 손실계수는 결국 주파수에 대해 종모양 형태를 띠게 된다.

한편, 입력진폭의 증가는 모세관 입-출구에서의 큰 유동저항을 야기시키므로, 모세관을 통한 공기흐름이 더욱 어려워지게 된다. 즉, Fig. 5에 나타낸 바와 같이, 진폭의 증가에 따라 유효부피의 천이가 더 낮은 주파수에서 발생함을 의미하며, 결국 진폭에 대해 최대손실계수의 주파수가 저주파수로 이동하는 현상을 설명할 수 있겠다. 진폭 및 주파수가 매우 작은 범위하에서는, 모세관의 길이-지름비가 작다고 하더라도, 관내의 공기유속이 매우 작기 때문에, 선형이론인 층류유동⁽⁷⁾ 이론을 이용한 모세관 공기유동의 묘사가 가능하다고 판단된다. 그러나, 피스톤에서의 입력수준이 증가할수록 모세관을 유-출입하는 공기의 유동저항을 야기시키는 부차압력손실 효과^(7,8)를 무시할 수 없으며, 또한 관내부의 유동도 난류에 가까워지기 때문에, 이를 설명할 수 있는 비선형 유동모형을 도입되는 것이 타당하리라 사료된다.

지금까지, 이중챔버형 공압스프링 복소강성계수의 주파수 및 진폭 의존적인 특성과 그 원인을 면밀히 파악하였으며, 다이어프램의 점탄성특성과 모세관내 비선형 공기유동이 진폭 의존적 특성과 관련한다는 것을 지적할 수 있었다. 다음 절에서는 위 내용을 반영하여 이중챔버형 공압스프링의 복소강성계수를 유도하고자 한다.

3. 이중챔버형 공압스프링의 모형화

3.1 다이어프램의 영향을 배제한 경우의 복소강성 모형화

복소강성계수를 유도하기 위한 Fig. 6의 이중챔버형 공압스프링을 고려하자. Fig. 6(a)에서와 같이, 정적평형은 페이로드 질량, 대기압 및 공기압력 그리

고 피스톤면적에 의해 결정된다. Fig. 6(b)의 동적평형상태에서, 피스톤의 움직임은 상단챔버 공기의 압력, 부피, 온도 및 질량의 변화를 발생시킴과 동시에 모세관의 공기흐름을 수반하여 결국 하단챔버 공기의 압력, 온도 및 질량의 변화를 일으킨다. 따라서, 단위변위에 대한 힘의 비로 정의되는 복소강성계수를 유도하기 위해서는 피스톤에서의 동역학, 각 챔버내 공기열역학, 모세관내의 유체역학 관계식 등이 필요하다. 다이어프램 복소강성의 영향은 현재 유도과정에서 제외하기로 하며, 후에 고려하기로 한다.

(1) 피스톤의 동역학

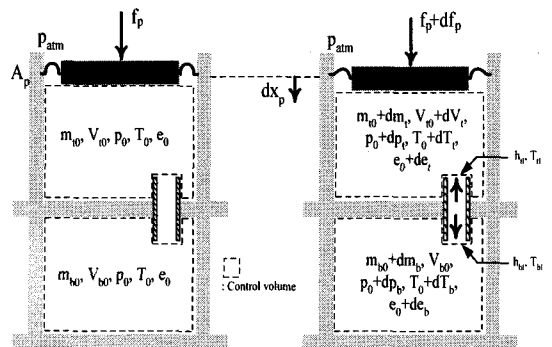
상-하단챔버의 압력이 일정하게 유지되는 정적평형상태에서 피스톤에 걸리는 힘 f_p 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_p = A_p(p_0 - p_{atm}) \quad (1)$$

p_0 와 p_{atm} (=101.325 kPa)은 각각 공기압력 및 대기압을 의미하고, A_p 는 피스톤과 다이어프램에 의해 결정되는 가상의 등가 피스톤 면적을 나타낸다. 피스톤의 질량은 페이로드 질량에 비해 매우 작으므로, 식 (1)에서 피스톤의 관성력은 무시되었다. 동적힘 df_p 에 의한, 피스톤의 변위진폭 dx_p 는 상-하단챔버의 압력변화 dp_i , dp_b 를 일으키므로, 동적평형 상태에서의 힘평형식은 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$f_p + df_p = A_p(p_0 + dp_i - p_{atm}) \quad (2)$$

그러므로, 피스톤에 걸리는 힘변화와 상단챔버 압력변화 사이의 관계를 식 (1)과 (2)를 이용하여 다음



(a) Static equilibrium (b) Dynamic equilibrium
Fig. 6 Variables in static and dynamic equilibrium of dual-chamber pneumatic spring

과 같이 얻을 수 있으며,

$$df_p = A_p dp, \quad (3)$$

복소강성계수 유도를 위해서는 식 (3)의 dp_i 가 dx_p 의 함수로 표현되어야 하겠다.

(2) 챔버내 공기의 열역학

Fig. 6에 표시된 바와 같이, 피스톤 변위에 의해 발생하는 상-하단챔버내 압력 p , 부피 V , 온도 T 의 변화는 모세관을 통한 공기 유-출입을 거쳐 챔버내 공기질량 m 의 변화를 수반한다. Fig. 6에서 하첨자 't'와 'b'는 상-하단챔버를, '0'은 정적평형 상태를 나타낸다. 공압스프링의 작동조건이 특별히 높은 고압 또는 저온상태가 아닌 이상, 작동유체인 공기를 이상기체(ideal gas)로 간주할 수 있으므로⁽⁹⁾ 이상기체 법칙을 이용하여 정적 및 동적평형 상태에 대해 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_0 V_{i0} = m_{i0} R T_0 \quad (i = t, b) \quad (4)$$

$$(p_0 + dp_i)(V_{i0} + dV_i) = (m_{i0} + dm_i)R(T_0 + dT_i) \quad (5)$$

여기서, $R(=286.9J/(kgK))$ 은 기체상수(universal gas constant)를 의미한다. 식 (4), (5)에 대해 압력, 온도, 부피 및 질량사이의 시간변화율 관계를 식 (6)과 같이 유도할 수 있는데,

$$\frac{1}{m_{i0}} \dot{m}_i = \frac{1}{V_{i0}} \dot{V}_i + \frac{1}{p_0} \dot{p}_i - \frac{1}{T_0} \dot{T}_i \quad (6)$$

위 식에서 각 챔버내 공기의 온도 변화율 \dot{T}_i 는 단열(adiabatic)변화라는 가정하에 검사체적에 대한 열역학 제 1법칙⁽⁹⁾을 이용하여 기술할 수 있다. 검사체적에 대한 열역학 제 1법칙은, Fig. 6의 상-하단 챔버에 나타낸 점선과 같이, 질량 유-출입을 갖는 계에 대해 검사체적 및 검사표면을 정의하여 에너지 평형관계를 조사하는 방법으로서, 검사체적내 공기의 내부에너지 e 와 검사표면에서의 공기의 엔탈피 h 의 정보가 필요하게 된다. 부연하면, 정적평형 상태에서는 챔버를 출입하는 질량이 없으며, 공기의 온도가 T_0 으로 일정하게 유지되고 있는 상황이므로, 내부에너지 e_0 만이 정적평형 상태에서의 에너지 평형묘사를 위해 필요하다. 그러나, 동적평형 상태에서는 온도변화에 의한 각 챔버의 내부에너지 변화를

설명하기 위해 두개의 변수 de_t, de_b 가 요구되며, 검사표면에서의 에너지 평형을 묘사하기 위해 각 챔버를 출입하는 공기의 엔탈피 h_{it}, h_{bt} 및 온도 T_{it}, T_{bt} 의 변수가 추가로 필요하다.

위에 기술된 변수들을 이용, 상단챔버에 대한 열역학 제 1법칙 관계를 적용하면 식 (7)과 같다.

$$dQ - dW = [-dm_t h_{it}]_{cs} + [(m_{t0} + dm_t)(e_t + de_t) - m_{t0} e_0]_{cv} \quad (7)$$

우변 첫제항 및 둘째항은 각각 검사표면 cs 및 체적 cv 에서의 에너지 평형을 의미하며, dQ 는 상단 챔버와 주위와의 열교환량을 의미하는데, 단열과정의 경우에는 열교환이 없으므로 무시할 수 있겠다. 그리고, 외부에 대한 일을 나타내는 dW 는 공기 압력 및 부피의 미소변화 가정 하에 $p_0 dV_i$ 로 근사화될 수 있다. 한편, 이상기체의 엔탈피와 내부에너지는 온도만의 함수로서 식 (8), (9)와 같이 표현될 수 있다⁽⁹⁾.

$$h_{it} = c_p T_{it} \quad (8)$$

$$e_0 = c_v T_0, \quad de_t = c_v dT_t \quad (9)$$

c_p 는 정압비열을, c_v 는 정적비열을 의미하는데, 이 두 값의 비 c_p/c_v 는 비열비 k 로 정의되며 공기를 이상기체로 가정한 경우에는 1.4의 값을 가진다. 식 (8), (9)를 식 (7)에 대입하면, 상단챔버내 공기온도 변화율에 대한 관계식을 식 (10)과 같이 얻을 수 있다.

$$m_{t0} c_v \dot{T}_t = (c_p T_{it} - c_v T_0) \dot{m}_t - p_0 \dot{V}_t \quad (10)$$

위와 마찬가지로, 하단챔버에 대한 열역학 제 1법칙 관계식의 적용을 통해 다음을 얻을 수 있다.

$$m_{b0} c_v \dot{T}_b = (c_p T_{bt} - c_v T_0) \dot{m}_b \quad (11)$$

식 (10), (11)을 식 (6)에 대입하여 정리하면, 단열 과정에 대한 상-하단챔버내 공기질량, 부피 및 압력의 시간변화율 사이의 열역학적인 관계를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{m}_i = \frac{1}{RT_{it}} \left[p_0 \dot{V}_i + \frac{V_{i0}}{\kappa} \dot{p}_i \right] \quad (12)$$

$$\dot{m}_b = \frac{1}{RT_b} \left[\frac{V_{b0}}{\kappa} \dot{p}_b \right] \quad (13)$$

위에서, 모세관을 통해 각 챔버로 유입되는 공기의 온도를 의미하는 T_u 와 T_{bl} 는 모세관내의 온도분포를 통해 결정될 수 있으나, 이를 해석적으로 결정하는 데에는 큰 어려움이 따른다. 한편, Shearer⁽¹⁰⁾는 모세관내의 온도변화를 실험적으로 측정하였는데, 그 변화는 정적평형을 이룬 상태에서의 온도에 대해 무시할 수 있는 수준임을 확인하였다. 이는, 각 챔버로 유입되는 공기온도 T_u , T_{bl} 를 정적평형에서의 온도 T_0 로 근사화시킬 수 있음을 의미하므로, 식 (12) 및 식 (13)을 각각 다음과 같이 간략화 할 수 있다.

$$\dot{m}_i = \frac{1}{RT_0} \left[p_0 \dot{V}_i + \frac{V_{i0}}{\kappa} \dot{p}_i \right] \quad (14)$$

$$\dot{m}_b = \frac{1}{RT_0} \left[\frac{V_{b0}}{\kappa} \dot{p}_b \right] \quad (15)$$

(3) 모세관내 공기의 유체역학

각 챔버내 공기의 압력 및 질량변화는 모세관내의 공기유동을 함께 수반하게 되는데, 이 관계는 상-하단 챔버에서 발생하는 공기압력의 차이, 즉 모세관 양단의 압력차와 공기유속 사이의 관계를 결정하는 운동량 방정식(momentum equation)에 의해 묘사될 수 있다.

이는 Fig. 7에 점선으로 표시된 미소요소에 대해 뉴턴의 제 2법칙을 적용함으로써 유도될 수 있는데, x_c 는 모세관을 따라 설정한 좌표, u 는 단면에 대한 평균유속, L_c 와 $A_c(D_c)$ 는 각각 모세관의 길이 및 단면적(직경)을 의미한다. τ_w 는 모세관 내부의 벽면과 공기와의 마찰로 인해 나타나는 벽면에서의 전단

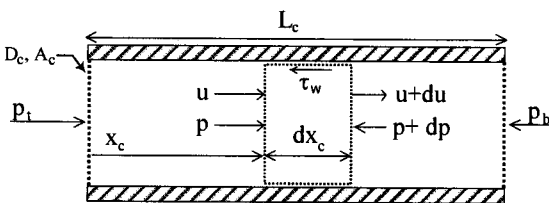


Fig. 7 Diagram for modeling of air flow in capillary tube

응력⁽⁷⁾으로서, 유동의 반대방향으로 나타난다. 그리고, p 와 $p+dp$ 는 각각 미소요소에 작용하는 압력들, p_i 와 p_b 는 상-하단챔버의 압력으로서 모세관 양단의 압력을 나타낸다. 위 변수들을 이용하여 미소요소에 대한 운동량 방정식을 식 (16)과 같이 쓸 수 있는데,

$$pA_c - (p+dp)A_c - \tau_w(\pi D_c \cdot dx_c) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho u A_c) dx_c + \rho u A_c \cdot (u+du) - \rho u A_c \cdot u \quad (16)$$

위 식의 좌변은 미소요소에 작용하는 외력의 합을 나타내고, 우변은 미소요소의 체적 및 표면에서의 선형 운동량 변화율을 의미한다. 챔버내에서 압축 및 팽창과정을 통해 유입되는 모세관내의 공기는 기본적으로 압축성 유체의 성질을 띠고 있으나, 음속 (≈ 340 m/s)에 대한 관내유속 u 의 비로 정의되는 마하(mach)수가 대략 0.3 이하일 경우에는 유체역학 해석과 관련하여 공기 압축성의 영향을 무시할 수 있다⁽¹¹⁾. 피스톤 입력조건에 의해 근사적으로 결정되는 유속 u 는, 이 연구에서 다루는 미세진동에 대해서, 작은 범위에 이르게 되어 결국 마하수가 $O(10^{-3})$ 정도에 이르게 된다. 따라서, 모세관을 흐르는 공기를 비압축성 유체(r =일정)로 간주할 수 있으므로, 식 (16)을 다음과 같이 간략화 시킬 수 있다.

$$-\frac{dp}{dx_c} = \rho \frac{du}{dt} + \frac{4}{D_c} \tau_w \quad (17)$$

우변의 첫째항은 모세관내에 존재하는 공기질량에 의한 관성력을 의미하는데, 공기와 같은 기체의 경우에서는 관성력의 영향을 무시할 수 있겠다. x_c 를 따라 압력구배(pressure gradient)가 선형이라고 가정하면, $-dp/dx_c \approx (p_i - p_b)/L_c \equiv \Delta p/L_c$ 로 근사화가 가능하므로 식 (17)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\Delta p = \frac{4L_c}{D_c} \tau_w \quad (18)$$

τ_w 는 식 (19)와 같이 동압과 마찰계수 f 의 곱으로 표현되는데⁽⁷⁾,

$$\tau_w = \frac{\rho |u| u}{8} f \quad (19)$$

여기서 f 는 무차원변수인 레이놀즈수(Reynolds number, Re)의 함수로서 층류와 난류영역에서 각각 식과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$f = \begin{cases} \frac{64}{Re} & \text{for } Re \leq 2300 \text{ (laminar flow)} \\ \frac{0.3164}{Re^{1/4}} & \text{for } 4000 < Re \leq 10^5 \text{ (turbulent flow)} \end{cases} \quad (20)$$

여기서 Re 는 다음과 같다.

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D_c}{\mu} \quad (21)$$

m 는 공기의 동점성계수를 의미한다. 피스톤의 조화가진 아래 유속 u 는 다음의 조화함수로서 표현될 수 있으므로,

$$u = u_{\max} \sin \omega t, \text{ where } u_{\max} = (A_p/A_c)\omega X_p \quad (22)$$

식 (21)의 시간평균된 유속 \bar{u} 는 다음과 같이 계산된다.

$$\bar{u} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} |u| dt = \frac{2}{\pi} \frac{A_p}{A_c} \omega X_p \quad (23)$$

식 (19)를 식 (18)에 대입한 후, 모세관 입-출구에 서 발생하는 추가압력손실을 고려하기 위해 부차손실계수 K ^(7,8)를 반영하면 식 (24)를 얻을 수 있다.

$$\Delta p = \left(\frac{L_c}{D_c} f + K \right) \frac{\rho}{2} |u| u \quad (24)$$

그리고, 식 (24)의 비선형함수 $|u|u$ 는 푸리에급수 1차 근사를 이용하여 다음과 같이 선형화될 수 있다.

$$|u|u \cong \left[\frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} |\sin \omega t| \sin^2 \omega t dt \right] u_{\max}^2 \sin \omega t + \left[\frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} |\sin \omega t| \sin \omega t \cos \omega t dt \right] u_{\max}^2 \cos \omega t \quad (25)$$

$$= \frac{8u_{\max}}{3\pi} u$$

최종적으로, 식 (24)의 운동량 방정식은 식 (25)를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta p = \left(\frac{L_c}{D_c} f + K \right) \frac{4\rho}{3\pi} \left(\frac{A_p X_p \omega}{A_c} \right) u \quad (26)$$

위 식에 대한 차원비교를 통해, 모세관의 공기유동은 감쇠역할을 하고, 이 감쇠는 모세관 내부의 벽-공기 사이의 마찰손실 (L_c/D_c) f 과 부차손실 K 에 의해 발생함을 알 수 있다. Fig. 8에는 모세관 내부의 공기흐름이 정상유동(steady flow)일 경우의 유속분포를 도시하였는데, 입구영역에서는 급격한 압력강하로 인해 베나-콘트랙타(Vena contracta)가 발생하고, 입구영역의 끝에 도달하면 공기점성에 의해 유속분포는 포물선 형태를 보이는데, 이 경우 유동이 완전 발달되었다고 하며 마찰손실에 의한 효과가 나타나기 시작한다. 그 후 모세관 출구영역에 이르러서는 유속이 감소되므로 추가의 압력강하가 발생하게 된다. 즉, 식 (26)에서 (L_c/D_c) f 항은 관벽과 공기의 마찰에 의한 압력손실을, K 는 모세관 입-출구 영역에서의 급격한 압력강하로 인한 손실을 묘사하고 있다.

유체역학에서 흔히 다루게 되는 파이프유동의 경우, 파이프의 길이가 지름에 비해 매우 크므로, 종종 부차손실을 무시하여 마찰손실만을 고려하게 된다. 그러나, 일반적인 모세관의 경우 길이-지름비가 5~40 정도로서 파이프유동 문제에 비해 작은 수준일 뿐만이 아니라, 피스톤 입력의 증가에 따라 모세관을 출입하는 공기유속이 커지게 되어 유속의 제곱에 비례하는 부차손실의 영향을 무시할 수 없으므로, 모세관 공기유동의 묘사와 관련하여 부차손실의 영향을 반드시 고려해야 하겠다.

부차손실계수 K 는 모세관의 형상에 따라 달라지는데⁽⁸⁾, 이 연구에 사용된 모세관이 날카로운 입-출구 형상을 가진다고 보고 최종적인 부차손실계수 K 를 1.5(=0.5(입구)+1(출구))로 가정하였다. 마찰계수 f 는 대략 0.01~1 사이의 값을 가지는데, 관의 길이-지름비(L_c/D_c)가 대략 100배 이상 충분히 클 경우에만 마찰손실의 영향이 부차손실에 비해 우세하나,

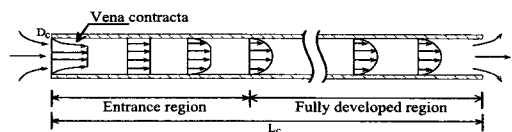


Fig. 8 Typical velocity profiles of steady air flow in capillary tube

일반적인 모세관의 경우에는 그렇지 않음을 알 수 있다. 일례로서, Fig. 3의 실험결과에서 살펴보았듯이 모세관에 의한 감쇠가 두드러지게 나타나는 2~5 Hz 주파수 대역에서 마찰손실에 대한 부차손실의 비 $K/[(L_c/D_c)f]$ 가 대략 0.3~5정도가 되고, 이 비의 값은 피스톤 입력수준에 따라 더욱 커진다. 결국 마찰손실 뿐만이 아니라 부차손실을 함께 고려해야 함을 정량적으로도 알 수 있다.

(4) 동-열-유체역학적 관계의 결합

주파수영역에서 정의되는 복소강성계수를 유도하기 위해서는 앞에서 유도한 피스톤 강제 동역학(식 (3)), 챔버내 열역학(식 (14), (15)), 모세관내의 유체 역학(식 (26)) 관계식들을 결합해야 한다. 이를 위해, 피스톤의 변위입력 dx_p 에 대해 $dp_i, dp_b, dm_i, dm_b, df_p$ 의 6개 미지수를 결정해야 하는데, 시간영역에서 정의된 위 4개의 식외에, 모세관 양단에서의 연속방정식 2개가 더 필요하다.

$$\dot{m}_i = -\dot{m}_b \quad (27)$$

$$\dot{m}_{ib} = \dot{m}_b \quad (28)$$

여기서, \dot{m}_b 는 모세관내 공기의 질량유량을 의미한다. 먼저, 식 (3)에 대한 푸리에변환은 다음과 같으며,

$$dF_p(\omega) = A_p dP_i(\omega) \quad (29)$$

상단챔버의 부피변화는 피스톤의 변위 dx_p 와 등가 피스톤 면적 A_p 의 곱으로 표현될 수 있으므로, 식 (14)와 (15)는 주파수영역에서 각각 다음과 같이 표현된다.

$$F[\dot{m}_i] = \frac{1}{RT_0} \left[p_0 A_p j\omega X_p(\omega) + \frac{V_{i0}}{\kappa} j\omega P_i(\omega) \right] \quad (30)$$

$$F[\dot{m}_b] = \frac{1}{RT_0} \left[\frac{V_{b0}}{\kappa} j\omega P_b(\omega) \right] \quad (31)$$

F는 푸리에변환을 나타낸다.

마찬가지로, 식 (26)의 유속에 대한 표현은 다음과 같은데,

$$U(\omega) = \frac{P_i(\omega) - P_b(\omega)}{\left(\frac{L_c}{D_c} f + K \right) \frac{4\rho}{3\pi} \left(\frac{A_p \omega X_p}{A_c} \right)} \quad (32)$$

양변에 ρA_c 를 곱하면, 모세관내 질량유량을 주파수영역에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F[\dot{m}_b] = \rho A_c U(\omega) = \frac{P_i(\omega) - P_b(\omega)}{C(X_p, \omega)} \quad (33)$$

위에서 $C(X_p, \omega)$ 는 식과 같은데,

$$C(X_p, \omega) \equiv \left(\frac{L_c}{D_c} f + K \right) \frac{4}{3\pi} \frac{A_p X_p \omega}{A_c^2} \quad (34)$$

식 (33)에서 보듯이, $C(X_p, \omega)$ 와 모세관내의 질량 유량 \dot{m}_b 가 서로 반비례 관계에 있으므로, 이 연구에서는 $C(X_p, \omega)$ 를 유동저항계수로 지칭하고자 하며, 이는 모세관의 감쇠특성을 결정짓는 변수로서 중요한 역할을 하게된다. 그리고, 식 (20)~(23)에서 보듯이 마찰계수 f 는 피스톤진폭 X_p 및 가진주파수 ω 에 의해 결정되는 레이놀즈수 Re 의 함수이므로, $C(X_p, \omega)$ 는 X_p 와 ω 에 대한 함수가 된다. 참고로, 기존의 연구에서와 같이 모세관의 공기유동을 층류 유동으로 간주하고 부차손실을 고려하지 않는 경우의 $C(X_p, \omega)$ 를 C_u 라고 지칭하고자 한다. 이때 C_u 의 진폭 및 주파수에 대한 의존성은 사라지게 되어 식 (35)와 같이 쓸 수 있는데, 이 값은 기존연구⁽⁵⁾에서 사용된 유동저항상수와 같아지게 된다.

$$C_u = \frac{128\mu L_c}{\pi \rho D_c^4} \quad (35)$$

마지막으로, 식 (30),(33)을 식 (27)에 대입하고 식 (31), (33)을 식 (28)에 대입한 결과들을, 식 (29)를 이용하여 $dF_p(\omega)$ 와 $dX_p(\omega)$ 에 대해 정리하면 주파수 뿐만이 아니라 진폭 의존성을 가지는 이중챔버형 공압스프링의 복소강성계수 $k_d^*(X_p, \omega)$ 를 얻을 수 있다.

$$N \equiv V_{b0}/V_{i0} \quad (36)$$

$$V_{total} \equiv V_{i0} + V_{b0} \quad (37)$$

$$k_0 \equiv \kappa p_0 A_p^2 / V_{total} \quad (38)$$

$$k_d^*(X_p, \omega) = -\frac{dF_p(\omega)}{dX_p(\omega)} = k_0 \frac{1 + \frac{V_{total} NC(X_p, \omega)}{RT_0 \kappa (N+1)} j\omega}{1 + \frac{V_{total} NC(X_p, \omega)}{RT_0 \kappa (N+1)^2} j\omega} \quad (39)$$

N 은 상단챔버에 대한 하단챔버의 부피로 정의되는 부피비를 의미하며, V_{total} 은 전체챔버부피를 k_0 는 모세관이 없는 경우, 즉, 상-하단챔버의 부피를 갖는 단순챔버형 공압스프링의 강성을 의미한다. 식 (38)에서 보듯이, 다이어프램이 없을 경우의 단순챔버형 공압스프링은 감쇠특성은 없고 주파수 및 진폭에 의존적이지 않은 일정한 강성을 가짐을 알 수 있으며, 그 강성은 챔버부피에 반비례함을 알 수 있다. 아울러, 식 (39)에서 보듯이 이중챔버형 공압스프링은 저주파 및 고주파 영역에서 각각 k_0 와 $k_0(N+1)$ 의 강성을 가지는 단순챔버형 공압스프링처럼 거동함을 알 수 있다.

3.2 다이어프램 복소강성의 고려

챔버내 공기가 압축 및 팽창을 할 때, 다이어프램도 공기와 마찬가지로 복소강성요소로서의 역할을 하므로, 다이어프램의 영향이 공압스프링의 모형화에 반영되어야 하겠다^(5,12). 이 연구에서는 2절에서 관찰한 바와 같이, 공압스프링이 보이는 연화현상이 다이어프램을 구성하는 고무 등의 점탄성 재료특성에 의해 나타난 것으로 보고, 다이어프램 복소강성 계수의 진폭 의존성도 함께 고려하기로 한다.

한편, Fig. 9와 같이 공기에 의한 복소강성과 다이어프램의 복소강성은 평행한 연결구조를 가지므로, 다이어프램의 영향 $k_d^*(X_p, \omega)$ 를 고려한 이중챔버형 공압스프링의 복소강성은 최종적으로 식 (40)과 같이 표현된다.

$$k_{d+D}^*(X_p, \omega) \equiv k_d^*(X_p, \omega) + k_D^*(X_p, \omega) \quad (40)$$

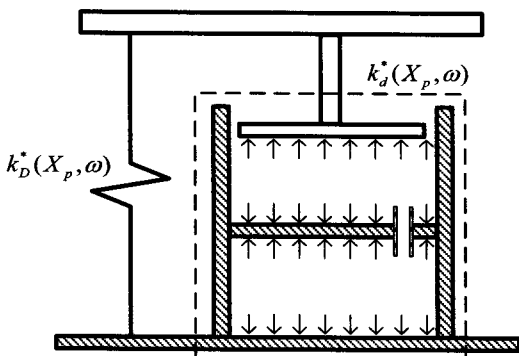


Fig. 9 Parallel connection of diaphragm stiffness with pneumatic spring stiffness

모세관을 막은 단순챔버형 공압스프링의 상태에서 측정된 복소강성은 다이어프램과 공기의 영향을 포함하고 있으므로, 측정결과에서 단순챔버형 공압스프링의 공기강성 $k_0(N+1)$ 을 제함으로써 다이어프램의 복소강성을 실험적으로 얻을 수 있다. 이 과정을 참고문헌 (12)에서 상술하였는데, 상용유한요소해석 프로그램을 이용하여 얻은 해석결과와 실험치가 비교적 일치함을 볼 수 있었으므로, 이 연구에서도 그 실험결과를 인용하기로 한다.

3.3 제안된 모형의 타당성 검증

이 절에서는 앞절에서 제안된 이중챔버형 공압스프링의 복소강성의 모형을 실험결과와 비교하여 타당성을 검증하고자 한다. 식 (40)의 복소강성을 산출하기 위해 필요한 공압스프링의 각부 치수 및 밀도, 점성등에 대한 정보들을 Table 1에 정리하였다. 참고로, 등가피스톤면적 A_p 는 다음과 같이 계산할 수 있다. 피스톤 진폭 dx_p 에 대해, 다이어프램의 변형을 고려한 피스톤 부분의 변형 전-후 형상은 Fig. 10과 같이 표현될 수 있는데, 상단챔버의 부피변화는 ABCD의 단면을 갖는 원뿔대가 위-아래 면적은 변하지 않고 사면의 기울기만 변하는 거동을 한다고 근사할 수 있다. 이를 이용하면, 등가피스톤면적은 식 (41)과 같이 상단챔버 공기의 부피변화 dV_1 를 dx_p 로 나눔으로써 얻을 수 있다.

$$A_p = dV_1 / dx_p = \pi(r_2^2 + 2r_2r_1 + 4r_1^2 / 3) \quad (41)$$

Fig. 11에는 이 연구에서 제안된 모형 및 기존의 모형 그리고 실험결과와의 비교를 진폭이 $10 \mu\text{m}$, $50 \mu\text{m}$, $100 \mu\text{m}$ 인 경우에 대해 나타내었다. 실험결과를 점으로 표시하였고, 제안된 모형 및 기존의 모형은 각각 실선과 점선으로 나타내었다. 단, 기존의

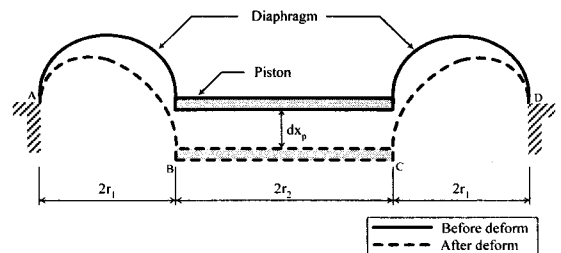


Fig. 10 Assumption of diaphragm movement for calculation of equivalent piston area A_p

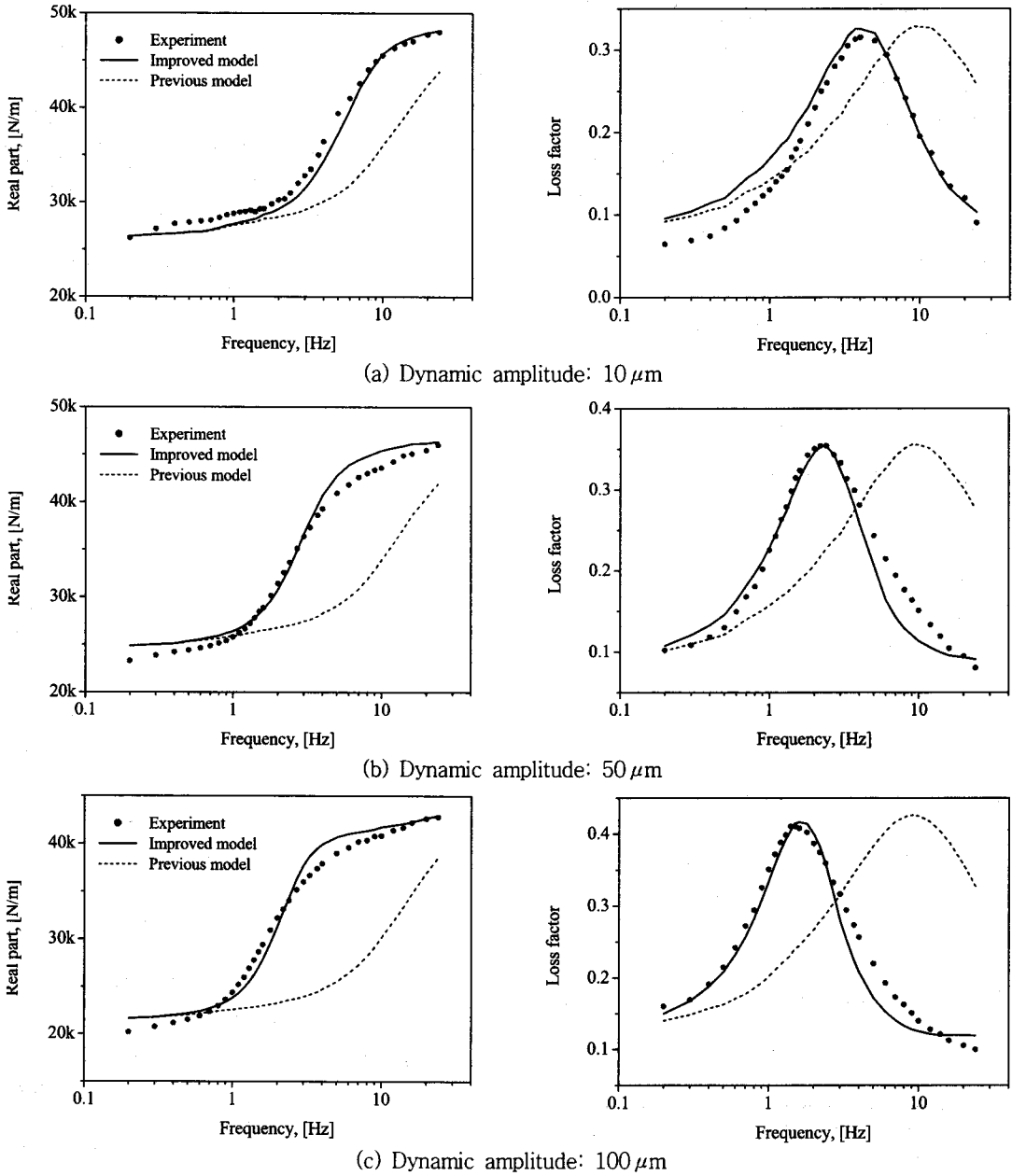


Fig. 11 Comparison of complex stiffness by models and measurements: Real part: $Re[k_{d+D}^*(X_p, \omega)]$ and $Re[k_{exp}^*(X_p, \omega)]$, Loss factor: $Im[k_{d+D}^*(X_p, \omega)]/Re[k_{d+D}^*(X_p, \omega)]$ and $Im[k_{exp}^*(X_p, \omega)]/Re[k_{exp}^*(X_p, \omega)]$

모형에 대해서는 다이어프램의 복소강성도 포함하였다.

우선, 이 연구에서 제안하는 바와 같이 모세관내 비선형 공기유동 및 다이어프램의 진폭 의존성을 고려한 복소강성모형의 예측결과가 실험결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 평균제곱근오차도, 실수부의

경우 2.1%~3.3% 정도로 비교적 만족할만한 예측 결과를 보이고 있고, 손실계수의 경우는 5%~12% 정도로서 실수부의 경우에 비해 약간 큰 오차수준을 보이고 있다. 비록 예측값이 실험값과 차이를 보인다 하더라도, 저-고주파수 영역에서의 강성크기,

최대손실계수의 크기 및 그것의 주파수는 잘 예측되고 있음을 볼 수 있다. 이 뿐만이 아니라, 이 연구에서 목적하고있는 이중챔버형 공압스프링의 주파수 의존성을 포함한 진폭 의존성도 적절하게 예측되고 있다. 즉, 다이어프램 복소강성의 진폭 의존성 반영으로 인해 실수부의 연화현상 및 진폭에 따라서 손실계수가 대체적으로 증가하는 특성이 잘 묘사되고 있고, 또한 모세관내의 비선형 유동특성에 대한 고려로 최대 손실계수의 주파수 및 실수부가 급격하게 변하는 주파수 대역이 저주파수로 이동하는 특성도 잘 예측되고 있다. 따라서, 이 연구에서 제안하는 이중챔버형 공압스프링의 복소강성모형의 타당성을 확인할 수 있다.

그러나, 기존모형의 경우는 실험결과와의 차이가 매우 크며, 입력수준, 즉 진폭 또는 주파수가 커질수록 그 차이가 더욱 커지게 됨을 볼 수 있다. 입력수준이 낮을 경우에는, 제안된 모형과 기존의 모형을 통해 예측한 결과의 차이가 그리 크지 않은 것으로 보아, 가진진폭 또는 주파수가 낮을수록 모세관 공기유동 모형화 과정에서 입-출구영역의 부차손실에 대한 고려는 크게 중요하지 않은 것으로 판단된다. 부연하면, 3.1장 (3)절에서 설명하였듯이, 부차손실의 영향은 모세관내의 유속이 커지게 되는 경우에 우세하게 나타나게 되므로, 관내유속이 상대적으로 작아지는 저진폭 및 저주파수 대역에서는 마찰손실의 영향이 더 커진다고 볼 수 있다. 따라서, 동일한 마찰계수를 사용하는 두 모형의 예측결과가 입력수준이 낮을 경우에 대해서는 서로 유사한 특성을 보이게 된다.

그리고, 기존모형에 다이어프램 복소강성의 진폭 의존성이 반영되지 않았다면, 실수부의 연화현상 및 손실계수의 진폭에 따른 증가현상은 표현되지 않았을 것이다. 따라서, 부차손실을 무시한 채, 모세관내 공기유동을 층류로만 간주하고 다이어프램의 선형모형을 도입하는 기존의 모형은 매우 작은 입력수준에서만 타당하며, 이중챔버형 공압스프링 복소강성계수의 진폭 의존적인 거동을 묘사하는데 있어서 한계가 있음을 지적할 수 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 흔히 정밀장비의 성능보장을 위해

채택되는 공압제진대에서 진동절연요소의 역할을 하는 이중챔버형 공압스프링의 복소강성계수를 모형화하였다. 주파수뿐만 아니라 진폭 의존성을 가지는 이중챔버형 공압스프링의 특성을 실험적으로 관찰할 수 있었으며, 기존의 연구에서는 다루지 못했던 진폭 의존성을 가지는 복소강성모형을 이 논문에서 제시하고자 하였다. 피스톤의 강제 동역학, 챔버내 공기열역학, 모세관내 공기의 비선형 유동특성 고려와 더불어 진폭 의존성을 가지는 다이어프램의 복소강성을 반영하여, 이중챔버형 공압스프링의 모형을 유도할 수 있었으며, 기존의 모형 및 실험치와의 비교를 통해서 제안된 모형의 타당성을 검증할 수 있었다. 추후, 이 개선된 모형은 제진대의 전달률 설계에 효과적으로 응용될 수 있다고 사료된다.

후 기

이 연구는 한국기계연구원의 나노메카트로닉스 기술개발 사업의 지원을 받아 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Gordon, C. G., 1991, "Generic Criteria for Vibration-sensitive Equipment", Proceedings of SPIE, SanJose, CA.
- (2) Amick, H., Gendreau, M. and Gordon, C. G., 2002, "Facility Vibration Issues for Nanotechnology Research", Proceedings of the Symposium on Nano Device Technology, Hsinchu, Taiwan.
- (3) Harris, C. M. and Crede, C. E., 1961, "Shock and Vibration Handbook", McGraw-Hill.
- (4) DeBra, D. B., 1984, "Design of Laminar Flow Restrictors for Damping Pneumatic Vibration isolators", CIRP Annals, Vol. 33, No. 1, pp. 351~356.
- (5) Erin, C., Wilson, B. and Zapfe, J., 1998, "An Improved Model of a Pneumatic Vibration isolator: Theory and Experiment", Journal of Sound and Vibration. Vol. 218, No. 1, pp. 81~101.
- (6) Nashif, A. D., Jones, D. I. G., and Henderson, J. P., 1986, "Vibration Damping", New York: John Wiley & Sons, Inc.
- (7) White, F. M., 2003, "Fluid Mechanics 5th

Edition", New York : McGraw-Hill.

(8) Munson, B. R., Young, D. F. and Okiishi, T. H., 1998, "Fundamentals of Fluid Mechanics 3rd Edition", New York : John Wiley & Sons, Inc.

(9) Moran, M. J. and Shapiro, H. N., 2004, "Fundamentals of Engineering Thermodynamics 5th Edition", New York : John Wiley & Sons.

(10) Shearer, J. L., 1960, Fluid Power Control : Chap.16 Pneumatic Drives. MIT press.

(11) Oosthuizen, P. H. and Carscallen, W. E., 1997, "Compressible Fluid Flow", New York : McGraw-Hill.

(12) Lee, J. H. and Kim, K. J., 2006, "Computation of Complex Stiffness of Inflated Diaphragm in Pneumatic Springs by Using FE Codes", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 9, pp. 919~925.