

## 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 범주화 - 세 명 교사의 사례를 중심으로 -

최 승 현\* · 황 해 정\*\*

그동안 한국교육과정평가원의 교수학습연구센터(KICE-TLC)에서는 내용 교수 지식(PCK)에 관한 연구를 교과별 여건과 진도에 따라 자율적으로 진행해 왔으나, 2007년부터는 PCK 및 수업 컨설팅 지원에 관하여 3개년에 걸친 중장기 연구 계획을 수립하고 KICE-TLC 고유의 PCK 연구 방법과 PCK에 대한 관점을 정립하고자 하였다. 일차년도인 2007년도 연구에서는 참여 교과별로 구체적인 PCK의 구성 영역이나 접근 방법은 차별화하면서도 모든 교과가 공유할 수 있는 연구틀을 정립하였다. 이와 병행하여 수학 교과와 경우, 2007년 개정 교육과정에 따른 수학과 PCK의 의미를 탐색하여 수학과 PCK 분석틀을 설정하고, 이를 기반으로 다양한 유형의 PCK를 마련하고자 하였다. 이를 위하여 세 명의 수학 교사를 대상으로 중학교 1학년에서 다루는 함수 관련 내용에 대한 수업 관찰 및 면담, 수업 노트 작성 등의 분석 결과를 토대로 수학과 PCK를 범주화하였다. 이러한 PCK 연구 과정과 결과는 수학 교사 개인의 수업 전문성 신장에 실제적 도움을 주고, PCK에 기초한 수업 컨설팅 프로그램 개발에 중점을 두게 될 차기년도 연구에 시사하는 바가 있을 것으로 기대된다.

### 1. 서 론

교육과정이 학교 현장에서 제대로 실행되기 위해서는 교사의 역할이 무엇보다도 중요하다. 특히 7차 교육과정에서 표방했던 '교육과정 재구성' 주체로서의 교사 전문성이 개정 교육과정에서도 여전히 중요하게 요구되고 있다. 교사의 전문성은 관점에 따라 그 구성 요소가 달라지지만 수업 전문성이야말로 교사가 갖게 되는 전문성의 핵심을 이루는 요소라 할 수 있으며, 이로써 교사의 전문성은 곧 수업 전문성을 의미한다고도 하였다(곽영순, 강호선, 2005).

한국교육과정평가원은 2004년부터 2006년까지 3년에 걸쳐 교사의 전문성 신장을 위한 수

업평가 기준 개발에 관한 연구를 수행하였는데, 이때 수업 전문성의 주요 요소로 교사의 전문적 지식, 수업 계획, 수업 실천(실제), 교사의 책무성을 설정하였으며, 특히 교사의 전문적 지식을 교과 내용 지식, 내용 교수 지식, 방법 지식, 상황 지식으로 구분한 바 있다(임찬빈 외, 2004, 2005, 2006). 이 중에서도 교사의 수업 전문성의 핵심은 수학을 지도하는 데 요구되는 적절한 교과 내용 지식과 이를 다루는 데 요구되는 방법적 지식, 상황 지식, 그리고 학생 이해 지식 등의 부문별 지식이 결합되어 나타나는 교사의 종합적인 실천지인 내용 교수 지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK라 칭함)이라 할 수 있다.

이와 같이 PCK에 관한 관심과 중요성이 점

\* 한국교육과정평가원(jhtina@kice.re.kr)

\*\* 조선대학교(sh0502@chosun.ac.kr) 교신저자

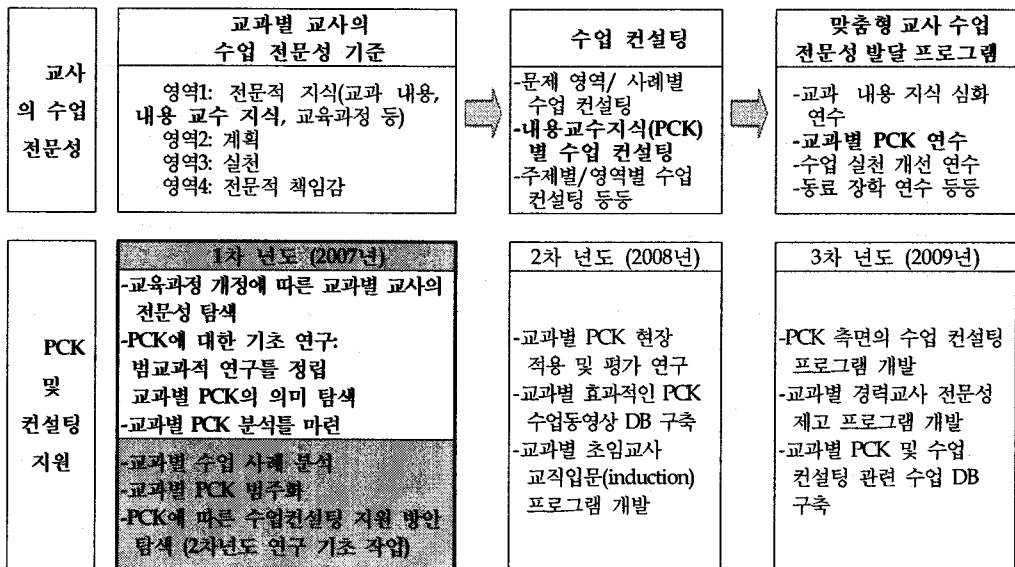
차 부각됨에 따라 한국교육과정평가원은 원내 교수학습개발센터(KICE-TLC)에서 2005년부터 주력해 온 교사 전문성 개발 지원 연구를 계승하여 독립된 연구 과제로 교과별 PCK 개발 연구를 추진하게 되었으며, 이는 작년 2007년을 시발점으로 본격적으로 착수되었다.1) 이 연구의 장기 연구 계획을 간략히 정리하여 나타내면 <표 I-1>과 같다.

요약하면, 2007년의 제 1차년도 연구에서는 참여 교과별로 구체적인 PCK의 구성 영역이나 구체적인 접근 방법은 차별화하면서도 모든 교과가 공유할 수 있는 기본적인 연구들을 마련하였다. 이를 근간으로 수학 교과의 경우, 국내·외 PCK 관련 연구 동향 및 결과를 분석하여 수학과 PCK의 의미를 탐색하고 분석들을 마련하였다. 또, 수학과에서 가장 가르치기 어려워하는 개념 중 하나인 중학교 1학년 함수

개념을 중심으로 수업 아이디어 및 교실 수업의 특징을 분석하여 교사별 수업 사례를 제시하였다. 이러한 사례 분석 결과에서 나타난 특징을 수학과 분석들에 의거하여 범주화하여 제시하였다. 궁극적으로는 이 연구에서는 수학과 고유 내용을 지도하기에 효과적인 다양한 PCK를 수업 속에서 찾아내고 이를 PCK 유형별로 범주화하여 각각에 해당하는 수업 장면들로 구성된 동영상 제작(편집)하여 확보함으로써 일반 수학 교사들과 공유하고자 함이다. 끝으로, 수학과를 비롯하여 교과별 PCK를 학교에서 안정적으로 적용하고 운영하기 위한 조건들을 모색하여 이에 대한 구체적인 정책 제언과 개선 방안을 간략하게 제시하였다.

이러한 연구 과정 및 결론에 해당하는 내용의 양이 방대하여 본 고를 통해 한 번에 이를 모두 제시하기에는 큰 어려움이 따르므로, 일

<표 I-1> PCK 및 수업 컨설팅 지원 연구 중장기 계획



1) 이 연구는 “교육과정 개정에 따른 교과별 내용 교수 지식(PCK) 연구”(2007, 최승현)라는 제목 하에 사회, 수학, 과학, 체육, 음악, 미술, 영어 등 7개 교과가 참여하였다. 이는 수학과 자체의 독자적인 연구가 아니라 전체 연구 속에서 수학과 연구 결과를 논의함으로써 범교과적으로 공유한 공통 논의와 수학과만의 논의가 일부 병행되고 있음. 본 고는 이 연구 보고서의 일부 내용을 발췌하여 수정 보완한 것임.

차적으로 다른 학회지(최승현, 황혜정, 2008)를 통해 2007년 개정 교육과정에 따른 수학과 PCK의 의미<sup>2)</sup>를 탐색하여 이를 기반으로 수학과 PCK 분석틀을 마련하기까지에 관한 내용을 별도로 제시하였다. 이어서 본 고에서는 수학과 PCK 연구를 위한 내용 영역으로 함수를 선정한 이유를 제시하고, 세 명 교사의 함수 관련 수업 사례에 대한 분석 결과를 기초 자료로 삼아 수학과 PCK 분석틀을 토대로 이를 재구성하여 수학과 PCK를 유형별로 범주화한 것에 중점을 두어 제시하였다. 끝으로, 제2차년도 연구의 주요 목적인 수업 컨설팅 프로그램 개발과 관련하여 이 연구 결과에 따라 예상되는 정책 제언을 간략히 제시하였다. 본 고에서 다룬 내용은 <표 1-1>의 음영 부분에 해당한다.

## II. PCK 내용 영역 및 연구 방법

### 1. 함수 영역의 선정 근거

함수는 정의나 논의 대상 등이 비교적 잘 정비되어 있음에도 불구하고 ‘함수를 안다’는 것에 대한 명확한 의미 규정이 미흡한 탓에(Even, 1989), 여전히 많은 학생들이 어려워하면서도 잘못된 개념을 갖고 있는 부분으로(이종희, 1999), 교사의 이해 역시 충분하지 않다는 연구 결과(Fennema & Franke, 1992; Wilson, 1994)가

제기되어 왔다.

함수는 암묵적인 함수 개념, 수표로서의 함수, 비례 관계로서의 함수, 일반화된 비례로서의 함수, 기하학적 함수 개념, 대수적 식으로의 함수, 해석적 표현으로의 함수, 대응으로의 함수, 관계로서의 함수 등의 발달 과정을 거치면서 현대수학을 설명하는 하나의 특징으로 자리매김하고 있다(이종희, 1999). 이렇듯, 함수 개념은 역사적 변천 과정을 살펴볼 때 ‘비례>기하(그래프)>대수적 식>해석적 표현>대응>관계’로 발달하여 왔으나, 이들은 독립적으로 만들어진 개념이라기보다 현대수학의 발전 과정에서 함수 개념을 정련화 하면서 변화된 것으로 볼 수 있다. 이러한 흐름의 영향으로, 제3차 교육과정 이래 ‘대응’ 중심으로 소개되던 함수 개념은 제7차 교육과정에서 ‘비례’ 중심으로 변화되었다. 즉, 제7차 교육과정에서 ‘함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다’라고 명시되어 있으며, 이는 제6차 교육과정에서 초등학교 6학년에 있던 ‘정비례, 반비례’ 단원을 7-가 단계(개정 교육과정에서의 중학교 1학년)로 옮겨와서 비례 관계를 학습하고, 이것의 연장선에서 함수를 정의하는 형태를 띠고 있다. 정비례와 반비례 관계는 제6차 교육과정에서 초등학교에서 다루었던 내용을 제7차 교육과정에서 학습량 경감을 위해 중학교로 이동시켰는데, 개정 교육과정에서는 정비례와 반비례 내용은 실생활에서 자주 활용되고 중학교에서 함수

2) 수학과 PCK 개념을 설정함에 있어서, ‘내용과 교수법의 화합물’이라는 관점을 가지고 교과 내용을 학생들이 잘 이해할 수 있도록 표현하고 공식화하는 논의(Shulman, 1986; 1987), 교과 내용 지식과 교수법 지식 이외에 상황 지식을 추가하는 논의(Grossman, 1990), 교과 내용과 함께 학생 이해, 수업 매체 및 과정을 강조한 논의(Marks, 1990), Shulman의 논의를 기초로 교과 내용을 실체적 지식과 구문론적 지식으로 구분한 논의(Smith, 1999), 내용 교수 지식(PCK)를 단순히 내용과 교수법의 화합물이 아니라 교과 교사가 교실에서 수행하는 모든 지식과 기술, 즉 교과 수업 전문성으로 확대한 논의(Gess-Newsome, 1999) 등을 일정 부분 수용하였다. 이렇게 하여 수학과 PCK 개념을 단순히 내용과 교수법의 교차뿐만 아니라, 수학 교사가 교실 수업에서 나타내고 있는 교과 교사로서의 고유한 지식과 기능까지 포함하는 것으로 설정하였다. 한 마디로, 수학과 PCK는 다른 교과와 마찬가지로 내용, 학생, 상황 지식의 영향 하에 형성되지만, 이와는 독립적으로 존재하는 수학 교사의 실천지로 이해하고, 궁극적으로 수학과 PCK는 수학과 수업의 배경 지식이 되는 수학과 자체의 ‘수업 목표’, ‘내용’, ‘교수 방법 및 평가’, ‘수학과 학습에 대한 학생 이해’, ‘수학과 수업 상황’의 구성 요소로 이뤄지며, 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식으로 간주하였음.

를 도입할 때 함수의 예로 사용되기 때문에 함수 개념이 도입되기 이전인 초등학교 6학년에서 다루도록 하고 있다.

이러한 학년 이동의 변화 배경에 대해 좀 더 살펴보면, 초·중·고등학교 사이의 수학적 개념의 연계성과 관련하여 중학교 1학년에서 지도되는 ‘함수’ 개념의 도입 방법이 문제로 제기되었다(김흥기, 2001). 앞서 설명한 바와 같이 제6차 교육과정까지는 ‘함수’ 개념을 대응 개념을 바탕으로 도입해 왔으나, 제7차 교육과정에서는 ‘비례 관계’를 바탕으로 도입하고 있다. 이렇게 바뀌게 된 것은 본래 ‘함수’ 개념이 비례 관계와 같이 함께 변하는 두 양 사이의 관계로부터 발생된 것이고, 실제로 학생들이 중·고등학교에서 다루는 대부분의 함수가 이 개념에 근거하고 있기 때문이다. 그런데 우리나라에서는 ‘비례 관계’로 함수 개념을 도입하면서 ‘정의역’, ‘치역’, ‘공역’과 같은 개념을 함께 사용하고 있어서 중학교 교사들이 함수 개념을 일관되게 설명하기가 어려운 현상이 벌어지고 있다. 또한, 초등학교에서 함수라는 용어는 사용하지 않았지만 변하는 두 양 사이의 대응 관계를 지도하였는데, 중학교에서는 대응 용어를 사용하지 못하게 하면서 비례 관계로만 도입하게 하고 고등학교에서는 다시 대응에 근거하여 정의함으로써 동일한 개념에 대한 두 가지 정의 방식 사이에서 학생들이 혼란을 겪고 있다고 하였다. 이로써, 초등학교와 중학교, 중학교와 고등학교 사이에 개념 지도 방법이 일관되지 못하다는 문제가 제기된 것이다.

결과적으로, 개정 교육과정은 함수 개념을 ‘한 양이 변함에 따라 다른 양이 변할 때, 두 양 사이의 대응 관계’로 도입하는 방안으로 변화하였다. 이 방안은 함수 개념의 핵심인 ‘종속 관계에 있는 두 양의 관계’ 개념을 바탕으로 하되, 종속 관계에 있는 두 양의 대응 관계에 주목함

으로써 두 양 사이의 관계식을 세우기가 편리하고, 초등학교에서 학습한 내용과의 자연스런 발전 학습을 가능케 한다. 한 마디로, ‘두 집합 사이의 대응 관계’로 지도한 제6차 교육과정이 함수 개념의 핵심인 종속성을 명확히 드러내지 못하는 단점을 보완하고 ‘대응’ 개념을 직관적인 수준에서 지도함으로써 이후 고등학교에서 ‘두 집합 사이의 대응 관계’와 자연스럽게 관련시켜 준다고 하겠다. 이 연구에서는 교육과정이 개정될 때마다 이처럼 첨예하게 변화하는 함수 내용을 선정하여 수학 교사의 함수 영역에 대한 PCK를 집중적으로 탐색하고자 하였다.

이 연구에서 교육과정 개정에 따른 함수 내용을 다루어 제시하는 것이 보다 바람직하겠으나, 아직 개정된 교육과정에 따라 수업이 실행되고 있지 않으므로 현행 교육과정으로 진행된 수업 위주로 분석한 후 향후 개정 교육과정에서 강조되어야 할 부분을 추가적으로 제시하는 방식을 취하였다. 참고로, 제7차 교육과정에 제시된 <7-가> 단계의 ‘규칙성과 함수’ 대영역 내용과 개정된 교육과정에 제시된 초등학교 6학년의 ‘정비례와 반비례’ 중영역 및 중학교 1학년의 ‘함수’ 대영역 내용에 대하여 <부록 2>에 표로 제시하였다.

## 2. 연구 대상 및 방법

이 연구에서는 수학 교사들의 중학교 1학년(7-가 단계) 함수 영역에 대한 수업 상황을 관찰하였으며, 수업을 진행한 교사들을 대상으로 필요에 따라(관찰 도중 의문스러웠던 점이나 확인이 요구되는 점 등이 있을 때) 비공식적 면담 형식의 질문을 하였다. 또한, 수업 관찰을 허용한 교사들에게 보여주기 위한 수업이 아닌 일상적인 수업을 보여줄 것을 요청하였다. 수업 관찰은 수업 비디오 촬영, 일화 및 관찰지

기록 등으로 진행되었으며, 연구진은 관찰하려는 수업이 시작하기 전에 정해진 교실에 입실하여 관찰을 실시하였다. 이때, 수업 촬영은 교사가 임의로 한 반을 정한 후 계속 그 반만 촬영하였다. 따라서 어떤 차시의 촬영은 교사의 그 내용에 대한 첫 번째 수업인 경우도 있으며, 마지막 수업인 경우도 있었다. 수업 관찰은 A교사, B교사, C교사, D교사 모두 이루어졌지만, 동영상 촬영이 제대로 되지 않은 D교사의 경우는 제외하고 나머지 세 교사의 사례만을 다루었다. 참고로, A교사의 수업은 수준별 수업의 '상'반 수업이었으며, B와 C교사의 수업은 수준별 수업이 아니었다.

교사 수업 관찰은 A교사와 D교사는 동시에 이루어져 두 교사는 서로 수업을 관찰할 기회를 갖지 못한 채 처음 1, 2차시 수업을 진행한 반면, 교사 B는 자신의 수업 촬영 전에 교사 A의 수업을 미리 관찰하는 기회를 가졌으며, C교사는 A교사, B교사, D교사의 수업을 미리 볼

수 있었다. 이런 과정에서 다른 교사의 수업을 봄으로써 자신의 수업을 반성할 기회를 갖게 되었다고 하였다. 교사에 따라 다르지만 함수 영역의 수업이 진행되는 6월에서 9월 초까지 수업 관찰이 진행되었다. 이 연구에 참여한 교사들의 개인 정보 및 수업 관찰 시기는 <표 II-1>과 같다.

이 연구에서는 수업 관찰과 교사의 수업 노트 작성과 더불어 모든 교사와 연구진이 몇몇 차례 함께 참석하여 협의회 형태로 심층 면담을 실시하였다. 이는 이 연구의 주요 목적인 PCK의 범주화를 위한 기초 자료를 확보하기 위한 것으로, 주로 PCK에 관련된 요소를 중심으로 면담이 진행되었으며 이 외에 수업 운영 실태 및 실제 현장에서 나타나는 다양한 문제점이나 개선 방안 등에 대해서도 논의되었다. 이러한 방법들을 활용하여 함수 영역에 대한 수업 사례를 제시하였는데<sup>3)</sup>, 이 연구 결과는 기초 분석 자료에 해당하므로 지면 관계상 본

<표 II-1> 연구 대상에 관한 정보

교사 명	수업 경력	지역	촬영 전 PCK에 대한 사전지식	관찰 시기
A교사	10년	읍면지역	없음	2007년 6월-7월
B교사	초임(4개월)	대도시	없음	2007년 6월-7월
C교사	6년	서울	있음	2007년 8월-9월
D교사	8년	수도권	약간 있음	2007년 6월-7월

3) 수업 사례는 함수의 주요 요소별로 세 명의 교사 각각에 대하여 제시되었다. 이에 대한 본 보고서에서의 내용 목차를 살펴보면 다음과 같다. '정비례 반비례'의 내용에 대해서는 1) 실생활 관련 문제를 개념 전달의 도구로 사용한 A교사의 사례, 2) 학생의 오개념을 인식하여 수업을 구성한 B교사의 사례, 3) 실생활 소재를 개념 전달과 개념 형성의 도구로 사용한 C교사의 사례를 제시하였다. '함수의 뜻'의 내용에 대해서는 1) 용어 간 연계성을 강조하여 새로운 용어를 지도하는 A교사의 사례, 2) 예제를 통해 기호의 사용을 교수하는 B교사의 사례, 3) 교사 발문에 답함으로써 개념을 정립하게 하는 C교사의 사례를 제시하였다. '순서쌍과 좌표평면'에 대한 내용은 1) 수학의 유용성과 생활 주변을 연결시킨 A교사의 사례, 2) 그래프의 장점을 이용하여 유한개념에 대한 논리적 이해를 가능하게 하는 B교사의 사례, 3) 학생들과의 상호작용을 통해 새로운 용어나 개념을 지도하는 C교사의 사례를 제시하였다. '그래프'의 내용은 1) 반복 설명으로 수학적 개념을 완전하게 전달하는 A교사의 사례, 2) 유리수의 조밀성과 관련지어 그래프 연속을 직관적으로 이해시키는 B교사의 사례, 3) GSP 프로그램으로 시뮬레이션 과정을 거쳐 유리수의 조밀성을 확인시키는 수업을 진행하는 C교사의 수업 사례를 제시하였다. '함수의 활용'의 내용은 1) 예제를 통해 정비례 함수와 반비례 함수의 특징을 지도하는 A교사의 사례, 2) 다양한 함수의 활용을 간단한 유형으로 정리하여 지도하는 B교사의 사례, 3) 그래프에 대한 다양한 이해를 목표로 하는 C교사의 수업을 제시하였음.

고에서 생략하였다. 여기서는 이러한 일차적 연구 결과에 해당하는 수업 사례를 수학과 PCK 분석틀에 의거하여 재구성함으로써 수학과 PCK를 범주화한 결과를 중심으로 다음 장에 제시하였다.

### 3. 교사의 수업 노트

이 연구에서는 Loughran 외(2004)가 제안한 CoRe를 교사의 '수업 노트'라는 양식으로 <표 II-2>와 같이 변용하여 활용하였으며, 교사B가 직접 작성한 노트의 예를 <부록 2>에 제시하였다.

업을 진행한 교사의 수업 노트는 특정 주제의 내용을 개념화하는 방식에 대한 개관을 제공한다. 무슨 내용을 어떻게, 왜 가르치는지를 묻는 질문에 대한 교사의 답은 해당 교사가 특정 주제를 특정 집단의 학생에게 가르칠 때의 상황을 설명해 준다. 특히 교실에서 표출되는

교사의 PCK는 주로 수업을 계획하면서 결정되어 지므로(Hashweh, 2005), 교사가 중요한 것으로 간주하는 개념과 이를 가르치는 것과 관련된 사전 지식 등의 다양한 측면들이 수업 수를 계획하는 교사의 답변에 드러난다. 또한 도입, 전개, 정리 등 수업 전반에 관한 수업 시나리오 오는 교사 자신이 계획하고 있는 수업에 대한 구체적인 상을 세울 수 있도록 돕는 것은 물론 연구자로 하여금 교사가 생각하는 수업 전개 양상을 확인할 수 있도록 한다. '수업 실제'와 '수업 후'는 실제 수업이 진행된 직후 작성하는 것으로, 수업을 준비하면서 갖고 있던 의도 등의 실현 정도 뿐 아니라, 의도와 다르게 진행된 일련의 사건들에 대한 분석을 통해 교사 자신의 PCK를 점검하고 재구성할 수 있는 기회로 작용한다.

수업 노트는 주제별로 단 하나만 가능한 것은 아니며, 주어진 상황과 교사에 따라 같은 주제에 대하여서도 다양한 수업 노트를 작성할

<표 II-2> CoRe를 변형한 수학과 수업 노트의 구성 요소

수업의 국면	요소	상세 설명
수업 계획	수업의 맥락	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 학생들이 이 개념을 배워야 하는 이유(개념의 중요성)</li> <li>• 이 개념을 가르칠 때의 어려움/한계점</li> <li>• 교사가 이 개념을 가르치는 데 영향을 미치는 학생들의 사고방식에 대한 교사의 지식</li> </ul>
	수업의 의도, 목표, 계획	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 교사 활동 절차 및 학생들을 개념 학습에 참여시키기 위해 이 절차를 활용하는 특정한 이유</li> <li>• 수업에서 의도한 내용을 제대로 학습했는지를 평가하는 방법</li> </ul>
	수업 내용 탐구	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 이 개념(주제)에 대하여 학생들이 학습하기를 바라는 것</li> <li>• 학생들에게 아직 가르칠 생각은 없지만, 교사가 추가로 알고 있어야 한다고 생각하는 추가 개념</li> </ul>
	수업 시나리오	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 교사가 생각하고 있는 수업 전개 양상</li> </ul>
수업 실제	수업 참여 학습 목표 말의 속도 판서	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수업 중 계획했던 것과 다르게 일어난 사건</li> <li>• 예상치 못했던 일, 질문, 문제점</li> </ul>
수업 후	아이디어, 보완점	

수 있다. 수업 노트의 작성을 위하여 논의하고 서술하는 과정에서 수학 교사들은 자신이 갖고 있는 암묵적인 지식들을 명시적이면서 유의미한 것으로 전환하는 방법을 모색하게 된다. 따라서 수업 노트는 수학적 개념을 특정한 방식

으로 교수하는 교사 내면의 생각을 드러내기 위한 길잡이에 해당하며, 수업 노트의 각 칸을 채워나가는 과정에서 교사는 일상적인 교수 활동에서 간과하기 쉬운 교사의 지식, 기술 및 전문성을 재조명할 기회를 갖게 된다.

<표 III-1> 수학과 PCK 분석틀

수업 전문성		수업 목표	수업 전문성			
			수학적 내용 전달	수학적 사고력 신장	문제 해결력 신장	수학적 유용성 인식**
수학 내용 지식	인지	-교육과정 내용 이해** -수학적 개념 이해 -수학 내 또는 타 교과와의 연계	수학과 PCK의 구성 요소들에 대하여 다양한 높낮이를 가진 입체 형태로 나타나는 수학과 수업들			
	정의	-수학적 가치 및 태도 -문제해결을 위한 의사 결정 -과정적 지식				
교수 방법 및 평가	인지	-교과 목표 설정* -수학적 문제해결 전략 -수학적 사고력 신장 방법 -평가 목적 및 방법*				
	정의	-가치 판단 및 태도의 변화 -교사의 수업 진행 방법* -주요 학습 방법 진단 -학생의 행동 변화 진단				
학생 이해	인지	-학생 인지 수준 -학생의 오개념** -난개념 파악*				
	정의	-학생 동기 및 감정 상태 -주요 학습 방법 -학생의 수학 학습에 대한 신념 -교실에서의 행동				
수업 상황	인지	-수업 자료 재구성				
	정의	-학교 및 동료 교사 분위기 -수업 집단의 크기 및 특성** -기자재 활용* -시간 분배**				

### III. 수학과 PCK의 범주화

이 연구에서는 수학과 PCK 분석틀<sup>4)</sup>을 구성하고 있는 수업 전문성의 요소들을 중심으로 연구에 참여한 세 명의 수학 교사가 갖고 있는 PCK 유형을 제안하고자 하였다. <표 III-1 참조> 즉, 수업에서 교사의 PCK는 수업 목표와 수업 전문성에 속하는 하위 요소들이 만나는 지점에서 다양한 높낮이를 가진 입체 형태로 나타나며, 특히 교사가 지향하는 수학 수업의 목표에 따라 수업의 강조점이 달라지며, 이는 곧 교사 개개인마다 다른 수업 전문성의 노후가 비추되게 될 것이다. 이러한 가정 하에, 이 연구에서는 수업 전문성의 각 요소들이 특징적으로 나타나는 양상을 (앞 장에서 다룬 일차적 수업 사례 결과 내용을 토대로) 재구성하여 범주화 하였다. 그 결과, PCK 범주화의 예로 다음의 수업 유형이 제시되었으며, 본 고에서는 지면 관계상 이들 중에서 수업 전문성의 다섯 가지 요소(수학 수업 목표, 수학 내용 지식, 교수 방법 및 평가, 학생 이해, 수업 상황) 각각에 해당하는 유형을 하나씩만 들어 제시하였다.

- 수학의 유용성 목표를 강조한 수업
- 교육과정 내용에 대한 교사의 이해가 반영된 수업
- 학습자의 난개념을 파악하여 준비하는 수업
- 학습자의 오개념을 극복하기 위한 수업

- 수업 자료를 재구성하여 핵심 내용(즉, 특정의 교과 목표)을 강조한 수업
- 형성평가를 활용한 수준별 수업
- 학습자의 역할을 이용한 수준별 수업
- 시각화 제공을 위한 소프트웨어를 활용한 수업
- 수업 집단의 특성을 살려 협동학습 효과를 이끌어 낸 수업
- 수업 자료를 재구성하여 적절한 시간 분배를 이끌어 낸 수업

이 연구에서 나타난 PCK 요소들은 <표 III-1>에서 \*과 \*\*로 표시되었으며, 이 중에서 본 고에서는 지면 관계상 몇 개의 유형만을 다루었다. 이는 <표 III-1>에서 \*\*로 표시되었으며, 이의 내용은 다음과 같다.

#### 1. 수학의 유용성을 강조한 수업

수학과 교육과정은 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 해결해 봄으로써 수학의 유용성을 인식하여 수학에 대한 긍정적인 태도를 가질 수 있도록 하는 데 교수-학습의 목표를 두고 있다. 이러한 맥락에서 A교사는 학생들이 수학의 유용성을 인식하는 것이 수학 학습을 하는 가장 중요한 요인이라고 생각하고, 정비례와 관련된 다양한 실생활 사례를 포함한 활동지를 이용하여 수업을 하면서 기본적

4) 이 연구에서 수학과 PCK는 여러 문헌 연구에 기초하여 조작적으로 정의되었는데, 이는 '수업 목표', '수학 내용 지식', '교수 방법 및 평가 지식', '수학과 학습에 대한 학생 이해 지식', '수학과 수업 상황에 대한 지식' 요소로 구성되었으며, 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식으로 나타나는 것으로 정의되었다. 이때, '수업 목표' 요소는 교사가 지향하는 수학과 수업 목표로 교육과정에 명시된 수학과 교육 목표를 상정하여 수학적 내용 전달, 수학적 사고력 신장, 문제해결력 신장, 수학적 유용성 인식의 하위 요소가 수반되었다. 이와 같은 방식으로 교과별 PCK 정의가 마련됨과 동시에 범교과적 공통의 PCK 연구들에 관한 연구도 진행되었다. 이 연구들은 교과별 PCK는 교과별 수업 전문성과 교과별 수업 목표의 교차되는 면에서 형성되는 현상을 나타내고, 이러한 두 차원이 교차되어 구현되는 교과별 PCK는 교과 특징에 따라 그 구성요소나 개수가 다르며 여러 개의 구성 요소가 조화를 이루어 형성된다. 이러한 범교과적 PCK 연구들의 기본 취지에 입각하여 수학과에서는 앞서 제시한 PCK 정의에 따라 <표 III-1>과 같은 분석틀을 마련하였다. 이에 관한 자세한 내용은 '수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구'(최승현, 황혜정, 2008)를 참고하기 바람.



으로 정비례의 개념을 다루는 것은 물론 정비례의 활용성을 키우고자 하였다.

교사: 활동지를 통해서 정비례를 알아가는 시간을 갖도록 하겠습니다. (중략) 자! 철수네 가족이 지난 토요일에 자동차를 타고 가족들과 함께 여행을 갔어요. 그런데 가는 도중에 기름이 떨어져서 주유소에 들리게 되었습니다. 주유소에 무엇을 하려고 들렀을까요?

학생: 기름 넣으려고요....

교사: 기름 넣으려고 들렀겠지요. 철수 아빠의 차는 기름 1ℓ로 몇 km갈 수 있어요? 차에 보면 연비를 나타내는 표가 붙어있는 걸 보신 적 있지요. 1ℓ가 몇 km를 갈 수 있다는 표시이거든요. 아빠가 대답했습니다. 8km를 갈 수 있단다. 그러면 2ℓ는요. 아빠 뭐라고 대답했어요. 16km를 갈 수 있겠지 라고 이야기하신 거예요. 그건 경제속도를 ..(중략) ...그러면 방금 전 기준이 52ℓ 이니까 얼마를 갈 수 있는지... 철수가 생각을 하고 있어요. 아빠가 말씀하셨어요. 계산을 한번 해 보렴 라고 말씀하셨거든요. 자 여러분들이 철수와 아빠의 대화를 보고 1ℓ당 몇 km를 갈 수 있는지를 추측하셔서 1번부터 4번까지 문항에 답을 해 주세요.

A교사는 활동지를 가지고 수업을 한 이유를 수업 노트를 통해 다음과 같이 밝혔다.

처음에 함수라는 단원을 같이 해보자고 했을 때 제일 먼저 든 생각이 교직 경력이 9년인데 함수를 지도할 때 마다 학생들은 왜 함수를 배우는 것이냐고 묻는다. 함수라는 것이 교과 상으로만 생각할 때는 굉장히 규칙적으로 단순하게만 생각하면 쉬운 단원이라고 생각했다. 그런데 아이들은 항상 함수라는 것은 어렵고 귀찮고 하기 싫은 부분이라고 생각하는 것 같다. 그래서 함수를 처음 시작할 때 정비례를 과연 내가 어떤 식으로 도입을 시켜주면 함수라는 단원에 대해 어렵다는 생각을 버릴까를 고민했다.

그래서 이것저것 자료를 찾아 보니까 함수의 예라고 해서 제가 동기 유발에 쓰여 있는 것처럼 컴퓨터 자판이라든지 자동판매기나 택시 요금하고 거리하고 전화 통화 시간하고 통화요금 이런 관계에 대해서 아이들에게 처음 제시해보면 어떨까 라고 생각했다. 아이들이 처음 대답을 하면서 지금 촬영한 반 아이들 보다 더 좋아했다. 그런 이야기를 처음에 던졌을 때 좋아하는 것을 보고 이렇게 함수라는 것을 들어가 보는 것도 괜찮다고 생각했다.

수학을 배우면서 익히게 된 수학적 내용과 실생활이 서로 관련되어 있다는 점을 알아가면서 수학의 활용 가치를 인식하도록 수업을 진행하려는 노력은 B교사의 수업에서도 나타났다. B교사는 학생의 예측 능력을 기르는 등 수학적 지식에 대한 이해가 실생활 속에서 필요함을 경험하도록 지도함으로써 수학 시간에 배우는 내용과 실제 생활이 연결되어 있음을 인식시키고자 하였다. 한편, C교사는 개념 도입 시 일상생활과 관련된 활용 문제부터 다루기 시작하고 학생들 스스로 주제를 선택하여 관련된 내용 내지 상황을 찾아보는 조별 활동을 진행함으로써 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 지도하였다.

예를 찾은 걸 보니까, 잘 찾은 것도 있어. (중략) 자기가 들은 것 중에 정비례가 아닌 것이 있었다. 발표해 볼 사람? 스티커 2장. 자동차가 다니면서 배출하는 매연의 양이 정비례가 아닌 것 같다. 왜? 속도랑 연관이 있을 것 같다. 또? 게임을 하면 경험치가 오른다. 그건 정비례인 것 같은데? 고춧가루를 많이 넣으면 맛이 달라져요. 또? 그렇게 따지면 어느 정도 조건의 제한이 필요해요. 다들 잘 만들었어. 조금 있다가 스티커를 드릴게요. 선생님이 찾은 정비례의 예예요. 현미경의 배율. 몇 배 확대 이런 거. 축적. 시속 60Km 짜리가 몇 시간 달렸다. 여러 가지가 있겠죠?

교사에 따라 수학의 유용성을 강조하는 양상은 다소 다르게 나타나는 듯 보이지만, 결국 교사들 모두 근본적으로 실생활 소재를 수반한 예제를 소개하거나 직접 찾아보는 활동을 통해 수학의 유용성을 인식시키고 이로써 수학에 대한 긍정적인 태도를 가질 수 있도록 지도하고 있었다.

## 2. 교육과정 내용에 대한 교사의 이해가 반영된 수업

이른바 ‘새수학’의 영향을 받은 제3차 수학과 교육과정 이래로 우리나라의 수학과 교육과정에서 함수 개념의 본질은 ‘대응’으로 다루어져왔다. 그런데 제7차 수학과 교육과정은 제3차 수학과 교육과정 이후 계속되어 오던 함수 개념 도입에 변화를 주어, <7-가> 단계에서 ‘비례 관계’를 이용하여 함수 개념을 도입할 것을 제안하였다. 또한 제6차 수학과 교육과정에서 초등학교 6학년에 포함되었던 정비례 관계와 반비례 관계를 이동시켜 소개함으로써 이들을 관통하는 것으로 함수 개념을 도입하는 등, 정비례 관계와 반비례 관계를 활용한 수업을 고려하고 있는 것으로 생각된다. 이러한 교육과정 상의 변화에 대하여 교사들은 어느 정도 충분히 숙지하고 있었다.

특히 제6차 교육과정에서 학생들을 지도한 경험이 있는 A교사는 교과서 분석을 통해 변화된 함수의 정의를 제대로 파악해야 한다고 자신의 수업노트에 명시하였다. 그러나 정작 ‘함수’ 단원을 시작하는 첫 수업 시간에 A교사는 컴퓨터 자판, 음료수 자판기와 같이 ‘대응’의 개념이 내포된 사례들을 제시함은 물론 함수값을 학습하는 시간에는 사다리타기를 활용하여 함수를 다루었다. 즉, 정비례 개념을 소개함에 있어 ‘변하는 두 양 사이에 어떤 관계가

성립하는가’를 강조하면서도 수업에서는  $x$ 의 값이 2배, 3배, ...로 변할 때  $y$ 의 값이 2배, 3배, ...로 변하는 관계보다는  $x$ 값에 따른  $y$ 값의 변화에 수업의 초점을 맞추었다. 또한, 함수를 정의할 때 사용된 ‘마술상자’에서는 ‘비례 관계’는 사라지고,  $x$ 와  $y$ 를 대응시켜주는 규칙만이 남아 있었다.

활동지에 있는 마술상자가 보이거든요. 자 마술상자를 보시면요, 어떤 약속이 있어요. 무엇이냐 하면요 앞쪽을 봐 주세요. 마술상자를 보시면요 무엇을 넣든지 어떤 규칙에 의해서 바뀌게, 변하게 한다라는 약속이에요. 여기 활동지랑 같이 봐주시면 되요.  $x$ 라는 수가 들어가면요 반드시 뭐가 되었어요.  $x(-2)$ 가 되어서 뭐가 나온다고요?  $y$ 가 나온다고요.  $x(-2)$  한다는 것이 규칙이에요.  $x(-2)$ 를 해준다는 규칙에 의해서  $x$ 라는 변수를  $y$ 라는 변수로 바꾸어 주는 거예요.

A교사는 수업이 끝난 후 당시 수업을 반성한 수업 노트에 제6차에서 제7차로 변화된 교육과정에 따른 지도의 어려움을 토로하였다. 이와 같은 혼란은 ‘함수’라는 교과 내용 지식에 대한 교사의 오개념에 의해 발생된 것이라기보다는 변화된 교육과정에 대한 교사의 이해가 충분치 않은 것으로 볼 수 있다. 제6, 7차 수학과 교육과정의 함수 개념 도입에 대한 차이가 학생 지도 시 어떻게 다르게 나타나는지에 관해 묻는 질문에 대하여 A교사는 다음과 같이 답함으로써 대응과 종속이라는 본질적인 측면에 대한 접근이 잘 이루어지지 않음을 알 수 있었다.

비례는 연속의 개념이고 대응은 이산적인 개념의 차이라 생각합니다. 학생들을 지도할 때, 학생들이 대응의 개념으로 더 쉽게 함수를 받아들일므로 중학교에서는 연속의 개념으로 학습

하고 고등학교 과정에서 다시 함수를 대응으로 학습하는 것보다 중학교에서부터 같이 대응의 개념으로 함수를 학습하는 것이 학생들이 함수를 이해하는 것이 더 쉬우리라 봅니다.

이에 비해 초임인 B교사는 ‘비례 관계로 가 르치는 게 왜 어려워요?’라고 반문하며, 교과서에 충실한 수업을 전개하였다. 이는 역사발생적 원리를 반영한 함수 지도라는 인식에 바탕으로 두고 있는 것으로 여겨진다. 또한 B교사는 면담을 통해 본 연구에 참여함으로써 대응과 비례가 내포되어 있는 활동들의 구체적인 양상을 인식할 수 있었고, 그로 인하여 좀 더 비례에 치중된 수업을 전개할 수 있었다고 말 하였다.

집합 X에서 집합 Y로의 대응으로 함수를 지도하는 것이 현대적 의미의 함수에 보다 가 까울 수 있습니다. 두 변수  $x$ 와  $y$ 사이의 대응이 있으면 수식이나 법칙이 없어도 함수로 취급할 수 있기 때문입니다. 그러나 함수의 개념이 처음 사용되던 17세기에는 하나의 변수에 따라서 다른 하나의 변수가 정해지는 것을 함수라고 정의 했던 것처럼, 교육과정에서는 함수를 처음 배우는 학생에게 대응으로 함수를 지도하는 것은 무리가 따른다고 판단한 것으로 보입니다. 역사발생적 원리에 따라 함수가 도입되던 시기처럼 함수를 지도하기 시작하라는 권고로 들립니다. 이에 따라 학생을 지도함에 있어서 ‘대응’으로 지도할 때는 산을 보게 한 후 한그루 한그루의 나무를 보게 한다면, ‘변화’로 설명할 때는 몇 그루의 나무를 먼저 보고 나서 나중에 산을 보는 눈을 키워주게 되는 것이라 생각됩니다.

한편 임용 초기부터 제7차 수학과 교육과정에 따른 교과서로 학생들을 지도하였던 C교사는 상대적으로 비례 관계를 중심으로 함수 개념을 도입함에도 불구하고 대학 때까지 배웠던 함수에 대한 대응 중심의 현대적 정의와의 불

일치로 인해 어려움을 겪었다고 하였다.

제가 가지고 있는 생각이랑 함수가 너무 달라서 가르치기 힘들었던 것 같아요. 제가 배웠던 거랑... 전 비례 관계로 도입하는 게 진짜 이해가 안 갔어요. 너무 답답하고 가르칠 때 그랬는데...

개정된 교육과정에서는 다시 ‘대응 관계’를 이용하여 함수를 도입하게 됨에 따라 이와 같은 문제점들에 대한 해결의 실마리는 보여진다. 그러나 ‘함수 개념은 실생활에서 한 양이 변화에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입하되, 이때 대응의 의미는 직관적인 수준에서 다루지도록 <교수·학습 상의 유의점>에 제시되어 있다. 또, 제6차 수학과 교육과정의 <용어와 기호>에는 대응과 함수가 가장 서두에 제시된 반면, 개정된 교육과정에서는 변수, 함수가 서두에 제시되어 있고, 대응이라는 용어는 제시되어 있지 않다. 따라서 개정된 교육과정에서 ‘대응 관계’로 함수를 도입한다는 것이 제6차 수학과 교육과정에서의 함수 개념 도입으로의 완전 회귀를 의미하지는 않을 것이다. 따라서, 교육과정의 주요 개정 내용이 단위학교 수준의 교사에게 올바르게 전달되어 구체적 실행을 거두게 하기 위해서는 교육과정 및 해설서, 교과용 도서, 연수 등의 보다 적극적이고 다양한 방법의 안내가 요구된다고 하겠다.

### 3. 학습자의 오개념을 극복하기 위한 수업

학생들이 학습할 내용에 대하여 어떤 오개념을 가지고 있는지에 대하여 교사가 얼마나 인식하고 있는냐는 수학 학습에서 학생들이 직면하게 되는 어려움들에 대한 정보를 주는 자원의 역할을 하게 됨과 동시에, 심화·확장된 내

용의 지도에 있어서 학생들의 수학적 발견과 탐구의 출발점이 된다. 이렇듯, 교사가 학생이 범할 수 있는 오류가 무엇인가를 인식하고 있느냐는 평소 교사의 수업 전개 방식에 영향을 미치게 된다. 오개념은 그 특성상 올바른 개념적 해석과 함께 지속되면서 하나의 이론처럼 작용하며 쉽게 수정되지 않는다. 따라서 교사는 학습 내용에 대하여 학생들이 가질 수 있는 오개념이나 오류, 오답의 형태를 미리 생각해 보고 직접적인 교정 방법을 모색해야 한다. 따라서 교사들은 수업 중 활용하는 예제나 형성평가 문항 등을 통해 학생들이 갖고 있는 오개념에 대한 교정을 시도할 것이다. 본 연구가 진행된 함수의 경우 대표적인 오개념의 예로 교사들은 정비례를 증가함수로 간주하는 것과 이산적인 양과 연속적인 양 사이의 혼돈 등을 들 수 있다.

문제를 보면서 어디에서 학생들이 틀리게 답할 지, 어떤 오답을 쓸지 미리 생각해 본다는 A교사는 오개념의 교정을 위해서는 학생들이 직접 활동해 보고 이를 교사가 확인하는 시간이 필요하나, 시간 상 한계가 있음을 아쉬워하였다. B교사의 경우에도 ‘주의~’를 통해 오개념을 다시 한번 각인시키며 교정하는 노력을 하는 한편, 구체적인 사례를 제시하는 과정에서 비교·대조할 수 있는 기회를 제공하고 있었다. 이에 비해 C교사는 구체적인 사례를 통하여 학생들이 학습 내용을 비교할 수 있는 기회를 제공하고 있었다. 학생들이 정비례 관계를 증가함수로 인식하지 않도록 주의의 기울임은 물론 C교사는  $y=2^x$ 을  $y=2x$ 라는 상황과 혼돈하는 상황을 고려하여 다음과 같은 예를 제공하기도 하였다.

직사각형 모양의 종이 가운데를 자르고 계속해서 종이를 겹쳐놓고 자른다.  $x$  번 자를 때, 종이의 개수  $y$  사이의 관계를 생각해 보자. 정비

례인가? 그 이유를 설명하여라.

위의 예는  $y=2^x$ 에 해당하는 상황으로 <7>가> 단계에서 아직 학습하지 않는 상황이다. 그러나 (1, 2), (2, 4)라는 초기 상황으로 인해 학생들은  $y=2x$ 와 혼동하기도 한다는 것이다. 따라서 C교사는 정비례 관계의 학습 시 위와 같은 예를 제공하고 학생들과 함께 생각해 보는 시간을 가짐으로써  $y=2^x$ 에 대한 구체적인 언급을 하지 않으면서도 정비례 관계에 대한 이해를 강화시킬 수 있다고 하였다. C교사는 학생들과 정비례, 반비례를 배우는 의미를 생각해 보고 실생활의 여러 상황들을 수학적 눈으로 바라보는 활동을 실제 수업 상황에서 해 보는 것이 중요하다고 하였다. 따라서 현재 교육 과정에서 반비례를 지도할 때 학생들이 오개념을 갖지 않도록 반비례를 비례의 맥락에서 지도하기 위해서 역수의 비례로서 지도하는 방안을 모색하기도 하였는데, 이는 C교사의 수업 노트에서 알 수 있었다.

일상생활이나 중학교 수준의 과학 과목에서 ‘비례 관계’는 정비례를 의미하므로, 학생들은 역수에 비례하는 관계인 반비례는 비례 관계가 아니라는 느낌을 가질 수 있다. 교사가 지도할 때에도 반비례를 비례의 맥락에서 지도하기 위해서 역수의 비례로서 지도해야 하는데, 이러한 관점은 중학교 1학년 학생들이 이해하기 어려우므로, 결국 반비례를 ‘ $x$ 의 값이 2배, 3배, 4배, ...될 때,  $y$ 의 값이 1/2배, 1/3배, 1/4배, ...되는 관계’로서 다소 자연스럽게 않은 형태로 정의하고 반비례 관계식을 세울 수 있는 정도로만 간단하게 지도하게 된다. 오히려  $x$ 와  $y$ 의 곱이 일정함을 귀납적으로 발견할 수 있도록 하고, 정비례에서  $x$ 와  $y$ 의 비가 일정하다는 것과 비교하여  $xy=a$ 인 관계를 반비례라고 지도하는 것이 학생들이 이해하기에 쉬운 설명이라고 생각한다. 그러나 비례 관계로서 함수를 지도할 때, 함수값  $f(x)$ 의 기호 표현을 지도하

기 위하여 'y=~'의 꼴도 익숙해지도록 해야 한다는 것도 염두에 두어야 한다. 또한 반비례를 비례관계로 함수를 도입하기 위해서 지도해야 한다면 차라리 반비례라는 용어보다 '역비례'라는 용어를 사용하는 것이 더 적절하지 않은가. 반비례에서 '반'이라는 용어는 '반대, 상대'를 뜻한다는 오개념을 생기도록 할 수도 있을 것 같다.

한편 개정된 교육과정은 '대응 관계'를 통해 함수 개념을 도입하도록 제안함으로써 문제가 해결되기는 하였으나, 비례 관계를 통한 함수 개념의 도입을 권고하는 제7차 수학과 교육과정에서는 이산 양에서 연속 양으로의 전이에서 다소 자연스럽지 않은 부분이 발생한다. 교사가 비례 관계를 설명할 때 학생들에게 실수의 개념으로 전달할 필요는 없지만 교사는 연속적인 개념이라는 점을 알고 있어야 한다. 그런데 대부분의 교사들이 제시하는 정비례 관계의 예나 교과서에서 제시된 내용은 이산적인 상황들이다. 예를 들어, 수돗물의 흐름을 측정하는 상황에서도 수돗물을 한 곳에서 받는 것이 아니라 1리터짜리 양동이, 2리터짜리 양동이를 이용하여 각각을 받는 것이면 이산량으로 생각할 수 있다. 그러나 같은 곳에서 물을 받는 것이라면 이는 연속량으로 다루어져야 하며, 그에 대한 보다 명확한 언급이 필요하다. 만약 교사가 이에 대하여 명확하게 언급함이 없이 대략적으로 학습을 진행하게 된다면, 수학의 엄밀성을 무시한 채 학생에게는 뭔가를 숨기고 이야기 할 수 없는 교과 내용을 가르치게 되어 교사는 자신도 모르게 오개념을 가르칠 수도 있게 된다.

면담을 통해 D교사는 함수에 대하여 학생들이 가질 수 있는, 그리고 현재 갖고 있는 오개념에 대해 상당한 관심을 가지고 있음을 알 수 있었다. D교사에 따르면, 함수의 그래프를 그

리면 학생들은 주어진 정의역에 상관없이 거의 직선으로 그리게 된다고 하였다. 즉, 문제 상황에서 주어진 정의역이 1, 2, 3, ... 과 같은 이산적인 경우는 물론 반비례 그래프를 그리면서도 점하나 찍어서 원점과 연결하는 경우가 있다고 하였다. 이러한 문제점의 해소는 소프트웨어의 활용으로 가능하기도 하나, 실제로 그래프 개형을 처음 다룰 때 그래프 기능을 갖춘 소프트웨어를 활용하는 것이 능사는 아니라고 하였다. 또, 교사는 번거롭더라도 여러 가지 다양한 방법으로 직접 그려가는 과정을 보여줌으로써 학생들이 그래프를 그리기 위해 점을 찍어 연결하는 경험을 지도할 필요가 있다고 하였다. 즉, 학생이 직접 시행착오를 해서 스스로 직선으로 연결을 해 봤더니 잘 안 되는 경우가 발생할 수 있다는 것을 깨닫게 해야 하며, 그래야 학년이 올라감에 따라 점차 복잡한 형태의 함수의 그래프도 보다 쉽게 이해하여 잘 나타낸다고 하였다.

한편, 함수 내용에 관련되어 학생들이 기본적으로 가지고 있는 오개념은 수학 학습 중에 발생된 것도 있지만 타 교과에서 내용을 설명할 때 사용된 용어로 인해 발생한 경우도 있다. 우리는 일상생활에서 흔히 비례, 반비례라는 말을 많이 사용한다. 즉, 비례는 x가 늘어나면 y도 늘어나는 것이고, 반비례는 x가 늘어나면 y가 줄어든다고 한다. 또한, 교과용 도서를 비롯하여 활동지에도 늘어날 때 늘어나고 줄어들 때 줄어드는 것에 관한 예를 흔히 다루고 있다. 그러므로, D교사에 따르면, a가 음수가 되는 예나 문제를 다룸으로서 이런 경우도 정비례임을 이해시켜 정비례는 x값이 커질 때 y값이 늘어난다는 오개념을 갖지 않도록 해야 한다. 결국, 교사들은 수학 수업에서 학생들의 동기 부여 내지 흥미 유발, 그리고 수학적 유용성의 가치를 심어주고자 실생활 상황을 도입

하여 다루는 상황에서, 자칫 범하기 쉬운 수학적 오류를 간과하지 않도록 세심한 주의가 요망된다고 하겠다.

#### 4. 수업 집단의 특성을 살려 협동학습 효과를 이끌어 낸 수업

교사들 각자 나름대로의 방법을 이용하여 수준별 수업을 운영하고 있었는데, A교사의 경우에는 교과서, 활동지와 같은 수업 자료를 활용하여 수준별 수업을, B교사의 경우에는 형성평가를 활용하여 수준별 수업을, 그리고 C교사의 경우에는 학습자 역할에 따라 진행되는 수준별 수업을 실시하였다. 본 고에서는 지면 관계상 학습자 역할을 이용한 C교사의 수업을 중심으로 살펴보기로 하였다.

수학 수업을 잘 들여다보면 학생들이 교사가 지시한 활동에 아예 참여하지 않는 경우도 있고, 반면에 상당히 적극적으로 참여하는 경우도 있다. 되도록 많은 학생들을 수업에 참여시키기 위해서는 수업의 구성이나 운영 측면에서 교사는 자신의 수업을 반성하고 분석해 보아야 한다. C교사가 가르치는 학생들은 다른 학교 학생들보다 선행 학습의 기회가 적고 학생들의 학습 수준이 다양하므로, 오히려 이러한 점을 이용하여 학생들 자신이 지니고 있는 만큼의 역량을 발휘할 수 있는 방식으로 수업을 운영하였다. 우선 C교사는 수학 학업 성취 수준을 기준으로 좌석을 배치하여 교사가 학생들의 학습 상태 내지 정도를 수시로 확인하고 피드백을 줄 수 있도록 수업 환경을 구성하였다. 또한 서로 다른 수준의 학생들을 ‘어깨짝’이라는 이름을 지어 주어서 상시 도움을 주고받을 수 있도록 하였다. C교사의 모둠 구성 및 수업 진행 규칙을 살펴보면 다음과 같다.

C교사는 함수의 뜻을 설명할 때, 학생들이

정비례와 반비례의 뜻을 정리하고, 정비례와 반비례가 아닌 예를 분석할 수 있도록 ‘생각 - 짝 - 소그룹 나누기’로 불리는 협동학습 구조를 활용하였다. 이 두 가지 예가 쉽지 않으므로, 학생들이 교사의 질문(또는 학습지의 다양한 토의 문항) ⇒ 혼자 생각하기(생각한 것을 학습지에 쓰는 것도 가능) ⇒ 짝과 의논 ⇒ 소그룹 토론의 단계를 거치며 사고를 순차적으로 발전시킬 수 있도록 한 것이다. 이때 C교사는 학생들이 예제 문항을 이야기하는 수준에 따라 짝과 의논하는 수준까지만 허용하고 교사가 개입할 수도 있고, 소그룹 토론을 통해 학급 전체에 발표할 수도 있도록 하였다.

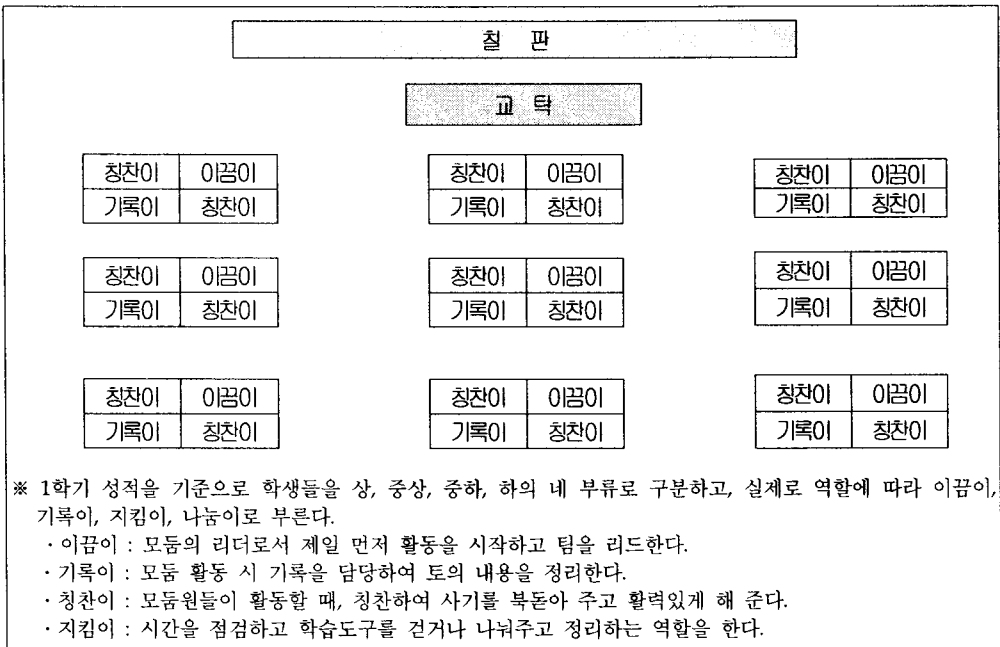
또한 학생들 간의 생각을 교환할 수 있는 구조로서 ‘하나가고 셋 남기’를 활용하였다. 모듬의 한 사람을 설명이로 정한 다음 설명이만 옆 모듬으로 이동하여 다른 모듬 친구들에게 자신의 모듬에서 정리한 내용에 대하여 설명하고, 다른 친구들은 평가를 하면서 듣는다. 이러한 방법으로 각 조에 한 명씩 한 바퀴를 돌게 되면, 전체 주제에 대하여 학생들이 골고루 학습할 수 있으며, 무엇보다 동시에 학습이 이루어질 수 있는 장점이 있다고 하였다. 그러나, 설명이가 다른 모듬의 이야기를 듣지 못하는 문제점이 발생할 수도 있는데 이를 극복하기 위하여 한 바퀴를 다 돈 후 다른 모듬 발표를 들은 나머지 학생들이 설명자에게 설명하는 시간을 주거나 중간에 설명자를 교체하는 방법을 사용해도 된다. 그리고 학생들은 잘된 답안을 모방하는 경향이 있으므로, 한 조에서 한 명만 제대로 이해하고 설명할 수 있으며, 그 모듬은 그 학생을 기준으로 답을 확인하고 이해할 수 있다. 학생들이 모듬별로 만든 문제나 활용 문제를 풀 때 이 구조를 활용하였다. <그림 III-1 참조>

또, 학생들이 수학 개념을 이해했는지 점검하고 문제를 해결해 보는 과정에서는 ‘짝점검’

라 불리는 학습 구조를 활용하였다. 이는 학습 지 한 장을 둘씩 짝을 지어 서로 점검하며 학습지를 반씩 푸는 것이다. 이끔이와 기록이가 먼저 풀 때, 칭찬이와 지킴이는 풀이 과정을 보면서 한 번 더 배우고, 칭찬이와 지킴이가 풀 때 이끔이와 기록이가 알려주도록 구조화한 것이다.

C교사는 학생들의 학습 수준이 다른 학교에 비하여 매우 낮고 기초 학력 부진 학생들이 많아서 한 사람에게 한 장의 학습지를 줄 경우 문제를 해결하지 못하는 학생이 많으므로 이러한 모둠 구조를 활용하게 되었다고 한다. 순서는 짝 점검⇒ 짝 활동⇒ 이끄미 점검⇒ 역할 교대 ⇒ 짝 단위 점검으로 운영되는데, 이때 이끔이들이 순서를 진행할 수 있도록 하며 교사는 9조를 모두 돌아다니며 학습 수준이 낮은 학생을 중심으로 지도하고 풀이 과정을 검사하였다. 그리고 C교사가 좋아하는 협동학습 구조는 학생들이 정비례의 뜻, 함수의 뜻, 좌표에

대한 개념 등을 활용하여 ‘문제 만들기’를 하는 것이다. ‘정비례 관계식 만들기’, ‘함수 관계 만들기’, ‘좌표 문제 만들기’ 등을 통해 실생활에 내재되어 있는 수학적 개념을 찾아보고, 이끔이는 ‘관계식 문제’, 기록이는 ‘표 만들기’, 지킴이와 칭찬이는 ‘상황 설정 및 표현’ 등과 같이 수준에 따라 만들 수 있는 문제를 단계별로 구분하고 돌아가며 풀도록 하였다. 이는 주어진 문제를 푸는 것 외에 모둠원 간에 대화를 통해 개념을 형성할 수 있도록 한 것으로 학생들의 창의적인 생각을 존중할 수 있는 방법이라 할 수 있다. C교사가 직접 체험했듯이, 교사들은 각자 자신이 맡고 있는 반 학생들의 수업 태도 및 수학 학업 성취 수준 등을 감안하여 학생 개개인 또는 짝이나 모둠별로 적합한 역할을 분담하여 수행시킴으로서 전반적으로 학생들의 수업에의 참여도가 높아지고 양질의 수학 수업이 되도록 이끌어 봄직하다.



[그림 III-1] 모둠 구조

## 5. 수업 자료를 재구성하여 적절한 시간 분배를 이끌어 낸 수업

제6차 교육과정에 이어 제7차 교육과정은 교육과정 의사결정의 분권화를 추구하며, '교과서 중심 학교 교육'에서 '교육과정 중심 학교 교육'으로의 전환을 모색하였다. 학교 현장의 교사들은 교육과정에 제시된 내용을 참고하되 학습 자료의 개발이나 교수-학습의 계획 수립 시 내용의 특성과 난이도를 고려하여 내용 및 순서를 재구성할 수 있다. 또한 교과서를 다양한 학습 자료 중 하나로 간주하여 교육 목표에 맞게 교과서의 내용을 재구성하고 지도할 수 있게 되었다. 이에 따라 단위 학교 수준의 교사들은 교수-학습의 효율성 제고는 물론 학습 내용에 대한 학생들의 이해 정도에 따라 교육과정 및 교과서의 내용을 재구성하여 수업에서 활용하고 있었다.

이 연구에 참여한 교사들 모두 수업 시간이 부족하다는 것에 동감하며 그에 대한 대비책을 나름대로 구상하고 실행한다고 하였다. 특히, A교사는 주로 활동지를 사용하는 경우가 많은데 그 이유를 수업 노트에 다음과 같이 설명하였다.

저희 교실 환경을 보시면 가운데로 빔 프로젝트가 내려온다. 빔 프로젝트가 내려오면 전혀 칠판을 사용할 수가 없다. 옆으로 비스듬하게 프로젝트를 설치하는데 비용의 문제가 있다. 화면을 내려오게 되면 칠판을 사용할 수가 없으므로 아이들이 나와서 문제를 풀어 본다면 지체가 칠판에서 설명하는 것을 전혀 할 수가 없다. 그런 면에서는 화면을 사용하려면 또 이거 올렸다 내렸다 할 수가 없다. 그래서 수업할 때 활동지와 화면을 병행해서 사용했었다. 그런데 수학은 칠판에서 아이들이 나와서 무엇인가를 해야 하는 데 그럴 수 있는 칠판면이 부족했다. 그래서 제가 대단원명하고 소단원명하고 학습

목표를 플로터로 뽑아서 옆에 붙였다. 또 PPT로 만든 내용도 지나가 버렸기 때문에 아이들이 어떤 내용을 배웠는지 모르므로 그걸 그냥 붙여놓고 수업을 했다. 그리고 수업을 하면서 항상 아이들이 직접 해야 하는데 활동지 수업을 하다 보니까 교과서 문제도 좀 해줘야겠고 활동지도 해야겠고 전체적으로 7시간 수업에서 항상 그걸 느끼면서도 그게 힘들었다. 아이들이 나와서 하고 싶어 하는데 아이들이 나와서 하게 되면 시간이 많이 부족하다. 그래서 거수하고 발표하는 형식을 취했다. (중략)

A교사가 면담을 통해 말한 것처럼 대부분의 수학 수업은 교사가 설명한 후 학생 스스로 문제를 풀며 배운 내용을 확인하게 한다. 그리고 교사의 질문에 답하고 이 내용을 더 견고히 하기 위해 또다시 문제를 풀고 한두 명이 시범으로 나와서 답을 맞추어보거나 여러 명이 같이 답하는 과정으로 이루어지는 경우가 대부분이다. 이러한 수업을 할 때마다 교사들이 갈등하는 부분은 학생들에게 문제를 얼마나 풀어 주고, 얼마만큼 발표를 시킬 것인지, 시간 배분을 어떻게 할 것인지 라고 하였다. A교사는 주도로 수업을 계획하고 학생들의 발문을 적절하게 유도하는 등 비교적 계획대로 수업을 이끌어가는 편임에도 불구하고, 수업 시간의 배분에 관한 자신의 고민을 피력하였다.

초임인 B교사도 가급적 많은 내용을 정리해서 가르치고 다양한 문제의 유형과 해법을 설명해 주려고 했으나, 매 차시 시간이 부족했다고 했다. 특히 학생들이 교사의 예상과 다르게 선수학습의 부족으로 본 차시 수업 내용을 잘 이해하지 못할 때는 시간을 조절하기가 쉽지 않음을 B교사의 수업 노트에서 확인할 수 있었다. 예를 들어 함수값을 지도할 때, 교과서 문제 중  $a$ 와  $x$ 의 값이 소수인 경우 학생들이 계산을 잘 해내지 못하여 그 다음 수업 내용을 지도하는데 시간이 부족하기도 했으며, 함수



그래프를 그릴 때는 순회 지도를 하느라 시간을 조절하기 힘들었다고 한다. 이처럼 예기치 못한 학생들의 반응으로 인해 시간 조절이 어려운 경우를 면담 시 C교사의 회고에서도 찾아볼 수 있었다.

늘 마음이 급해서 준비해온 것은 다 하고 싶죠. 그런데 마음이 급한 것 때문에 정말 중요한 설명을 놓치기도 하고, 어중간하게 내용이 끊기기도 하고 늘 고민이에요. 학생들은 제가 계획한 대로 예상한 대로 반응하지 않아요. 그래서 주로 이해하기 쉬운 내용을 중심으로 쉬운 예제를 통해 개념을 설명하는 편이에요.

이상의 내용에서와 같이 수업 시간에 다루어야 하는 문제의 선정, 교사의 풀이 시간, 학생들의 풀이 시간 및 학생들의 예상 반응 등은 수업을 진행하는 데 있어 많은 영향을 미치게 된다. 특히 적절한 시간 동안 주어진 학습 내용을 지도하는 문제는 교사 수준에서 교수-학습 계획을 수립하여 이를 충실히 이행하는 데 있어서 중요한 요인으로 작용하게 된다. 이러한 문제점에 대하여 면담을 통해 교사들의 긍정적인 해결 방안을 가늠할 수 있었다. 즉, 이러한 문제는 학교 수업에서 흔히 발생되고 있는 것이기는 하나 그리 심각한 고질적인 폐해는 아니므로 교사 연구회나 모임 등을 통한 동료 교사들과의 진솔한 대화에 의해 그리고 자신의 수업 경험 노하우를 바탕으로 해결의 실마리를 찾아 나아가면 된다는 것이다.

#### IV. 논의 및 제언

##### 1. 논의

수학과 PCK는 내용 전문가인 수학자와 수학

교사를 차별화시키는 교사 전문성의 요체로서 사회의 일반 구성원들이 수학 교사가 반드시 가지고 있다고 기대하는 전문적 지식에 해당한다. 따라서 수학과 PCK에 대한 연구 결과를 학교 현장에 보급하는 것은 교사의 전문성 신장에 의미가 있으며, 특히 수학 교사들이 가르치기 어려워하는 주제들을 찾아 그것과 관련된 논의점을 제시함으로써 그들에게 도움이 될 것이라 기대된다. 허나, 실제로 교사가 지니고 있는 PCK는 하나의 단순한 요소가 아니며 통합적, 기능적으로 이루어진 조직체로서 교실에서의 실제적인 영향력에도 불구하고 그 본질과 수준에 대해서는 명확한 정의조차 하기 어려운 실정이다. 교사의 PCK는 가르치는 방법, 수업의 내용과 과정, 학생 이해 등에 직간접적인 영향을 미치며, 수업을 계획하고, 과제를 선택하고, 학생을 평가하는데 중요한 역할을 수행함을 (본 연구에서 살펴본 PCK 관련 선행 연구 결과를 통해) 알 수 있었다. 또한 교사의 PCK는 교실이라는 한정된 상황 속에서 학생들과의 수업을 통하여 계속적으로 향상되면서 시간이 흐름에 따라 발전해 나가는 하나의 유기체로 볼 수도 있음을 알았다. 이러한 PCK의 유기적 특징 내지 속성에도 불구하고, 본 연구를 통해 수학과 PCK 분석틀에 의거하여 PCK의 범주화가 시도되었으며, 그 결과에 관한 논의는 다음과 같다.

일반적으로 교사의 PCK는 무엇을 어떻게 가르칠 것인가에 영향을 주며 학생들에게 수업 중 제시하는 예·설명·질문·문제 등과 같은 교수학적 결정에 직접적인 영향을 주게 된다. 이 연구에 참여한 교사들 모두 교과서 내용에 의거하여 수업을 진행하여 다루는 내용들이 대동소이하였으나, 해당 학습 내용에 대한 접근 방식에서 다소 차이를 보이는 것이 바로 이런 점에서 기인한다고 볼 수 있다. 가령, A교사는

교사 중심의 설명식 강의가 주를 이룬 반면, B교사는 개념 도입 시 학생들이 조별 활동을 하거나 그래프 학습 시에는 학생들이 모눈종이 위에 직접 그래프를 그려본 후 그래프의 성질을 파악하게 하고, C교사는 학생들의 적극적인 참여를 강조하였다. 부연 설명하면, PCK의 첫 번째 구성 요소인 내용 지식과 관련하여 교육과정에서의 함수 내용이 어떻게 정의되어 있는가, 즉 함수의 개념이 무엇인가에 따라 수업의 양상은 다르게 나타남을 알 수 있었다. 이 연구 결과, 교사들은 일부 내용에 대해 교육과정 문서에의 제시보다는 자신이 알고 있는 방식으로 수업을 진행하는 경우가 어렵지 않게 발견되었다. 이는 대부분의 교사들이 함수 개념에 대하여 교육과정에 제시된 관계를 사용한 방법보다는 임의의 대응 형태를 선호한다는 연구 결과(Vinner & Dreyfus, 1989; 김용대, 2001)와 일치하는 것으로 볼 수 있다.

또, 여러 가지 수학적 표현들을 자유롭게 사용하고 공통의 수학적 관계를 파악할 수 있는 능력은 함수 개념의 이해에서 중요한 부분을 차지한다. 본 연구에 참여한 교사들은 함수의 표현과 관련하여 살펴보았을 때 대상들이 공통적으로 갖고 있는 함수라는 수학적 개념보다 그래프·순서쌍·관계식과 같은 표현을 우선시하여 수업에서 강조하는 경향이 있었다. 또한 수업에서 함수를 왜 배워야 하는지, 실생활과 관련하여 무슨 의미가 있는지 등을 강조하기보다, 함수를 이루고 있는 요소들을 정확히 익히고 다양한 함수들을 배워 관련된 문제를 해결하는 것을 중요하게 다루고자 하였다. 이를 위해 A교사와 B교사는 교과서에 제시된 문제들을 빠짐없이 풀어줌으로써 학생들이 함수 개념을 익히고 문제해결능력을 신장시킬 수 있도록 노력하였으며, C교사는 좀더 개괄적인 시각으로 함수를 바라보게 한 후 문제들을 제시하였

다. 다시 말하면, 교사의 PCK에 따라 과제의 유형과 제시 방법 면에서는 약간의 차이가 있었으나 세 교사 모두 대체적으로 정형화된 절차의 연습이 수업의 주를 이루었다. 이러한 방법은 학생들의 문제 해결력을 꾸준히 신장시키는 데에는 도움이 되겠지만, 이때 간과해서는 안 될 점은 문제의 유형이나 수준이 가급적 학생들의 지적 수준에 부합하는 흥미롭고 또 그들의 호기심을 자극하여 도전 의욕을 일으킬 수 있는 것이어야 할 것이다.

한편, 학생들의 오개념이나 오류에 대한 교사의 지식은 수업을 진행할 때 매우 중요하다. 오개념이나 오류에 대한 적절한 처방을 받지 못한 학생은 이후 학습을 진행하기 쉽지 않으며 더 높은 단계의 지식을 습득하는데 어려움을 겪게 된다. 실제 교사들은 수업 진행시 학생들의 돌발적인 질문이나 반응에 의미를 두지 않는 채 학습 내용을 반복적으로 설명하는 방법으로 학생들을 이해시키고자 하는 경향이 있음을 이 연구의 관찰 결과를 통해 알 수 있었다. 만약 건전한 PCK를 가진 교사라면 단순한 내용(개념)일지라도 학생들에게 내용(개념)간의 상호 관련성을 중시하고, 하나의 문제를 해결하는 데에도 여러 가지 해결 접근 방법이 가능함을 생각해 보게 할 것이다. 또, 그러한 교사는 '단순하지만 강력한' 기본적인 수학 아이디어를 잘 알아 교육과정을 통합적 실체로서 이해하여 학생들이 이전에 배운 중요 개념과 나중에 배우게 될 개념의 기초를 관련지어 생각해 볼 수 있도록 할 것이다.

이상으로, 이 연구를 통해 교과별로 교사들의 수업 사례를 분석하여 PCK 유형을 모색, 마련한 결과, 교사 지식에 관한 범교과적 시사점을 다음과 같이 얻을 수 있었다.

첫째, PCK를 표면화 했을 때 수업 목표와

관련되어 수업 전문성의 특정 요소가 두드러지게 나타났다. 본 연구 결과에 따르면, 숙련된 교사라 하더라도 어떤 교수 목표를 갖고 있는가에 따라 수업을 전개하는 양상이 다르게 나타났다. 따라서 좀 더 많은 수업 관찰 등을 통해 숙련된 교사가 갖고 있는 특징과 어떤 조건하에서 그러한 특징들이 발현되는 지에 대한 좀 더 세밀한 논의가 전개될 필요가 있겠다.

둘째, 우리나라와 같이 국가 수준의 교육과정을 취하는 상황에서 교육과정 개정 및 그에 따른 교과서 개발은 실제 수업에 미치는 영향력이 클 수밖에 없다. 그러나 개정에 따른 안내가 충분하지 않을 경우 교육과정이나 교과서의 개정은 숙련된 교사에게 오히려 갈등의 소지로 작용한다는 점이다. Goodlad는 ‘종종 실패했다고 여겨지는 교육과정 프로그램들이 사실은 실패했다고 할 수 없다. 왜냐하면 그것들은 시행조차 되지 않았다 때문이다’라고 주장하면서 개발된 교육과정의 실행에 대한 문제점을 거론하였다(김민환, 1999, 재인용). 따라서 개정된 교육과정이나 교과서의 효율적인 실행을 위해서는 구호 수준이 아닌 실행 방안에 대한 구체적인 안내가 보다 적극적으로 진행되어야 할 것이다. 즉, 교사 수준에서 교육과정 및 교과서 개정에 따른 변화를 이해하여 이에 맞춰 교실 수업으로의 실행이 가능하도록 하는 구체적인 방안이 모색되어야 할 것이다.

셋째, 수업에 대한 PCK의 영향력을 조율함으로써 학교 수업의 질을 개선시킬 수 있는 구체적인 방안이 모색되어야 할 것이다. PCK는 그 특성 상 하나의 선례로서 남겨질 수밖에 없다는 하계점이 지적된 바 있다(Hashweh, 2005). 즉, 교사의 PCK는 교사 개인이 처한 상황에 의존적일 수밖에 없고, 이는 한두 가지의 이론이나 사례로 정리되는 것에는 한계가 있기 때문이다. 그러나 교실이 갖는 특수성을 고려할 때,

질적 연구 대상으로서 교사 개인의 PCK를 표면화하고 이를 활용하는 방안이 좀 더 구체적으로 논의될 필요는 있겠다.

넷째, 어려움에 처한 교사들이 보다 쉽게 도움을 받을 수 있는 방안이 모색되어야 할 것이다. 교사들은 학교 조직의 특성 상 동료 상호간의 의견 교환이 제한받을 수밖에 없다고 하였다(Lortie, 1975). 이는 교사B가 수업을 준비하면서 같은 학교의 동료 교사보다는 본 연구의 협의진과의 논의에서 더 많은 도움을 받았다고 언급한 것으로부터도 쉽게 알 수 있다. 따라서, 동료 교사와의 좀 더 원활한 소통을 모색하면서 문제의식을 바탕으로 교실 수업의 개선에 대하여 적극적인 자세를 취해야 할 것이며, 또한 이러한 분위기가 더 이상 어색하고 낮선 것이 아닌 자연스러운 교사들의 일상이나 모임이 될 수 있도록 인식을 바꾸는 것이 무엇보다 중요하고 시급하다. 그러나, 이때 교사가 개선해야 하는 점들만이 논의되고 지적되는 방식으로 교사의 수업 개선을 도모한다면 교사는 자신의 수업에서 지속적으로 유지하거나 보다 강화해야 할 긍정적인 요인들마저 잃어버릴 수도 있음을 간과해서도 안 될 것이다. 따라서 소크라테스식 산파법을 적용한 ‘無知之 智’와 더불어 교사의 적극적인 의지를 바탕으로 개선점과 더불어 좋은 점도 세심히 관찰되어 누락되지 않는 방법으로 교사의 전문성 신장 방안이 모색되어야 할 것이다.

## 2. 수업 컨설팅 방안에 관한 정책 제언

PCK를 학교에서 안정적으로 적용·운영하려면 다음과 같은 과제들이 수행되고 지원되어야 할 것이다. 이 연구에서는 연구 결과를 토대로 (1) PCK 측면에서 교실 수업 내실화 방안 모색, (2) 수업 전문성 신장 및 컨설팅 방안 제시,

(3) 교사 연수 프로그램 제도 개선, (4) 교·사대 교사 교육 개편, 5) 기타 등으로 구분하여 범교과적 정책 제언이 논의되었다. 본 고에서는 지면 관계상 이 중에서 차기년도의 연구에 보다 직접적인 영향을 미칠 '수업 전문성 신장 및 컨설팅 방안'에 초점을 두어 간략히 제시하고자 하였다.

가. 교사의 경력 단계에 따라 필요로 하는 전문성이 다르므로 각 단계에 알맞은 전문성을 함양할 수 있는 국가 수준의 지원 방안과 제도적 장치가 마련되어야 한다.

교사의 경력 단계에 따라 필요로 하는 PCK가 다름을 인지하여 예비 교사 시기부터 정년에 이르기까지 교사 스스로 혹은 동료 교사들과 함께 교사로서의 전문성을 높일 수 있는 국가적 수준의 지원 방안과 제도적 장치가 필요하다. 한국교육과정평가원에서 연구·개발한 수업 전문성 기준이나 교과별 PCK 연구 등을 기초로 개발한 사례를 현장에 보급하여 공유하고, 현장 교사의 우수한 수업 방법을 발굴하여 학교 현장에 확산시킬 필요가 있다. 뿐만 아니라 현장의 우수한 경력 교사들에게 수업 컨설턴트 훈련 기회를 부여하여, 초임 교사들이 언제라도 그들의 도움을 받아 수업의 질을 향상시킬 수 있도록 해야 할 것이다. 좋은 교사에게서부터 좋은 교사 교육자, 즉 수업 컨설턴트로서 거듭날 수 있도록 안내되어야 한다.

나. 좋은 수업 실행을 지원하기 위해 교육청에 교육 지원 시스템을 마련하도록 한다.

교사들이 수업을 준비하고 계획하는 과정에서부터 수업이 끝난 후 평가에 이르기까지의 수업의 전 과정을 진행하는 동안에 다른 교사의 수업 방법이나 노하우를 공유할 수 있는 지원 시스템이 확립되어야 한다. 이러한 지원단

에는 경험이 풍부한 교사, 연구 경험이 많은 교사, 학생 지도나 상담에 전문성이 있는 교사 등으로 구성하여 수학 지도는 물론 학생 지도에 이르기까지의 다양하고 폭넓은 PCK를 자문해 줄 수 있도록 한다. 이와 같은 지원 시스템을 각 교육청별로 마련한다면 언제든지 교사들이 필요로 할 때마다 각 사안에 대해 도움을 줄 수 있을 것이다.

다. 교사 스스로 전문성 신장을 위해 노력할 수 있도록 서로 독려하고 지원할 수 있는 분위기를 조성한다.

수준 높은 교사의 양성은 국가와 대학만의 문제는 아니며, 수준 높은 수학 교사가 되기 위한 자기반성과 노력이 무엇보다 절실히 요구된다. 그러므로 교사로 임용된 후에도 부단히 자기 연수를 하여야 하며, 현직 교사 연수 및 각종 학회 참가, 연구회 활동 등도 부지런히 참여해야 할 것이다. 여러 학회나 연구회에 교사들이 자발적으로 참여하고, 학교와 교육청에서 교사들에게 학회나 연구회에 관련된 정보를 제공하고 많이 참여할 수 있는 여건을 조성해 준다면 교사의 질은 높아질 것이다.

## 참고문헌

- 교육부(1997). **수학과 교육 과정**(교육부 고시 제1997-15호 별책8). 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**(교육인적자원부 고시 제 2007-79 별책 8).
- 곽영순·강호선(2005). **교사평가 수업평가 - 수업평가 바로하기**. 서울: 원미사.
- 김민환(1999). 교사의 교육과정 인식과 실천에 관한 연구. **교육과정연구**, 17(1), 219-247.

- 김용대(2001). **교사의 수학적 관념과 지식에 대한 조사 연구**. 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.
- 김홍기(2001). 제7차 교육과정과 교과서의 문제점. *수학교육*, 40(1), 139-159.
- 이종희(1999). **이해에 대한 수학교육적 고찰**. 서울대학교 박사학위논문.
- 임찬빈 · 이화진 · 광영순 · 강대현 · 박영석 (2004). **수업 평가 기준 개발 연구(I): 일반 기준 및 교과(사회, 과학, 영어) 기준 개발**. 연구보고 RRI 2004-5. 서울 : 한국교육과정평가원
- 임찬빈 · 이화진 · 서지영 · 차우규(2005). **수업 평가 기준 개발 연구(II): 일반 기준 및 교과(영어, 도덕, 체육) 기준 상세화**. 연구보고 RRI 2005-3. 서울 : 한국교육과정평가원
- 임찬빈 · 이화진 · 최승현 · 오은순 · 이경언 · 이수정 · 노은희 · 권순달(2006). **수업 평가 기준 개발 연구(III): 일반 기준 및 교과(국어, 수학, 기술·가정, 음악, 초등)기준 상세화**. 연구보고 RRI 2006-3. 서울 : 한국교육과정평가원.
- 최승현(2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK) 연구**. 연구보고 RRI 2007-3-2. 서울 : 한국교육과정평가원.
- 최승현 · 황혜정(2008). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구. *한국학교수학회논문집*, 11(4), 569-593.
- Even, R. (1989). Prospective secondary mathematics teachers' knowledge and understanding about mathematical functions. Doctoral dissertation. Michigan State University.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). NY : Macmillan.
- Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: An introduction and orientation. In J. Gess-Newsome, & N. G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 3.17). Dordrecht: Kluwer.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher Knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Hashweh, M. (2005). Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and Teaching: theory and practice*, 11(3), 273-292.
- Lortie, D. C. (1975). *School teacher-A social study*. 진동섭 역(2005), *교직사회-교직과 사회의 삶*, 양서원.
- Loughran, J. Mulhall, P., & Berry, A. (2004). In Search of Pedagogical Content Knowledge in Science: Developing Ways of Articulating and Documenting Professional Practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(4), 370-391.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge : From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.
- McGehee, J. J. (1990). Prospective secondary teachers' knowledge of function concept. Doctoral dissertation. University of Texas at Austin.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching.

- Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and function* (pp. 25-58). MAA Notes and Reports Series.
- Smith, D. C. (1999). Changing our teaching: The role of pedagogical content knowledge in elementary science. In J. Gess-Newsome, & N. G. Lederman. (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge*. Norwell, MA : Kluwer Academic Publishers.
- Smith, E. (2003). Stasis and change: Integrating patterns, functions, and algebra through the K-12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 136-150). Reston, VA : The National Council of Teachers of Mathematics, INC..
- Wilson, M. R. (1994). One preservice secondary teacher's understanding of function: The impact of a course integrating mathematical content and pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 346-370.
- Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.

# The Research on Pedagogical Content Knowledge in Mathematics Teaching

Choe, Seung Hyun (Korea Institute of Curriculum and Evaluation)

Hwang, Hye Jeang (Chosun University)

Since 2005 KICE-TLC has focused on the development of supporting programs for teaching consultation and pedagogical content knowledge(PCK). The purpose of this year's research was to explore types of pedagogical content knowledge(PCK, hereafter) for effective teaching mathematics topics drawn from the amended national mathematics curriculum announced in February, 2007. Based on this year's PCK research, we will develop mathematics teaching consulting program from 2009 research by field testing of developed mathematics PCK. The major source of data for this study was transcripts of audiotapes of the group discussions that took place during the regular weekly meetings where we compared and analyzed three teachers' classes. We also conducted

open-ended interviews with the three teachers and collected reflective notes written by participants.

This research provided teachers with an opportunity to think about what is important in the teaching of a topic and why, and to consider possibilities for future development. This research highlights the importance of teacher meetings where teachers share their expertises and insights through reflection and dialogue. By introducing the concept of PCK, examining, analyzing and modelling it in pre-service and in-service teacher education practice, we can contribute to extend teachers' professional learning. Finally, just like quality student learning, quality teaching and teacher education practices require critical reflection and careful scaffolding.

\* key words : pedagogical content knowledge(내용 교수 지식), professional development(전문성 신장), teacher knowledge(교사 지식)

논문접수 : 2008. 11. 10

논문수정 : 2008. 12. 3

심사완료 : 2008. 12. 12

<부록 1> 중학교 1학년의 함수 관련 교육과정 내용 비교

		제7차 교육과정	제7차 교육과정 수정안
초등학교 6학년			<p>예) 규칙성과 문제해결</p> <p>④ 정비례와 반비례</p> <p>① 두 수 사이의 대응 관계를 <math>x</math>와 <math>y</math>를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.</p> <p>② 정비례와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표나 식으로 나타낼 수 있다.</p> <p>③ 정비례와 반비례 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.</p> <p>&lt;용어와 기호&gt; 정비례, 반비례, 관계식, 비례상수, <math>x</math></p> <p>&lt;교수·학습 상의 유의점&gt;</p> <p>④ 대응 관계, 정비례, 반비례는 실생활의 예를 통하여 다룬다.</p> <p>⑤ 두 수 사이의 대응 관계를 도입할 때에는 <math>y=x+a</math>와 <math>y=ax</math>인 경우만 다룬다.</p>
7-가 단계 (중학교 1학년)	내용	<p>(다) 규칙성과 함수 함수와 그래프</p> <p>① 정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.</p> <p>② 함수의 개념을 이해한다.</p> <p>③ 순서쌍과 좌표를 이해한다.</p> <p>④ 함수의 그래프를 그릴 수 있다.</p> <p>함수의 활용</p> <p>① 함수를 실생활 문제에 활용할 수 있다.</p>	<p>(다) 함수 함수의 그래프</p> <p>① 함수의 개념을 이해한다.</p> <p>② 순서쌍과 좌표를 이해한다.</p> <p>③ 함수를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</p> <p>함수의 활용</p> <p>① 함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.</p>
	용어와 기호	<p>정비례, 반비례, 함수, 정의역, 공역, 함수값, 치역, 변수, 좌표, 순서쌍, <math>x</math>좌표, <math>y</math>좌표, 원점, 좌표축, <math>x</math>축, <math>y</math>축, 좌표평면, 제 1, 2, 3, 4 사분면, 함수의 그래프, <math>y=f(x)</math></p>	<p>변수, 함수, 정의역, 공역, 함수값, 치역, 좌표, 순서쌍, <math>x</math>좌표, <math>y</math>좌표, 원점, 좌표축, <math>x</math>축, <math>y</math>축, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면, 함수의 그래프, <math>f(x)</math>, <math>y=f(x)</math></p>
	기타	<p>&lt;학습 지도상의 유의점&gt;</p> <p>① 생활 장면에서 변화하는 두 양을 조사하여 비례 관계를 이해하게 한다.</p> <p>② 함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다.</p> <p>[심화과정]</p> <p>① 실생활의 다양한 소재에서 함수관계가 있는 것을 찾아보고, 이를 식으로 나타낼 수 있다.</p>	<p>&lt;교수학습 상의 유의점&gt;</p> <p>① 함수 개념은 실생활에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다.</p> <p>② 함수 개념의 지도에서 대응의 의미는 직관적인 수준에서 다룬다.</p>



## <부록 2> 교사B가 작성한 수업 노트의 예

1) 수업 계획: 지도안이나 교수학습 자료에 표현되지 않은 교사 내면의 생각

(1) 수업의 맥락(교과면/학생면/수업환경면 등): 수업을 계획시 고려하는 수업관련 요소

- 학생들이 이 개념을 배워야 하는 이유(개념의 중요성): 개념-정비례

본 소단원인 '정비례와 반비례'는 함수의 개념을 명확히 배우기에 앞서서 다루어 지는 특정한 형태의 함수이다. 속력, 시간, 거리의 관계 등 실생활에서 정비례 혹은 반비례적인 상황이 많이 있으므로 이를 통한 함수의 도입이 학생들에게 친숙할 수 있다. 대응으로 도입하는 것보다 함수에 대한 개념을 학생들이 쉽게 받아들일 수 있다는 이유에서 본차시에서는 정비례의 개념부터 다루게 된다.

- 이 개념을 가르칠 때의 어려움/한계점

아직 함수에 대한 개념을 정확하게 학습하기 이전이므로 '대응표' 대신 '변화표'를 사용하는 등의 용어의 사용에 있어서 주의가 요구된다. 또한 "대응"이라는 표현은 사용을 자제하고 "변화"하는 두 양 사이의 관계로 함수를 도입해 주어야 한다. 정비례의 뜻은 'x의 값이 2배, 3배, 4배, ...될 때, y의 값이 2배, 3배, 4배, ...되는 관계'이다. 그런데 실생활의 소재는 거의 대부분 a의 값이 양수일 때이므로 'x의 값이 늘어날 때, y의 값도 늘어나는 관계' 즉, 증가함수의 관계라고 인식하는 학생들이 있으므로 오개념을 가지지 않도록 주의해야 한다. 또한 2, 3, 4라는 숫자가 중요한 것이 아니라 같은 비율로 변해간다는 것이 정비례의 핵심임을 알게 해야 한다.

-교사가 이 개념을 가르치는 데 영향을 미치는 학생들의 사고방식에 대한 교사의 지식

함수의 단원을 학습할 때 학생들은 'x'라는 문자에 대하여 기존에 미지수로 인식하는 것이 익숙해 있다(물론 문자와 식 단원에서 2개 이상의 문자가 사용된 식을 다루긴 했으나)본 단원부터는 'x'라는 문자가 미지수가 아닌 여러 개의 값을 대표하는 변수로 사용됨을 완전하게 이해하는 것을 어려워 할 수 있다. 따라서 교사는 함수의 다양한 예를 통하여 변수의 사용에 익숙해 질 수 있도록 해주어야 한다. 학생들은 정비례에 대한 개념이미지로 증가함수 즉 'x의 값이 늘어날 때, y의 값도 늘어나는 관계'로 인식하거나 'x값에 따라서 y값이 규칙적으로 늘어나는 관계'라고 인식하는 경우가 많다. 이러한 학생들의 오개념을 바로 잡아줄 수 있도록 교사는 미리 인식하고 있어야만 한다. 그리고 이러한 오개념은 정비례가 아닌데 정비례라고 판단하기 쉬운 예나 정비례이지만 정비례가 아니라고 생각되는 예를 구성하여 보여주는 것이 가장 바람직할 것이다.

(2) 수업의 의도, 목표, 계획

- 교사활동 절차 및 학생들을 개념 학습에 참여시키기 위해 이 절차를 활용하는 특정한 이유

:절차-귀납(수학적 다양성의 원리)

"정비례의 뜻이 이런 것이다"라고 제시하고 이러한 성질이 있으며 식은 이렇게 생긴 것을 정비례라고 한다고 설명하는 주입식의 방식을 자제하고자 한다. 학생들이 스스로 정비례 함수의 특징을 찾아나가는 과정을 통해 정비례의 뜻이 단순히 "x의 값이 늘어날 때 y의 값이 늘어나는 관계"가 아니라 'x의 값이 2배, 3배, 4배... 될 때, y의 값이 2배, 3배, 4배... 되는 관계'라고 되어야 하는 이유를 명확히 알게 하기 위해서 본 수업에서는 귀납적으로 원리를 찾는 방법을 활용하였다. 그리고 그 과정에서 Dienes의 수학적 다양성의 원리를 활용하여 주의사항의 예를 구성하였다.

- 수업에서 의도한 내용을 학생들이 제대로 학습했는지를 평가하는 방법

주의사항을 제시함에 통해 학생들이 본인의 답이 왜 수정되어야 하는지를 파악하고자 한다. 따라서 별문을 통해 함수의 뜻을 명확히 제시할 수 있는지를 파악하며 형성평가를 통해 바르게 적용 수 있는지를 살펴본다. 또한 정비례 함수인 예를 찾아보는 활동을 통해 학생들이 제대로 학습 했는지를 평가하게 된다.

### (3) 수업 내용 탐구

- 이 개념(주제)에 대하여 학생들이 학습하기를 바라는 것  
정비례의 다양한 사례를 통해 정비례 함수 관계가 있는 두 양을 보고 미래를 예측해 보면서 정비례 관계의 이해가 생활 속에서 필요함을 인식한다. 또한 정비례의 뜻이 무엇이며, 정비례의 식은 어떻게 되고 정비례 함수는 어떠한 성질을 지니고 있는지를 학습해야 한다.
- 학생들에게 아직 가르칠 생각은 없지만, 교사가 해당 개념에 대하여 추가로 알고 있어야 하는 것  
정비례 함수  $y = ax$ 의 그래프에서  $a$ 는 함수의 기울기를 의미하게 된다는 것을 교사는 알고 있어야 하며 기울기라는 용어의 사용하지 않도록 해야 한다. 또한 비례상수라는 용어도 지도하지 않는다. 그리고 정비례 함수는 이후에 학습하게 되는 다항함수의 가장 기초적인 형태이므로 보다 잘 이해할 수 있도록 해야 한다.

### (4) 수업 시나리오: 교사가 생각하고 있는 수업 전개 양상

- 도입: 함수를 학습해야 하는 필요성에 대하여 언급하고 그 중 간단한 정비례와 반비례, 그 중 정비례에 대하여 학습하게 됨을 알려준다.
- 전개: 정비례란 어떤 것이다라고 제시하지 않고 여러 가지 정비례의 예를 통해 미래를 예측해 보며 이들의 공통점을 찾아 정비례의 뜻을 함께 정립해 나간다. 그리고 이를 토대로 정비례의 함수식을 만들고 성질을 살펴봄으로써 문제를 통해 성질을 활용해 본다.
- 정리: 형성평가를 통해 개념을 정리하고 정비례인 것을 찾아내 보며 관계식을 구한다. 충분히 학습될 수 있도록 발문으로 정리한다.

## 2) 수업 실제 : 수업 중 계획했던 것과 다르게 일어난 사건, 예상치 못했던 일, 질문, 문제점

- ▶ 시간조정 - 계획했던 수업의 양을 진행하는데 시간이 조금 부족했다. 그래서 수업시간이 지나서 까지 형성평가의 답을 함께 맞추어 나갔다.
- ▶ 탐구활동 - 미래의 예측이라는 부분에서 학생들이 낯설어 할 것이라고 예상했다. 그러나 의외로 학생들은 쉽게 받아들이고 자유로운 예측을 해내는 모습을 볼 수 있었다. 수치적인 예상이긴 하지만 일상생활에서 늘 접하고 있는 대상으로 구성되어서 학생들에게는 친숙한 활동이었던 것으로 판단된다.

## 3) 수업 후 : reflection, analysis - 아이디어, 보안점

- ▶ 정비례의 뜻을 설명함에 있어서, 예를 통해 학생들과 함께 그 뜻을 무엇이라 하면 좋을지를 찾아나가는 귀납적인 방법은 그 뜻의 의미를 명확히 이해하는데 도움이 되었다. 그런데 이런 것이 정비례다라고 제시하는 방법보다는 그 뜻을 찾아가는 과정에서 시간이 많이 소요되는 것은 분명하다. 그래서 본 수업에서 시간이 다소 부족하기도 했다. 조금 더 조리 있는 설명으로 시간을 단축하되 이러한 도입방법은 권장 할 만하다고 판단된다. 이러한 방법으로 학습할 때 학생들이 정비례에 대한 오개념을 덜 가질 수 있을 것이라고 보여 지기 때문이다.