

## 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구

최승현<sup>1)</sup> · 황혜정<sup>2)</sup>

학교 교육의 질 개선을 위한 교실 수업 살리기의 핵심에는 교사가 있다는 인식에 따라 교수 활동에 전문성을 부여함으로써 전문가로서의 교사의 능력을 신장시킬 수 있는 지원방안에 대한 관심이 날로 높아지고 있다. 특히 내용 교수 지식(PCK)은 Shulman(1986)에 의해 교수 활동의 기반 지식으로 제기된 이래 교사의 전문성 논의에서 핵심으로 자리 잡고 있다. 이러한 취지하에 한국교육과정평가원의 교수학습연구센터(KICE-TLC)에서는 2007년부터 내용 교수 지식 및 수업 컨설팅 지원에 관한 3개년에 걸친 중장기 연구 계획을 수립하고 KICE-TLC 고유의 PCK 연구 방법과 PCK에 대한 관점을 정립하고자 하였다. 일차년도인 2007년도 연구에서는 모든 교과가 공유할 수 있는 기본 연구의 틀을 마련하여 이를 토대로 참여 교과별로 구체적인 PCK의 구성 영역이나 접근 방법을 차별화하는 방식을 취하였다. 수학 교과의 경우, 국내·외 PCK 관련 연구 동향을 분석하여 2007년 개정 교육과정에 따른 수학과 PCK의 의미를 정립하고, 이를 기반으로 수학과 PCK 분석틀을 설정함으로써 다양한 유형의 PCK를 개발하고자 하였다. 단, 본 고에서는 지면 관계상 일차적으로 PCK 분석틀을 설정하는 과정과 절차까지를 다루었다.

주요용어 : 내용 교수 지식, PCK, 분석틀, 수업 전문성, 내용 지식, 일반 교수 지식

### I. 서론

학교 교육의 질 개선을 위한 교실 수업 살리기의 핵심에는 교사가 있다는 인식에 따라 교수 활동에 전문성을 부여함으로써 전문가로서의 교사의 능력을 신장시킬 수 있는 방안에 대한 관심이 날로 높아지고 있다. 교사의 전문성은 관점에 따라 그 구성 요소가 달라지지만 수업 전문성이야말로 교사가 갖게 되는 전문성의 핵심을 이루는 요소라 할 수 있으며, 이로써 교사의 전문성은 곧 수업 전문성을 의미한다고도 하였다(곽영순, 강호선, 2005). 한국교육과정평가원은 2004년부터 2006년까지 3년에 걸쳐 교사의 전문성 신장을 위한 수업평가 기준 개발에 관한 연구를 수행하였는데, 이때 수업 전문성의 주요 요소로 교사의 전문적 지식, 수업 계획, 수업 실천(실제), 교사의 책무성을 설정하였으며, 특히 교사의 전문적 지식을 교과

1) 한국교육과정평가원 (jhtina@kice.re.kr)  
2) 조선대학교 (sh0502@chosun.ac.kr), 교신저자

내용 지식, 내용 교수 지식, 방법 지식, 상황 지식으로 구분한 바 있다(임찬빈 외, 2004, 2005, 2006). 이 중에서도 교사의 수업 전문성의 핵심은 수학을 지도하는 데 요구되는 적절한 교과 내용 지식과 이를 다루는데 요구되는 방법적 지식, 상황 지식, 그리고 학생 이해 지식 등의 부문별 지식이 결합되어 나타나는 교사의 종합적인 실천지인 ‘내용 교수 지식’<sup>3)</sup> (Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK라 칭함)이라 할 수 있다.

이와 같이 PCK에 관한 관심과 중요성이 점차 부각됨에 따라 한국교육과정평가원은 원내 교수학습개발센터(KICE-TLC)에서 2005년부터 주력해 온 교사 전문성 개발 지원 연구를 계승하여<sup>4)</sup> 독립된 연구 과제로 교과별 PCK 개발 연구를 추진하게 되었으며, 이는 작년 2007년을 시발점으로 본격적으로 착수되었다.<sup>5)</sup> 이 연구의 장기 연구 계획을 간략히 정리하여 나타내면 <표 I-1>과 같다.

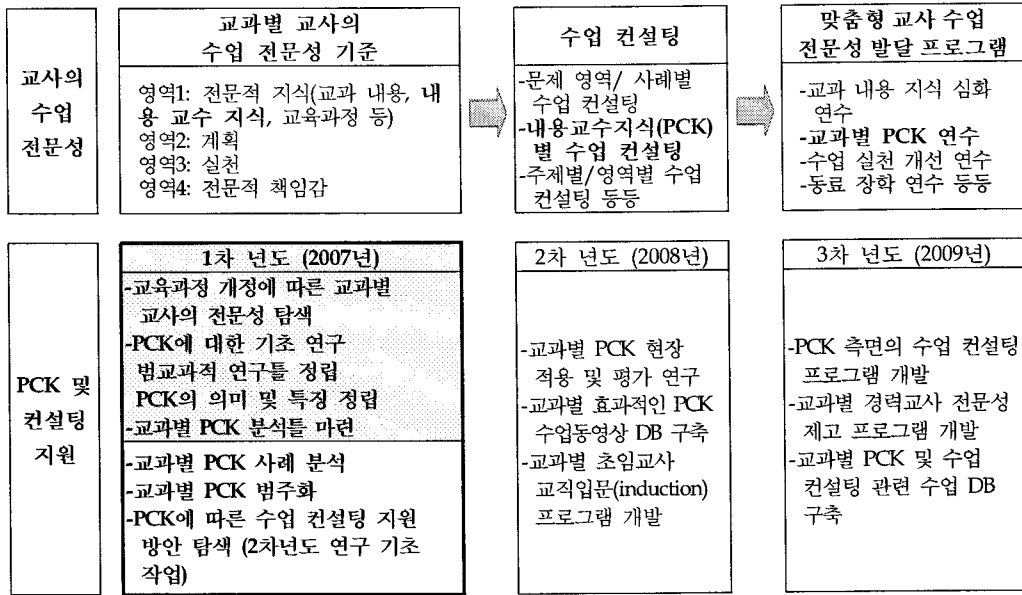
요약하면, 2007년의 제 1차년도 연구에서는 참여 교과별로 구체적인 PCK의 구성 영역이나 구체적인 접근 방법은 차별화하면서도 모든 교과가 공유할 수 있는 기본적인 연구틀을 마련하였다. 이를 근간으로 수학 교과의 경우, 국내·외 PCK 관련 연구 동향 및 결과를 분석하여 수학과 PCK의 의미를 탐색하고 분석틀을 마련하였다. 또, 중학교 1학년 함수 개념을 중심으로 세 명의 수학 교사들의 수업 아이디어 및 특징을 분석하여 교사별 수업 사례를 토대로 수학과 분석틀에 의거하여 수학과 PCK 유형을 범주화하여 제시하였다. 이 연구의 궁극적 목적은 수학과 고유 내용을 지도하기에 효과적인 다양한 PCK를 수업 속에서 찾아내고 이를 PCK 유형별로 범주화하여 각각에 해당되는 수업 장면들로 구성된 동영상을 제작(편집)하여 수학 교사들에게 보급하고자 함이다. 끝으로, 수학과를 비롯하여 교과별 PCK를 학교에서 안정적으로 적용, 운영하기 위한 조건들을 모색하여 이에 대한 구체적인 정책 제언과 개선 방안을 제시하였다.

3) PCK는 국내에서 교육학적 내용 지식, 교과교육학 지식, 교수 내용적 지식, 교수법적 내용 지식, 교수내용 지식 등으로 번역되어 사용되고 있다. 조성민(2006)은 PCK를 ‘교수학적 지식’으로 부르면서 다른 연구자들이 ‘교수 내용 지식’(김만희, 2003; 민윤, 2003), ‘교수학적 지식’(서관석 & 전경순, 2000), ‘교수적 내용 지식’(김용대, 2001; 박경민, 2001), ‘교수법적 내용 지식’(방정숙, 2002) 등으로 번역하지만,서관석과 전경순(2000)이 번역한 ‘교수학적 지식’에 동조하면서, 그 이유로 단순한 교수-학습 전략 혹은 방법이라는 의미를 넘어서 학생을 가르치는 학문이라는 의미의 ‘교수학’과 이에 관한 ‘지식’이라는 의미를 잘 혼합하여 나타내고 있기에 이를 사용한다고 서술한 바 있다(조성민, 2006, 재인용). 이외에도 PCK를 명명하는 방안으로 여러 가지 제안이 있으나 이 연구에서는 교과교육학적 측면에서 가장 합당하고 번역에 충실한 편으로 사료되는 ‘내용 교수 지식’으로 부르기로 하였음.

4) 2005년에는 KICE 교수학습개발센터에서 ‘콘텐츠 개발·운영-내용 교수 지식(PCK) 및 온라인 수업 장학 지원 프로그램 개발을 중심으로’, 2006년에는 ‘수업 컨설팅 지원 프로그램 및 교과별 내용 교수 지식(PCK) 개발 연구’가 수행된 바 있다. 그런데, 이 연구는 교과별 여건 및 진도에 따라 자율적으로 진행되었기 때문에 KICE-TLC 교유의 PCK 연구 방법과 PCK에 대한 관점을 정립할 기회를 갖기는 어려웠음.

5) 이 연구는 “교육과정 개정에 따른 교과별 내용 교수 지식(PCK) 연구”(2007, 최승현)라는 제목 하에 사회, 수학, 과학, 체육, 음악, 미술, 영어 등 7개 교과가 참여하였다. 이는 수학과 자체의 독자적인 연구가 아니라 전체 연구 속에서 수학과 연구 결과를 논의함으로써 범교과적으로 공유한 공통 논의와 수학과만의 논의가 일부 병행되고 있음. 본고는 이 연구 보고서의 일부 내용을 발췌하여 수정 보완한 것임.

<표 I-1> PCK 및 수업 컨설팅 지원 연구 중장기 계획



그러나, 이러한 연구 과정 및 결론에 해당하는 내용의 양이 방대하여 본 고를 통해 한 번에 이를 모두 제시하기에는 큰 어려움이 따른다. 이에 따라, 일차적으로 본 고에서는 2007년 개정 교육과정에 따른 수학 교사의 역할을 재조명하여 교사 역할의 변화에 대해 살펴보고, 또 국내·외 PCK 관련 연구 동향 및 결과 분석을 토대로 수학과 PCK의 의미와 특징을 탐색·정립하고자 하였다. 이러한 이론적 연구 결과 및 범교과적 연구들에 의거하여 수학과 PCK 분석틀을 마련하는 데까지의 내용을 다루고자 하였다. 본 고에서 다룬 내용은 <표 I-1>의 음영 부분에 해당한다.

## II. 교육과정 개정과 수학 교사의 전문성

### 1. 수학과 교육과정 개정에 따른 교사의 역할

개정된 수학과 교육과정은 국가수준의 ‘의도된 교육과정’이라는 측면에서는 많은 변화가 있으나, 학교 현장에서 교사의 교육과정 운영 시 그 의도가 제대로 나타나지 못한다면 이번 교육과정 개정의 소기의 목적이 제대로 달성되지 못할 것이다. 수학과 교육과정의 개정의 주요 내용을 살펴보면, 7차 교육과정에서 강조되었던 단계형 수준별 교육과정의 철폐, 수학과 교육과정 적정화에 따른 학습 내용의 정선, 수학적 사고력 신장을 위한 수업에서의 의사소통 활동 강조, 수학의 가치 제고와 정의적 측면에 대한 관심, 진로 연계 강화 및 효율적 운영을 위한 선택과목 개설 등이 있다(교육부, 1997; 교육인적자원부, 2007). 이러한 수학과 개정 교육과정에서 요구되는 수학 교사의 역할 변화를 정리하면 다음과 같다.

이번 교육과정 개정에서 수학과와 가장 큰 변화는 단계형 수준별 교육과정에서 수준별 수업으로 전환된 것이다. 단계형 수준별 교육과정은 국민공통기본교육과정 기간의 학습 내용

을 단계별로 학생들이 반드시 학습하여야 할 주요 필수 내용을 제시한 것으로, 학생의 능력과 수준, 단계 사이의 연계성, 지역성 및 현실성을 고려하여 심화, 보충 학습을 위한 다양한 기회를 제공하도록 되어 있다. 그러나 실제의 수학 수업 실태를 살펴보면, 단계형 교육과정에서 요구되었던 재이수 과정의 운영은 여러 가지의 이유에서 철저히 외면되었다. 따라서 개정 교육과정에서는 7차 교육과정의 단계형 형태의 운영을 폐지하고, 내용 요소로 제시되었던 심화 내용들 중 일부는 기본 내용에 반영하고, 일부 어려운 내용을 삭제하는 등 교육과정 내용상의 수준별 요소를 제거하고 기본 내용 위주로 내용 요소를 구성하였다. 다시 말하면, 7차 교육과정에서는 심화 학습 내용이 교육과정 문서와 교과서에 제시되어 있어서 모든 학생들에게 제공되었으나 개정된 교육과정에서는 이러한 기본과 심화의 구분이 사라지고, 적어도 교육과정 문서상에서는 모든 학생들에게 동일한 내용을 가르치는 형태가 되었다.

따라서 개정된 교육과정에서 수학 교사는 동일한 주제나 내용 속에서 학생들의 흥미와 수준을 고려하여 수준별 수업을 진행할 수 있도록 요구된다. 이때 수학 교사는 수준별 수업을 위해 교실 내 학생들의 수준에 알맞은 자료를 제공하여 수업을 진행해야 하므로 학생들의 수준과 이해 속도, 난개념에 대해 학생들이 가지고 있는 이해 정도 및 오개념 형성 과정, 오류 해결 방안 등을 미리 파악하고 있어야 할 것이다.

수준별 수업과 함께 이번 수학과 교육과정 개정에서 강조하고 있는 부분 중 하나는 내용의 적정화이다. 학생들의 학습 부담을 경감하기 위한 내용의 적정화 차원에서 수학 내용의 양을 보다 줄이고 난이도를 낮추는 것이 필요하다고 결론짓고, 개정 교육과정에서는 일부 내용을 삭제하는 형태로 적정화하여 제시하였다. 이때 교사는 무조건 많은 양의 수학 내용을 덜어내고 쉽게 지도할 것이 아니라 교육과정의 내용을 핵심 내용과 선택 내용으로 분화하여 학생들이 이해할 수 있는 수준과 양을 충분히 파악한 후 지도하여야 할 것이다. 또한, 교사는 교육과정에 있는 내용이라고 해서 형식적으로만 이해하도록 지도하지 말고 실제적인 생활 맥락과의 관련 속에서 학생들이 이해하는 데 도움이 되도록 수업 자료를 구성해야 한다. 이렇게 하면 수학 학습에 대한 학생들의 체감 난이도를 낮추어 학생들의 학습 부담을 완화시킬 수 있을 것이다.

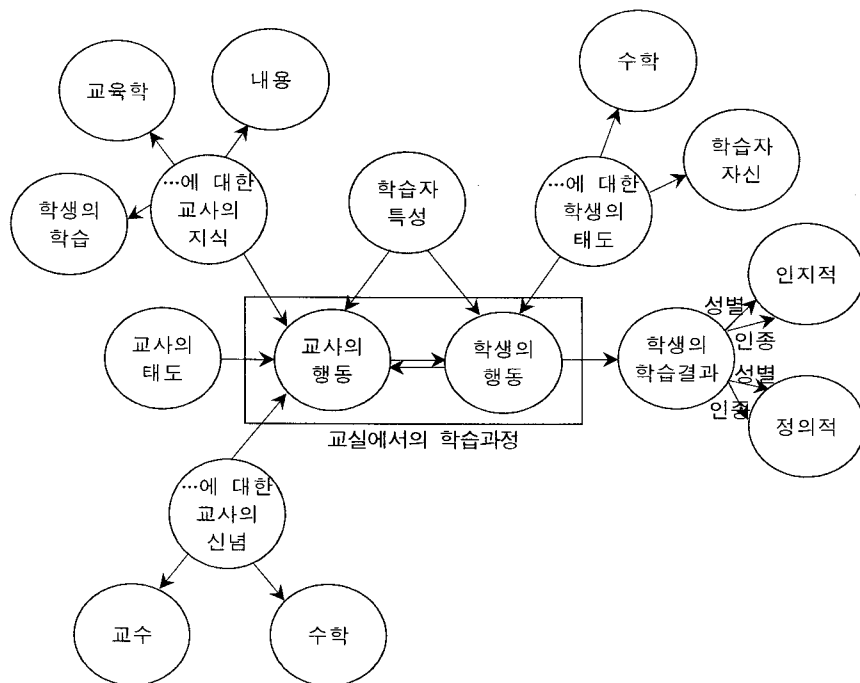
새로운 교육과정에 거는 기대는 미래 사회에 대비한 수학적 사고력 신장이다. 학생들의 수학적 사고력 신장을 위하여 가장 필요한 것은 학생들의 의사소통 능력 향상, 컴퓨터나 계산기 등의 활용이다. 이를 위하여 수학 교사는 학생들과의 원활한 상호 작용을 통하여 수업에서 이러한 능력이 향상될 수 있도록 해야 할 것이다. 이는 어느 한 차시 수업에만 해당되는 것이 아니라 전반적으로 강조하여 지도해야 할 것이다. 이 밖에도 교육과정 개정 때마다 지속적으로 강조되고 있는 수학적 가치 인식과 수학적 태도 함양을 위해서 교사의 수업 변화를 위한 노력과 전문성이 요구되고 있다. 또한 수학이라는 과목이 학교 졸업 이후 직업 세계에서 중요한 측면을 차지할 수 있다는 점을 강조하여 고등학교 선택과목의 수업도 체계적으로 운영될 수 있도록 학생들을 지도하여야 할 것이다.

아무리 교육과정이 개정되었다 하더라도 개정된 교육과정의 구현은 실제로 교실에서 수업을 하는 교사에 의해 이루어진다는 점에서 교사는 교육과정 개정의 중심에 있다고 볼 수 있다(조성민, 2006). 그러나 교육과정이 개정된 후에는 교육과정 문서상에 제시된 내용의 추상성 때문에 대부분의 교사들은 구체적인 교실 상황에서 자신의 변화된 역할을 제대로 인지하기가 쉽지 않다. 이러한 어려움에도 불구하고 수학 교사는 앞서 제시되었던 수학과 교육과정의 개정 방향 및 내용과 자신의 역할을 정확하게 인식하고 수업 상황에서 교육과정 내용을 학생들에게 제대로 재구성하여 제시할 수 있어야 한다. 특히 교수·학습 지도 계획을 수

립하고 실행하는 과정은 교육과정에서 제시한 교수·학습 방법만이 아니라 교사가 가지고 있는 실천 지식에 의한 영향이 매우 크다는 인식이 대두되면서 교사의 실천 지식의 중요성이 날로 높아지고 있다.

## 2. 교육과정 재구성과 수학 교사의 수업 전문성

교육과정을 재구성하여 교실 수업을 진행하는 교육과정 실행의 양상은 교사가 지닌 전문성에 따라 매우 다르게 나타난다. Koehler와 Grouws(1992)는 수학 교사의 교수 모델의 변화를 네 단계로 분류하여 연구하였다. 1단계 연구에서는 교사의 효율성, 2단계 연구에서는 수학 수업 진행시 교사와 학생들의 상호관련성 탐구, 3단계 연구에서는 학습자의 인지적 수준, 성별, 인종과 같은 다양한 학습자 특성이 교사의 수업과 학생들의 학습 결과에 미치는 영향 등이 조사되었으며, 교수의 질에는 관심이 없었다. 4단계 연구 모델에서야 비로소 교수의 질에 관심을 갖게 되었으며, 교수 활동을 매우 복잡한 것으로 인식하였다. 이 단계에서 교수 활동에 영향을 미치는 교사의 지식을 가르칠 수학 내용에 대한 지식, 학습자가 특정 내용을 이해하고 배우는 방법에 대한 지식, 특정 교과 내용을 가르치는 교수 방법에 대한 지식 등으로 구분하였다([그림 II- 1] 참조). 이 연구 결과를 볼 때, 교수 활동은 교실이라는 특수한 상황에서 전개되는 것으로 어느 한 가지 요인만으로 명료하게 설명되기 쉽지 않으며, 교사가 교육과정에 대한 관심과 이해하는 정도에 따라 교육과정 실행 수준이 달라질 수 있음을 알 수 있다(조성민, 2006).



[그림 II- 1] Koehler & Grouws의 수학 교사의 교수 모델(1992)

이와 같이 교육과정을 학교 현장에서 제대로 실행하기 위해서는 교사의 역할이 무엇보다도 중요하다. 특히 7차 교육과정에서 표방했던 '교육과정 재구성' 주체로서의 교사 역할과 전문성이 개정된 교육과정에서도 여전히 중요하게 요구되고 있다. 이는 학습자 중심의 다양하고 특성화된 교육과정의 실현 여부는 국가 수준의 교육과정 문서보다 교실 수업에서 이루어지는 교사 수준의 교육과정에 달려 있기 때문이다.

특히, 개정된 교육과정에서는 교사 수준의 교육과정 실행에 더 많은 자율성과 책무성을 부여하고 있다. 대표적인 예로 교육과정 문서의 '내용'에서 수준별 요소(심화 내용 요소)는 삭제되고 교육과정 문서의 '방법'에서 수준별 수업을 여전히 강조하고 있는 점은 수준별 교육과정의 운영을 학교와 교사에게 일임함을 의미한다. 따라서 교육과정 문서의 내용을 이해하고 단순히 전달하는 차원을 넘어서서 학교 및 교실 환경과 학생 특성을 고려하여 교육 내용을 선정·조직하여 수업을 기획·운영하는 교사의 수업 전문성과 실천지는 개정된 교육과정 실행에서 더욱 중요하게 요구된다.

또한, 교육과정 개정 때마다 새롭게 설정되어 추가되는 목표와 내용 역시 교사의 수업 변화를 위한 노력과 전문성을 요구하고 있다. 한두 가지 목표가 추가되거나 소폭의 내용 개선이 이루어진 일부 학년을 제외하고는 전체적인 큰 틀에서 수학과 자체의 패러다임을 전환하거나 기존의 목표와 내용을 새로운 목표와 내용으로 수정하는 개정 작업이 이루어졌다. 이렇게 개정되어 수정되거나 추가된 목표와 내용은 교사들에게 새로운 교과관, 교과 내용 지식 등의 전문성을 요구한다. 종합하면, 2007년에 개정된 수학과 교육과정의 전반적인 특징을 고려할 때, 교육과정을 실행하는 수업 상황에서 교사의 역할과 비중이 더 높아졌다고 볼 수 있다. 그리고 이러한 수업 실천 상황에서 요구되는 교사의 수업 전문성은 크게 수학과 내용 지식, 교수법 지식, 학생 이해 지식, 상황 지식 등이다. 또한 수업 실천에서 이러한 부문별 지식이 물리적 혹은 화학적으로 결합되어 나타나는 교사의 종합적인 실천지인 PCK에 대한 관심이 더 높아져야 할 것이다.

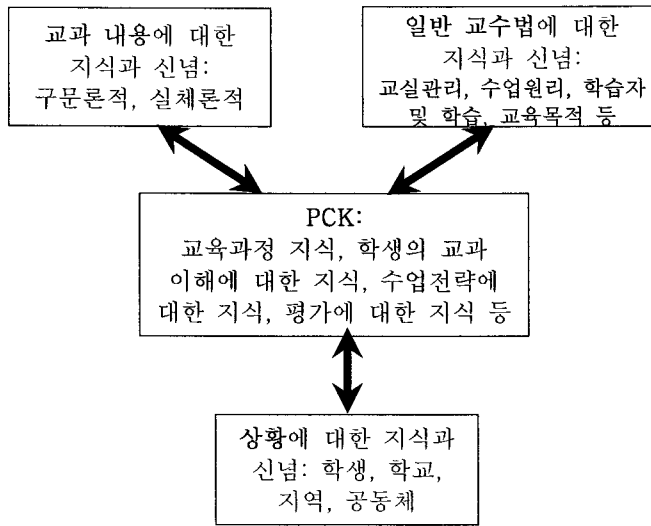
### Ⅲ. 수학과 PCK의 의미

#### 1. 교사 지식과 PCK의 위상

유능한 교사는 교과 내용을 학생들이 이해할 수 있는 형태로 변환시켜 수업을 진행한다. 그러기 위해 교사는 구체적인 교과 내용 맥락에 맞추어 교수 지식을 변경함으로써 교유의 PCK를 개발하게 된다. 1980년대 이래로 Shulman(1987)의 영향으로 교사의 전문 지식은 교과 내용 지식, PCK 및 일반 교수 지식으로 개념화되었다. PCK의 특징을 살펴보기 전에 PCK에 기여하는 다양한 교사 지식의 출처와 범주를 파악하는 것이 필요하다. Shulman을 비롯하여 여러 학자들이 파악한 교사 지식을 구성하는 영역들과 PCK와의 관계를 나타내면 다음 [그림 III-1]과 같다(Grossman, 1990; Magnusson et al., 1999). 이 그림에서 알 수 있듯이, PCK는 교과 내용, 일반 교수법<sup>6)</sup> 및 상황에 대한 지식과 신념 등 교사 지식을 구성하

6) 교과별 PCK는 교사의 실천지에 터한 것으로 일반화되지 않은 형태의 지식인 반면에, 일반 교수법(PK)은 이론적으로 검증된 일반화되고 보편화된 특성을 지닌다. 따라서 수학과 PCK는 수학 수업이라는 특정 상황에서 이루어지므로 주변 상황에 매우 민감하며, 학생의 유의미한 수학 내용 이해를 지향

는 다른 영역들로부터의 지식이 변형된 결과이다. 화살표로부터 알 수 있듯이 이들 영역들은 상호 영향을 주고받게 된다. 즉, 교사 지식을 구성하는 다른 영역들의 영향을 받아서 산출된 PCK는 역으로 이들 기초 지식 영역의 발달을 자극하게 된다.



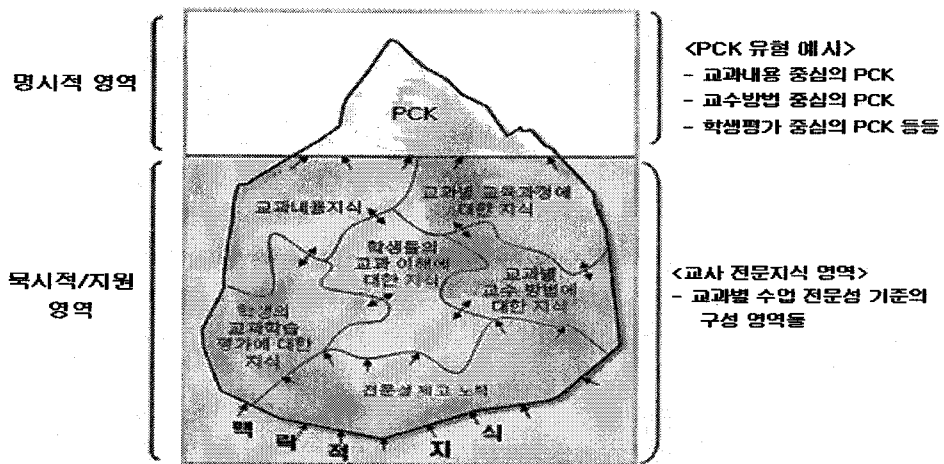
[그림 III-1] 교사 지식의 영역들 간의 관계

PCK와 교사 지식을 구성하는 범주들 간의 관계를 나타낸 것이 [그림 III-2]인데, 이 그림에서 알 수 있듯이 어떤 교사의 수업 실천에서 명시적으로 드러나는 PCK에는 이를 뒷받침하는 다양한 교사 전문 지식 영역들이 있다. PCK를 뒷받침하는 교사 전문 지식의 영역들은 교과별로 다소 다를 수 있지만, 일반적으로 (1) 교과 내용 지식, (2) 교수 방법에 대한 지식, (3) 학생에 대한 지식 등이 공통으로 포함된다.

수업에서 PCK라는 양식으로 표출되는 교사의 전문적 실천이 어떤 요인의 영향을 받아서 어떤 의사결정 단계를 거쳐서 특정한 PCK 양태를 띠게 되는지를 심층적으로 탐색해 볼 필요가 있다. 즉, [그림 III-2]에서 제시된 범주의 드러난 부분을 떠받치고 있는 거대한 지식

하는 경우에만 수학과 PCK는 의미를 지니게 되므로, 이러한 PCK는 지속적으로 진화되는 속성을 가지고 있다. PCK와 일반 교수법 지식의 몇몇 뚜렷한 차이점을 정리하면 다음과 같다(이화진 외, 2006). 첫째, PCK에서는 특수성이 일반화의 토대가 된다. 교과 내용의 특수성, 학생 수준과 요구의 특수성, 교실 상황의 특수성이 내용 교수법을 이루는 중요한 구성 요소들이 된다. 그리고 이러한 특수성들을 기초로 표출되는 고유의 PCK가 주어진 주제에 대한 하나의 PCK의 전형을 이루게 된다. 그러나 일반 교수법은 일반화가 특수성의 토대가 된다. 일반적으로 적용할 수 있는 절차와 모형을 특수한 교실 상황에 적용하면서 특정 사례들을 축적해 나간다. 둘째, PCK는 지속적인 발전 과정에 있는 것으로 완성형을 지향하지 않는다. 특정 내용에 적합한 교수법은 하나일 수 없으며, 적게는 PCK에 영향을 미치는 요인들의 수만큼, 많게는 그 주제를 가르치는 교과 교실의 수만큼이나 다양할 수 있다. 따라서 PCK는 유형이나 사례가 축적되면서 이론과 실재가 모두 풍부해져가기 때문에 무한한 발전 가능성을 지니고 있다고 볼 수 있다. 이에 반해 일반 교수법은 교과 특수성이나 교실 특수성을 초월한 일반적이고 추상적인 진술문으로서, 구체적인 상황과 맞지 않을 때는 교사 스스로 그 세부 사항들을 결정하고 해결해야 하는 어려움이 있음.

기반의 유형과 역할을 재조명해 볼 필요가 있을 것이다. 교사가 지도하는 수업 주제와 교사가 지향하는 목표에 따라 명시화된 PCK는 때로는 내용 지식에 초점을 맞추기도 하고, 교수방법이나 전략에 중점을 두기도 하는 등 다양한 양태로 표출될 수 있다. PCK가 표출되는 특징은 교사의 상황 인식과 교사 수업의 지향점에 따라 다르게 나타나게 된다. 결국, PCK가 교수법, 내용, 맥락 등의 지식과 분리되어 독립적으로 존재하는 것이 아니며, 각 지식의 공동 혹은 이전의 PCK 구성물을 통해 새롭게 구성될 수 있음을 보여주는 것이다. 따라서 PCK는 교사 지식의 하나의 구성 요소이면서 다른 지식들을 포함하며, 궁극적으로는 다른 구성 요소들의 통합과 변형을 통해 드러남을 알 수 있다.



[그림 III-2] PCK와 교사 전문 지식 영역의 관계

## 2. 수학 내용 지식과 PCK의 관계

수학과 PCK에는 수업에서 드러나는 교사의 설명, 행동, 자료 등의 명시적인 부분과 그러한 설명, 행동, 자료의 근거가 되는 암묵적인 부분이 있는데, 이러한 암묵적인 부분은 결국 수학 교사 고유의 수업 전문성이기도 하다. 수학과 PCK의 조작적 정의를 정립하기에 앞서, 교사의 수학 내용 지식과 PCK에 관하여 간략히 살펴보고자 한다.

### 1) 수학 내용 지식

수학에 관한 내용 지식이란 수학이란 교과가 본질적으로 가지고 있는 부분 즉, 수학에 대한 지식을 의미하는 것으로, 수학적 개념, 연결성, 표현 등에 대한 다양한 수준과 형태의 지식을 의미한다. 그렇지만 이때의 수학 내용 지식은 대학수준의 수학적 지식이라기보다 중등학교 수준에서의 수학 지식을 의미하는 것으로, 학교 교육과정에 대한 지식을 기반으로 개념에 대한 정의, 사례의 구분, 연결성 등을 포함하는 것으로 개념화하였다. 따라서 이를 교수학적 변환의 관점에서 본다면 학문으로 다루어지게 되는 수학이라는 지식이 가르칠 지식이라는 학교수학으로 전환된 것까지를 의미하게 된다. 다시 말하면, 수학 내용 지식을 가진



교사는 수학이라는 교과에 내재하는 다양한 관점을 이해하고 그에 따라 요소를 추출·분류할 수 있으며, 어떤 내용이 중요하고 어떤 내용이 부수적인지를 이해할 수 있다. 뿐만 아니라 내용의 타당성·정당화의 근거·지식에 대한 다양한 관점들을 이해함으로써 수학 내에서 일반적으로 받아들여지고 있는 진리가 무엇인지, 왜 그러한 주장이 옳은지, 왜 그것을 알아야 하는지, 교과 안팎에서 혹은 이론과 실제에서 다른 내용과 어떻게 연결되는지도 학생들에게 정확하게 설명할 수 있다(조성민, 2006). 이를 바탕으로 동일한 현상을 다르게 설명하는 이론들 간의 대립된 논지를 어떻게 해결하여 하나의 교과로서 조직되었는지를 이해하고 이러한 이론들의 발전양상을 학생들의 실생활과 관련지어 설명할 방법을 모색하게 된다. 수학 지식은 수학이라는 학문에서 인정된 지식으로, 수학 교사는 수학적 판단을 하는데 있어 관계나 절차의 의미와 이유를 명확하게 설명할 수 있어야 한다.

수학 내용 지식이 부족할 경우, 교사는 수학적 개념을 분리된 사실과 절차의 모임으로 가르치게 됨으로써 학습자의 유의미한 이해를 방해하고 수학의 본질을 잘못 표현하게 된다(Ball & McDiarmid., 1990). 즉, 수학 교사는 학생들에게 가르쳐야 될 수학적 지식보다는 더 높은 단계의 수학적 지식을 지녀야 학생들이 필요로 하는 내용을 그들이 가르치고자하는 학생수준에 알맞게 변형하여 지도할 수 있다. 따라서 제한적이고 잘 구조화되지 않은 지식을 가진 교사는 개념적 연결성과 유용한 표상 체계들을 충분히 제시하지 못한다. 즉, 아무리 쉬운 내용을 다루더라도 수학 교사는 심도 있는 교사 내용 지식이 요구되며(Stein, Baxter & Leinhardt, 1990), 이를 갖춘 경우라야 제대로 수학 지식을 전달할 수 있을 것이다.

한편, 교사의 교과 내용 지식에 대한 분석은 연구자에 따라 상이하게 정의되는 듯하지만, 내용을 상세하게 살펴보면 거의 일치한다. 예컨대, Even(1990)은 분석 준거로서 7가지-본질적인 특징, 다양한 표현, 대안적인 설명 방법, 개념의 강화, 전형적인 예, 다양한 지식과 이해, 수학에 대한 지식-를 설정하였다. 이후 Bolte(1993), Howald(1998), McGehee(1990), Winsor(2003) 등의 연구에서도 교과 내용 지식의 내용은 개념, 사례의 구분, 표현 등이 주요한 요소로 다루어졌으며, Even의 것과 크게 다르지 않다. 교과 내용 지식은 PCK 뿐만 아니라 교실에서의 수업에도 직접적인 영향을 주는 요소이다. 선행 연구 결과, 교과 내용 지식이 부족한 교사는 탐구식 수업보다 설명식 수업을 선호하며, 학생들로 하여금 수학적 발견의 기회를 제한하는 것으로 나타났다(조성민, 2006). 또한 수학과 내용 지식의 증가는 수학과 PCK의 향상에 직접적인 영향을 미치는 등 교과 내용 지식의 중요성은 더욱 강조되고 있다(Ma, 1999; Winsor, 2003).

## 2) 수학과 PCK

수학에 관한, 즉 수학과 PCK는 교사가 자신의 교과 지식과 교수 경험을 통하여 발전시켜 나가는 것으로, 특정한 수학 내용을 학생들이 이해할 수 있는 방식으로 가르치는 방법에 대한 지식이다. 다시 말하면, 좋은 수업을 하는 수학 교사는 수학과 교육과정과 함께 이를 구현할 수 있는 관련 자원과 기법까지도 파악하여 이를 활용하여 수업을 이끌어가며, 수업에 활용할 수 있는 다양한 수업 자원을 학생들이 학습을 유의미하게 참여할 수 있도록 제공한다. 학생들의 학습을 지원할 수 있는 이러한 자원에 대한 지식과 교과 내용에 관련된 다양한 수업 전략은 교사가 갖추어야 할 수학과 PCK 중 하나이다. 그러나 PCK는 주어진 교과 영역의 모든 교사들이 공유하는 동일한 단 하나의 실체가 아니며, 가르치는 맥락, 내용 및 교사 경험의 영향을 받아서 달라지는 개인 교사별로 고유한 전문성이다(이화진 외, 2006). 다른 교과도 마찬가지지만, 수학과 PCK가 제대로 구현되고 발현되려면 무엇보다 가르치는

수학 내용에 대하여 정확한 개념적 이해를 갖추고 있어야 한다. 이러한 가르치는 영역에 대한 전문지식은 가르치는 절차, 전략 및 방법에 대한 전문성과 결합하여 수학과 내용 교수법이라는 혼합물의 수준을 넘어 화합물(이화진 외, 2005)을 생성해내게 된다. 즉, PCK는 풍부한 교수법적 지식과 내용 지식의 결합물으로써, 주어진 맥락에서 학생들이 특정한 수학 내용을 더 잘 이해할 수 있도록 무엇을, 어떻게 가르칠 것인지를 교사가 의도적으로 개발해낸 것이다.

수학과 PCK 개념은 교사가 학생이 교과 내용을 이해할 수 있도록 교과를 표현하고 구성하는 방법으로, 가르치는 주제를 표현하는 가장 유용한 형식, 가장 강력한 유추, 실례, 설명, 논증 등을 포함한다(이화진 외, 2006). 이런 의미에서 볼 때 수학과 PCK는 내용 전문가인 수학자와 수학 교사를 차별화시키는 교사 전문성의 요체에 해당하는 것으로 사회의 일반 구성원들이 수학 교사가 반드시 가지고 있기를 기대하는 전문적 지식이기도 하다. 교사의 수업 전문성의 핵심에 해당하는 수학과 PCK를 학교 현장에 보급하는 것은 교사의 전문성 신장에 의미가 있으며, 특히 현장의 수학 교사들이 가르치기 어려워하는 주제들을 찾아 그것을 가르치는 효율적인 지도 방법을 제공하는 것은 현장의 수학 교사들에게 큰 도움이 될 것으로 기대된다.

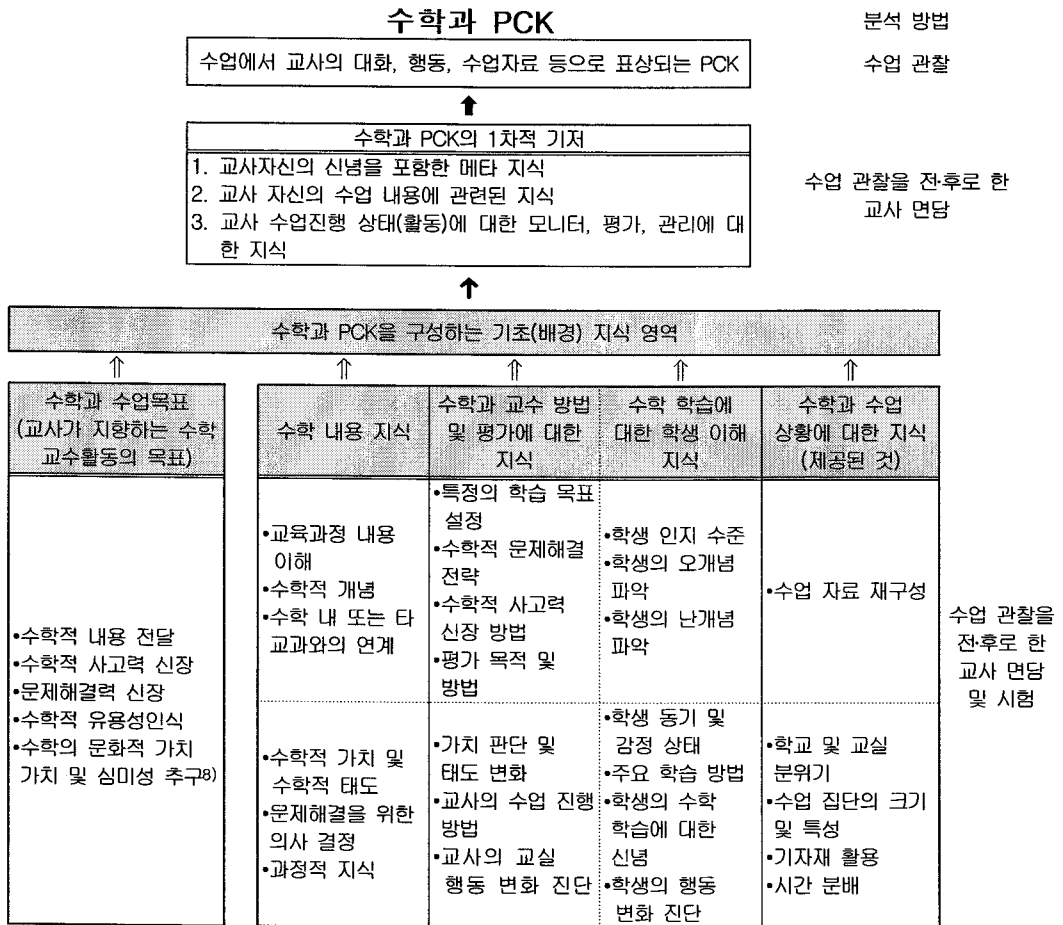
### 3. 수학과 PCK의 조작적 정의

수학과 PCK 개념을 설정함에 있어서 ‘내용과 교수법의 화합물’이라는 관점을 가지고 교과 내용을 학생들이 잘 이해할 수 있도록 표현하고 공식화하는 논의(Shulman, 1986; 1987), 교과 내용 지식과 교수법 지식 이외에 상황 지식을 추가하는 논의(Grossman, 1990), 교과 내용과 함께 학생 이해, 수업 매체 및 과정을 강조한 논의(Marks, 1990), Shulman의 논의를 기초로 교과 내용을 지식을 실제적 지식과 구문론적 지식으로 구분한 논의(Smith, 1999), PCK를 단순히 내용과 교수법의 화합물이 아니라 교과 교사가 교실에서 수행하는 모든 지식과 기술, 즉 교과 수업 전문성으로 확대한 논의(Gess-Newsome, 1999) 등을 일정 부분 수용하였다. 이렇게 하여 수학과 PCK 개념을 단순히 내용과 교수법의 교차뿐만 아니라, 수학 교사가 교실 수업에서 나타내고 있는 교과 교사로서의 고유한 지식과 기능까지 포함하는 것으로 설정하였다. 한 마디로, 수학과 PCK는 다른 교과와 마찬가지로 내용, 학생, 상황 지식의 영향 하에 형성되지만, 이와는 독립적으로 존재하는 수학 교사의 실천지이다.

결과적으로, 이 연구에서 수학과 PCK는 여러 문헌 연구에 기초하여 조작적으로 정의되었는데, 이는 ‘수업 목표’, ‘수학 내용 지식’, ‘교수 방법 및 평가 지식’, ‘수학과 학습에 대한 학생 이해 지식’, ‘수학과 수업 상황에 대한 지식’ 요소로 구성되었으며, 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식으로 나타나는 것으로 정의되었다. 이를 도식화하여 나타내면 [그림 III-3]과 같다. [그림 III-3]에 제시된 바와 같이, 수학 교사가 지향하는 ‘수학과 수업 목표’는 수학과 PCK 분석틀을 구성하는 첫 번째 차원에 해당하며, 여기에는 교과 지식 또는 기능의 이해, 적용, 탐구, 표현, 추론, 발견 등이 포함된다. 교육과정에 명시된 수학과 교육목표를 교사가 지향하는 수학과 수업의 목표로 정리하면, 수학적 내용 전달 및 이해, 수학적 사고력 신장, 문제해결력 신장, 수학적 유용성 인식 등으로 정리할 수 있다. 다시 말하면, 이 차원은 특정 학년에서 수학을 가르치는 목표와 목적을 나타내며, 이는 일상의 수업 목표, 활동의 조직, 교재나 다른 교육 자료의 활용, 학생 과제의 내용, 학생 평가 등과 같은 수업과 관련된 의사결정의 방향을 제시하는 지도의 역할을 한다. 즉, 교사가 지향하는 수학 교수 활동의 목

표에 따라 수업의 강조점이 달라진다.

또, [그림 III-3]에서 '수학 내용 지식', '수학과 교수 방법 및 평가에 대한 지식', '수학 학습에 대한 학생 이해 지식', '수학과 수업 상황에 대한 지식'은 수학 수업을 진행하기 위해 교사가 갖추거나 고려해야 할 수업 전문성에 관한 것으로, 이는 수학과 PCK 분석틀을 구성하는 두 번째 차원을 이루게 된다. 이러한 수업 전문성에는 학습 과제를 설계하고 변형하며 선정하는 교수 과업, 학생을 위해 학습 목표를 설정하고 재조정하는 교수 과업, 수업 매체와 자원을 동원하고 활용하는 교수 과업, 수업 내용을 설명하고 이와 관련된 문제를 해결하는 교수 과업 등이 포함된다.<sup>7)</sup>



[그림 III-3] 수학과 PCK의 정의(요소)

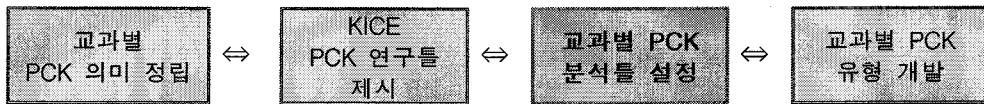
7) 이에 관한 상세한 내용은 다음 장 1절과 2절에 제시되어 있는 것과 동일하므로, 이를 참고하기 바람.  
 8) 학교에서 다루지는 수학은 학생들로 하여금 수학의 매력과 위력을 알고 학습함으로써 수학의 문화적 가치 및 심미성을 느끼고 표현할 수 있게 할 필요가 있으나 본 연구에서의 수학 수업의 목표에서는 실제 수업에서 교사들이 추구하는 목표에 초점을 맞추어야 하므로 분석 단계에서는 제외하기로 하였음.

#### IV. 수학과 분석틀 개발

##### 1. 범교과적 연구틀

그 동안 본원에서 수행해온 PCK 연구를 포함하여 기존 선행 연구는 교과별 PCK의 실체를 포착하려는 다양한 연구 접근 방법(예: 경력 교사와 초임 교사의 비교 연구, 교사 사례 연구, PCK의 변화 과정 차이 분석 등)이 활발하게 수행되어 왔다(곽영순, 2006). 동시에 교과 특성에 따라 교육과정의 난개념이나 오개념, 특정 주제를 대상으로 한 사례 중심의 PCK 개발이 진행되었다(이화진 외, 2005, 2006).

지금까지의 연구 방법과 다양한 사례 중심의 결과물들은 교과별 PCK를 개발하고 교사들이 공유하는 데 의미가 있지만, 다양하고 복합적인 PCK의 본질적 특성을 고려할 때 무한대로 발굴될 수 있는 교과별 PCK를 사례 위주로 제공하는 데는 한계가 있다. 이에 보다 근원적인 차원에서 교과별 PCK의 실체를 분석할 수 있는 안목과 구조를 PCK(사례 자료와 함께) 제공하는 것이 교사의 수업 전문성을 신장하는 데 장기적으로 보다 많은 도움을 줄 수 있을 것이다. 즉, 한국교육과정평가원 측에서는 각 교사가 교과별 PCK의 개념을 이해하고 이를 수업의 실천 과정에서 직접 분석해보고 스스로 개발할 수 있도록 도움을 주기 위해서는, 일련의 체계적인 PCK 연구틀이 함께 제공될 필요가 있는 것으로 논의되었다([그림 IV-1] 참조). 결국, 이 연구에서는 각 교과에서 정립된 PCK의 개념과 구성 영역 및 요소를 체계적으로 표상하기 위해 PCK의 연구틀을 설정하여 이를 활용하고자 하였다.

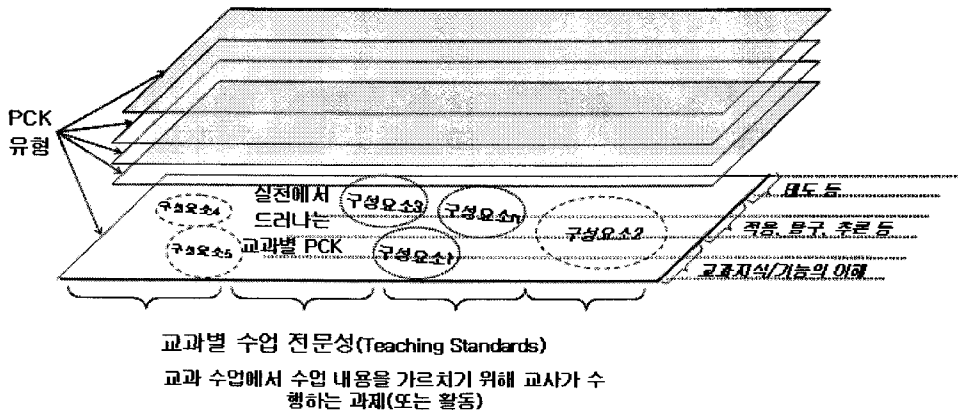


[그림 IV-1] 교과별 PCK 연구 내용 및 절차

수학과 PCK 분석틀을 소개하기에 앞서 범교과적 PCK 연구틀에 대하여 간략히 살펴보면, [그림 IV-2]에서 볼 수 있듯이 교과별 PCK는 교과별 수업 전문성과 교과별 수업 목표의 교차되는 면에서 형성되는 현상을 의미한다. 따라서 교과별 PCK 분석은 이 두 가지 차원이 교차할 때 나타나는 현상을 표상하는 과정으로 진행된다. [그림 IV-2]와 같이 두 가지 차원이 교차되어 구현되는 교과별 PCK는 교과·특징에 따라 그 구성 요소나 개수는 다르지만, 여러 개의 구성 요소가 조화를 이루어 형성된다고 볼 수 있다. 현재 교과별로 PCK 구성 요소를 잠정적으로 설정하고 있으며, 교과별 수업의 관찰 및 분석 과정을 거치면서 그 구성 요소의 범주가 조정될 것이고, 최종적으로 본 연구가 완료될 때 교과별 PCK 구성 요소의 범주와 각 요소의 실체가 구체적으로 드러나게 될 것이다. 이런 이유로, [그림 IV-2]에서 교과별 PCK 구성 요소를 점선으로 처리하였다. 현재 점선으로 표시된 교과별 PCK 구성 요소는 PCK가 구현되는 각 교과의 수업에서 발현된다고 볼 수 있다. 다만 수업의 초점에 따라 각 PCK 구성 요소들이 항상 동일한 모습으로 드러나는 것이 아니라 그 발현의 범위와 수준이 달라질 것이다. 이렇게 교과별로 드러나는 PCK 구성 요소의 범위와 수준이 달라짐으로써 교과마다 특징적인 PCK의 유형을 도출할 수 있을 것이다. 즉, PCK를 결정하는 두 가

지 차원을 구성하는 각 요소의 역할과 비중에 따라 구현되는 PCK의 유형이 달라진다.

이렇게 차별화되는 교과별 PCK 유형들을 [그림 IV-2]에서는 이 두 차원이 만나서 생성되는 평면 위에 쌓이는 각기 다른 조각 또는 면들로 표현하였다. 다시 말하면 이 연구에서는 모든 교사가 모든 내용에 적용할 수 있는 모범적인 일반적 모형이나 방법을 찾는 것이 아니라, 교과 내용과 학생, 그리고 수업 상황에 따라 지도하는 방법을 달리해서 학생들의 이해를 도모하려는 유형을 찾고자 하는 것이다. 따라서 PCK 연구들은 교과의 본질과 특성에 따라 구성 요소에 대한 세부 관점이 달라질 것이므로, 이에 근거하여 각 교과별 PCK 분석틀의 개발이 요구된다.



[그림 IV-2] 한국교육과정평가원 PCK 연구틀

## 2. 수학과 PCK 분석틀

앞서 살펴본 범교과적 PCK 연구틀의 기본 취지에 입각하여, 그리고 앞의 1절에 제시된 수학과에서의 PCK에 관한 조작적 정의에 따라 이 연구에서는 <표 IV-1>과 같은 분석틀이 마련되었다. 이 표에서 볼 수 있듯이, 수학과 PCK는 수학과 수업 목표와 수업 전문성의 교차되는 면에서 형성되는 현상을 의미하며, 이에 따라 수학과 PCK 분석은 이 두 가지 차원이 교차할 때 나타나는 현상을 표상하는 과정으로 진행된다. <표 IV-1>와 같이 두 가지 차원이 교차되어 구현되는 수학과 PCK는 어느 교과의 경우와 마찬가지로 수학 교과의 특징에 따라 그 구성 요소나 개수는 다르지만, 여러 개의 구성 요소가 조화를 이루어 형성된다고 볼 수 있다. 2007년도 현재 수학과 PCK의 구성 요소는 잠정적으로 설정된 것이며, 2009년까지 지속적인 수정 및 보완 작업에 따라 분석틀이 더욱 명료화 되고 정선되어질 것이다. <표 IV-1>의 분석틀<sup>9)</sup>에 제시된 각 항목을 상세히 설명하면 다음과 같다.

9) 참고로, 이 연구에서는 수업 전문성의 각 요소들이 특징적으로 나타나는 양상을 재구성하여 범주화함으로써 PCK 유형을 마련하고자 하였다. <표 IV-1>에서 \*로 표시된 부분 참조> 그 결과로, 수학의 유용성 목표를 강조한 수업, 교육과정 내용에 대한 교사의 이해가 반영된 수업, 학습자의 난개념을 파악하여 준비하는 수업, 학습자의 오개념을 극복하기 위한 수업, 수업 자료를 재구성하여 핵심 내용(즉, 특정의 학습 목표)을 강조한 수업, 수업 자료를 재구성하여 부족한 수업 시간을 극복한 수업, 형성평가를 활용한 수준별 수업, 학습자의 역할을 이용한 수준별 수업, 시각화 제공을 위한 소프트웨어를 활

<표 IV-1> 수학과 PCK 분석틀

수업 전문성		수업 목표		수업 목표			
				수학적 내용 전달	수학적 사고력 신장	문제 해결력 신장	수학적 유용성 인식*
수학 내용 지식	인지	-교육과정 내용 이해* -수학적 개념 이해 -수학 내 또는 타 교과와의 연계		수학과 PCK의 구성 요소들에 대하여 다양한 높낮이를 가진 일체 형태로 나타나는 수학과 수업들			
	정의	-수학적 가치 및 태도 -문제해결을 위한 의사 결정 -과정적 지식					
교수 방법 및 평가	인지	-특정의 학습 목표 설정* -수학적 문제해결 전략 -수학적 사고력 신장 방법 -평가 목적 및 방법*					
	정의	-가치 판단 및 태도의 변화 -교사의 수업 진행 방법* -교사의 교실 행동 변화 진단					
학생 이해	인지	-학생 인지 수준 -학생의 오개념* -난개념 파악*					
	정의	-학생 동기 및 감정 상태 -주요 학습 방법 -학생의 수학 학습에 대한 신념 -학생의 행동 변화 진단					
수업 상황	인지	-수업 자료 재구성 -학교 및 교실 분위기 -수업 집단의 크기 및 특성*					
	정의	-기자재 활용* -시간 분배*					

1) 수학과 수업 목표

(1) 수학적 내용 전달

수학교육의 궁극적 목적은 학생의 잠재력을 계발하고, 건전한 시민, 사회인으로서 역할을 수행하도록 돕는 데 있다. 다른 교과 교육이 그러하듯이 수학도 현대 사회와 미래 사회를 살아갈 건전한 시민으로서 그 사회를 지탱하는 문명적, 문화적 기저 중에서 수학을 기반으로 하는 것에 대하여 수학적으로 이해하는 눈을 기르기 위해 배우는 것이다. 이러한 수학적 안목 도모를 위해서는 수학 내용의 견실한 이해가 기본적으로 뒷받침되어야 마땅할 것이다. 만약 수학 수업에서 학생들이 기본적인 수학적 내용이나 개념을 충실히 이해하지 못한다면 그들의 사고는 그 다음 단계로 발전되지 못하여 그들의 수학적 안목은 제대로 형성되어가지 못할 것이다. 학생들에게 있어서 수학적 개념을 이해하고 논리적으로 추론하게 하는 것은 그들의 정신력을 도야시키는 근원지가 되며, 동시에 이러한 도야는 수학적 안목 형성과 불과분의 관계에 있다고 하겠다.

따라서 수학 수업의 기본적인 목표는 학생들이 수학적 개념을 제대로 이해하여 표현하고

용한 수업, 학생과의 상호작용으로 협동학습의 효과를 이끌어내는 수업의 예를 제시하였다. 본 고에서는 이를 생략함.

이를 통하여 그들의 사고가 진작될 수 있는 수학적 내용을 전달, 교수하는 것이다. 수학 수업에서 교사가 어떻게 교수하는가에 따라 수학적 활동을 통한 학생의 사고는 수학적 엄밀성을 적용할 수 있게 되며 학생의 사고 활동의 한 성향으로 내면화될 수 있다. 또, 수학에서 사용되는 정의를 비롯하여 수학적 성질이나 사실, 원리, 정리 등은 모두가 최소한의 언어로 최대한의 의미를 표현하려는 수단이다. 따라서 수학 내용에 관한 이러한 견고한 이해에 기초한 수학 수업을 통해 학생들은 간결하면서도 정확한 표현 능력을 갖추게 되며, 또한 학생 자신의 생각이나 의도를 간결하고 명확하게 표현하는 경험을 얻게 된다(황혜정 외, 2007). 이와 같은 수학 내용에 기초한 내재적, 외형적 경험 활동이야말로 인간과 환경이 관련된 현상을 보는 수학적 안목을 고양시키는 데에 풍부하면서도 강력한 수단이 될 것이다.

### (2) 수학적 사고력 신장

수학 학습의 중요성을 강조하는 사람들은 흔히 수학이 ‘논리적인 사고력’을 길러준다고 주장하는데, 이는 수학 교육에서 주장하는 수학적 사고력과 같은 개념이라 볼 수 있다. 한편, 이러한 정신적 기능은 어떤 특정한 ‘내용’과의 관련성보다는 사고하는 전략이라든가 방법적 측면에서 다뤄지기 때문에 특정 교과 내용에 국한된다고 보기는 어렵다.

수학이 논리적 사고력을 기르는데 도움을 줄 수는 있지만 반드시 수학만이 이 목표를 달성하는 유일한 방법은 아니며, 논리적 사고력의 발달은 어떻게 가르치느냐에 따라 상당한 영향을 받는다고 한다(Christiansen 외, 1986). 그러나 수학적 능력이 거의 없거나 전혀 없는 것으로 보이는 경우에도 논리적 증명 솜씨를 보일 수 있으며, 더욱이 종종 수학적 활동에서 흔히 나타나는 단순 반복형의 문제 풀이가 논리적 사고력을 발달시킬 수 있다고 보기는 어렵다(황혜정 외, 2007) 달리 말하면, 수학 학습의 최고 목표로 삼아온 사고력 능력의 신장이 반드시 수학 학습을 통해서만 가능한 것은 아니라는 관점도 있을 수 있지만, 그렇다고 하여 효과가 없다고 단언할 수도 없다. 오히려, 우리의 경험으로부터 수학 교과의 효과를 심층적으로 인정할 수도 있다. 수학이나 수학을 기초로 하는 학문을 전공한 사람들과 그렇지 않은 사람들이 성인이 되었을 때 사고방식이 다른 점을 보면 수학교육을 통해 사고 양식이나 태도에 변화를 줄 수 있다는 점에서 수학 교육의 효과를 부정하기는 어렵다. 실제로 수학 수업에서 무엇을 배웠는가 아니라 어떻게 배웠는지가 사고력 신장에 영향을 미친다는 점에서 수학 교사가 자신의 수업의 목표를 어디에 두는가가 관건이 된다고 볼 수 있다.

### (3) 문제해결력 신장

수학교육에서 가장 뚜렷한 목적은 어떤 문제를 해결하는 것이다. 실제로 수학 교사가 수학적으로 사고하도록 가르친다는 것은 수학적 안목으로 문제를 해결하는 능력을 개발한다는 것으로 받아들여도 무리가 없을 것이다. 다시 말해, 문제를 해결하는 과정에서 기초적인 수학적 지식이나 기능을 보다 확실히 이해할 수 있으며, 창의적 사고, 비판적 사고, 의사 결정 능력과 같은 고등 정신 기능을 신장할 있으므로, 문제해결 능력의 신장을 통해 학생들의 사고력과 실생활에의 응용력을 길러 주는 것은 결국 수학 교육의 궁극적인 목표가 된다고 볼 수도 있다. Polya(1962)는 수학 교수 과정에서 명제적 지식뿐만 아니라 방법적 지식도 가르쳐야 한다고 주장하였는데, 여기서의 방법적 지식이란 문제를 풀고 증명을 하고 논증을 비판하며, 수학적 언어를 유창하게 구사하고, 구체적인 상황에서 수학적 개념을 인식하는 능력 등을 말하므로, 거의 문제해결력과 동일한 개념으로 생각할 수 있다.

이와 같이 문제해결을 통해 지식의 단순 암기와 적용, 알고리즘의 반복 연습에서 탈피하

고 수학을 하는 활동을 경험할 수 있게 되므로, 문제해결력의 신장은 오래 전부터 수학 교육의 중요한 목표가 되어 왔다. 20세기 초에 이루어진 문제해결에 대한 논의는 1960년대의 새수학 운동과 1970년대의 ‘기본으로 돌아가기’ 운동과 같은 격동기를 거치면서 크게 부각되지 못하다가 1980년대 기초 기능으로서의 문제해결력에 대한 관심이 높아지면서 수학 수업에서 문제해결력이 강조되었다. 특히, 미국의 수학교사협회의회인 NCTM이 1980년의 “An Agenda in Action”에서 문제해결이 학교 수학의 초점이 되어야 한다고 선언한 이래 1980년대는 문제해결의 시대라고 할 만큼 다양하고 활발한 논의가 이루어졌다. 이후 NCTM이 1989년에 제안한 문제해결은 학교 교육의 모든 수준에서 첫 번째 기준(문제해결로서의 수학)으로 제시되어 있으며(NCTM, 1989), 2000년에 제안한 문제해결은 추론, 수학적 연결성, 의사소통, 표상과 더불어 중요한 목표로 강조되고 있다(NCTM, 2000). 이러한 수학 수업에서의 문제해결력은 우리나라의 교육과정에서도 지속적으로 강조되고 있다.

#### (4) 수학적 유용성 인식

수학의 유용성과 관련하여 수학이 다른 과학의 기초가 되고 문명이 발달하는 초석이 되기 때문에 공부해야 한다는 주장이 있으나(황혜정 외, 2007), 보편적인 설득력을 지니지 못한다. 왜냐하면 개인적인 것이기보다는 사회적인 관점이라야 할 ‘과학과 문명의 발달을 위한’ 수학 교육은 사실 극소수의 재능 있는 학생들에게 해당되며, 오히려 이들에게는 지금보다 더 깊이 있고 어려운 내용이 다뤄져야 하기 때문이다. 그럼에도 불구하고, 모든 사람들에게 수학을 가르치는 이유는 무엇 때문인가? 중등학교 이상에서 다루어지는 수학 내용은 일상생활에서 직접적으로 활용할 수 있는 경우가 그리 많지 않아, 수학의 실용성 측면에 대한 강조는 궁색한 면도 없지 않다.

오늘날의 정보화에 따른 세계화 현상은 수학에 대한 새로운 유용성을 배가시키고 있음에도 불구하고 여전히 수학을 실제로 필요로 하는 경우는 예전과 크게 다를 바 없이 특정인을 위한 것으로 여겨진다. 이처럼 ‘유용성’의 의미를 학교 밖의 주변에서의 실용성으로 한정한다면 이는 수학 교과뿐만 아니라 다른 교과에서도 마찬가지로 학교 교육의 목적은 무의미해진다. 예컨대, 수학 교과의 지식을 통해 계산을 하고, 사회 교과의 지식을 통해 지도를 보고, 과학 교과의 지식을 통해 별자리 보기를 하는 것에 그 실용성의 의의를 둔다면, 학교 교육의 존재 여부 및 가치는 더 이상 논의될 필요가 없다. 이에 따라, 물건을 사고 난 후의 거스름돈의 계산과 같은 간단한 문제 상황뿐만 아니라 어떤 상품을 구입하기 위해 여러 자료를 조사하고 가격을 비교하고 구매조건 등을 분석하여 최선의 선택을 하는 문제 상황까지도 수학적 유용성의 범주에 포함시켜야 한다. 결과적으로, 수학 교사는 학생들이 수학의 유용성과 필요성을 깨달아 수학의 가치를 인식할 수 있도록, 수학 학습 내용을 실생활과 연결하여 제시해 줌으로써 학생들이 수학의 유용성을 인식하게 할 필요가 있다.

## 2) 수학과 수업 전문성<sup>10)</sup>

### (1) 수학 내용 지식

10) 분석틀의 한 차원을 구성하는 ‘수업 전문성’ 영역의 요소에는 수학 내용 지식, 교수 방법 및 평가, 학생 이해, 수업 상황 및 제한된 자원의 네 가지 하위 영역이 있으며, 이러한 각각의 하위 영역은 세부 요소로 구성되어 있다. 본 고에서는 지면 관계상 각각의 하위 영역을 이루고 있는 세부 요소에 대한 상세한 내용 내지 설명을 제시할 수 없으므로 여기서는 간략하게 요소별 정의만을 제시하였다. 상세한 내용은 본 보고서를 참고하기 바람.



수학 내용 지식의 요소별 정의는 다음과 같다.

- 교육과정 내용 이해 : 어떤 개념 또는 기능이 다른 것들과 어떻게 관련되고 연결되어 있는지에 대한 지식으로, 수학 교사가 가르치는 수학 내용에 대한 배경 지식, 관련된 개념들, 개념들 사이의 상호관계 등에 대하여 정확하게 수학 내용을 이해하여 이에 관한 여러 가지 실례, 비유, 적용 사례 등을 보여주며 정확한 수학적 개념과 이를 학생들이 가장 잘 학습할 수 있는 다양한 교수 방법을 동원하여 지도하는 지식
- 수학적 개념 이해 : 교수 과정에서 특별히 부각되는 교사의 교과 내용 지식으로, 수학 교사가 지닌 해당 전공 분야에 대하여 기본적인 수학적 개념은 물론 대학 수준의 심화된 내용학적 지식
- 수학 내 또는 타 교과와의 이해 : 수학을 고립된 내용으로서가 아닌 통합된 전체로 볼 수 있는 지식으로, 수학 교사는 관련된 개념이나 법칙들이 학생들에게 친숙한 상황에서 어떻게 나타나고 적용되는지를 이해하고 의사소통할 수 있는 지식
- 수학적 가치 및 태도 : 수학적 이슈와 관련된 가치판단의 문제가 주어졌을 때 나타나는 교사의 지식과 수학적 이슈를 바탕으로 한 문제에서 교사가 나타내는 태도
- 문제해결을 위한 의사결정 : 답이 즉시 알려지지 않는 문제에서 적절한 수단을 통해 답을 찾고, 어려움으로부터 길을 찾으려 하며, 장애를 돌파하는 방법을 찾기 위한 의사결정에 대한 지식
- 과정적 지식 : 계산 방법, 나아가 문제해결에 이르는 유한회의 절차에 관한 지식. 수학 교사의 수학의 기본적인 개념과 절차를 연결하여 조직할 수 있는 지식

## (2) 수학과 교수 방법 및 평가

수학과 교수 방법 및 평가 영역에 대한 요소별 정의는 다음과 같다.

- 특정의 학습 목표 설정 : 교사가 어떤 학습 목표, 즉 특정의 내용을 강조하여 수업에 임하는가에 관한 지식<sup>11)</sup>
- 수학적 문제 해결 전략 : 문제를 이해하고, 문제를 분석하여 적절한 해결 전략을 세우고, 그 전략을 실행하며 풀이 결과를 검증해 나가는 등 문제해결 과정에서 필요로 하는 능력이 무엇인지에 관한 지식
- 수학적 사고력 신장 방법 : 학생들의 사고력을 증진시키기 위해 교사가 어떤 방법을 선택하는가에 관련된 지식
- 평가 목적 및 방법 : 교사가 학생들의 학습을 평가하기 위하여 학생 평가 계획을 수립하고 이에 따라 수업을 진행하는가와 관련된 지식
- 가치 판단 및 태도 변화 : 교사의 교과관, 교사의 자아개념, 동기, 가치관 등과 그 변화에 대한 지식 및 학생에 대한 열망 수준, 기대수준, 도덕성, 성격, 흥미, 태도등과 그 변화에 대한 지식
- 교사의 수업 진행 방법 : 교사가 어떤 형태로 수업을 계획하고 진행하는가에 관한 지식으로, 이러한 자신의 지식과 수업 설계 및 교수 활동의 결과를 반성하고 그 결과를 향후 교수 활동 개선을 위한 자료로 활용하기 위하여 자신의 행동, 즉 수업 방법에

11) 교사의 학습 목표 설정에 관련된 지식은 교사들이 같은 교과서를 이용하여 수업을 한다 할지라도 어떤 교과 목표를 강조하는가에 따라 수업 내용 및 방법, 자료 활용 등이 달라질 수 있다는 중요한 사안을 반영한 것임.

대한 인식 및 인지가 요구되는 지식

- 교사의 교실 행동 변화 진단 지식 : 교사가 인지적·정의적 요인들의 변화를 인지하고 실제 교수학습 상황에서 교사 자신의 행동을 조정(control)하고, 행동 변화에 대한 원인과 결과를 예측하고 대처하는 것과 관련된 지식

### (3) 학생 이해에 대한 지식<sup>12)</sup>

수학과 학생 이해에 대한 지식의 정의를 각 요소별로 정리하여 나타내면 다음과 같다.

- 학생 인지 수준 : 학습자의 인지 수준에 따라 교과 내용 지식의 지도가 어떻게 이루어져야 하는 지에 관한 지식
- 학생의 오개념 및 난개념 : 교과 내용을 학습할 때 학생들에게 오개념과 난개념으로 인식되어지는 것은 무엇인지에 대하여 교사들이 갖고 있는 지식 및 학생들의 오개념과 난개념을 교수-학습에서 어떻게 활용할 것인지에 대한 지식
- 학생 동기 및 감정 상태 : 학생들이 교과 내용에 대하여 얼마만큼 관심을 갖고 있고, 얼마나 자신감을 갖고 있는지, 어떻게 인식하는지에 대한 지식 및 학생들이 지니고 있는 자아개념, 목표지향성, 수학불안 등에 대한 지식
- 주요 학습 방법 : 학생들이 교과 내용을 학습하는 방법에 대한 지식. 즉, 학생들이 어떤 방법을 이용하여 수학을 학습하는 지에 대한 지식
- 학생의 수학 학습에 대한 신념 : 학생들이 교과 내용 및 교과 학습에 대하여 갖게 되는 신념(혹은 태도)에 대한 지식
- 학생의 행동 변화 진단 : 학생들이 학습에서 경험하는 어려움이나 문제점을 파악하기 위한 방법, 학생들의 반응과 이해도에 따라 융통성 있게 피드백을 제공하는 방법, 다양한 피드백 전략들을 언제 어떻게 가장 효과적으로 활용하는지를 아는 것에 관한 지식

### (4) 수학과 수업 상황에 대한 지식

수업 상황에 대한 지식 요소로는 인지적 지식에 해당하는 수업 자료 재구성에 관한 지식, 그리고 정의적 지식에 해당하는 학교 및 교실 분위기, 수업 집단의 크기와 특징, 기자재 활용, 시간 배분에 관한 지식을 들 수 있다.<sup>13)</sup>

---

12) 학습자가 다르면 같은 학습 목표라 할지라도 다른 교수 학습 경로를 거치게 된다(McEwan & Bull, 1991). Dewey 이래로 교과 지식은 학습자에 따라 다르게 가르쳐져야 한다는 주장이 제기되었으며, Shulman(1987) 역시 학생들의 오개념에 대한 인식을 교육과정 및 교재 재구성의 출발점으로 삼았다. PCK를 연구한 많은 학자(Cochran, DeRuiter & King, 1993; Grossman, 1990; Marks, 1990; Fernández-Balboa & Stiehl, 1995; Ma, 1999)들은 '학습자에 대한 이해'를 PCK를 구성하는 주요한 요소로 꼽고 있다. 왜냐하면 교사는 학생들이 현재 가지고 있는 지식에 관심을 기울이지 않고도 단기간의 수학 학습 능력을 향상시킬 수는 있으나, 이해 측면에서 학생들의 성장을 도모하기 위해서는 학생들의 사고에 대한 이해가 전제되어야 하기 때문이다(Carpenter, et. al., 1989).

13) 이 연구에서 '수업 상황 및 제한된 자원'의 하위 영역의 요소들에 대해서는 그 요소의 특성상 명료한 정의를 부여하기 어려운 탓에 이를 삼갔으며, 각 요소에 대한 이해를 위한 부연 설명으로 대신하였다. 이에 관한 내용은 본 보고서를 참고하기 바람, 여기서는 요소만을 제시하였음.

## V. 요약 및 정책 제언

### 1. 요약

내실 있는 교실 수업의 열쇠는 교사의 수업 전문성이며, 교사의 수업 전문성의 핵심은 교과 내용을 지도하는 데 필요한 방법적 지식인 PCK라고 할 수 있다. 따라서 이 연구에서는 교과별 PCK 개발을 위한 독자적인 연구 방법을 정립하고 PCK를 개발하기 위하여 그동안 산발적으로 추진되어 온 교과별 PCK 개발 연구를 독립된 연구 영역으로 설정하여 추진하였다. 즉, 교과별 PCK 연구들과 분석틀을 설정함으로써 다양한 교과별 PCK 유형을 개발하고자 하였다. 이러한 PCK 연구 과정과 결과는 각 교과별 교사의 수업 전문성 신장에 실제적인 도움을 줄 수 있을 것이다. 이러한 맥락에서 2007년도 PCK 연구에서는 먼저 교과별로 개정된 교육과정의 지향점과 중점 내용에 대하여 분석하였다. 이는 교과별 PCK 연구 방향 설정의 기초 작업으로, 수학과에서는 개정 수학과 교육과정과 교사의 역할을 재조명하고 교육과정 개정에 따른 수학 교사의 역할의 변화를 살펴보았다.

또, 이 연구에서 수학과 PCK는 여러 문헌 연구에 기초하여 조작적으로 정의되었는데, 이는 '수업 목표', '수학 내용 지식', '교수 방법 및 평가 지식', '수학과 학습에 대한 학생 이해 지식', '수학과 수업 상황에 대한 지식' 요소로 구성되었으며, 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식으로 나타나는 것으로 정의되었다. 이때, '수업 목표' 요소는 교사가 지향하는 수학과 수업 목표로 교육과정에 명시된 수학과 교육 목표를 상정하여 수학적 내용 전달, 수학적 사고력 신장, 문제해결력 신장, 수학적 유용성 인식의 하위 요소가 수반되었다. 이와 같은 방식으로 교과별 PCK 정의가 마련됨과 동시에 범교과적 공통의 PCK 연구들에 관한 연구도 진행되었다. 이 연구들은 교과별 PCK는 교과별 수업 전문성과 교과별 수업 목표의 교차되는 면에서 형성되는 현상을 나타내고, 이러한 두 차원이 교차되어 구현되는 교과별 PCK는 교과 특징에 따라 그 구성 요소나 개수가 다르며 여러 개의 구성 요소가 조화를 이루어 형성된다. 이러한 범교과적 PCK 연구들의 기본 취지에 입각하여 수학과에서는 앞서 제시한 PCK 정의에 따라 분석틀을 마련하였다.

본 고에서는 생략하였으나, 수학과 PCK 분석틀을 기초로 현장 수학 수업을 발굴하고 분석하고자 하였다. 이를 통해 교과별 주요 개념이나 주제에 따른 수업 아이디어 및 교실 담론의 특징을 분석해 내어 수학과 교유의 PCK 특징을 범주화 하여 제시하였다. 즉, 수학 수업에서 드러난 PCK 현장지(現場知, 즉 暗黙知)를 이론지(理論知, 즉 明示知)로 전환하고 나아가 수학교육의 지향점을 반영하여 수업 개선 방안을 도출하고자 하였다. 이는 궁극적으로 수학 내용을 지도하는데 있어 효과적인 다양한 방법 지식을 수업 속에서 찾아내고 이를 담아낸 수업 동영상 제작(편집)하여 확보하기 위한 것이다. 2008년도 제2차년도 연구에서는 수학과 PCK 측면의 수업 컨설팅 프로그램 개발 연구가 중점적으로 진행될 터인데, 수학과 교과의 특성과 여건에 따라 컨설팅 결과를 반영한 수업을 다시 구현할 수도 있을 것이다. 암묵적 지식을 명시적 지식으로 전환한 수학과 PCK의 명시성과 활용 가능성을 높이기 위해 가급적 발굴된 PCK를 적절히 재구성하고 재구조화 할 수 있다면 더할 나위 없이 의미 있는 일일 것이다.

끝으로, 이 연구에서는 개정 교육과정에 따른 수학과 PCK 연구는 수학 교사의 전문성 발달을 지원하기 위한 것이고, 한 걸음 더 나아가 교사 전문성 발달 지원은 결국 공교육의 질

제고를 위한 노력의 일환이라는 점에서 수학 교육의 질 제고를 위한 정책 제언을 도출하였다. 따라서 수학과 PCK를 학교에서 안정적으로 적용·운영하려면 (1) 수학과 PCK 측면에서 교실 수업 내실화 방안 모색<sup>14)</sup>, (2) 수학과 수업 전문성 신장 및 컨설팅 방안 제시, (3) 수학과 교사 연수 프로그램 제도 개선, (4) 교·사대 수학 교사교육 개편 등과 같은 영역의 과제들이 수행되고 지원되어야 할 것이다.

## 2. PCK 측면에서의 수업 내실화 방안에 관한 제언

본 고에서는 지면 관계상 가장 중요한 정책 제언에 해당하는 수학과 PCK 측면에서의 교실 수업 내실화 방안 모색에 관한 내용에 초점을 두어 제시하고자 하였다.<sup>15)</sup>

### 1) PCK 실행을 위한 교과 교육 지원단 및 컨설팅 제도 마련을 지원한다.

교사들이 수업을 하는 동안에 느끼는 어려움이나 문제점을 직접 해결할 수 있는 기회를 찾기란 매우 어렵다. 교사들이 그러한 어려움에 봉착했을 때, 신뢰할 수 있는 사범대학의 교수나 장학사, 선배 교사, 또는 연구 기관에서의 연구 결과 등을 통해서 해답을 구할 수 있도록 하는 지원체제가 확립되어야 한다. 특히, 수학교육 이론에 그치지 않고, 일선의 교사들이 직접 해결해야 할 문제에 대해 도움을 줄 수 있는 지원단 구성이 필요하다. 이러한 지원단에는 수학 교과를 가르치는데 경험이 풍부한 수학 교사, 수학이나 수학교육을 전공한 장학사나 교감, 교장, 대학의 수학과 수학교육 교수 등이 참여하여 교사들이 어려움을 느낄 때 자문에 응해 줄 수 있어야 한다. 또한 수학이나 수학교육 전공의 장학사가 현장에 실제적인 도움을 주기 위한 수업 방법이나 자료 개발을 위한 장학 활동을 하여야 한다. 대부분의 교사들은 교사 출신의 장학사 제도를 좀 더 확대하여 수업에 대한 실제적인 방향 제시와 그 사용방법을 현장에 투입하는 데 더 도움을 주었으면 하는 바램을 갖고 있었다. 수학의 경우, 수학 학습 이론만이 아니라 수학 내용 지식과 관련하여 역사적, 발생적 논리까지도 정확하게 설명할 수 있는 교사 출신의 장학사와 수학교육 전공의 장학사가 필요하다.

### 2) 교사들이 충분한 교과 연구 시간을 확보하여 나름대로의 PCK를 개발하고 이를 활용한 수업을 준비할 수 있도록 여건을 조성한다.

대부분의 교사들은 많은 수업량과 수업 준비, 그 외의 다른 업무 등으로 매우 바쁜 나날을 보내고 있다. 이 경우, 수업에서 내용 전달에도 집중하기 어려울 뿐더러 학생들에게도 집중하기 어렵다는 문제점이 있다. 그러므로 먼저 국가에서 교원 수를 충분히 확보하여 수업 시수를 줄여 교사들이 학생들과 자신의 발전을 위하여 투자하는 시간이 충분하도록 지원한다. 특히 수학적 수업 시수가 많은 과목은 더욱 그렇다. 왜냐하면, 비록 교육청이나 다른 기관에서 개발된 자료라 할지라도 가르치는 학생수준에 맞게 재구성해야 하므로 교과 연구를 위한 시간이 필요하다. 이에 덧붙여 대학과 같이 7년에 1년 정도 교사 안식년을 주도록 하거나, 3-4년에 한 번쯤 담임 안식년을 주며 변화하는 학생들에 적합한 흥미 있는 자료, 현실감 있는 자료를 개발할 수 있도록 하는 안식년 제도의 도입이 필요하다. 또한 여전히

14) 제시된 제언의 내용은 수학 교사에게만 국한된 내용도 있지만 전체 초·중등 모든 교사들에게 해당하는 제안일 경우가 대부분임.

15) 다른 영역에 관한 내용은 본 보고서를 참고하기 바람.

많은 행정 업무 때문에 교과 연구시간이 줄어들므로 행정 업무 전담요원을 학교별로 두어서, 교사가 수업과 담임 업무에만 충실할 수 있는 여건을 만들어 주어야 한다.

- 3) 교육과정 개정에 따라 새로이 요청되는 PCK와 교수·학습 자료 등을 개발하여 교사들이 교육과정의 내용을 의미 있게 해석하고 이를 구체화하여 수업에 활용할 수 있게 하고, 이를 활용한 예시 수업도 함께 제공해야 할 것이다.

개정 교육과정에서는 일부 내용이나 교수 방법이 제7차 교육과정과는 크게 달라졌다. 예를 들면 제7차 수학과 교육과정에서는 심화과정을 제시하여 실생활에 활용하는 다양한 방법을 찾아보거나 문제해결력의 배양과 관련된 내용이 주류를 이루었으나 개정교육과정에서는 심화내용을 기본 교육과정으로 재정리하였다. 이에 대해 일부에서는 수학이 더 어려워지는 것이 아닐까 염려하고 있다. 그러나 최근의 수학 교육의 동향은 쉬운 내용을 많이 가르치기 보다는, 적은 내용이라 할지라도 미래 사회를 살아가기 위해서 필요한 내용을 가르쳐 창의적인 발상을 하게 한다는 것이다. 그러나 이런 좋은 취지에도 불구하고 수업 진행의 부담이 교사에게만 쏠린다면 결코 현장에서 환영받는 교육과정이 되지 못한다. 따라서 교육과정에 따라 충실하게 개발된 수학과 교과용 도서뿐만 아니라 교수·학습 자료를 수학교사에게 제공하여 수업에 활용할 수 있도록 지원해야 한다. 즉, 교사들이 교육과정의 내용을 의미 있게 해석하고 이를 구체화하여 수업에 활용할 수 있는 PCK 개발이나 교수·학습 자료의 개발뿐만 아니라, 이를 활용한 수업 예시도 함께 제작하여 지원해야 할 것이다.

- 4) PCK를 서로 공유하기 위한 교사협의회 및 교과협의회 운영을 지원해야 한다.

PCK를 서로 공유하기 위한 논의를 하려면 교과별로 같은 교과 내지는 같은 학년 교사들의 공강 시간을 일치시켜 주는 것이 필요하다. 물론 매일 하는 것이 아니라 일주일에 한두 시간 정도의 시간이 필요하다. 여러 가지 시안에 대해 동료 교사들이 같이 협의하려는 마음은 있지만 시간을 내기가 힘이 들고 수업하기가 힘이 든다는 이유로 교과협의회는 거의 이루어지지 못하고 있는 실정이라고 한다. 교사들 간이나 교과 간의 상호교류가 수업의 질에 미치는 영향은 크다고 할 수 있으므로 교사협의회 및 교과협의회가 실질적으로 교육 현장에 자리매김할 수 있도록 대안을 마련해야 할 것이다. 적어도 일주일에 두 시간 이상의 교과별 토론 및 수업 분석의 시간을 배정하여야 하며, 이는 학교 운영자 차원에서 충분히 해결 가능한 사안으로 보인다.

- 5) 수학과 수업이 제대로 이루어질 수 있도록 최적화된 수업 환경이 지원되어야 한다.

대부분의 수학 교사들이 자신의 PCK를 활용한 수업을 진행하려면 수학 교과교실과 기자재 등이 필요하다고 주장하였다. 수학 교과교실은 학생들의 수업을 위한 장소로만 필요한 것이 아니라 다른 수학과 수업에서 만든 수행평가 자료나 작품 등 여러 자료를 보관하고, 나아가 동기 유발 수업이나 실생활 활용 수업을 준비할 때 필요한 자료와 여러 가지 학생작품의 보관 장소로서도 이용도가 높다. 예를 들어, 학생들에게 체험활동이나 작품 활동을 시킬 때, 아무 준비도 되어 있지 않은 학생들에게 다른 학생의 작품을 보여줌으로써 학생의 모방을 넘어선 창의적 활동을 기대할 수 있으며, 또 이런 학생 작품은 부족한 수업자료를 보완해 주는 기능도 할 수 있다. 최근 들어 학교에서 학급별 학생 수 감축으로 인해 수업 환경은 나아졌으나 그 여파로 그나마 있던 수학 교과교실을 일반 교실로 환원한 학교도 있다고 한다. 물론 학교에서 우선적으로 처리해야 할 여러 가지 문제점이 있겠지만 학교에서

조금만 관심을 보이면 학생들의 태도가 바뀔 수 있고, 그 효과가 크게 나타날 수 있는 수학교과교실의 설치 등이 우선되어야 한다. 또한 수학교과교실이 마련된 후 수학에 필요한 도구인 자나 컴퍼스, 계산기, 칠판이나 패드, OHP와 실물 화상기, 컴퓨터 등이 구비되어 항상 수업에 자유롭게 사용할 수 있도록 준비되어야 할 것이다.

## 참고문헌

- 교육부 (1997). 수학과 교육 과정(교육부 고시 제1997-15호 별책 8). 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정(교육인적자원부 고시 제 2007-79 별책 8).
- 곽영순, 강호선 (2005). 교사평가 수업평가 - 수업평가 바로하기. 서울: 원미사.
- 곽영순 (2006). 중등 과학교사들이 말하는 교과교육학 지식의 의미와 교직 전문성 제고 방안, 한국과학교육학회지, 26(4), 527-536.
- 임찬빈, 이화진, 곽영순, 강대현, 박영석 (2004). 수업 평가 기준 개발 연구(I): 일반기준 및 교과(사회, 과학, 영어) 기준 개발. 연구보고 RRI 2004-5. 서울: 한국교육과정평가원
- 임찬빈, 이화진, 서지영, 차우규 (2005). 수업 평가 기준 개발 연구(II): 일반 기준 및 교과(영어, 도덕, 체육) 기준 상세화. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2005-3.
- 임찬빈, 이화진, 최승현, 오은순, 이경언, 이수정, 노은희, 권순달 (2006). 수업 평가 기준 개발 연구(III): 일반 기준 및 교과(국어, 수학, 기술·가정, 음악, 초등)기준 상세화. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2006-3.
- 이화진 외 (2005). 2005 KICE 교수학습개발센터 콘텐츠 개발·운영-내용 교수법(PCK) 및 온라인 수업장학 지원 프로그램 개발을 중심으로-. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2005-1.
- 이화진 외 (2006). 수업컨설팅 지원 프로그램 및 교과별 내용 교수법(PCK) 개발 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2006-1.
- 조성민 (2006). 교육과정 실행의 관점에서 본 수학교사 지식과 수업의 관련성 연구: 고등학교 함수내용을 중심으로, 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.
- 최승현 (2007). 교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK) 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽 (2007). 수학교육학신론. 서울: 문음사.
- Ball, D. L., & McDiarmid, W. (1990). The Subject-Matter Preparation of Teachers. In W. R. Houston (Ed.), Handbook for Research on Teacher Education. New York: Macmillan.
- Bolte, L. (1993). Preservice teachers' content knowledge of functions. Doctoral dissertations. University of Missouri-Columbia.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: an experimental study. American Educational Research Journal, 26(4), 499-531.
- Christiansen, B., Howson, A. G., & Otte, M. (1986). Mathematics as a School Subject.

- Perspectives on mathematics education(pp.49-99). The Netherland: D. Reidel Publishing Company.
- Cochran, K. L., DeRuiter, J. A., King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), 263-272.
- Even, R. (1989). Prospective secondary mathematics teachers' knowledge and understanding about mathematical functions. Doctoral dissertation. Michigan State University.
- Fernandez-Balboa, J. M., & Stiehl, J. (1995). The generic nature of pedagogical content knowledge among college professors. *Teaching & Teacher Education*, 11(3), 293-306.
- Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: An introduction and orientation. In J. Gess-Newsome, & N. G. Lederman(Eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 3.17). Dordrecht : Kluwer.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher Knowledge and teacher education*. New York : Teachers College Press.
- Howald, C. L. (1998). Secondary teachers' knowledge of functions: subject matter knowledge, pedagogical content knowledge, and classroom practice. Doctoral dissertation. University of Iowa.
- Koehler, M. S., & Grouws, D. A. (1992). Mathematics teaching practices and their effects. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 115-146). Macmillan.
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of PCK. In J. Gess-Newsome & N. G. Lederman(Eds.), *Examining pedagogical content knowledge*(pp. 95.132). Dordrecht : Kluwer.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge : From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.
- McGehee, J. J. (1990). Prospective secondary teachers' knowledge of function concept. Doctoral dissertation. University of Texas at Austin.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA : Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1990). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA : Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA : Author. .
- Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery*. New York : John Wiley & Sons, Inc..
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Smith, D. C. (1999). Changing our teaching: The role of pedagogical content knowledge in elementary science. In J. Gess-Newsome, & N. G. Lederman.(Eds.), *Examining pedagogical content knowledge*. Norwell, MA : Kluwer Academic Publishers.
- Stein, M. K., Baxter, J. A., & Leinhardt, G. (1990). Topic-matter knowledge and elementary instruction: A case from functions and graphing. *American Educational Researcher*, 27(4), 639-663.
- Winsor, M. S. (2003). Preservice mathematics teachers' knowledge of functions and its effect on lesson planning at the secondary level. Doctoral dissertation. University of Iowa.



# The Research on Pedagogical Content Knowledge in Mathematics Teaching

Choe, Seung-Hyun<sup>16)</sup> · Hwang, Hye Jeang<sup>17)</sup>

## Abstract

Since 2005 KICE-TLC has focused on the development of supporting programs for teaching consultation and pedagogical content knowledge(PCK). The purpose of this year's research was to explore types of pedagogical content knowledge(PCK, hereafter) for effective teaching mathematics topics drawn from the amended national mathematics curriculum announced in February, 2007. Based on this year's PCK research, we will develop mathematics teaching consulting program from 2009 research by field testing of developed mathematics PCK. The major source of data for this study was transcripts of audiotapes of the group discussions that took place during the regular weekly meetings where we compared and analyzed three teachers' classes. We also conducted open-ended interviews with the three teachers and collected reflective notes written by participants.

This research provided teachers with an opportunity to think about what is important in the teaching of a topic and why, and to consider possibilities for future development. This research highlights the importance of teacher meetings where teachers share their expertises and insights through reflection and dialogue. By introducing the concept of PCK, examining, analyzing and modelling it in pre-service and in-service teacher education practice, we can contribute to extend teachers' professional learning. Finally, just like quality student learning, quality teaching and teacher education practices require critical reflection and careful scaffolding.

Key Words : Pedagogical content knowledge, Professional development, Teacher knowledge

---

16) Korea Institute of Curriculum and Evaluation (jhtina@kice.re.kr)

17) Chosun University (sh0502@chosun.ac.kr)