

# 벡터내적 기반 카메라 외부 파라미터 응용: 절대표정

## Camera Exterior Parameters Based on Vector Inner Production Application: Absolute Orientation

전 재 춘\*, Shankar Sastry  
(Jaechoon Chon and Shankar Sastry)

**Abstract :** In the field of camera motion research, it is widely held that the position (movement) and pose (rotation) of cameras are correlated and cannot be independently separated. A new equation based on inner product is proposed here to independently separate the position and pose. It is proved that the position and pose are not correlated and the equation is applied to estimation of the camera exterior parameters using a real image and 3D data.

**Keywords :** inner production, absolute orientation, camera exterior parameters

### I. 서론

카메라 외부표정을 추정하기 위해 사용되는 공선조건식(영상투영식)은 100여년 전부터 사진측량분야에서 기본적으로 사용되고 있으며, 최근 디지털 카메라의 일반화로 컴퓨터 비전, 로봇비전, 컴퓨터 그래픽스, GIS(Geographic Information System), ITS(Intelligent Transportation Systems) 등에 널리 사용되고 있다[1].

$$u = f \frac{U}{W}, v = f \frac{V}{W} \quad (1)$$

여기서,  $\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = R_z R_y R_x \begin{bmatrix} X - X_C \\ Y - Y_C \\ Z - Z_C \end{bmatrix}$ ,  $(u, v)$  영상좌표,  $P[X \ Y$

$Z]^T$  물체의 3차원좌표,  $P_C[X_C \ Y_C \ Z_C]^T$  와  $\Omega_c[\omega \ \phi \ \kappa]^T$  는 각각 카메라의 위치와 자세이며,  $f$  는 카메라 초점,  $R_x =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix}, R_y = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}, \text{ and } R_z = \begin{bmatrix} \cos \kappa & & \\ \sin \kappa & & \\ 0 & & \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} -\sin \kappa & 0 \\ \cos \kappa & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  는 각각 X, Y, Z 축의 회전행렬이다. 지상기준점

(GCP:Ground Control Point)을 기반한 절대표정(absolute orientation)[1], 위성영상 또는 항공영상으로 부터 정사영상(ortho-image)을 만들기 위한 DLT(Direct Linear Transform)[2], 두 영상의 상대표정(relative orientation)을 위한 광속조정법(bundle adjustment)[1,3], 연속된 3프레임 영상을 이용한 triple let [4] 또는 factorization[4,5], 3차원 좌표가 없는 광류와 3차원 좌표가 주어진 물체가 촬영된 다수의 영상프레임의 외부표정 및 광류의 3차원 좌표 계산하는 광속블락조정법(bundle block adjustment)[1], 광속블락조정법을 연속된 영상프레임에

적용한 SLAM(Simultaneous Localization And Mapping)[6], 모두 공선조건식을 기반으로 하고 있다. 공선조건식에서 카메라의 이동과 회전은 비선형적인 관계로 독립적으로 분리할 수 없는 요소이다. 카메라의 속도와 각속도 개념을 도입한 Longuet-Higgins 방법도 카메라의 이동(속도)과 회전 성분(각속도)이 비선형적으로 연결되어 있다[8]. 그외 카메라 모션과 관련된 계산법으로는 두 영상간의 에피폴라 라인(epipolar line)을 계산하기 위한 공면조건식(coplanar condition) [14,7], 평면 또는 곡면 외평에 사용되는 어핀 변환(affine transform)이 있다. 공선조건식 기반 절대표정을 계산시, 비선형 연립방정식 풀이가 필요하다. 이 연립방정식 풀이과정에서 외부표정 초기 입력값에 따라 수렴 또는 발산이 결정된다. 따라서, 초기값 설정이 중요하다.

본 논문에서는 초기 입력값이 근접영역과 원거리영역에서 촬영된 영상에 대하여 각각 지구 반지름과 지구와 달거리가 되어도 강인하게 카메라 외부표정을 추정하는 벡터내적 기반 조건식을 제안 하였다. 벡터내적에 의해 카메라의 위치와 자세 성분이 독립적으로 분리 될 수 있음을 증명하였으며, 제안한 식을 통한 응용중에서 첫번째응용인 절대표정에 적용하였다. 1. 절대표정, 2.곡면해석을 통한 카메라와 레이저 라인 스케너와 캘리브레이션, 3. 카메라 자세추정 없이 3차원 데이터 생성, 4. 2D/3D라인 일치화를 통한 3차원 점군(3D point cloud)에 영상등록, 5. 광속블락조정법과 SLAM.

### II. 제안한 알고리즘

카메라 초점  $P_C[X_C \ Y_C \ Z_C]^T$  와 공간상의 점을 지나는 벡터들의 사잇각  $\theta$  은 카메라 자세  $\Omega_c[\omega \ \phi \ \kappa]^T$  와 관련 없이 일정한 것을 나타내고 있다. 우리는 이 조건으로 카메라의 위치와 자세를 각각 분리하여 추정 할 수 있다. 그림 1에서, 공간상의 점  $a[X_a \ Y_a \ Z_a]^T$  와  $b[X_b \ Y_b \ Z_b]^T$  를 기준으로 벡터  $\vec{a}$  와  $\vec{b}$  의 사잇각  $\theta$  값이 고정 될때, 카메라 초점  $P_C$  는 그림 2와 같이 곡면에 존재한다. 이 곡면은 다음식인 벡터내적으로 표현된다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2007. 5. 29., 채택확정 : 2007. 12. 3.

전재춘, Shankar Sastry : UC Berkeley

(jchoon@eecs.berkeley.edu, jic7151@hanmail.net/sastry@eecs.berkeley.edu)

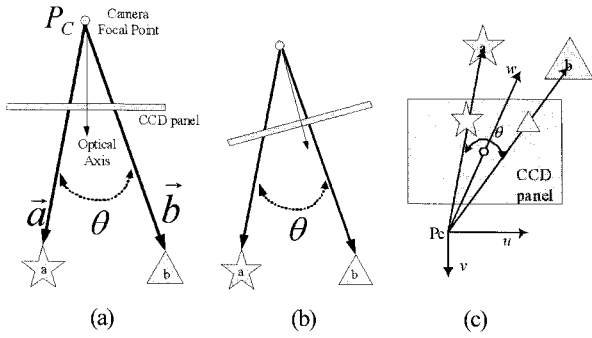


그림 1. 카메라 자세와 벡터간의 사잇각의 관계.  
Fig. 1. Relationship between the pose of the camera and the angle between two vectors.

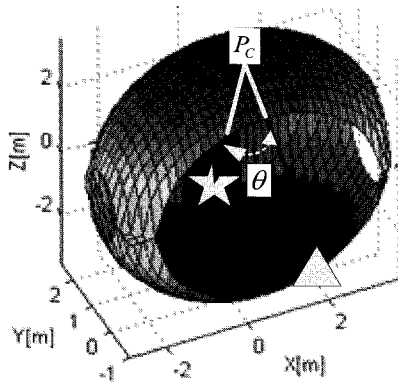


그림 2. 곡면상의 카메라 위치.  
Fig. 2. The position of the camera on a surface.

$$F = \vec{a} \cdot \vec{b} - |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 0 \quad (2)$$

여기서,  $\vec{a} = (X_a - X_c \quad Y_a - Y_c \quad Z_a - Z_c)$ ,  
 $\vec{b} = (X_b - X_c \quad Y_b - Y_c \quad Z_b - Z_c)$ ,  
 $L_a = \sqrt{(X_a - X_c)^2 + (Y_a - Y_c)^2 + (Z_a - Z_c)^2}$ ,  
 $L_b = \sqrt{(X_b - X_c)^2 + (Y_b - Y_c)^2 + (Z_b - Z_c)^2}$   
 이다. 벡터의 사잇각  $\theta$  는 공간상의 두점 a, b와 일치하는 영상 상 두점  $I_a(x_a, y_b)$ ,  $I_b(x_b, y_b)$  와 카메라 초점을 지나는 벡터  $\vec{I}_a$  와  $\vec{I}_b$  의 내적  $\theta_{image} = \cos^{-1} \frac{\vec{I}_a \cdot \vec{I}_b}{|\vec{I}_a| |\vec{I}_b|}$  를 이용하여 계산할 수 있다.

증명:  $\theta = \theta_{image}$

$$\begin{aligned} \cos \theta_{image} &= \frac{\vec{I}_a \cdot \vec{I}_b}{|\vec{I}_a| |\vec{I}_b|} \\ &= \frac{x_a x_b + y_a y_b + f^2}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + f^2} \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + f^2}} \\ &= \frac{f^2 \frac{U_a U_b}{W_a W_b} + f^2 \frac{V_a V_b}{W_a W_b} + f^2}{\sqrt{\left(f \frac{U_a}{W_a}\right)^2 + \left(f \frac{V_a}{W_a}\right)^2 + f^2} \sqrt{\left(f \frac{U_b}{W_b}\right)^2 + \left(f \frac{V_b}{W_b}\right)^2 + f^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{f^2 \left( \frac{U_a U_b + V_a V_b + W_a W_b}{W_a W_b} \right)}{\frac{f}{W_a} \sqrt{U_a^2 + V_a^2 + W_a^2} \frac{f}{W_b} \sqrt{U_b^2 + V_b^2 + W_b^2}} \\ &= \frac{U_a U_b + V_a V_b + W_a W_b}{\sqrt{U_a^2 + V_a^2 + W_a^2} \sqrt{U_b^2 + V_b^2 + W_b^2}} \\ &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \\ &= \cos \theta \end{aligned}$$

참고: 이 곡면은  $\theta$  와 공간상의 두점 a, b에 따라서 반지 또는 럭비공과 같이 표현된다. (1)을 통한 곡면표현식은 “단사 사진을 이용한 카메라와 레이저 라인 스캐너와 캘리브레이션 응용”에서 유도되어 있다.

### III. 절대표정에 응용

#### 1. 카메라의 위치

GCP를 (1)에 입력하여, 카메라 위치  $P_c [X_c \quad Y_c \quad Z_c]^T$  를 구하기 위해서는 (2)의 선형화가 필요로한다. 본 논문에서는 Taylor series을 통하여 선형화 하였다.

$$F_i = F_i^0 + \left( \frac{\partial F_i}{\partial X_c} \right) dX_c + \left( \frac{\partial F_i}{\partial Y_c} \right) dY_c + \left( \frac{\partial F_i}{\partial Z_c} \right) dZ_c \quad (3)$$

여기서, 각 편미분 전개는 부록에 소개되어 있다. (3)에서 i는 GCP의 index이다. (3)에 n개 GCP에 대하여 다음과 같이 표현 된다.

$$B = J \Delta \quad (4)$$

$$\text{여기서, } B_{n \times 1} = \begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}, J_{n \times 3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_c} & \frac{\partial F_1}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_1}{\partial Z_c} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_c} & \frac{\partial F_n}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_n}{\partial Z_c} \end{bmatrix}, \Delta_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} dX_c \\ dY_c \\ dZ_c \end{bmatrix}^T$$

$\Delta_{1 \times 3}$  추정은 the classical least-square solution을 통하여 추정된다.

$$\begin{aligned} \Delta &= (J^T J)^{-1} J^T B \\ \begin{bmatrix} \hat{X}_c \\ \hat{Y}_c \\ \hat{Z}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{X}_c \\ \hat{Y}_c \\ \hat{Z}_c \end{bmatrix} + \Delta \end{aligned} \quad (5)$$

(5)을 수차례 반복하여 카메라 자세를 결정 할 수 있다.

카메라의 자세  $\Omega_c [\omega \quad \phi \quad \kappa]^T$  는 공선조건식에 추정된 카메라 위치와 GCP를 입력하여 추정 할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_x &= f \frac{U}{W} + u_0 - u \\ F_y &= f \frac{V}{W} + v_0 - v \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $(u_0, v_0)$  는 카메라 투영중심이다. (6)는 비선형 이기 때문에 직접적으로 카메라 자세를 계산 할 수 없기에 Taylor series을 통하여 선형화 하였다.

$$F_x = F_x^0 + \left(\frac{\partial F_x}{\partial \omega}\right)d\omega + \left(\frac{\partial F_x}{\partial \phi}\right)d\phi + \left(\frac{\partial F_x}{\partial \kappa}\right)d\kappa$$

$$F_y = F_y^0 + \left(\frac{\partial F_y}{\partial \omega}\right)d\omega + \left(\frac{\partial F_y}{\partial \phi}\right)d\phi + \left(\frac{\partial F_y}{\partial \kappa}\right)d\kappa$$

(7)

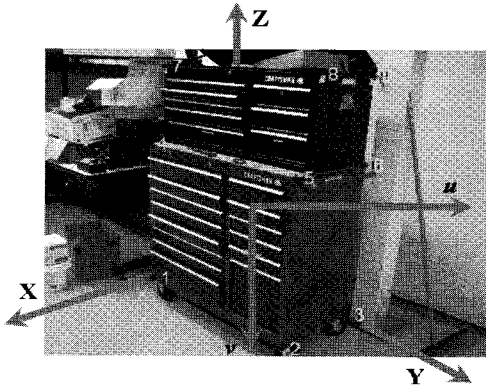
여기서, 각 편미분 전개는 부록 II에 소개되어 있다. 카메라 자세 추정과정은 (4)과 (5)와 동일하다.

**IV. 실험결과**

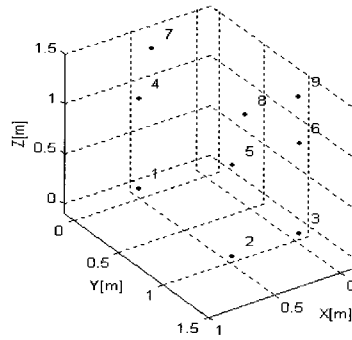
제안한 조건식을 그림 3(a)과 4(a)와 같이 근접촬영 영상과

항공촬영 영상에 대하여 각각 적용 하였다. 각각 카메라 내부표정(interior orientation)은 격자 패턴보드를 사용했다 [8,9,11,10].

2112×2816[pixel]인 근접촬영 영상의 경우, 추정 초기 카메라 위치와 자세는 각각 지구 반지름인 [6.3e+6 6.3e+6 6.3e+6] [m]과 [-90 0 90] [degree]을 입력하고, 3쌍을 부터 9쌍부터 이용했을때 그림 3과 같은 결과를 얻었다. 3쌍부터 9쌍까지 증가시킬때, 사용된 쌍 순서는 1, 6, 7, 2, 4, 9, 3, 5, 8이다(그림 3(a)). 그림 3(e)와 3(f)에 보듯이 4쌍 이후는 카메라의 위치와 자세는 각각 일정한 값에 수렴하며 평균 ±1[cm]와 ±0.1[degree] 오



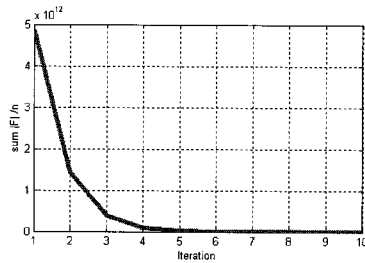
(a) Image data



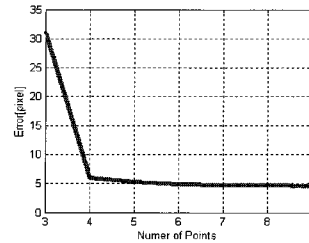
(b) 3D data



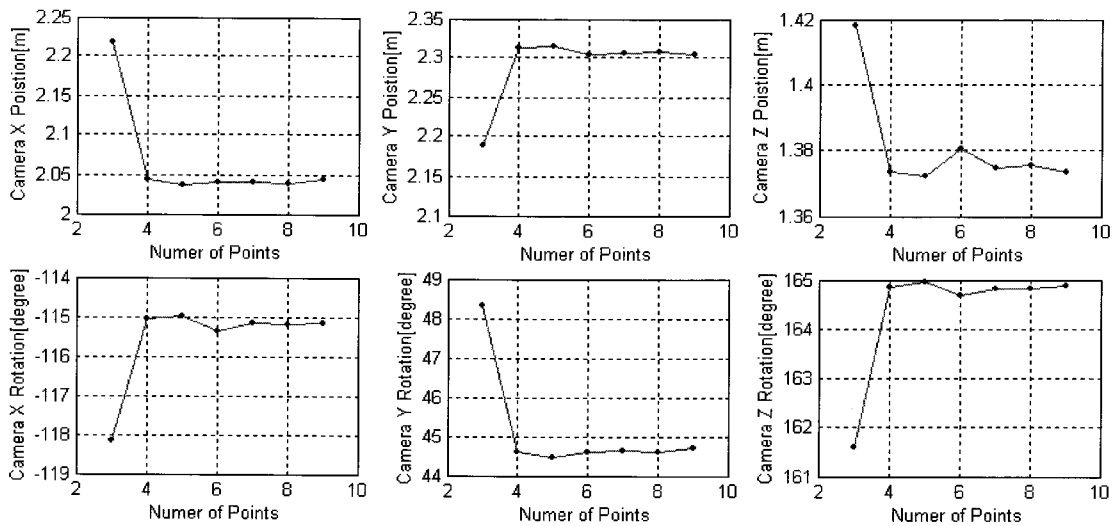
(c) A result when projecting 3D data onto the image; “\*” and “o” are 2D and 3D data.



(d)  $\sum |F|/n$

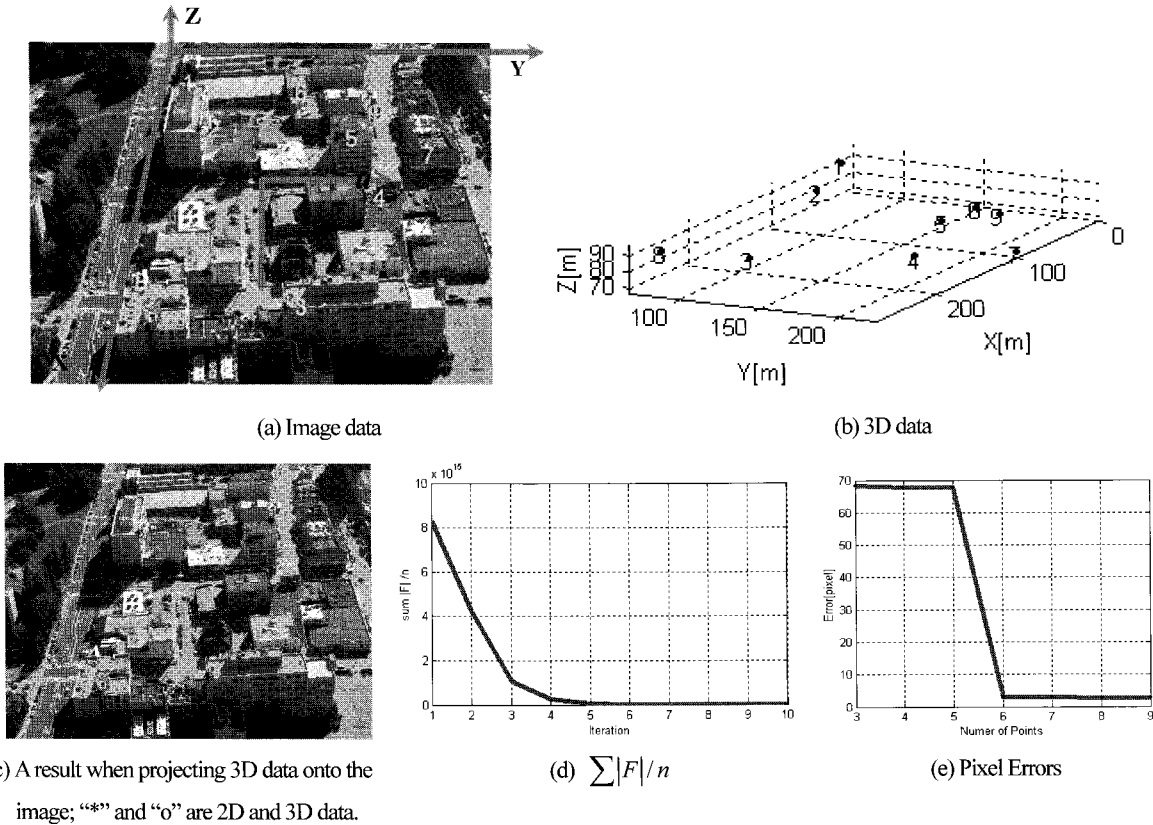


(e) Pixel errors

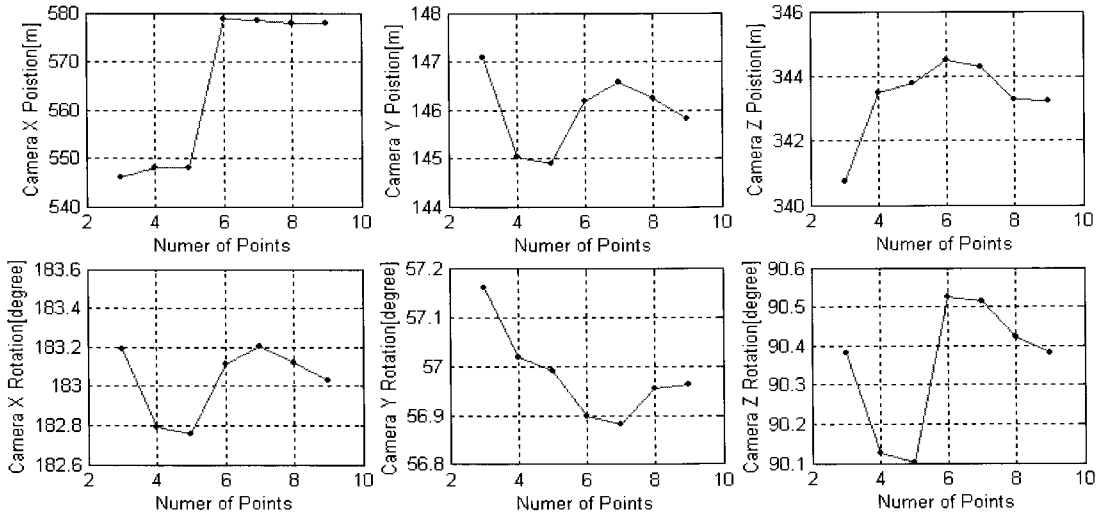


(f) Camera exterior parameters

그림 3. 근접영역에서 결과.  
Fig. 3. Results at a close range area.



(c) A result when projecting 3D data onto the image; "\*" and "o" are 2D and 3D data.



(f) Camera exterior parameters

그림 4. 원거리 영역에서 결과.

Fig. 4. Results at a far-range area.

차를 보이고 있으며, 평균 5[pixel] 에러를 보이고 있다. 그림 3(c)와 3(d)는 9쌍을 이용할때, 3차원 데이터를 영상에 투영했을때 결과이며, (3)을 반복에 따라  $\sum |F|/n$  을 나타낸 것이다. 여기서,  $n$ 은 사용된 2/3차원 데이터 쌍 수이다. 그래프에서 보듯이 매우 빠르게 수렴하는 것을 알 수 있다. 일반적으로 (2)을 통하여 카메라 위치와 자세를 추정하게 된다. 이 경우에는 초기 카메라 위치는 3[m]오차를 넘게 되면 발산하였다. 또한 카메라 자세 오차에 따라서 그 위치오차가 더 작아야 수렴을 하였다.

768×1024[pixel]인 항공촬영 영상의 경우, 추정 초기 카메라 위치와 자세는 각각 지구와 달사이의 거리인  $[3.84e+8 \ 3.84e+8 \ 3.84e+8]$  [m] 과  $[180 \ 0 \ 90]$  [degree]을 입력하고, 3쌍부터 9쌍부터 이용했을때 그림 4와 같은 결과를 얻었다. 3쌍부터 9쌍까지 증가 시킬때, 사용된 쌍 순서는 1, 3, 7, 8, 6, 4, 2, 9이다(그림 4(a)). 단, 3쌍을 이용 할때는  $[1.0e+3 \ 1.0e+3 \ 1.0e+3]$  [m]의 초기값을 사용 하였다. 그림 4(e)와 4(f)에 보듯이 6쌍 이후는 카메라의 위치와 자세는 각각 일정한 값에 수렴하며 평균 ±1[m]와 ±0.1[degree] 오차를 보이고 있으며, 평균 3

[pixel] 에러를 보이고 있다. 근접영상보다 2쌍이 많이 필요로 한 6쌍부터 수렴을 보이고 있는 이유는 3차원 데이터를 3차원 점군(3D point cloud)으로부터 추출시 오차원인이다. 이 오차원인을 제거하기 위해서는 2/3차원 라인 일치화 방법을 사용해야된다. 참고: 2/3차원 라인 일치화 방법은 “응용: 3차원 데이터에 영상등록”에 소개 될 예정이다. 그림 4(c)와 4(d)는 9쌍을 이용할때, 3차원 데이터를 영상에 투영했을때 결과이며, (3)을 반복에 따라  $\sum |F|/n$  을 나타낸 것이다. 그래프에서 보듯이 매우 빠르게 수렴하는 것을 알 수 있다. 일반적으로 사용하는 방법의 경우에는 초기 카메라 위치는 18[m]오차를 넘게 되면 발산하였다. 또한 카메라 자세 오차에 따라서 그 위치오차가 더 작아야 수렴을 하였다.

초기치 입력값은 촬영된 대상물 위에 있다면, 위의 값을 주어야 하면, 대상물 아래에서 촬영 됐다면, 아래의 값을 입력해야 한다. 그 이유는 대상물이 평면일때, 두개의 근이 존재 하기 때문이다.

**V. 결론**

본 논문에서는, 벡터내적에 의해 카메라의 외부표정 계산시, 카메라의 위치(이동)과 자세(회전) 성분을 분리하여 각각 추정하는 조건식을 제안했다. 제안한 조건식을 절대표정에 적용하여 기존방법보다 강인하게 추정하는 것을 증명 하였다.

제안한 조건식은 사진측량, 컴퓨터비전, 로봇비전, 컴퓨터 그래픽스, GIS, ITS등 카메라의 모션과 관련된 모든 분야에 적용이 가능하기에 산업전반에 파급효과가 클 것으로 예상된다.

**부록 I: The partial derivatives with respect to the position**

$$\frac{\partial F_{ab}}{\partial P_c} = \begin{bmatrix} 2X_c - (X_a + X_b) \\ 2Y_c - (Y_a + Y_b) \\ 2Z_c - (Z_a + Z_b) \end{bmatrix} - \left( \frac{\partial L_a}{\partial P_c} L_b + \frac{\partial L_b}{\partial P_c} L_a \right) \cos \theta_{ab},$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_c} = - \frac{\begin{bmatrix} X - X_c \\ Y - Y_c \\ Z - Z_c \end{bmatrix}}{L}.$$

**부록 II: The partial derivatives with respect to the pose**

$$\frac{\partial F_u}{\partial \Omega} = f \frac{\frac{\partial U}{\partial \Omega} W - U \frac{\partial W}{\partial \Omega}}{W^2}, \quad \frac{\partial F_v}{\partial \Omega} = f \frac{\frac{\partial V}{\partial \Omega} W - V \frac{\partial W}{\partial \Omega}}{W^2}, \quad \frac{\partial U}{\partial \Omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial \omega} \\ \frac{\partial U}{\partial \phi} \\ \frac{\partial U}{\partial \kappa} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial \omega} \\ \frac{\partial V}{\partial \phi} \\ \frac{\partial V}{\partial \kappa} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}}{\partial \omega} = \frac{\partial R_x}{\partial \omega} R_y R_z \begin{bmatrix} X - X_c \\ Y - Y_c \\ Z - Z_c \end{bmatrix},$$

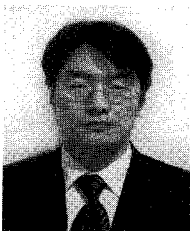
$$\frac{\partial \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}}{\partial \phi} = R_x \frac{\partial R_y}{\partial \phi} R_z \begin{bmatrix} X - X_c \\ Y - Y_c \\ Z - Z_c \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}}{\partial \kappa} = R_x R_y \frac{\partial R_z}{\partial \kappa} \begin{bmatrix} X - X_c \\ Y - Y_c \\ Z - Z_c \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial R_x}{\partial \omega} = R \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \omega & -\cos \omega \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial R_y}{\partial \phi} = R \begin{bmatrix} -\sin \phi & 0 & \cos \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \phi & 0 & -\sin \phi \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial R_z}{\partial \kappa} = R \begin{bmatrix} -\sin \kappa & -\cos \kappa & 0 \\ \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

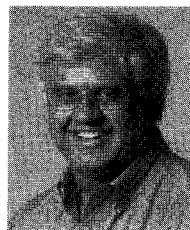
**참고문헌**

- [1] E. M. Mikhail, J. S. Bethel, and J. C. McGlone, “Introduction to Modern Photogrammetry.” Hoboken, NJ: Wiley, 2001, pp. 80-151.
- [2] C. Ahn, S. Cho, and J. Chon, “Ortho-rectification software applicable for IKONOS high resolution images: GeoPixel-Ortho,” *IGARSS 2001*, pp. 555-557, Sydney 2001.
- [3] R. I. Hartly and A. Zisserman, “Multiple view geometry,” Cambridge University Press, UK, 2000.
- [4] J. Chon, T. Fuse, E. Shimizu, and R. Shibasaki, “Three-dimensional image mosaicking using multiple projection planes for 3-D visualization of roadside standing buildings,” *IEEE Trans. on SMC-B*, 37(4), pp. 771-783, Aug. 2007.
- [5] H. D.-Whyte and T. Baily, “Simultaneous Localization and Mapping (SLAM): Part I, robotics and automation magazine,” pp. 99-108, June 2006.
- [6] H.C.Longuet-Higgins, “The visual ambiguity of a moving plane,” *Proc. R. Soc. London B*, p. 223, 1984.
- [7] D.C. Brown, *Close-Range Camera Calibration*, Photogrammetric Eng., 37(8), pp. 855-866, 1971.
- [8] R. Y. Tsai, “An Efficient and Accurate Camera Calibration Technique for 3D Machine Vision.” *Proceedings of IEEE Conference on CVPR*, Miami Beach, FL, pp. 364-374, 1986.
- [9] Z. Zhang. “A flexible new technique for camera calibration.” *IEEE Trans. on PAMI*, 22(11), pp.1330-1334, 2000.
- [10] Camera calibration open MATLAB code, [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)



**전재준**

2006년~현재 UC 버클리 박사후 과정.  
eecs.berkeley.edu/~jcchon



**Shankar Sastry**

UC 버클리 교수.