

백스텝핑 방법과 외란관측기법에 의한 미사일 제어시스템의 동역학을 고려한 미사일 유도법칙의 설계

Design of a Missile Guidance Law via Backstepping and Disturbance Observer Techniques Considering Missile Control System Dynamics

송 성 호*
(Seong-Ho Song)

Abstract : In this paper, a design method of a missile guidance command is presented considering the dynamics of missile control systems. The design of a new guidance command is based on the well-known PNG(propotional navigation guidance) laws. The missile control system dynamics cause the time-delays of the PN guidance command and degrade the performance of original guidance laws which are designed under the assumption of the ideal missile control systems. Using a backstepping method, these time-delay effects can be compensated. In order to implement the guidance command developed by the backstepping procedure, it is required to measure or calculate the successive time-derivatives of the original guidance command, PNG and other kinematic variables such as the relative distance. Instead of directly using the measurements of these variables and their successive derivatives, a simple disturbance observer technique is employed to estimate a guidance command described by them. Using Lyapunov method, the performance of a newly developed guidance command is analyzed against a target maneuvering with a bounded and time-varying acceleration.

Keywords : missile guidance laws, missile control system dynamics, backstepping method, disturbance observer technique, final miss distance

I. 서론

본 논문에서는 자동조정장치의 동역학과 추적 기하학의 비선형 역학을 고려한 새로운 유도법칙을 설계하는 방법을 제시한다. 자동조정장치나 유도 시스템과 같은 미사일을 구성하는 제어시스템들은 매우 복잡한 비선형 시스템으로서 이들에 대한 제어시스템의 설계 및 성능분석은 각각 따로 따로 고려하여 설계되며, 따라서 이들이 결합된 전체시스템의 성능 분석은 비선형성과 상호 연관성 등으로 인하여 매우 어려운 실정이다[1,4,5]. 그러나, 실제 성능에 있어서 이러한 상호 연관성으로 인하여 성능 저하가 초래되기 때문에 고정밀 미사일 시스템의 설계를 위하여서는 상호 연관성을 고려한 설계가 이루어져야 한다.

본 논문에서는 미사일과 목표물사이의 2차원 추적 상황을 고려한다. 3차원 추적상황의 경우에는 그 복잡성만 증가하고 똑같은 방법으로 그 결과를 확장할 수 있다. 자동조정장치의 경우에는 기존의 연구결과들을 살펴보면, 비선형 동역학을 갖는 미사일 시스템을 케환 선형화 또는 부분선형화 등의 선형화방법을 이용하면 입출력관계가 선형시불변 시스템이 되는 자동조정장치를 설계할 수 있음을 알 수 있다[1,3]. 따라서, 본 논문에서는 이러한 입출력 선형화가 가

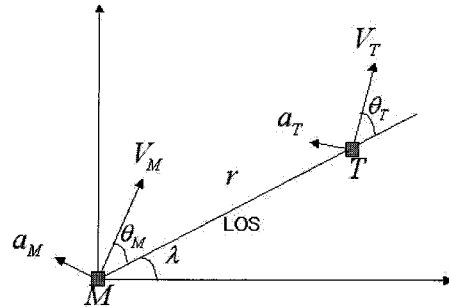


그림 1. 2차원 평면 추적상황.
Fig. 1. Planar pursuit situation.

능한 자동조정장치를 고려하여 입력 가속도명령에서 출력 가속도까지의 미사일 시스템의 동역학을 선형 시불변 시스템으로 가정하고 이 동역학에 의하여 발생하는 미사일 유도법칙의 성능저하를 개선하는 새로운 유도법칙을 설계한다. [5]에서는 미사일 동역학을 선형시스템으로 가정한 경우에 대하여, 비례항법에 대한 미사일시스템의 안정성을 분석하였다. 목표물 가속도를 영으로 가정하고, 접근속도(closing velocity)를 상수로 가정하면, 비선형 2차원 추적 역학 방정식은 선형으로 근사화할 수 있으며, 이를 바탕으로 선형시스템의 입출력특성을 이용하여 전체 미사일시스템의 안정성을 보장하는 조건을 제시하였다.

본 논문에서는 리아프노프 방법에 근거한 백스텝핑방법 [6]을 이용하여 미사일의 동역학을 보상할 수 있는 새로운 유도법칙을 설계하고, 백스텝핑방법에서 필연적으로 발생하는 제어변수들의 연속미분과 이들 변수들간의 복잡한 형태

* 책임저자(Corresponding Author)
논문접수 : 2006. 7. 27., 채택확정 : 2007. 10. 11.
송성호 : 한림대학교 정보통신공학부(ssh@hallym.ac.kr)
※ 본 논문은 2005년도 한림대학교 교비학술연구비(HRF-2005-34)와 한국과학기술원 영상정보특화연구센터를 통한 방위사업청과 국방과학연구소의 연구비 지원(계약번호 UD070007AD)으로 수행되었음.

로 구성된 유도법칙의 구현을 위하여 외란관측기법을 인용한 유도법칙 추정 방법을 제시한다. 시뮬레이션을 통하여 미사일 동역학을 고려한 새로운 유도법칙과 기존 비례항법과의 성능을 비교 분석하고, 새로운 유도법칙의 우수한 성능과 이점을 제시한다.

II. 문제 설정

미사일과 목표물사이의 2차원 추적상황은 그림 1 과 같다[2]. 그림 1 에서 미사일 M과 목표물 T는 질점으로 가정하고, V_M, V_T 은 미사일과 목표물의 속도로서 상수로 가정하며, 미사일의 속도가 목표물보다 빠르다고 가정한다. a_M, a_T 는 미사일과 목표물의 가속도를 나타내며, θ_M 은 미사일 속도 벡터와 LOS 사이의 각, θ_T 는 목표물의 속도 벡터와 LOS 사이의 각이다. λ 는 관성좌표계의 x축과 LOS가 이루는 각을 의미한다. 이상의 2차원 추적상황을 정리하면, 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -V_M \cos(\theta_M) + V_T \cos(\theta_T) \\ \dot{\lambda} &= -V_M \sin(\theta_M) + V_T \sin(\theta_T) \\ \dot{\theta}_M &= \frac{a_M}{V_M} - \dot{\lambda} \\ \dot{\theta}_T &= \frac{a_T}{V_T} - \dot{\lambda} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, r 은 목표물과 미사일 사이의 상대 거리이고, $\dot{\lambda}$ 는 절대좌표계에 대한 시선(line of sight(LOS))의 각속도(angular rate)이다. 본 논문에서는 미사일 속도 V_M 가 목표물의 속도 V_T 보다 크고, 목표물의 가속도는 유한한 경우에 대하여 고려한다. 즉, 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1:

$$\begin{aligned} V_T &= \rho V_M, \quad 0 \leq \rho < 1 \\ |a_T| &\leq a, \quad a > 0 \end{aligned} \quad (2)$$

미사일시스템의 동역학은 복잡한 비선형방정식으로 표현되고, 이러한 비선형 시스템에 궤환 선형화 또는 부분선형화등의 선형화기법을 적용하여 미사일의 자동조종장치를 설계하면, 가속도 명령에서 실제 미사일가속도까지의 동역학이 선형시불변시스템으로 표현될 수 있으며, 다음의 (3)으로 표현할 수 있다[1,3,7-9].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Ba_M^C \\ a_M &= Cx \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 a_M^C 는 가속도명령이고, A는 $n \times n$ 행렬로서 안정하며, B는 $n \times 1$ 행렬, C는 $1 \times n$ 행렬로서 (A,B)는 제어가능하고, (C,A)는 가관측(observable)하다. 미사일의 유도법칙으로 잘 알려진 비례항법은 다음과 같다.

$$a_M^C = NV_M \dot{\lambda} \quad (4)$$

여기서, N 은 항법상수(navigation constant)이다. 즉, 시선의 각속도 또는 변화율에 비례하여 가속도 명령을 만들어내면 미사일동역학이 이상적이라고 가정하면 목표물을 명중시킬

수 있음을 [2]에서 보였다. 그러나, 미사일의 동역학에 의한 유도명령의 시간지연 때문에 미사일의 최종추적오차는 발생할 수밖에 없으며, 특히 비례항법의 경우 추적말기에는 미사일의 동역학에 의한 시간지연과 급격한 시선변화율로 인하여 (4)로 주어지는 비례항법은 불안정한 명령을 유발하여 실현 불가능한 가속도명령을 요구한다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 비례항법의 단점을 보완하기 위하여 (2)로 주어지는 미사일제어시스템의 동역학을 고려하여 미사일의 가속도 명령 a_M^C 를 설계함으로써 최종추적오차를 개선하고 추적말기에 과도한 가속도명령을 요구하지 않는 새로운 유도법칙을 제안한다.

III. 백스텝핑방법에 의한 새로운 유도법칙의 설계

먼저 미사일이 목표물을 명중시킬 조건에 대하여 살펴본다. 다음의 보조정리는 미사일과 목표물사이의 거리가 줄어드는 조건을 제시한다[2].

보조정리 1: 다음과 같은 가정을 만족한다.

가정 2:

$$|\theta_m(0)| < \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

가정 3: 양수 $\beta \in [0, 1 - \rho)$ 에 대하여 다음이 만족한다.

$$|r\dot{\lambda}| \leq \beta V_M, \quad \forall t > 0 \quad (6)$$

위의 가정들이 만족하면, 상대거리 r 은 다음 부등식을 만족한다.

$$\begin{aligned} |\theta_m(t)| &< \frac{\pi}{2} \\ \dot{r} &\leq -V_M \sqrt{(1-\rho)^2 - \beta^2}, \quad \forall t > 0 \end{aligned} \quad (7)$$

이다. ■

가정 1은 목표물의 속도가 미사일보다 작다는 가정으로 일반적인 추적상황에서 성립한다. 또한 가정 2는 초기에 미사일이 목표물을 향하여 발사되는 경우에 만족하는 식으로 목표물을 향하여 미사일을 발사시키는 경우 당연히 만족하는 조건이다. 가정 3은 미사일이 목표물을 명중시키기 위하여 미사일과 목표물사이의 시선의 변화율이 제한되어야 한다는 식으로 (6)이 성립하도록 유도법칙을 설계하면 (7)에서처럼 미사일이 목표물을 추적하는 동안 미사일은 항상 목표물을 향하여 날아가고, 미사일과 목표물의 상대거리의 미분이 음수가 되어 결국에는 명중을 만족시키게 된다. 이에 대한 증명은 [2]에 잘 설명되어 있다.

본 절에서는 가정 3을 만족시키는 유도법칙을 설계하기 위하여 [2]에서와 마찬가지로 리아프노프 방법을 도입하고, 선형화된 미사일 동역학에 의한 영향을 고려하기 위하여 백스텝핑 방법을 사용하여 유도법칙을 설계한다. (2)로 주어지는 선형화된 미사일 동역학에 대하여 상대차수(relative degree) l 을 만족한다고 가정한다. 즉, (2)로 주어지는 선형화된 미사일 시스템은

$$\begin{aligned} CA^m B &= 0, \quad \forall m = 0, 1, \dots, l-2 \\ CA^{l-1} B &\neq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

을 만족한다. 새로운 유도법칙의 설계를 위하여 다음과 같은 리아프노프 함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2}[(r\dot{\lambda})^2 + X_1^2 + \dots + X_l^2] \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} X_1 &= NV_M \dot{\lambda} - a_M = NV_M \dot{\lambda} - Cx \\ X_2 &= (NV_M \dot{\lambda})^{(1)} - CAx + [r\dot{\lambda} \cos \theta_M] + KX_1 \\ X_i &= (NV_M \dot{\lambda})^{(i-1)} - CA^{i-1}x + [r\dot{\lambda} \cos \theta_M]^{(i-2)} \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} KX_j^{(i-j-1)} + \sum_{j=1}^{i-2} X_j^{(i-j-2)}, \forall i = 3, \dots, l \end{aligned} \quad (10)$$

이고, $(\cdot)^{(i)}$ 은 시간에 대한 미분으로서 $(\cdot)^{(i)} = \frac{d^i}{dt^i}(\cdot)$

을 의미하며, $K \geq \frac{\alpha}{\beta V_M}$ 이다. (9)에서 X_1 을 보면, 비례항 법과 실제 미사일의 가속도와와의 차이로서 (9)로 주어지는 리아프노프함수는 시선변화율과 함께 비례항법과 미사일의 실제가속도 차이에 의한 영향을 고려할 수 있도록 정의한다. 즉, (9)로 주어지는 리아프노프함수는 비례항법과 실제 가속도와와의 차이에 의하여 발생하는 추적성능저하를 보상하기 위한 새로운 유도법칙을 백스텝핑방법으로 설계하기 위하여 사용될 수 있음을 알 수 있다. 보조정리 1에 (6)으로 주어진 명증을 위한 충분조건을 만족하려면 (9)로 주어지는 리아프노프 함수가 다음을 만족하면 된다.

$$V \leq \frac{1}{2}[\beta V_M]^2, \forall t > 0 \quad (11)$$

(11)이 만족되면, (9)로부터 (6)이 만족됨을 알 수 있으며, 따라서 (11)이 만족되도록 가속도 명령 a_M^C 를 설계하면 된다. (8)을 만족하고, (2)로 주어지는 미사일 시스템에 대하여 (10)으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\dot{X} = A_L X + B_L a_M^C + B_L d - B_R (r\dot{\lambda} \cos \theta_M) \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} X &= \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_l \end{pmatrix}, B_L = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, B_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \\ A_L &= \begin{pmatrix} -K & 1 & 0 & \dots & & 0 \\ -1 & -K & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & -K & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & 0 & -1 & -K & 1 & 0 \\ \vdots & & & & 0 & -1 & -K & 1 & 0 \\ 0 & & & & \dots & 0 & -1 & -K \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

이고

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{CA^{l-1}B} [(NV_M \dot{\lambda})^{(l)} - CA^l x + [r\dot{\lambda} \cos \theta_M]^{(l-1)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^l KX_i^{(l-i)} + \sum_{i=1}^{l-1} X_i^{(l-1-i)} \end{aligned} \quad (14)$$

이다. 따라서, 가속도 명령 a_M^C 를

$$a_M^C = -d \quad (15)$$

으로 정의하면, (12)와 (14)로부터 다음식이 만족된다.

$$\dot{X} = A_L X - B_R (r\dot{\lambda} \cos \theta_M) \quad (16)$$

다음의 보조정리 2는 (9)로 주어지는 리아프노프 함수 V가 명증조건 (6) 또는 (11)을 만족시킬 충분조건을 제시한다.

보조정리 2: 다음의 가정들이 만족한다고 하자.

가정 4: 항법 상수 N은 양수 $\beta \leq 1-\rho$ 과 $\alpha > 0$ 에 대해 다음 부등식을 만족한다.

$$N > 1 + \frac{\rho + \alpha r(0) / (\beta |V_M|^2)}{\sqrt{1 - |\rho + \beta|^2}} \quad (17)$$

가정 5:

$$|V(0)| \leq \frac{1}{2} [\beta V_M]^2 \quad (18)$$

가정 6: a_T 는 시간에 대하여 유한한 연속함수이다. 즉, $|a_T| \leq \alpha, \alpha > 0$ 을 만족한다.

그러면, (15)로 주어지는 가속도 명령은 다음을 만족한다.

$$|r\dot{\lambda}| < \beta V_M, \forall t > 0 \quad (19)$$

증명: (19)가 만족하지 않는다고 가정하자. 그러면, 다음 식을 만족하는 어떤 양의 시간 t_1 이 존재한다.

$$\begin{aligned} |r(t)\dot{\lambda}(t)| &< \beta V_M, \forall 0 \leq t < t_1 \\ |r(t_1)\dot{\lambda}(t_1)| &= \beta V_M \end{aligned} \quad (20)$$

그러면, 보조정리 1의 (7)로부터

$$\begin{aligned} |\theta_m(t)| &< \frac{\pi}{2} \\ \dot{r} &\leq -V_M \sqrt{(1-\rho)^2 - \beta^2}, \forall 0 \leq t \leq t_1 \end{aligned} \quad (21)$$

이 만족되므로,

$$r(t) < r(0), \forall 0 \leq t \leq t_1 \quad (22)$$

이 성립한다. 또한, (1)의 $r\dot{\lambda}$ 과 (20)으로부터

$$\begin{aligned} \theta_M(t) &\leq \sin^{-1}(\rho + \beta) \\ \cos(\theta_M) &\geq \sqrt{1 - (\rho + \beta)^2}, \forall 0 \leq t \leq t_1 \end{aligned} \quad (23)$$

이 된다. $r\dot{\lambda}$ 의 시간 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(r\dot{\lambda}) &= -V_M \cos \theta_M \dot{\theta}_M + V_T \cos \theta_T \dot{\theta}_T \\ &= -V_M \cos(\theta_M) \left(\frac{a_M}{V_M} - \dot{\lambda} \right) \\ &\quad + V_T \cos(\theta_T) \left(\frac{a_T}{V_T} - \dot{\lambda} \right) \\ &= (V_M \cos \theta_M - V_T \cos \theta_T) \dot{\lambda} - NV_M \dot{\lambda} \cos \theta_M \\ &\quad + (NV_M \dot{\lambda} - a_M) \cos \theta_M + a_T \cos(\theta_T) \end{aligned} \quad (24)$$

이제 리아프노프 함수 V의 시간미분을 살펴본다. (15)의

가속도 명령을 이용하면 (16)이 만족되고, (16)과 (13)의 A_L 로부터 리아프노프 함수 V 의 시간미분은 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V &= r\dot{\lambda} \frac{d}{dt}(r\dot{\lambda}) + X_1\dot{X}_1 + \dots + X_l\dot{X}_l \\ &= r\dot{\lambda} \frac{d}{dt}(r\dot{\lambda}) - X_1 r\dot{\lambda} \cos \theta_M - KX_1^2 - \dots - KX_l^2 \end{aligned} \quad (25)$$

K 의 정의와 가정 1, 가정 6, (17), (22), (23)과 (24)로부터 (25)는 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V &= r\dot{\lambda} \frac{d}{dt}(r\dot{\lambda}) - X_1 r\dot{\lambda} \cos \theta_M - KX_1^2 - \dots - KX_l^2 \\ &= r\dot{\lambda} [(V_M \cos \theta_M - V_T \cos \theta_T)\dot{\lambda} - NV_M \dot{\lambda} \cos \theta_M \\ &\quad + X_1 \cos \theta_M + a_T \cos(\theta_T)] \\ &\quad - X_1 r\dot{\lambda} \cos \theta_M - KX_1^2 - \dots - KX_l^2 \\ &< -\frac{2\alpha}{\beta V_M} V + \alpha r\dot{\lambda} \\ &< -\frac{2\alpha}{\beta V_M} V + \sqrt{2}\alpha V^{\frac{1}{2}}, \forall 0 \leq t \leq t_1 \end{aligned} \quad (26)$$

(26)으로부터

$$\frac{d}{dt} V^{\frac{1}{2}} < \frac{\alpha}{\beta V_M} V^{\frac{1}{2}} + \frac{\alpha}{\sqrt{2}}, \forall 0 \leq t \leq t_1 \quad (27)$$

이 성립하며,

$$V^{\frac{1}{2}}(t) - \frac{\beta V_M}{\sqrt{2}} < (V^{\frac{1}{2}}(0) - \frac{\beta V_M}{\sqrt{2}}) e^{-\frac{\sqrt{2}\alpha}{\beta V_M} t}, \quad \forall 0 \leq t \leq t_1 \quad (28)$$

이 된다. 따라서, 가정 5와 (28)로부터

$$V^{\frac{1}{2}}(t) < \frac{\beta V_M}{\sqrt{2}}, \forall 0 \leq t \leq t_1 \quad (29)$$

이 만족되므로, (20)과 모순된다. 따라서, (19)가 만족된다. ■
 보조정리 1과 보조정리 2로부터 다음과 같은 정리 1이 만족한다.

정리 1: 가정 1, 가정 2, 가정 4, 가정 5와 가정 6이 만족하면, 다음으로 주어지는 가속도 명령

$$\begin{aligned} a_M^C &= -\frac{1}{CA^{l-1}B} [(NV_M \dot{\lambda})^{(l)} - CA^l x + [r\dot{\lambda} \cos \theta_M]^{(l-1)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^l KX_i^{(l-i)} + \sum_{i=1}^{l-1} X_i^{(l-1-i)}] \end{aligned} \quad (30)$$

은 미사일의 목표물 명중을 보장한다. ■

(30)의 가속도 명령을 구현하기 위하여서는 시선 변화율과 미사일 동역학 상태변수들의 연속미분을 구하여야 하고, 이들의 복잡한 형태로 주어지는 함수를 구하여야 하나, 이를 외란관측기법을 이용하면 쉽게 구현할 수 있다.

즉, (12)로 주어지는 시스템을 외란관측기법을 사용하기 위하여 다음과 같은 입력력 시스템으로 고려하여 보면,

$$\begin{aligned} \Sigma: \dot{X} &= A_L X + B_L a_M^C + B_L d - B_R (r\dot{\lambda} \cos \theta_M) \\ y &= X_1 \end{aligned} \quad (31)$$

이고, 여기서 X 는 상태변수, a_M^C 는 입력, d 는 외란으로 가정하고, 입력과 외란이 정합조건(matching condition)을 만족하므로, 외란관측기법을 이용하면 d 의 추정값을 구할 수 있다. 출력 X_1 은 실제 가속도 a_M 과 $NV_M \dot{\lambda}$ 으로 구성되어 있어서 관측이 가능하고, $r\dot{\lambda} \cos \theta_M$ 도 측정가능하다고 가정하면 (31)에 외란관측기법을 적용할 수 있다. 즉, 외란관측기를 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{aligned} \Sigma_1: \dot{\hat{X}} &= A_L \hat{X} + B_L a_M^C - B_R (r\dot{\lambda} \cos \theta_M) \\ \hat{y} &= \hat{X}_1 \\ \Sigma_2: \dot{x}_f &= A_f x_f + B_f (y - \hat{y}) \\ \hat{d} &= C_f x_f + D_f (y - \hat{y}) \end{aligned} \quad (32)$$

여기서, Σ_1 은 (31)로 주어지는 시스템의 내부모델에 해당하며, Σ_2 는 외란관측 성능과 필터링을 위한 필터에 해당한다. (32)으로 주어지는 외란 관측기를 (31)에 적용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}_e &= A_L \hat{X}_e + B_L d \\ \dot{x}_f &= A_f x_f + B_f C \hat{X}_e \\ \hat{d} &= C_f x_f + D_f C \hat{X}_e \end{aligned} \quad (33)$$

여기서, $\hat{X}_e = X - \hat{X}$, $C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$ 이다. (33)에서 보면 알 수 있듯이 필터의 시스템 행렬 A_f , B_f , C_f , D_f 를 적절히 설계하면 원하는 성능의 외란관측기를 설계할 수 있다. 즉, 외란 d 와 외란추정값 \hat{d} 사이의 전달함수를 원하는 주파수 특성을 갖도록 설계하면 된다. 따라서, (30)으로 주어지는 가속도 명령대신

$$a_M^C = -\hat{d} \quad (34)$$

로 가속도 명령을 사용함으로써 복잡한 계산을 할 필요없이 구현할 수 있다

IV. 성능분석

본 절에서는 컴퓨터 모의실험을 통하여 제안된 새로운 유도법칙의 성능을 분석한다. 미사일의 동역학을 고려하지 않은 비례항법과 본 논문에서 제시한 유도법칙과의 성능비교를 통하여 그 효용성을 입증한다. 본 모의실험에서 사용하는 미사일 제어시스템은 선형화된 후의 감쇄비 $\zeta=0.7$ 과 고유 주파수 $\omega_n=7$ (rad/sec)을 가지는 2차 시스템으로 가정하며, 이 때 각각의 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -49 & -9.8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [49 \ 0]$$

미사일 속도 V_M 은 마하 2(680 m/sec) 그리고 목표물 속도는 마하 1.2(408m/sec)로서 가정 1에서 $\rho=0.6$ 에 해당한다. 초기의 미사일과 목표물 사이의 거리는 500[m]이다. 항법 상수(navigation constant) N 은 5로 하였는데, 이 값은 표 1에 요약된 상수들에 대하여 가정 4를 만족하는 값이다. 또

표 1. 실험 상수.

Table 1. Parameter values for simulation.

상수명	값
α	20
β	0.3
ρ	0.6
$r(0)$	500m
N	5
V_M	680m/sec
$\lambda(0)$	10°
$\theta_M(0)$	10°
$\theta_T(0)$	10°
a_T	$20\sin(2\pi 0.6t)$

표 2. α, ρ 값 변화에 따른 유도결과.

Table 2. Simulation results for various α .

α, ρ 값			miss distance[m]	
α	ρ	$\frac{\alpha}{\beta V_M}$	기존유도법칙	제안한 유도법칙
20	0.8	0.1471	11.29	0.01
	0.9	0.2941	8.58	0.02
40	0.8	0.2941	11.11	0.03
	0.9	0.5882	13.67	0.01
60	0.8	0.4412	8.71	0.02
	0.9	0.8824	12.71	0.02
80	0.8	0.5882	5.10	0.03
	0.9	1.1765	10.98	0.01

한, 가정 3 또는 가정 5를 만족시키는 $\beta V_M = 0.3 \times 680 = 204$ 로 택하였고, 이 값을 이용하여 외란관측기 Σ_1 을 구성하였다. 또한, 외란관측기의 각 시스템 행렬은 외란 d 에서 \hat{d} 까지의 전달함수가 감쇄비 $\zeta_f = 0.7$ 과 고유 주파수 $w_f = 200(\text{rad/sec})$ 을 가지는 2차 시스템의 성능을 갖도록 택하였으며 그 행렬은 다음과 같다.

$$A_L = \begin{bmatrix} -K & 1 \\ -1 & -K \end{bmatrix}, B_L = \begin{bmatrix} 0 \\ w_n^2 \end{bmatrix}, B_R = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_f^2 & -2\zeta_f w_f \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_f = w_f^2 [K^2 + 1 - w_f^2 \quad 2K - 2\zeta_f], D_f = w_f^2$$

목표물은 가속도 $a_T = 20\sin(2\pi 0.6t)$ 로 기동(maneuvering)한다고 가정하였고, 따라서 가정 6은 $\alpha = 20$ 에 대하여 만족하며, $K \geq \frac{\alpha}{\beta V_M} = 0.0735$ 이면 되는데 본 모의실험에서는 $K = 0.1$ 을 선택하였다. 그림 2에 목표물 가속도의 궤적을 표시하였다. 또한, 미사일의 실제 가속도는 편구동기의 포화를 고려하여 모의실험시에 가속도 출력에 한계값으로 $\pm 300(\text{m/sec}^2)$ 로 하는 포화함수(saturation function)를 첨가하여 가속도출력을 구하였다. 즉, 모의실험에서 실제 미사일의 가속도의 크기는 $\pm 300(\text{m/sec}^2)$ 으로 제한된다. 그 외의 다른 상수들은 표 1에 정리되어 있다.

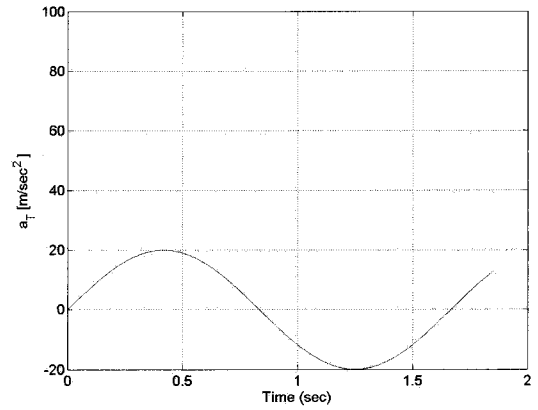


그림 2. 목표물 가속도, a_T .

Fig. 2. Target acceleration, a_T .

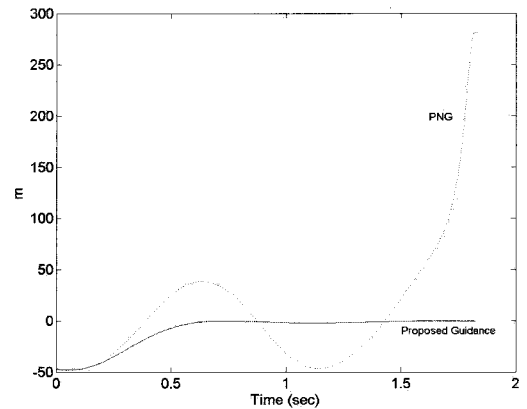


그림 3. $|r\lambda|$ 의 궤적.

Fig. 3. Time profile of $|r\lambda|$.

모의 실험 결과를 살펴보면, 미사일 시스템의 동역학을 고려하지 않은 비례항법의 경우에는 그림 5에서 보면 알 수 있듯이 과도한 미사일 가속도명령을 추적말기에 유발하여 이를 구현하지 못함으로써 시스템이 불안정해지면서 최종 추적 오차 10.59m가 발생하였으나, 제안된 유도법칙의 경우에는 미사일 동역학에 의한 지연을 보상하는 가속도 명령을 발생시킴으로써 명중을 보장함을 알 수 있다. 표 2는 여러 가지 경우에 대하여 $K = 0.1$ 로 고정하여 모의실험을 한 결과로서 실제 요구되는 K 값은 $\frac{\alpha}{\beta V_M}$ 보다 큰 값이어야 하는데, 표 2에서 보면 알 수 있듯이 α, β 에 대한 예측범위를 벗어나는 경우에도 제안한 방법이 잘 동작함을 알 수 있다.

그림 3은 시선변화를 $|r\lambda|$ 의 궤적을 나타내는데, 실선으로 표시된 제안된 유도법칙의 경우에는 명중을 위한 충분조건 (6)을 만족하나, 점선으로 표시된 비례항법의 경우, 즉 미사일 시스템의 동역학을 고려하지 않는 유도법칙의 경우에는 $\beta V_M = 204$ 에 대하여 (6)을 추적 말기에 만족시키지 못함을 알 수 있다. 그 외의 그림들에서도 모두 실선의 경우는 제안된 새로운 유도법칙의 경우이고, 점선은 미사일 시스템의 동역학을 고려하지 않는 기존 비례항법의 경우이

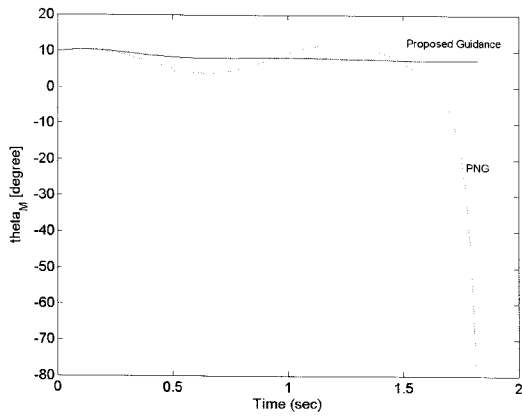


그림 4. θ_M 의 궤적.
Fig. 4. Time profile of θ_M .

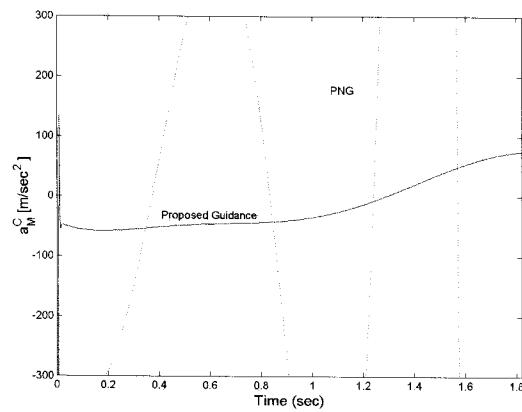


그림 5. 미사일의 가속도 명령 a_M^C .
Fig. 5. Missile acceleration command, a_M^C .

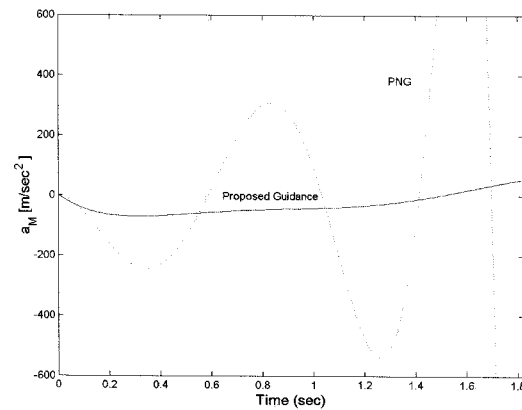


그림 6. 미사일 가속도, a_M .
Fig. 6. Missile acceleration a_M .

다. 그림 4는 미사일과 시선사이의 각 θ_M 의 궤적을 나타내는데, 이 역시 기존 비례항법의 경우에는 추적 말기에 미사일과 시선사이의 각이 90도를 넘어서 미사일이 목표물을 향하지 못하고 반대방향으로 기동하려고 하는 경우가 발생하여 추적오차를 유발한다. 새로운 유도법칙의 경우에는 미사일이 추적말기에도 여전히 목표물을 향하여 비행하도록

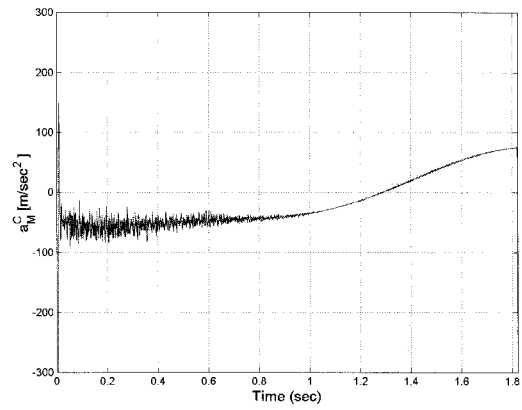


그림 7. 미사일의 가속도 명령 a_M^C (거리추정 오차 10% 인 경우).
Fig. 7. Missile acceleration command, a_M^C (10% relative distance estimation error case).

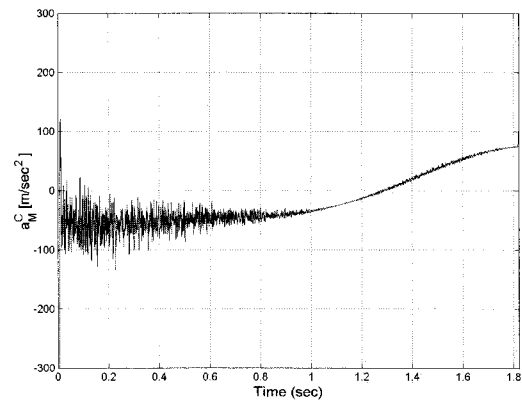


그림 8. 미사일의 가속도 명령 a_M^C (거리추정 오차 40% 인 경우).
Fig. 8. Missile acceleration command, a_M^C (40% relative distance estimation error case).

유도함으로써 명중을 보장함을 알 수 있다. 그림 5와 그림 6은 미사일의 가속도 명령과 실제 가속도에 대한 궤적으로서 추적 말기에 역시 기존의 비례항법은 추적 말기에 급격한 시선의 변화율과 미사일 시스템의 동역학에 의한 지연 때문에 과도한 가속도 명령을 유발하여 실제 가속도의 포화를 일으켜서 시스템의 불안정을 초래함으로써 추적오차를 유발하게 된다. 새로운 유도법칙은 이러한 미사일 시스템의 동역학에 의한 지연을 고려함으로써 시스템의 불안정화를 막고 과도한 가속도 명령을 유발하지 않게 됨을 알 수 있다.

마지막으로 외란 관측 기법을 이용할 경우 상대거리 성분을 알아야 하는데, 수동센서의 경우 상대 거리 성분을 구할 수 없다. 따라서, 이러한 경우를 고려하기 위하여 상대거리 r 의 추정시 오차를 고려한 모의실험을 수행하였다. 오차는 정규분포의 불규칙수(random number)를 발생하여 행하였다. 그 결과 제안된 유도법칙은 추정오차가 50% 이상 변화더라도 명중을 보장한다. 다만, 그림 7과 그림 8에서 보면 알 수 있듯이 추정오차가 커질수록 가속도명령이 초기에 진동이 심해지는 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 미사일 시스템의 동역학으로 인한 시간 지연 때문에 발생하는 추적말기의 시스템의 불안정화와 이로 인한 유도법칙의 성능 저하를 개선하기 위하여 백스텝핑 방법을 이용한 새로운 유도법칙을 설계하였고, 이에 대한 성능 분석을 수행하였다.

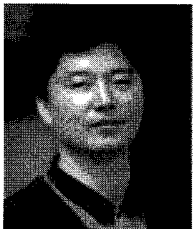
새로 제안한 유도법칙은 미사일 시스템의 동역학을 고려하지 못한 기존의 비례항법에 비하여 추적 말기에 발생하는 시스템의 불안정화를 방지하여 과도한 가속도 명령을 요구하지 않음으로써 명중을 보장함을 리아프노프 방법을 이용하여 증명하였고, 컴퓨터 모의실험을 통하여 성능을 분석하였다.

참고문헌

- [1] J. H. Oh and I. J. Ha, "Missile autopilot design via functional inversion and time-scaled transformation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electron Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 64-76, Jan. 1997.
- [2] I.-J. Ha, J.-S. Hur, M.-S. Ko, and T.-L. Song, "Performance analysis of PNG laws for randomly maneuvering targets," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, no. 5, pp. 713-721, Sep.

1990.

- [3] D. Chwa and J. Y. Choi, "Adaptive nonlinear guidance considering target uncertainties and control loop dynamics," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Syst.*, vol. 39, no. 4, pp. 1134-1143, Oct. 2003.
- [4] J. H. Blakelock, *Automatic Control of Aircraft and Missile*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [5] M. Guelman, "The stability of proportional navigation systems," *AIAA conference*, pp. 586-590, 1990.
- [6] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. V. Kokotovic, *Constructive Nonlinear Control*, Springer-Verlag, 1996.
- [7] 하인중외 11명, 차세대 유도조종 시스템에 관한 연구, 국방과학연구소 연구보고서, 1990.
- [8] J.-I. Lee and I.-J. Ha, "Autopilot design for highly maneuvering STT missiles via singular perturbation-like technique," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 5, pp. 527-541, Sep. 1999.
- [9] S.-Y. Lee, J.-I. Lee, and I.-J. Ha, "Nonlinear autopilot maneuverability of bank-to-turn missile," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 1236-1253, Oct. 2001.



송 성 호

1987년 서울대학교 제어계측공학과 학사. 1991년 서울대학교 제어계측공학과 공학석사. 1995년 서울대학교 제어계측공학과 공학박사. 1996년~현재 한림대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 제어이론 및 응용, 메카트로닉스,

자동화시스템, 머신비전.