■ 論 文 ■

다계층 가변수요 교통망 균형

Multi-class Variable Demand Network Equilibrium

김 병 관
(서울대학교 환경대학원 박사과정)

임 용 택
(전남대학교 교통물류학부 교수)

임 강 원
(서울대학교 환경대학원 교수)

이 영 인
(서울대학교 환경대학원 교수)

목 차

Ⅰ. 서론
　1. 연구의 배경 및 목적
Ⅱ. 기존연구 고찰
　1. 다계층 교통망 균형
　2. 초과수요모형의 공식화
Ⅲ. 다계층 가변수요 교통망 균형조건
　1. 다계층 가변수요 사용자 균형
　2. 시간단위 체계최적 교통망 균형 조건
　3. 화폐단위 체계최적 교통망 균형 조건
Ⅳ. 다계층 가변수요 통행배정 알고리즘 구축
　1. 다계층 가변수요 사용자 균형 알고리즘
　2. 다계층 가변수요 시간단위 체계최적 알고리즘
　3. 다계층 가변수요 화폐단위 체계최적 알고리즘
Ⅴ. 예제 교통망 분석
　1. 2-링크로 구성된 단순 교통망
　2. 8-링크, 2개 기종점 수요를 갖는 교통망
Ⅵ. 결론
참고문헌

Key Words : 다계층 가변수요, 시간가치, 초과수요모형, 사용자균형, 체계최적
Multi-class Variable Demand, Value of Time, Excess Demand Formulation, User Equilibrium, System Optimum

요 약

본 연구에서는 다계층 가변수요 사용자 균형과 체계최적 교통망 균형 조건을 조사하고 그에 따른 해석적 알고리즘을 구축한다. 이러한 교통망 균형 조건을 조사함에 있어서 특별히 다음과 같은 가정을 기반으로 연구를 수행한다. 통행자들의 이질적(heterogeneous)인 특성을 반영하기 위하여 통행자 계층별로 이산적으로 구분된 시간가치를 갖고 있으며 통행비용에 따라 각 계층의 통행수요가 변화(variable demand)하는 상황을 고려한다. 본 연구에서는 우선 다계층 가변수요에서 도로 이용자들이 통행비용을 인식하는 단위가 시간 또는 화폐에 따라 도로 사용자의 통행패턴이 달라지는가를 조사한다. 즉, 통행비용을 측정하는 단위에 따라 사용자 균형조건이 달라지는가를 알아본다. 그리고 다계층 가변수요에서 통행비용이 시간 또는 화폐단위로 측정될 때의 체계최적 조건을 조사하고 어떤 특성을 갖는가를 조사한다. 최종적으로 이렇게 조사된 다계층 가변수요 사용자 균형조건과 체계최적조건을 이용하여 각 각의 해석적 통행배정 알고리즘을 구축한다.

This paper studies a multiple user class variable demand user equilibrium and system optimal condition, and then establishes solution algorithms for them. The traffic network equilibrium is accomplished with basis on following assumptions. For considering heterogeneous road user, several user classes have discrete set of VOTs and the travel demand of each user classes varies according to generalized travel cost. this paper specifically investigates following question on multi-class variable demand: Are user equilibrium flows pattern dependent on the unit (time or money) perceived by road user classes? What is system optimal condition according to the unit used in measuring the travel cost or disutility? Finally, using this network equilibrium condition, The traffic assignment algorithm of each equilibrium condition are established.

Ⅰ. 서론

1. 연구의 배경 및 목적

본 연구에서는 일반적으로 잘 알고 있는 사용자 균형과 체계최적 교통망 균형을 다계층 가변수요의 경우로 확장하여 그 조건을 조사하고 그에 따른 해석 알고리즘을 구축하려 한다.

사용자 균형(user equilibrium)은 도로망의 통행자 행태를 묘사하기 위하여 이용되어지고 체계최적(system optimum)은 도로시설 운영자의 제어 및 정책 실행에 따른 목표 및 그에 따른 교통상황을 묘사하기 위하여 이용되어 진다.

사용자 균형과 체계체적 상태를 파악해야하는 대표적인 예로 혼잡통행료를 들 수 있겠다. 이러한 혼잡통행료의 산정은 전통적으로 교통시설의 한계사회비용과 한계개인비용의 차이를 혼잡통행료로 부과함으로 사용자 균형상태의 통행을 체계최적으로 유도하는 한계비용가격(marginal cost pricing) 또는 최적혼잡통행료(first-optimal pricing) 이론에 근거를 두고 있다.

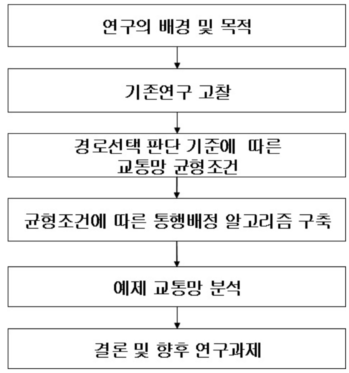
결국, 혼잡통행료와 같은 교통정책시행의 효과분석을 위해 사용자 및 체계최적 교통망 균형 상태를 파악하고 그 균형조건을 조사할 필요가 있겠다.

교통상황을 묘사하기 위해 기초가 되는 사용자 균형과 체계최적 조건을 조사하고 그에 따른 균형 상태를 파악하기 위해 다음과 같은 가정을 기반으로 연구를 수행한다.

첫째, 도시부 교통수요는 통행비용에 따라 탄력적이어서 통행비용에 상관없이 기종점간 고정된 수요(fixed demand)가 아닌 통행비용에 따라 변화하는 가변수요(variable demand)를 고려한다. 여기서 계층간 또는 수단간 수요의 전이는 고려하지 않는다.

둘째, 통행자들은 개인특성(소득수준, 연령, 성별 등)에 따라 통행비용에 대한 반응이 일반적으로 다르게 나타나게 된다. 예를 들어 소득수준이 높은 통행자 계층은 통행비용에 대한 민감도가 낮은 반면, 소득 수준이 낮은 계층은 이에 민감하게 반응하여 통행에 더 큰 영향을 받게 된다. 즉, 기존의 대부분 연구에서의 통행자 속성이 모두 동질적(homogeneous)이라는 가정이 아닌 통행자의 이질적인(heterogeneous) 특성을 반영한다.

본 연구는 도로사용자들이 소득과 같은 특성으로 구분되어지고 이렇게 구분된 사용자계층의 경로선택특성 및 그에 따른 교통망 균형조건을 조사하여 통행배정을 위한 해석적 알고리즘을 구축하는 것이 목적이다. 각 사용자계층은 그 특성에 따라 통행비용을 인식하는 정도가 달라지는데 통행비용은 계층 특성(시간가치)에 따라 시간단위와 화폐단위로 서로 다르게 환산 될 수 있다. 또한 이렇게 구분하여 환산하는 경우 교통망 균형 특성이 달라질 수 있다고 생각되어 통행비용 산정 단위에 따른 균형조건과 해석알고리즘을 개발하려 한다.



〈그림 1〉 연구수행 과정

결국, 연구의 주요 목적은 다계층 가변수요 교통망 균형조건과 그에 따른 해석적 통행배정 알고리즘을 구축하는 것이라 하겠다.

본 연구에서 고려되어지는 다계층은 다수단(multi-modal)이 아닌 단일 수단인 승용차를 이용하며 계층 특성에 따라 이산적으로 구분되는 서로 다른 시간가치를 갖는 도로이용자(multi-user class)를 말한다.

연구의 순서는 우선 다계층 가변수요에서 도로 이용자들이 통행비용을 인식하는 단위가 시간 또는 화폐에 따라 도로 사용자의 통행패턴이 달라지는가를 조사한다. 다음으로 다계층 가변수요에서 통행비용이 시간 또는 화폐단위로 측정될 때의 체계최적 조건을 조사하고 그에 따른 특성을 조사한다. 최종적으로 이렇게 조사된 다계층 가변수요 사용자 균형조건과 체계최적조건을 이용하여 각 각의 해석적 통행배정 알고리즘을 구축한다.

이러한 연구수행 과정은 〈그림 1〉과 같다.

Ⅱ. 기존연구 고찰

1. 다계층 교통망 균형

지금까지 연구된 문헌상의 다계층 사용자란 두 가지 의미를 갖는다고 볼 수 있다. 첫 번째는 교통망에서의 통

행량이 서로 다른 차량 또는 수단으로 구분된다는 것이고 두 번째는 수단의 구분이 아닌 동일한 수단을 이용하지만 교통망을 이용하는 사용자의 특성이 시간가치와 같은 속성으로 구분된다는 것이다.

다른 수단으로 구분되는 다계층 사용자의 경우, 이들 각각은 개별적인 비용-통행량 함수를 갖고 동시에 각각의 방법으로 그들 자신과 다른 수단의 비용함수에 영향을 미친다. 차량형태의 분류는 승용차와 트럭, 버스로 구분되거나 경차량과 중차량, 대중교통과 개인교통 등으로 구분될 수 있다. Dafermos(1973)와 Smith(1979)는 다른 차량형태를 갖는 다계층 사용자 균형과 최계최적 문제를 연구하였다. 이러한 형태의 다계층 사용자 균형은 계층간 통행비용의 비대칭 문제로 인하여 복잡한 변동부등식의 해법을 요구하게 된다(Nagurney, 2000).

다른 시간가치를 갖는 다계층 사용자의 경우는 사용자가 시간가치와 같이 관측 불가능한 방법으로 구분되어진다. 다른 시간가치에 의한 이질적 사용자를 갖는 교통망 균형 문제는 사용자가 계층별로 이산적으로 구분된 시간가치를 갖는다고 가정하거나 또는 전체 모집단에 대한 연속적 분포의 시간가치를 갖는다고 가정하여 연구되었다. 이러한 다른 시간가치를 갖는 다계층 사용자에 관한 교통망 균형 연구는 대부분 혼잡통행료와 관련하여 Dial(1999), Yang & Zhang (2002), 그리고 Yang & Huang(2004)에 의해 연구되었다. Yang(2004)은 고정수요에서 시간가치가 다른 다계층에 대하여 링크 비용함수가 통행시간과 혼잡통행료로 구성되어질 경우인 다계층 다기준 교통망 균형문제를 연구하였고 여기서 계층별 링크 통행량과 경로 통행량은 교통망 균형의 목적함수가 완전히 볼록(strictly convex)하지 않기 때문에 유일해가 아닌 다수의 해를 갖는다고 지적하였다.

대부분 기존연구가 고정수요에서 계층별 특성에 따라 다른 시간가치를 갖는 다계층 사용자에 대하여 연구하였는데 본 연구는 이를 확장하여 계층별 수요함수를 이용한 다계층 가변수요의 경우에 대해서 통행비용 환산단위에 따른 교통망 균형에 관한 연구를 수행하였다. 여기서 통행비용 환산단위에 따른 교통망 균형을 연구한 이유는 Yang(2004)의 경우에서처럼 향후 혼잡통행료 징수와 같이 교통정책을 시행할 경우 다양한 측면에서 통행비용을 고려할 필요가 있다고 판단돼서이다.

2. 초과수요모형의 공식화

본 연구에서는 다계층 가변수요 교통망 균형조건을 찾고 사용자 균형 통행배정과 시간단위와 화폐단위의 체계최적 통행배정 알고리즘을 구축하기위하여 기본적으로 Sheffi(1985)가 제시한 초과수요모형(excess demand formulation)을 다계층의 경우로 확장하여 이용한다.

계층 m의 기종점 w간 초과수요를 $e_w^m = \overline{d_w^m} - d_w^m$로 나타낼 수 있고 e_w^m의 통행비용 함수를 $W_w^m(e_w^m)$라 하면 다음 수식과 같은 관계가 성립하고 〈그림 2〉와 같다.

$$W_w^m(e_w^m) = D_w^{m,-1}(d_w^m) \tag{1}$$

여기서,

$\overline{d_w^m}$: O-D쌍 w간 계층 m의 수요함수의 최대수요

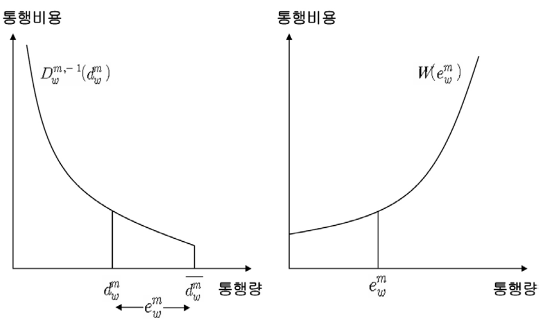
$D_w^m(c_w^m)$: O-D쌍 w간 계층 m의 통행수요(d_w^m), 기종점 통행비용(c_w^m)의 감소함수

$D_w^{m,-1}(d_w^m)$: O-D쌍 w간 계층 m의 기종점 통행비용(c_w^m), 기종점 통행수요 d_w^m의 역함수

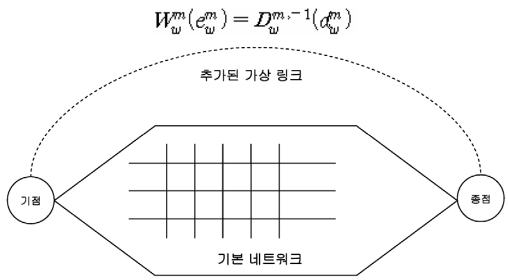
본래 다계층 가변수요 사용자 균형 문제의 목적함수는 식(2)와 같지만 초과수요모형을 이용하면 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{f,d} Z[f,d] = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)dx - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx \tag{2}$$

$$\min_{f,e} Z[f,e] = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)dx + \sum_w \int_0^{e_w^m} W_w^m(x)dx \tag{3}$$



〈그림 2〉 수요함수의 가상링크 비용함수로의 변환



〈그림 3〉 초과수요 네트워크

여기서, $t_a(v_a)$는 링크 통행량(v_a)의 통행시간함수이고 $W_w^m(e_w^m)$는 가상링크 통행량(e_w^m)의 통행시간 함수가 된다.

가상링크를 추가시킨 네트워크를 표현하면 〈그림 3〉과 같고 가변수요 사용자 균형 문제는 고정수요 사용자 균형 모형이 되어 좀 더 간단한 풀이가 가능하게 된다.

Ⅲ. 다계층 가변수요 교통망 균형조건

1. 다계층 가변수요 사용자 균형

여기서는 다계층 가변수요에서 통행비용을 측정하는 단위가 시간단위 또는 화폐단위에 따라 사용자 균형상태의 통행패턴이 달라지는가를 조사한다. 본 연구에서 네트워크는 링크와 노드로 구성되어지고 그와 관련한 속성자료는 다음과 같다.

$t_a(v_a)$	: 링크 통행량의 통행시간함수, 링크의 평균통행시간 (미분가능, 단조증가 볼록함수)
w	: O-D쌍의 집합
R_w	: O-D쌍 $w \in W$ 사이의 모든 경로 집합
m	: 통행자 계층, 사용자 그룹에 따른 M개의 계층
β_m	: 계층 m의 평균 시간가치 (β_m〉0)
$r \in R_w$	: O-D쌍 $w \in W$ 사이의 유효한 경로 집합
$t_w^r = \sum_a t_a(v_a)\delta_{ar}^w$	: O-D쌍 $w \in W$ 의 경로 $r \in R_w$의 통행시간
δ_{ar}^w	: O-D쌍 $w \in W$의 경로 r에 링크 a가 속하면 1이고 그렇지 않으면 0

β_m의 시간가치를 갖는 계층 m은 통행비용, c_w^r을 최소화하는 경로를 선택한다고 가정한다. 문헌상 c_w^r은 전통적으로 일반화 통행시간 또는 일반화 통행비용으로 구별된다. 일반적으로 일반화 통행비용은 통행시간, 통행요금, 환경비용, 사고비용 등의 여러 구성요소로 구성되어 질 수 있으나 본 연구에서는 균형조건 및 해석알고리즘 구축에 목적을 두고 식(4)-식(5)와 같이 통행시간만을 고려하겠다.

$$c_{w,time}^r = t_w^r = \sum_a \{t_a(v_a)\}\delta_{ar}^w, \quad r \in R_w, \ w \in W, \ m \in M \tag{4}$$

$$c_{w,\cos t}^r = \beta_m t_w^r = \sum_a \{\beta_m t_a(v_a)\}\delta_{ar}^w, \quad r \in R_w, \ w \in W, \ m \in M \tag{5}$$

시간단위의 가변수요 사용자 균형조건인 다음의 최소화 문제를 고려한다.

$$\min_{f,d} Z[f,d] = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)dx - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx \tag{6}$$

$$s.t. \quad \sum_r f_{rw}^m = d_w^m, \ w \in W, \ m \in M \tag{7}$$

$$f_{rw}^m \geq 0, \ r \in R_w, \ w \in W, \ m \in M \tag{8}$$

$$d_w^m \geq 0, \ w \in W, \ m \in M \tag{9}$$

여기서, f_{rw}^m는 경로 $r \in R_w$, $w \in W$ 상의 계층 m의 통행량이고 v_a^m과 v_a는 다음과 같이 정의된다.

$$v_a^m = \sum_w \sum_r f_{rw}^m \delta_{ar}^w, \ a \in A, \ m \in M \tag{10}$$

$$v_a = \sum_{m=1}^M v_a^m, \ a \in A. \tag{11}$$

위의 문제를 라그랑지안 함수로 변환하면 다음과 같고 여기서 u_w^m은 식(7)과 관련된 라그랑지안 승수(lagrange multipliers) 또는 쌍대변수(dual variable)이다.

$$L(f,d,u) = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)dx - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx + \sum_m \sum_w u_w^m [d_w^m - \sum_r f_{rw}^m] \tag{12}$$

$$s.t.\quad f_{rw}^{m} \ge 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M$$
$$d_{w}^{m} \ge 0,\quad w \in W,\ m \in M$$

위 볼록 최적화 문제의 필요최적조건(necessary optimality condition)을 쌍대성 이론(dual theory)에 따라 구하면 시간단위의 다계층 가변수요 사용자 균형조건을 다음과 같이 쉽게 확립할 수 있다.

$$\sum_a t_a(v_a)\delta_{ar}^{w} = u_w^m,\quad \text{if } f_{rw}^m > 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{13}$$
$$\sum_a t_a(v_a)\delta_{ar}^{w} \ge u_w^m,\quad \text{if } f_{rw}^m = 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{14}$$

$$D_w^{m,-1}(d_w^m) = u_w^m,\quad \text{if } d_w^m > 0,\quad w \in W,\ m \in M \tag{15}$$
$$D_w^{m,-1}(d_w^m) \le u_w^m,\quad \text{if } d_w^m = 0,\quad w \in W,\ m \in M \tag{16}$$

여기서, u_w^m은 계층 m의 O-D쌍 w간에 시간단위 최소통행비용(time unit minium path cost)과 같다.

또한 위의 시간단위 균형관계에서 양변에 계층 m의 시간가치 β_m을 곱하면 다음과 같다.

$$\sum_a \beta_m t_a(v_a)\delta_{ar}^{w} = \beta_m u_w^m,\quad \text{if } f_{rw}^m > 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{17}$$
$$\sum_a \beta_m t_a(v_a)\delta_{ar}^{w} \ge u_w^m,\quad \text{if } f_{rw}^m = 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{18}$$

$$\beta_m D_w^{m,-1}(d_w^m) = \beta_m u_w^m,\quad \text{if } d_w^m > 0,\quad w \in W, m \in M \tag{19}$$
$$\beta_m D_w^{m,-1}(d_w^m) \le \beta_m u_w^m,\quad \text{if } d_w^m = 0,\quad w \in W,\ m \in M \tag{20}$$

확실히, 식(17)-식(20)은 화폐단위 일반화 통행비용에 대한 다계층 가변수요 사용자 균형조건이 되고 결국 다음과 같이 결론지을 수 있다.

최적화문제 식(6)-식(9)는 일반화 통행시간 또는 일반화 통행비용의 다계층 가변수요 사용자 균형을 이끌어내고 각 계층이 이산적 분포의 시간가치를 가질 경우 시간단위와 화폐단위의 사용자 균형문제는 동등성을 갖는다. 즉, 시간단위 또는 화폐단위의 다계층 가변수요 사용자 균형문제는 같은 균형해(균형 통행량)를 갖는다.

추가적으로 기존의 연구에서처럼 전체 링크 통행량 v_a는 확실히 유일해이지만 계층별 통행량 v_a^m과 경로 통행량 f_{rw}^m은 유일하지 않다. 이는 $v_a = \sum_{m=1}^{M} v_a^m$를 만족하는 다양한 v_a^m의 조합이 존재하고 목적함수가 완전히 볼록(strictly convex)하지 않기 때문이다(Yang & Zhang, 2002).

2. 시간단위 체계최적 교통망 균형 조건

가변수요에서 체계최적(System Optimal)의 목적함수는 시간단위 또는 화폐단위로 측정되는 사회적 순 편익 최대화를 말한다(김병관, 2004). 시간단위로 측정되는 시간단위 기준의 사회적 순 편익 최대화는 다음의 최소화 문제로 공식화될 수 있다.

$$\begin{aligned}\min_{f,d}\ Z[f,d] &= \sum_a \sum_m t_a(v_a)v_a^m - \sum_m\sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx \\ &= \sum_a v_a t_a(v_a) - \sum_m\sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx\end{aligned} \tag{21}$$
$$s.t.\quad (7)-(11).$$

위의 최소화 문제를 라그랑지안 함수로 변환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}L(f,d,u) = &\sum_a\sum_m t_a(v_a)v_a^m - \sum_m\sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx \\ &+ \sum_m\sum_w u_w^m\left[d_w^m - \sum_r f_{rw}^m\right]\end{aligned} \tag{22}$$
$$s.t.\quad f_{rw}^m \ge 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M$$
$$d_w^m \ge 0,\quad w \in W,\ m \in M$$

식(22)의 라그랑지안 함수의 필요최적조건을 구하면 다음과 같이 시간단위의 다계층 가변수요 체계최적 교통망 균형조건을 도출할 수 있다.

$$\sum_a \left\{t_a(v_a) + v_a \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a}\right\}\delta_{ar}^{w} = u_w^m,\quad \text{if } f_{rw}^m > 0,\quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{23}$$

$$\sum_a \left\{ t_a(v_a) + v_a \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a} \right\} \delta_{ar}^w \geq u_w^m, \quad \text{if } f_{rw}^m = 0,$$
$$r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{24}$$

$$D_w^{m,-1}(d_w^m) = u_w^m, \ \text{ if } d_w^m > 0,\ w \in W,\ m \in M \tag{25}$$
$$D_w^{m,-1}(d_w^m) \leq u_w^m, \ \text{ if } d_w^m = 0,\ w \in W,\ m \in M \tag{26}$$

u_w^m은 시간단위 체계최적 교통망 균형에서 계층 m의 O-D쌍 w간에 시간단위 최소경로비용(time unit minimum path cost)이라 할 수 있다. 식(23)과 (24)에서 보이는 것과 같이 O-D쌍 w간에 균형통행비용인 시간단위 최소통행비용 u_w^m은 O-D쌍 w를 통행하는 모든 계층에 대하여 동일하다.

이러한 균형에 대한 요구사항은 모든 사용자가 도로망의 링크를 이용할 때 통행시간과 통행시간의 외부성으로 구성되는 동일한 시간단위 사회적 한계비용을 직면해야만 한다.

3. 화폐단위 체계최적 교통망 균형 조건

이제는 계층별로 구분된 시간가치를 가질 때 화폐단위로 측정되는 화폐단위 기준의 사회적 순 편익 최대화를 달성하기 위한 교통망 균형조건을 찾을 것이다.

화폐단위로 측정되는 사회적 순 편익 최대화는 다음의 최소화 문제로 공식화될 수 있다.

$$\min_{f,d} \quad Z[f,d] = \sum_a \sum_m \beta_m t_a(v_a) v_a^m - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} \beta_m D_w^{m,-1}(x)dx \tag{27}$$
$$s.t. \quad (7)-(11).$$

위의 최소화 문제를 라그랑지안 함수로 변환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L(f,d,u) = \sum_a \sum_m \beta_m t_a(v_a) v_a^m - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} \beta_m D_w^{m,-1}(x)dx + \sum_m \sum_w u_w^m [d_w^m - \sum_r f_{rw}^m] \tag{28}$$
$$s.t. \quad f_{rw}^m \geq 0, \quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M$$
$$d_w^m \geq 0, \quad w \in W,\ m \in M$$

식(28)의 라그랑지안 함수의 필요최적조건을 구하면 다음과 같은 화폐단위의 다계층 가변수요 체계최적 교통망 균형조건을 도출할 수 있다.

$$\sum_a \left\{ \beta_m t_a(v_a) + \sum_m \beta_m v_a^m \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a} \right\} \delta_{ar}^w = u_w^m,$$
$$\text{if } f_{rw}^m > 0,\ r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{29}$$
$$\sum_a \left\{ \beta_m t_a(v_a) + \sum_m \beta_m v_a^m \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a} \right\} \delta_{ar}^w \geq u_w^m,$$
$$\text{if } f_{rw}^m = 0,\ r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \tag{30}$$

$$\beta_m D_w^{m,-1}(d_w^m) = u_w^m, \text{ if } d_w^m > 0,\ w \in W,\ m \in M \tag{31}$$
$$\beta_m D_w^{m,-1}(d_w^m) \leq u_w^m, \text{ if } d_w^m = 0,\ w \in W,\ m \in M \tag{32}$$

여기서, u_w^m은 화폐단위 체계최적 교통망 균형에서 계층 m의 O-D쌍 w간에 화폐단위 최소경로비용(cost unit minium path cost)이라 할 수 있다. 식(29)와 식(30)에서 보이는 것과 같이 O-D쌍 w간에 균형통행비용인 화폐단위 최소통행비용 u_w^m은 시간단위 체계최적 균형조건과 다르게 O-D쌍 w를 통행하는 계층에 따라 다르게 인식된다.

이러한 균형에 대한 요구조건은 다음과 같다. 링크 a를 통행하는 사용자 계층 m은 그들이 실제 경험하는 통행시간비용 $\beta_m t_a(v_a)$(화폐단위)와 화폐단위 통행시간의 외부성으로 구성되는 화폐단위 사회적 한계비용을 직면해야만 한다.

Ⅳ. 다계층 가변수요 통행배정 알고리즘 구축

1. 다계층 가변수요 사용자 균형 알고리즘

본 절에서는 위에서 찾아진 교통망 균형조건을 이용하여 다계층 가변수요 사용자 균형 통행배정과 시간단위와 비용단위의 체계최적 통행배정 알고리즘을 구축한다.

기본 네트워크의 기종점에 가상 링크를 추가함으로써 가변수요 통행배정 문제를 효과적으로 해결할 수 있는 초과수요모형(Sheffi, 1985)이 알고리즘에 이용되었다.

우선 본래의 다계층 가변수요 사용자 균형의 최소화 문제는 다음과 같다.

$$\min_{f,d} Z[f,d] = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)dx - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx \quad (33)$$
$$s.t. \quad (7)-(11)$$

식(33)은 시간단위의 다계층 가변수요 사용자 균형 최소화 문제이나 앞에서 살펴보았듯이 시간단위 사용자 균형조건과 화폐단위 사용자 균형조건이 동일하므로 시간단위와 화폐단위의 다계층 가변수요 사용자 균형의 목적함수가 될 수 있다.

본래 다계층 가변수요 사용자 균형 목적함수에 초과수요모형을 적용하면 기종점간 통행수요와 관련된 두 번째 항이 변형되어 (F1)과 같은 최소화 문제로 나타낼 수 있다.

$$F1: \min_{f,e} Z[f,e] = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x)dx + \sum_m \sum_w \int_0^{e_w^m} W_w^m(x)dx \quad (34)$$
$$s.t. \quad \sum_r f_{rw}^m + e_w^m = \overline{d_w^m}, \quad w \in W,\ m \in M \quad (35)$$
$$f_{rw}^m \geq 0, \quad r \in R_w,\ w \in W,\ m \in M \quad (36)$$
$$e_w^m \geq 0, \quad w \in W,\ m \in M \quad (37)$$
$$v_a^m = \sum_w \sum_r f_{rw}^m \delta_{ar}^w, \quad a \in A,\ m \in M \quad (38)$$
$$v_a = \sum_{m=1}^{M} v_a^m, \quad a \in A \quad (39)$$

$W_w^m(e_w^m)$는 단조 증가하는 통행량 e_w^m의 통행비용함수이고 $W_w^m(e_w^m) = D_w^{m,-1}(d_w^m)$이다.

기종점 w간 계층 m의 경로통행시간은 경로를 구성하는 링크의 링크통행시간, $t_a(\sum_m v_a^m) = t_a(v_a)$의 합 으로 구해지고 링크를 통과하는 모든 계층의 링크통행시간은 같다. 결국 기종점 w에 대해서 각 계층 m은 동일한 경로통행시간을 갖게 된다.

다계층 가변수요 사용자 균형 통행배정 알고리즘을 구축하면 다음과 같다.

【단계 0】 초기화

초기값 설정: $\{v_a^m\}$, $\{v_a\}$, $\{e_w^m\}$, n=1

【단계 1】 링크 통행비용(c_a, c_w^m) 갱신(Update)

$c_a(v_a) = t_a(\sum_m v_a^m) = t_a(v_a)$, $c_w^m = W_w^m(e_w^m)$

【단계 2】 방향탐색 (Search direction)

① 계층m, O/D쌍 w에 대하여 최단경로 탐색 (모든 c_a와 해당 c_w^m를 대상)

② 최단경로에 $\overline{d_w^m}$를 전량배정

③ x_a, x_a^m, x_w^m (v_a, v_a^m, e_w^m의 예비해)

【단계 3】 이동크기(α_n) 결정 (moving size)

$$\min Z(\alpha) = \sum_a \int_0^{y_a} t_a(x)dx + \sum_m \sum_w \int_0^{y_w^m} W_w^m(x)dx$$
$$s.t. \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

여기서, $y_a = v_a^n + \alpha(x_a - v_a^n)$

$y_w^m = e_w^{m,n} + \alpha(x_w^m - e_w^{m,n})$

【단계 4】 통행량 갱신

$$v_a^{n+1} = v_a^n + \alpha_n(x_a - v_a^n)$$
$$v_a^{m,n+1} = v_a^{m,n} + \alpha_n(x_a - v_a^{m,n})$$
$$e_w^{m,n+1} = e_w^{m,n} + \alpha_n(x_w^m - e_w^{m,n})$$

【단계 5】 수렴검토

통행량의 변화가 적으면 정지 그렇지 않으면, n=n+1후 〔단계1〕로 이동

2. 다계층 가변수요 시간단위 체계최적 알고리즘

다계층 가변수요 시간단위 체계최적 통행배정을 위한 최소화 문제는 다음과 같다.

$$\min_{f,d} Z[f,d] = \sum_a \sum_m t_a(v_a)v_a^m - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx$$
$$= \sum_a t_a(v_a)v_a - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx$$
$$= \sum_a \int_0^{v_a} mc_a(x)dx - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} D_w^{m,-1}(x)dx \quad (40)$$
$$s.t. \quad (7)-(11)$$

시간단위 체계최적 최소화 문제에서 $mc_a(v_a)$는 링크 a의 시간단위의 한계비용함수를 나타내고 초과수요모형 (F2)으로 변형하면 다음과 같은 최소화 문제로 나타낼 수 있다.

$$F2:\ \min_{f,e} Z[f,e] = \sum_a \int_0^{v_a} mc_a(x)dx + \sum_m \sum_w \int_0^{e_w^m} W_w^m(x)dx \quad (41)$$

$s.t.\quad (35)-(39)$

링크를 통과하는 각 계층은 동일한 링크 한계비용을 경험하고 기종점 w간 계층 m의 최단경로는 링크의 한계비용, $mc_a(v_a) = t_a(v_a) + \sum_m v_a^m \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a}$ 로 구해진다. 따라서 기종점 w에 대해서 계층m은 동일한 경로통행비용을 갖게 된다.

다계층 가변수요 시간단위 체계최적 통행배정 알고리즘을 구축하면 다음과 같다.

【단계 0】 초기화

초기값 설정: $\{v_a^m\}$, $\{v_a\}$, $\{e_w^m\}$, n=1

【단계 1】 링크 통행비용(c_a, c_w^m) 갱신(Update)

$c_a(v_a) = mc_a(\sum_m v_a^m) = mc_a(v_a)$, $c_w^m = W_w^m(e_w^m)$

【단계 2】 방향탐색 (Search direction)

① 계층m, O/D쌍 w에 대하여 최단경로 탐색 (모든 c_a와 해당 c_w^m를 대상)

② 최단경로에 $\overline{d_w^m}$ 을 전량배정

③ x_a, x_a^m, x_w^m (v_a, v_a^m, e_w^m의 예비해)

【단계 3】 이동크기(α_n) 결정 (moving size)

$$\min Z(\alpha) = \sum_a \int_0^{y_a} mc_a(x)dx + \sum_m \sum_w \int_0^{y_w^m} W_w^m(x)dx$$

$s.t.\quad 0 \le \alpha \le 1$

여기서, $y_a = v_a^n + \alpha(x_a - v_a^n)$

$y_w^m = e_w^{m,n} + \alpha(x_w^m - e_w^{m,n})$

【단계 4】 통행량 갱신

$v_a^{n+1} = v_a^n + \alpha_n(x_a - v_a^n)$

$v_a^{m,n+1} = v_a^{m,n} + \alpha_n(x_a - v_a^{m,n})$

$e_w^{m,n+1} = e_w^{m,n} + \alpha_n(x_w^m - e_w^{m,n})$

【단계 5】 수렴검토

통행량의 변화가 적으면 정지 그렇지 않으면, n=n+1 후 〔단계1〕로 이동

3. 다계층 가변수요 화폐단위 체계최적 알고리즘

다계층 가변수요 화폐단위 체계최적 통행배정은 앞의 경우와는 다르게 해결하기 어려운 조건을 갖는다.

화폐단위의 체계최적 통행배정의 경우, 링크 사용자는 링크비용함수를 화폐단위 링크 한계비용, $mc_a^m = \beta_m t_a(v_a) + \sum_m \beta_m v_a^m \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a}$ 으로 인식하게 되고 이전의 경우와는 다르게 계층별로 서로 다른 링크비용함수를 갖게 된다. 결국, 기종점 w에 대해 계층 m은 서로 다른 경로통행비용을 갖게 된다.

다계층 가변수요 화폐단위 체계최적 통행배정을 위한 최소화 문제는 다음과 같다.

$$\min_{f,d} Z[f,d] = \sum_a \sum_m \beta_m t_a(v_a) v_a^m - \sum_m \sum_w \int_0^{d_w^m} \beta_m D_w^{m,-1}(x)dx \quad (42)$$

$s.t.\quad (7)-(11)$

위의 화폐단위 체계최적 최소화 문제를 초과수요모형(F3)으로 변형하면 다음과 같은 최소화 문제로 나타낼 수 있다.

$$F3:\ \min_{f,e} Z[f,e] = \sum_a \sum_m \beta_m t_a(v_a) v_a^m + \sum_m \sum_w \int_0^{e_w^m} \beta_m W_w^m(x)dx \quad (43)$$

$s.t.\quad (35)-(39)$

위의 최소화 문제는 링크비용함수가 계층별로 서로 다르며 동일한 링크를 사용하는 계층 간에 서로 영향을 미쳐 일반적으로 동등 최소화문제의 해법으로 사용되는 Frank-Wolfe 기법으로 직접 풀 수 없다. 따라서 본 연구에서는 대각화 기법을 적용한 통행배정 알고리즘을 제시한다.

【단계 0】 초기화

초기값 설정: $\{v_a^m\}$, $\{v_a\}$, $\{e_w^m\}$, n=1

【단계 1】 계층별 링크 통행비용(c_a^m, c_w^m) 갱신 (Update)

$c_a^m = \beta_m t_a(v_a) + \sum_m \beta_m v_a^m \frac{\delta t_a(v_a)}{\delta v_a}$, $c_w^m = \beta_m W_w^m(e_w^m)$

【단계 2】 Relaxation (계층 k)

(2.1) 방향탐색 (Search direction)

① 계층 k, O/D쌍 w에 대하여 최단경로 탐색 (모든 c_a^k와 해당 c_w^k를 대상)

② 최단경로에 $\overline{d_w^k}$을 전량배정

③ x_a^k, x_w^k (v_a^k, e_w^k의 예비해)

(2.2) 이동크기(α^k) 결정 (moving size)

$$\min Z(\alpha) = \sum_a \sum_m \beta_m t_a(y_a) y_a^m + \sum_w \int_0^{y_w^m} \beta_m W_w^m(x) dx$$

$$s.t. \quad 0 \le \alpha^k \le 1$$

여기서, $y_a = \sum_m y_a^m$

$$y_a^m \begin{cases} = v_a^{m,n} + \alpha^k (x_a^m - v_a^{m,n}) & \text{if } m = k \\ = v_a^{m,n} & \text{if } m \ne k \end{cases}$$

$$y_w^m = \begin{cases} e_w^{m,n} + \alpha^k (x_w^m - e_w^{m,n}) & \text{if } m = k \\ e_w^{m,n} & \text{if } m \ne k \end{cases}$$

【단계 3】 통행량 갱신

$$v_a^{m,n+1} = v_a^{m,n} + \alpha^m (x_a^m - v_a^{m,n})$$

$$e_w^{m,n+1} = e_w^{m,n} + \alpha^m (x_w^m - e_w^{m,n})$$

$$v_a^{n+1} = \sum_m v_a^{m,n+1}$$

【단계 4】 수렴검토

통행량의 변화가 적으면 정지 그렇지 않으면, n=n+1후 〔단계1〕로 이동

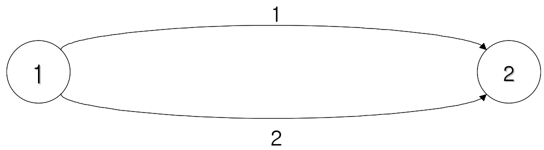
V. 예제 교통망 분석

1. 2-링크로 구성된 단순 교통망

위의 조사에 대한 확인과 추가적인 설명을 위하여 〈그림 4〉와 같이 2개의 노드와 링크로 구성된 간단한 예제 교통망에서의 분석을 수행한다. 링크의 비용함수는 다음 식과 같고 통행자의 계층은 시간가치가 낮은 계층 1과 시간가치가 높은 계층 2로 2개의 계층으로 구분되어진다.

$$t_1(v_1) = 1 + 2v_1 = 1 + 2(v_1^1 + v_1^2) \qquad (44)$$

$$t_2(v_2) = 2 + v_2 = 2 + (v_2^1 + v_2^2) \qquad (45)$$



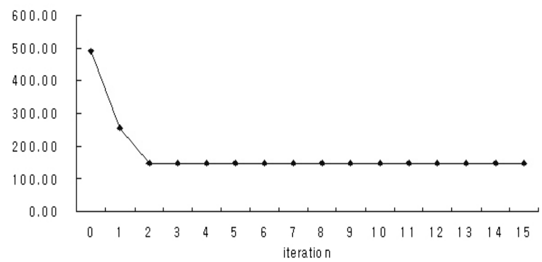
〈그림 4〉 2-링크, 노드의 예제 교통망

낮은 시간가치를 갖는 계층 1은 1.0 (백원/분) 이고 높은 시간가치를 갖는 계층 2는 1.5 (백원/분)이라 가정하였다.

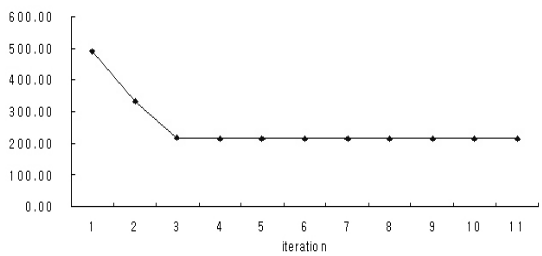
통행수요는 노드 1에서 노드 2로의 O-D쌍이 존재하고 계층별 수요함수는 다음과 같이 가정한다.

$$D_1^1(c_1^1) = 12 - 0.3c_1^1, \; D_1^2(c_1^2) = 10 - 0.2c_1^2 \qquad (46)$$

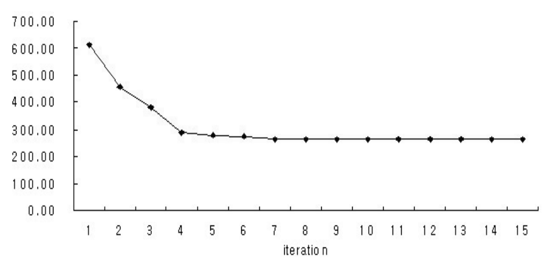
$$D_1^{1,-1}(d_1^1) = 40 - \frac{1}{0.3} d_1^1, \; D_1^{2,-1}(d_1^2) = 50 - \frac{1}{0.2} d_1^2 \qquad (47)$$



〈그림 5〉 사용자 균형 목적함수 변화



〈그림 6〉 시간단위 체계최적 목적함수 변화



〈그림 7〉 화폐단위 체계최적 목적함수 변화

〈표 1〉 단순 네트워크의 통행배정 결과

구분		사용자 균형	시간단위 체계최적	화폐단위 체계최적
링크 통행량 (v_a^m, v_a)	v_1^1	3.1	2.3	2.2
	v_1^2	2.6	2.1	2.2
	v_1	5.7	4.4	4.4
	v_2^1	5.3	4.1	3.7
	v_2^2	5.0	4.2	4.4
	v_2	10.3	8.3	8.1
가상링크 통행량 (e_w^m)	e_1^1	3.7	5.6	6.2
	e_1^2	2.5	3.7	3.4
통행수요 (d_w^m)	d_1^1	8.3	6.4	5.9
	d_1^2	7.6	6.3	6.6
기종점 통행비용 (c_w^m)	c_1^1	12.3 (분)	18.6 (분)	20.4 (백원)
	c_1^2	12.3 (분)	18.6 (분)	25.4 (백원)
최소 통행비용 (u_w^m)	u_1^1	12.3 (분)	18.6 (분)	20.4 (백원)
	u_1^2	12.3 (분)	18.6 (분)	25.4 (백원)
목적함수	Z	147.8	215.1	263.3
사회적 순편익	시간환산	258.0 (분)	274.9 (분)	274.0 (분)
	화폐환산	329.3 (백원)	350.9(백원)	351.7 (백원)

사용자 균형 통행배정, 시간단위 체계최적 통행배정, 화폐단위 체계최적 통행배정을 수행하였을 경우 〈그림 5〉-〈그림 7〉과 같이 목적함수 값이 수렴함을 볼 수 있고 그 결과는 〈표 1〉과 같다.

통행배정 결과에서 계층별 기종점간 최소통행비용(u_w^m)과 수요함수의 기종점 통행비용(c_w^m)이 같음을 통해 확실히 균형 상태를 만족한다는 것을 알 수 있다. 또한 목적함수가 완전 볼록 형태가 아니기 때문에 링크 통행량(v_a)은 유일해이지만 계층별 링크 통행량(v_a^m)은 다중해가 존재한다. 하지만 실제 구현되는 전체 링크 통행량은 유일하기 때문에 링크 통행시간의 통행배정 결과물을 도출하고 교통정책 분석에 활용하는 데에는 크게 문제가 없다고 판단된다.

사용자 균형 상태와 시간단위 체계최적 상태의 경우, 균형조건 식(13)-(16)과 식(23)-(26)에서 알 수 있듯이 계층에 상관없이 같은 기종점 통행비용을 갖는 반면, 화폐단위 체계최적 상태는 균형조건 식(29)-(32)에서 알 수 있듯이 계층별로 다른 기종점 통행비용을 가짐을 알 수 있다. 이는 각 소득 계층별로 시간가치가 다르기 때문이다.

사용자 균형상태가 기종점 통행비용이 상대적으로 적은 결과를 보이는데 사용자 균형 상태는 통행의 외부성이 제외된 링크 통행시간으로만 구성된 평균비용으로 경로를 선택하고 체계최적의 경우 링크 통행시간에 통행의 외부성이 더해진 사회적 한계비용으로 경로를 선택하게 되기 때문이다.

또한, 사회적 순 편익의 결과는 당연히 화폐단위 체계최적일 경우가 화폐환산 사회적 순 편익을 최대화하고, 시간단위 체계최적일 경우가 시간환산 사회적 순 편익을 최대화함을 알 수 있다.

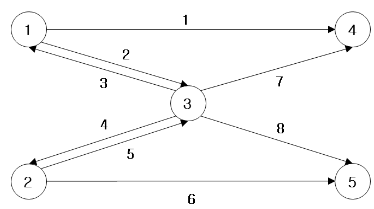
2. 8-링크, 2개 기종점 수요를 갖는 교통망

네트워크를 확장하여 〈그림 8〉과 같이 8개의 링크로 구성된 교통망을 고려하고 링크 비용함수는 식(48)과 같은 BPR 형태를 갖는다고 가정한다.

$$t_a = t_a^0\{1+0.15(v_a/c_a)^4\} \tag{48}$$

식(48)의 비용함수와 관련한 링크별 속성자료는 〈표 2〉와 같다.

통행계층은 1.0 (백원/분)과 1.3 (백원/분)의 시간가치를 갖는 2개의 계층을 고려한다. 기종점 수요는 계층별로 2개의 O-D쌍(1→5, 2→4)을 고려하여 총 4개의 O-D쌍을 고려하였다. 계층별 수요함수는 식(49)와 같



〈그림 8〉 8-링크, 5-노드 예제 교통망

〈표 2〉 링크별 속성자료

링크 번호	자유통행시간(t_a^0)	링크용량(c_a)
1	2	10
2	1	20
3	1	10
4	1	10
5	2	15
6	3	8
7	3	8
8	4	12

〈표 3〉 계층별 수요함수의 속성자료

계층(m)	O-D(w)	기점(O)	종점(D)	$\overline{d_w^m}$	B_w^m
1	1	1	5	18	-0.03
	2	2	4	15	-0.03
2	1	1	5	20	-0.02
	2	2	4	17	-0.02

은 지수함수의 형태를 갖고 그 역함수 $D_w^{m,-1}(d_w^m)$의 초과수요모형 적용을 위한 가상 링크비용함수로의 변환은 식(50)과 같다. 또한 수요함수와 관련된 속성자료는 〈표 3〉과 같다.

$$d_w^m = D_w^m(c_w^m) = \overline{d_w^m}\, exp(B_w^m c_w^m) \quad (49)$$

$$D_w^{m,-1}(d_w^m) = W_w^m(e_w^m) = \frac{1}{B_w^m} ln(1-\frac{e_w^m}{\overline{d_w^m}}) \quad (50)$$

위의 네트워크와 교통수요를 이용하여 사용자 균형, 시간단위 체계체적, 화폐단위 체계체적 통행배정을 수행하여 구해진 링크 통행량 및 통행수요의 결과는 〈표 4〉와 같다.

통행배정에 따른 통행수요 및 링크 통행량의 결과는 서로 다르고 $e_w^m + d_w^m = \overline{d_w^m}$ 임을 확인할 수 있다.

사용자 균형 상태에서 체계최적 상태로의 계층별 수요의 변화에서 화폐단위 체계최적이 시간단위 체계최적보다 시간가치가 낮은 계층의 수요 감소폭이 크고 시간가치가 높은 계층의 수요 감소폭이 적어 비용단위에 따른 체계최적 문제가 계층간 형평성 문제를 내포하고 있음을 알 수 있다. 기종점쌍 w=1의 경우를 예를 들면 계층 1은 시간단위 체계최적에서 수요가 19% 감소하고 화폐단위 체계최적에서 22% 감소하는 반면, 계층 2는 시간단위 체계최적에서 수요가 13% 감소하고 화폐단위 체계최적에서 11% 감소함을 알 수 있다.

통행배정에 따른 통행비용, 통행배정모형의 목적함수, 사회적 순편익에 대한 결과는 〈표 5〉와 같다.

계층별 기종점간 최소통행비용과 수요함수의 기종점 통행비용이 거의 같음으로 균형 상태에 도달하였음을 알 수 있다. 2-링크 단순교통망의 예에서와 마찬가지로 사용자 균형 상태와 시간단위 체계최적 상태는 계층별로 같은 링크 통행비용과 기종점 통행비용을 갖는 반면, 화폐단위 체계최적 상태는 서로 다른 시간가치에 의해 계층별로 다른 기종점 통행비용을 갖는다.

사회적 순 편익은 화폐단위 체계최적일 경우가 화폐환산 사회적 순 편익이 가장 크고 시간단위 체계최적일

〈표 4〉 링크 통행량 및 통행수요 결과

구분		사용자 균형	시간단위 체계최적	화폐단위 체계최적
링크 통행량 (v_a^m, v_a)	v_1^1	5.66	4.71	5.33
	v_1^2	8.52	7.31	6.67
	v_1	14.18	12.02	12.00
	v_2^1	13.53	10.98	10.52
	v_2^2	18.19	15.82	16.15
	v_2	31.72	26.8	26.68
	v_3^1	5.66	4.71	5.33
	v_3^2	8.52	7.31	6.67
	v_3	14.18	12.02	12.00
	v_4^1	5.32	4.59	4.21
	v_4^2	7.68	6.39	6.71
	v_4	12.99	10.98	10.92
	v_5^1	10.58	8.61	8.25
	v_5^2	14.93	13.02	13.28
	v_5	25.52	21.63	21.53
	v_6^1	5.32	4.59	4.21
	v_6^2	7.68	6.39	6.71
	v_6	12.99	10.98	10.92
	v_7^1	4.93	3.90	2.93
	v_7^2	6.41	5.71	6.61
	v_7	11.34	9.62	9.53
	v_8^1	8.22	6.39	6.31
	v_8^2	10.51	9.43	9.44
	v_8	18.73	15.82	15.75
가상링크 통행량 (e_w^m)	e_1^1	4.47	7.02	7.48
	e_1^2	3.81	6.18	5.85
	e_2^1	3.42	5.39	5.75
	e_2^2	3.07	4.98	4.72
통행수요 (d_w^m)	d_1^1	13.53	10.98	10.52
	d_1^2	18.19	15.82	16.15
	d_2^1	10.58	8.61	8.25
	d_2^2	14.93	13.02	13.28

경우가 시간환산 사회적 순 편익이 가장 크다.

특별히 화폐단위의 체계최적상태가 균형 상태에 도달하였음을 확인하기 위하여 〈표 6〉과 같이 각 계층별로 기종점간 최소통행비용과 기종점간 경로에 속하는 링크비용의 합을 비교해 보았다. 비교에서 계층별 기종점간 최소통행비용과 기종점간 경로에 속하는 링크비용의 합이 거의 같음을 볼 수 있고 따라서 균형 상태라 할 수 있다.

〈표 5〉 통행비용 및 목적함수 결과

구분		사용자 균형 (분)	시간단위 체계최적 (분)	화폐단위 체계최적 (백원)
링크 통행비용 (c_a^m)	c_1^1	3.21	5.13	5.53
	c_1^2	3.21	5.13	6.31
	c_2^1	1.95	3.42	3.72
	c_2^2	1.95	3.42	4.16
	c_3^1	1.61	2.57	2.76
	c_3^2	1.61	2.57	3.16
	c_4^1	1.43	2.09	2.22
	c_4^2	1.43	2.09	2.59
	c_5^1	4.51	8.49	9.31
	c_5^2	4.51	8.49	10.29
	c_6^1	6.13	10.98	11.97
	c_6^2	6.13	10.98	13.34
	c_7^1	4.82	7.70	8.29
	c_7^2	4.82	7.70	9.46
	c_8^1	7.56	13.07	14.19
	c_8^2	7.56	13.07	15.93
기종점 통행비용 (c_w^m)	c_1^1	9.51	16.48	17.90
	c_1^2	9.51	16.48	20.08
	c_2^1	9.33	16.19	17.61
	c_2^2	9.34	16.20	19.77
최소 통행비용 (u_w^m)	u_1^1	9.51	16.48	17.89
	u_1^2	9.51	16.48	20.07
	u_2^1	9.33	16.19	17.60
	u_2^2	9.33	16.20	19.76
목적함수	Z	9371.00	9498.87	11387.10
사회적 순편익	시간환산 (분)	2460.13	2535.07	2534.17
	화폐환산 (백원)	2957.02	3046.28	3047.27

〈표 6〉 화폐단위 체계최적 균형상태 검증

계층 (m)	O-D (w)	경로상 링크집합 (r)	$\sum_a c_a^m \delta_{ar}^w$	u_w^m
1	1	2→8	3.72+14.19= 17.91	17.89
		2→4→6	3.72+2.22+11.97= 17.91	
	2	5→7	9.31+8.29= 17.60	17.60
		5→3→1	9.31+2.76+5.53= 17.60	
2	1	2→8	4.16+15.93= 20.09	20.07
		2→4→6	4.16+2.59+13.34= 20.09	
	2	5→7	10.29+9.46= 19.75	19.76
		5→3→1	10.29+3.16+6.31= 19.76	

Ⅵ. 결론

본 연구에서는 사용자 균형과 체계최적 교통망 균형을 다계층 가변수요로 확장하여 그 조건을 조사하고 그에 따른 해석 알고리즘을 구축하였다. 연구된 교통망 균형조건과 해석 알고리즘은 도로망 설계문제와 같은 기타 응용연구에서 교통상황을 묘사하고 교통운영의 효과를 평가하기 위하여 이용되어 질 수 있다.

연구에서 도시부 교통수요를 묘사하기 위하여 통행비용에 따라 변화하는 가변수요를 고려하고 통행자들의 개인특성에 따라 계층별로 이산적으로 구분된 시간가치를 갖는 다계층 가변수요 상황을 고려하였다. 또한 도로 이용자들이 통행비용을 인식하는 단위를 시간 또는 화폐로 구분하여 조사하였다.

연구의 결과에서 체계최적 교통망 균형의 경우 통행비용을 측정하는 단위가 시간단위 또는 화폐단위에 따라 결과가 서로 다르고 계층별 통행수요에 미치는 영향이 다름을 확인할 수 있었다. 향후 이러한 통행비용을 측정하는 단위에 따른 계층별 형평성에 대한 연구가 필요할 것이라 생각된다.

또한 본 연구를 기반으로 통행자들의 통행행태와 도로 운영자들의 운영목적을 고려한 다계층 가변수요에서의 도로망 설계문제를 해결할 수 있을 것이라 생각한다.

좀 더 나아가서 실제 이상적인 교통망의 통행행태는 여러 계층과 여러 수단이 결합되어서 균형 상태를 이루고 있다고 볼 수 있으므로 향후 더욱 구체적이고 복잡한 도시 교통망을 묘사하기 위해서는 연구에서 다루어진 다계층과 더불어 다수단을 함께 고려해 볼 필요가 있겠다.

본 연구는 기존에 단순히 고정수요에서 시간단위로만 고려된 통행배정 최적화 문제를 가변수요이고 화폐단위의 경우로도 확장하여 분석하였다. 경우에 따라 교통정책을 분석할 때 어떤 단위기준을 적용하는 것이 더 낫다고 할 수는 없으나, 본 연구는 향후 교통정책을 분석하고 적용하기 위한 문제에서 두 가지 경우를 함께 고려해 볼 수 있기 위한 도구를 만들고 그 차이를 분석하기 위해 필요한 연구라 하겠다.

참고문헌

1. 김병관・임용택・임강원(2004), “민감도 분석을 이용한 도로 혼잡통행료 산정 모형 개발”, 대한교통학회지, 제22권 제5호, 대한교통학회, pp.139~149.

2. Dafermos, S. C.(1973), "The traffic assignment problem for multi-class user transportation network", Transportation Science 6, pp.73~87.
3. Dial, R, B.(1999), "Network-optimized road pricing. Part 1: a parable and model", Transportation Science 47, pp.54~64.
4. Dial, R. B.(1999), "Network-optimized road pricing. Part 2: algorithms and examples", Transportation Science 47, pp.327~336.
5. Hai Yang, Xiaoning Zhang(2002), "Multiclass Network Toll Design Problem with Social and Spatial Equity Constraints", Journal of Transportation Engineering 128, pp.420~428.
6. Hai Yang, Hai-Jun Huang(2004), "The multi-class, multi-criteria traffic network equilibrium and systems optimum problem", Transportation Research 38B, pp.1~15.
7. Nagurney, A.(2000), "A multiclass, multicriteria traffic network equilibrium model", Mathematical and Compute Modeling 32, pp.393~411.
8. Sheffi Y.(1985), "Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
9. Smith, M. J.(1979), "The marginal cost taxation of a transportation network", Transportation Research 13B, pp.237~242.

♧ 주 작 성 자 : 김병관
♧ 교 신 저 자 : 김병관
♧ 논문투고일 : 2007. 6. 29
♧ 논문심사일 : 2007. 12. 5 (1차)
2008. 5. 5 (2차)
♧ 심사판정일 : 2008. 5. 5
♧ 반론접수기한 : 2008. 10. 31
♧ 3인 익명 심사필
♧ 1인 abstract 교정필