

이산 웨이블릿을 이용한 Bubbly flow의 유동분리기법

조효제* · 도덕희† · 최제은** · Masahiro TAKEI*** · 강병윤****

* 한국해양대학교 조선해양시스템공학부, † 한국해양대학교 기계정보공학부
, *일본대학교 기계 공학과, ****리딩선박개발

Flow Field Separating Technique in Bubbly Flow using Discrete Wavelet

Hyo-Jae Jo* · Deog-Hee Doh† · Je-Eun Choi** · Masahiro Takei*** · Byungyoon Kang****

* Division of Shipbuilding & Ocean System Engineering, Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea

† Division of Mechanical and Information Engineering, Korea Maritime University, Busan, 606-791 Korea

** , *** Department of Mechanical Engineerin, Nihon University, Tokyo, Japan

**** Leading Boat Development, Busan 612-020, Korea

요 약 : 입자영상속도계(PIV)의 해석에 웨이블릿 변환을 적용하여 정성적인 유동정보뿐만 아니라 공간분해능을 갖는 정량적인 속도장 정보를 제공하고 있다. 이 기법은 기포유동(bubbly flow)과 같은 다상(multi-phase)의 유동구조를 해석하는 데도 유용하게 쓰일 수 있다. 본 연구에서는 기체와 액체의 이상유동(two-phase flow)에 PIV기법을 적용하고 이산 웨이블릿 변환을 사용하여 유장해석을 수행함으로써, 기포를 포함한 속도장 특성과 유동특성을 조사한다.

핵심용어 : 입자영상속도계(PIV), 이산웨이블릿변환, 흐름특성, Bubbly flow

Abstract : Nowadays wavelet transforms are widely used for the analyses of PIV velocity vector fields. This is because the wavelet provides not only spatial information of the velocity vectors but also of time and frequency domains. In this study, a discrete wavelet transform has been applied to real PIV images of bubbly flows. The vector fields obtained by a self-made cross-correlation PIV algorithm were used for the discrete wavelet transform. The performances of the discrete wavelet transform is investigated by changing the level of power of discretization. The decomposed images by the wavelet multiresolution showed conspicuous characteristics of the bubbly flows according to the level changes. The high spatial bubble concentrated area could be evaluated by the constructed discrete wavelet transform algorithm, at which high leveled wavelets could play a dominant roles to reveal the flow characteristics.

Key words : PIV, Discrete wavelet transform, Flow characteristics, Bubbly flow

1. 서 론

입자영상속도계(PIV)는 정성적인 유동정보뿐만 아니라 공간 분해능을 갖는 정량적인 속도장 정보를 제공하고 있다. 이 측정 기법은 기포유동(bubbly flow)의 유동구조를 해석하는 데도 유용하게 쓰이고 있다. Hassan은 물속에서 부상하는 단일 기포에 대해 그림자 이미지기법과 PIV기법을 이용하여 기포의 크기와 형태를 정확하게 측정하였다(Hassan et al., 2001). Fujiwara는 PIV기법과 그림자 이미지 기법을 사용하여 기포의 크기가 난류 유동변화에 미치는 영향에 대해 연구하였다(Fujiwara et al., 2004). 기체와 액체로 구성된 이상유동(two-phase flow)의 PIV 속도장으로부터 유동구조를 해석하는 것은 어렵다고 알려져 왔다. 특히, 액체와 기포의 경계면에서의 해석이 어려운 것으로 알려져 있다. 그러므로 PIV기법을 이용한 이상유동구조의 해석

에는 새로운 해석기법과 풀이에 대한 연구가 필요하다.

PIV속도장의 새로운 해석기법으로 Farge는 단일유동(single phase flow)에서 연속 웨이블릿 변환(continuous wavelet transform)을 사용하여 PIV속도장의 잡음을 감소시키고 유동의 특성을 알아내었다(Farge et al., 1992). Takei는 이산웨이블릿 변환을 단일유동에 적용하였다(Takei et al., 2000). Camussi는 Mexican hat기본 함수를 이용한 연속 웨이블릿 변환을 사용하여 jet유동의 PIV속도장에 대한 와류 구조의 특성을 연구하였다(Camussi et al., 2002). Schram은 Maar기본 함수를 이용한 연속 웨이블릿 변환을 사용하여 back-step유동의 PIV속도장에 대한 와류 구조의 특성을 연구하였다(Schram et al., 2004). Özsoy는 Maar기본 함수를 이용한 연속 웨이블릿 변환을 사용하여 cavity flow의 PIV속도장에 와류 구조의 특성을 연구하였다(Özsoy et al., 2005). 그러나 연속 웨이블릿 변환은 정규직교

* 대표저자 : 조효제(중신회원), hjo@hhu.ac.kr 051)410-4302

** 정회원, doolylove4@hotmail.com 81-3-3259-0749

*** 정회원, masa@mech.cst.nihon-u.ac.jp 81-3-3259-0749

**** 정회원, boatmania@hanmail.net 051)912-6646

† 교신저자 : 도덕희(중신회원), doh@hhu.ac.kr 051)410-4364

계(orthonormal system)가 아니기 때문에 다중해상도(multiresolution) 레벨의 속도 영역으로 분해를 할 수 없다(Hernandes et al., 1996). 따라서 최근에는 각 주파수 레벨에 다중해상도로 분해할 수 있는 이산 웨이블릿 변환(discrete wavelet transform)을 많이 쓰고 있다. 예를 들어, Li는 jet유동 이미지에 Daubechies 기본 함수를 이용한 이산 웨이블릿 변환을 적용하였다(Li et al., 1999). Weng은 PIV속도장에 잡음을 줄이기 위해 Mallat 기본 함수를 이용한 이산 웨이블릿 변환을 사용하였고(Weng et al., 2001), Li는 느린 jet유동의 PIV속도장에 대한 특성을 찾아내는데 이산 웨이블릿 변환을 사용하였다(Li et al., 2002). 현재 이산 웨이블릿 변환은 PIV 속도장의 특성을 찾아내는데 유용하게 쓰이고 있다. 본 연구에서는 기체와 액체의 이상유동에서 PIV기법을 적용하고 이산 웨이블릿 변환을 사용하여 기포의 특성과 유동특성을 찾고자 한다.

2. 이산 웨이블릿 변환

2.1 기본 방정식

이산 웨이블릿 변환의 기본개념은 적분형식 대신에 행렬로 표현하는데 있다. 수식을 간단하게 나타내기 위하여 네 개의 요소를 가지는 일차원 입력데이터 행렬 X 와 Harr 기본 함수의 웨이블릿 행렬 W 을 이용하였다. 예를 들어 입력데이터 행렬 X 는 시간에 따른 이산 속도 데이터라고 할 수 있다. 웨이블릿 스펙트럼은 다음과 같이 나타내었고, 이를 웨이블릿 변환 행렬 S 라고 한다.

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_1 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (1)$$

또는

$$S = WX \quad (2)$$

여기서 $W^T \cdot W = I$ 이다. I 는 단위행렬이고, W^T 는 W 의 전치행렬이고, 웨이블릿 행렬은 정규직교계이다. 식(1)에서 웨이블릿 스펙트럼의 첫 번째 성분 S_1 은 모든 입력값 $(a+b+c+d)$ 에서 웨이트를 둔 평균을 얻기 위하여 변환하는 것을 의미한다. 웨이블릿 스펙트럼의 두 번째 성분 D_1 은 입력데이터의 전반부와 후반부 사이의 차이값 $[(a+b)-(c+d)]$ 을 얻기 위한 변환을 나타낸다. 즉, 이것은 입력데이터의 저주파수 레벨을 포함하고 있다는 것을 의미한다. 세 번째 성분 d_1 은 전반부의 입력데이터 차이 $(a-b)$, 네 번째 성분 d_2 는 후반부에 입력값의 차이 $(c-d)$ 를 얻기 위한 변환을 나타낸다. 세 번째와 네 번째 성분은 입력값의 고주파수 레벨을 포함하고 있다. 그러므로 입력값은 고주파수 레벨에서부터 저주파수 레벨까지 영역을 나눌 수 있다. 행렬은 정규직교이므로 역이산 웨이블릿 변환은 다음과 같이 표현된다.

$$X = W^T S \quad (3)$$

식(3)으로부터 입력값 X 는 다중해상도에 의해 다음과 같이 분해된다.

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & -\sqrt{2} & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & 0 & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ D_1 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$= W^T \begin{bmatrix} S_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + W^T \begin{bmatrix} 0 \\ D_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + W^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

또는

$$X = W^T S = W^T S_0 + W^T S_1 + W^T S_2 \quad (5)$$

여기서 $S_0 = [S_1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $S_1 = [0 \ D_1 \ 0 \ 0]^T$, $S_2 = [0 \ 0 \ d_1 \ d_2]^T$ 이다. 각각의 $W^T S_0$, $W^T S_1$ 과 $W^T S_2$ 는 Level0, Level1, Level2라고 부른다.

2.2 이산 웨이블릿 변환의 일반화

정규직교 웨이블릿 함수들은 다양하게 알려져 있다. 이산 웨이블릿 변환의 기본 개념은 제4차 Daubechies 함수를 사용하여 일반화 된다. 웨이블릿 행렬 W 는 기본함수행렬 C 에서 총계형(cascade) 알고리즘에 의해 얻어낸다. 행렬 C 는 식(6)에서와 같이 나타낸다.

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & .0 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 - c_2 & c_1 - c_0 & 0 & 0 & .0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & .0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 - c_2 & c_1 - c_0 & .0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .c_3 - c_2 & c_1 - c_0 & . & . \\ c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & .0 & 0 & c_1 & c_1 \\ c_1 - c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .0 & 0 & c_3 - c_2 & . \end{pmatrix} \begin{matrix} c_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \end{matrix} \quad (6)$$

$$c_3 - c_2 + c_1 - c_0 = 0 \quad (7)$$

$$0c_3 - 1c_2 + 2c_1 - 3c_0 = 0 \quad (8)$$

여기서 $C^T C = I$ 이다. 식(6)에서 첫 번째 열은 스케일링 계수이고, 두 번째 열은 웨이블릿 계수들이다. 제4차 Daubechies 함수는 각 열마다 4개의 계수를 가진다. 첫 번째 열은 입력데이터 c_0, c_1, c_2 와 c_3 의 평균값을 얻기 위한 변환이다. 두 번째 열은 입력데이터의 c_0 와 c_1 , c_2 와 c_3 의 차이값을 얻기 위한 변환을 나타낸다. 세 번째 줄은 첫 번째 줄에서 두 단계 옮겨진 것을 보여주고, 네 번째 줄은 두 번째 줄에서 두 단계 옮겨진 것이다. 식(7)과 식(8)은 입력데이터가 상수이거나 단순 증가할 때, 변환값들이 0가 된다는 것을 나타낸다. C 로부터 웨이블릿 행렬 W 를 얻기 위한 과정을 쉽게 설명하기 위하여, 행렬 X 는 1차원의 16개 성분으로 되어 있다고 가정한다.

$$X = [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12} x_{13} x_{14} x_{15} x_{16}]^T \quad (9)$$

식(6)과 식(9)로부터 변환 행렬 X' 는

$$X' = C_{16} X = [s_1 d_1 s_2 d_2 s_3 d_3 s_4 d_4 s_5 d_5 s_6 d_6 s_7 d_7 s_8 d_8]^T \quad (10)$$

이다. 여기서 C_{16} 은 C 의 16×16 행렬이다. 성분 s 는 평균값을 나타내고, 성분 d 는 차이값을 나타낸다. 행렬 X' 의 성분은 행렬 P_{16} 에 의해 대신한다.

$$P_{16} X' = P_{16} C_{16} X = [s_1 s_2 s_3 s_4 s_5 s_6 s_7 s_8 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (11)$$

여기서 P_{16} 은 다음과 같이 정의 된다.

$$P_{16} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

식(11)로부터 변환은 차이값에 대하여 다른 연산자 없이 C 와 P 에 의해 연속적으로 수행된다.

$$W^{(2)} X = [S_1 S_2 S_3 S_4 D_1 D_2 D_3 D_4 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (13)$$

$$S = W^{(3)} X = [S_1 S_2 D_1 D_2 D_1 D_2 D_3 D_4 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (14)$$

$$W^{(2)} = (P'_{16} C'_{16})(P_{16} C_{16}) \quad (15)$$

$$W^{(3)} = (P'_{16} C'_{16})(P'_{16} C'_{16})(P_{16} C_{16}) \quad (16)$$

$$P_{16} = \begin{bmatrix} P_8 & 0 \\ 0 & I_8 \end{bmatrix} C_{16} = \begin{bmatrix} C_8 & 0 \\ 0 & I_8 \end{bmatrix} P'_{16} = \begin{bmatrix} P_4 & 0 \\ 0 & I_{12} \end{bmatrix} C'_{16} = \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ 0 & I_{12} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$W^{(3)}$ 은 식(2)에서 웨이블릿 행렬의 W 이다. 식(2)의 웨이블릿 스펙트럼 S 는 식(14)의 $W^{(3)} X$ 이다. 식(13)에서 S_1 은 s_1 에서부터 s_4 까지 평균값을 나타낸다. 식(11)에서 S_2 는 두 단계 옮긴 s_3 에서부터 s_6 까지 평균값을 나타낸다. D_1 은 s_1 에서 s_4 까지의 차이를 나타낸다. 식(14)에서, S_1 은 식(13)의 S_1 에서부터 S_4 까지 평균값을 나타낸다. D_1 은 식(13)의 S_1 에서부터 S_4 까지 차이를 나타낸다. 식(14)로부터, 입력값은 이산 웨이블릿

변환에 의해 적절한 분해레벨을 가지는 평균값과 차이값으로 변환된다. 입력데이터는 고주파수에서부터 저주파수영역으로 나누어지고, 식(14)로부터 역웨이블릿 변환은 다음과 같다.

$$X = [W^{(3)}]^T S \quad (18)$$

$$[W^{(3)}]^T = [(P'_{16} C'_{16})(P_{16} C_{16})(P_{16} C_{16})]^T = C_{16}^T P_{16}^T (C'_{16})^T (P'_{16})^T (C'_{16})^T (P'_{16})^T \quad (19)$$

식(18)에서 다중해상도는

$$X = [W^{(3)}]^T S = [W^{(3)}]^T S_0 + [W^{(3)}]^T S_1 + [W^{(3)}]^T S_2 + [W^{(3)}]^T S_3 \quad (20)$$

이다.

$$S_0 = [S_1 S_2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]^T \quad (21)$$

$$S_1 = [0 0 D_1 D_2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]^T$$

$$S_2 = [0 0 0 0 D_1 D_2 D_3 D_4 0 0 0 0 0 0 0 0]^T$$

$$S_3 = [0 0 0 0 0 0 0 0 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T$$

제4차 Daubechies 함수와 입력데이터가 16개의 경우에 다중 해상도는 Level0에서부터 Level3까지 나타낸다. 일반적으로 k 차 Daubechies 함수와 2^n 개의 입력데이터를 가지는 경우에 대하여 레벨들을 구하기 위한 알고리즘은 Fig.1에 나타낸다. 식(14)의 웨이블릿변환을 최종 요소의 수가 k 보다 적을 때까지 수행하면, 최종 웨이블릿 스펙트럼을 얻을 수 있다.

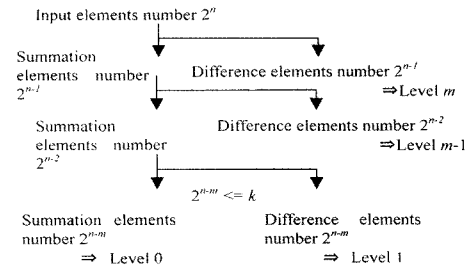


Fig. 1 Algorithm of discrete wavelets transform

3. 시뮬레이션 기본 함수

이산 웨이블릿변환의 연속적인 합 레벨과 주된 스케일과의 상관값은 임의로 만든 와류모델의 PIV속도장을 통하여 조사한다. 이 와류 모델의 속도분포는 다음과 같다.

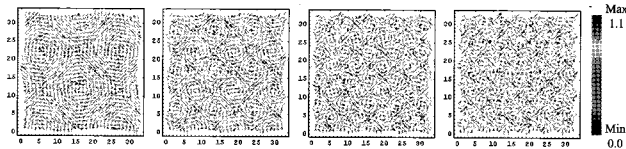
$$\vec{U} = \left(\sin\left(\frac{3k\pi}{32}\right)i, \cos\left(\frac{3k\pi}{32}\right)j \right) \quad \left(\begin{matrix} i = 1, 2, 3, \dots, 32 \\ j = 1, 2, 3, \dots, 32 \end{matrix} \right) \quad (22)$$

\vec{U} 는 U 의 2차원 벡터이고, i 와 j 는 x 와 y 방향의 픽셀번호를 나타낸다. k 는 와류 크기와 관계되는 상수로 4가지의 경우를 상정한다. 즉, Case1은 $k=1$, Case2는 $k=2$, Case3 은 $k=3$ 그리고 Case4 는 $k=4$ 이다. Fig.2는 k 수가 증가함에 따라 PIV 임의의 속도장의 크기가 작아지는 것을 보여주고 있다. Fig.3은

Fig.2에서 0.0에서 0.1까지 각 속도장에 random noise를 추가한 속도장을 보여주고 있다. 순차적인 합 레벨들로 재구성하기 위해서는 원래 이미지 대신에 Fig.3의 이미지들이 사용된다. 이산 웨이블릿 변환을 조사하기 위하여 특별한 레벨까지의 합과 원래 이미지 사이의 상관값은 다음과 같이 주어진다.

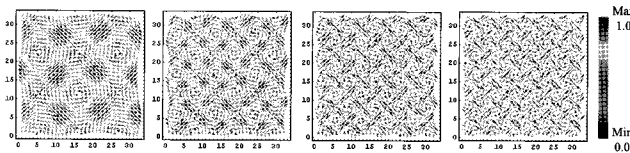
$$C^L = \frac{\sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} (U_{ij}^L - \overline{U^L})(U_{ij}^{origin} - \overline{U^{origin}})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} (U_{ij}^L - \overline{U^L})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{n_x} (U_{ij}^{origin} - \overline{U^{origin}})^2}} \quad (23)$$

U^L 는 Fig.3의 다중해상도로 분해된 이미지에서 L 차 level 이미지의 합을 나타내고, U^{origin} 는 Fig.2의 원래 이미지를 나타낸다. 위쪽 바(bar)는 공간 평균값을 나타낸다. Fig.4는 순차합 레벨 L 에서의 상관관계값을 보여준다. 이에 따르면, 이산 웨이블릿 변환에 있어서 상관관계 값은 연속적인 합 레벨의 후반부에서 전형적인 이미지의 상관관계값에 가장 가까운 값이 된다는 것을 알 수 있다. 가장 높은 값을 주는 상관관계값의 레벨이 주된 스케일을 추출하는 레벨이 된다.



(a) Case 1 (b) Case 2 (c) Case 3 (d) Case 4

Fig. 2 PIV pseudo velocity field (without noise)



(a) Case 1 (b) Case 2 (c) Case 3 (d) Case 4

Fig. 3 PIV pseudo velocity field (with noise).

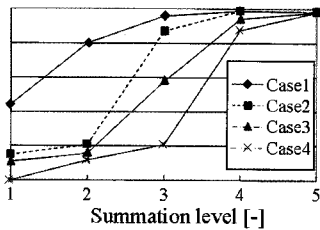


Fig. 4 Correlation value of discrete wavelet transform.

4. 실험 방법

PIV 측정기법을 이용하여 기체-액체의 이상유동 실험을 수행하여 이산 웨이블릿 변환을 적용하여 보았다. 실험 장비 및 측정시스템은 Fig.6에 나타난 바와 같다. 기포 유동은 직경 50mm의 유리관의 바닥으로부터 분출된다. 기포생성기는 두 개의 펌프와 하나의 저장탱크로 연결되어 있으며, 상부에 주 유동이 유입되는 파이프 끝의 바닥에 설치되어 있다. 보조 유동은 기포생성기의 아래 면에서 주입되며, 기포 크기를 조절하는데 사용된다. 공기는 실린더 안쪽 면과 바깥쪽 벽 사이의 공간에서 투입된다. 보조펌프는 저장탱크로부터 물을 공급하고, 공급된 물은 기포생성기 중심에 유동개이지를 통해 흡인된다. 그리고 금속 튜브를 통해 공기가 지나간다. 주 유동은 주 유동 펌프를 이용하여 저장탱크에서부터 유동 개이지를 거쳐 측정영역 아래까지 유입되도록 되어 있다. 파이프의 길이 L 은 약 2000mm이고, 측정영역은 약 $L/D=30$ 이내로 잡고 있다. D 는 파이프의 안쪽 직경을 나타낸다.

PIV 실험 측정을 위해 ND-Yag 레이저(400mJ)를 사용하였다. 레이저 시트와 레이저 빔을 사용하여 광원을 제공한다. 레이저 트리거와 펄스 작동을 통해 카메라와 동기화하여 이미지 촬영을 한다. Fig.5는 레이저와 카메라의 동기화를 나타낸다. 표1은 ND-Yag 레이저의 파장 589nm인 광선의 물질별 굴절률을 나타낸 것이다. 주적입자는 6 μ m의 폴리스티렌 입자를 사용하였고,

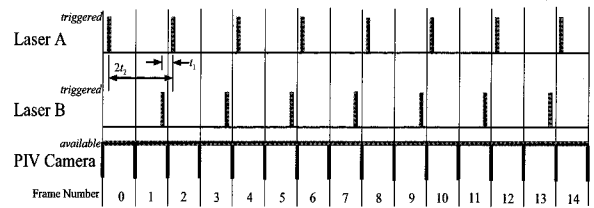


Fig. 5 Data acquisition system timing diagram.

Table 1 Indices of refraction for wavelength of 589nm.

Air (at STP)	1.0003
Water(20°C)	1.333
Pyrex™	1.474
Plexiglas	1.488
water/corn cider mixture	1.36±.03

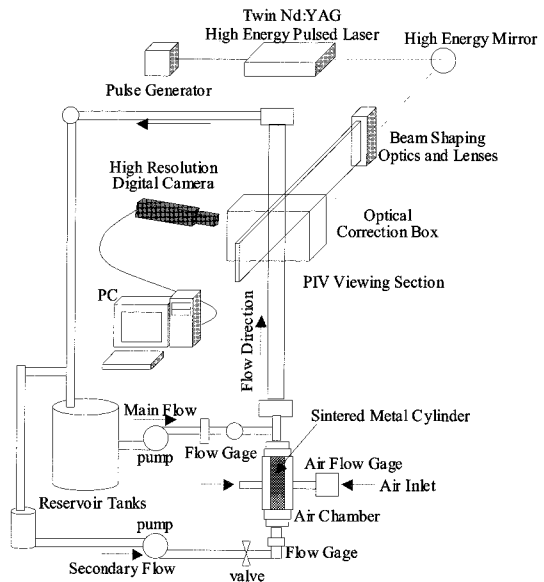


Fig. 6 Experimental set up.

CCD카메라(1008×1008 pixel)는 일반적인 연속모드에서는 초당 30프레임을 찍을 수 있다(Δt=33 ms). 카메라에서 찍은 사진은 컴퓨터에 저장되어 A/D 변환된다. Table2는 총6개의 실험조건을 나타낸 것이고, Fig.7은 각 실험조건에서 측정된 이미지를 보여주고 있다. 각 실험조건에서 사용된 총 유량은 0.00kg/sec, 7.291×10⁻¹kg/sec, 4.269×10⁻¹kg/sec, 4.155×10⁻¹kg/sec, 1.355×10⁻¹kg/sec, 1.316×10⁻¹kg/sec 이다.

5. 실험결과 및 토론

시물레이션 결과를 근간으로 하여, 기포와 기포주위의 유동에 대한 공간주파수를 토론하기 위하여, 이산 웨이블릿 변환을 실제 PIV속도장에 적용하였다. 이산 웨이블릿 변환의 다중해상도 분해를 적용하여 기포와 기포 주위의 유동을 분리하였다. 다중해상도의 레벨 0에서 4까지 이미지의 시간평균공간분포는 다음과 같이 계산된다.

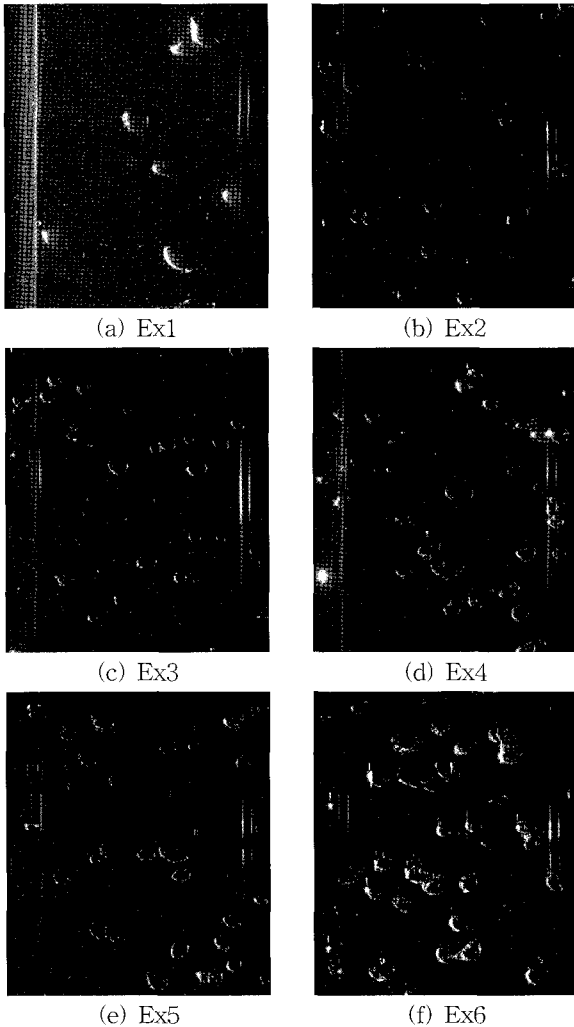


Fig. 7 Example of instantaneous bubbly flow image.

Table 2 Experimental conditions

Case No.	Air Pressure (kPa)	Δtpiv (ms)	AFR (kg/sec)	WFR (main pump)	WFR (second pump)
Ex1	90	5.3	0.001	0	0
Ex2	95	1.3	0.0011	0.5479	0.1812
Ex3	95	1.3	0.0011	0.2393	0.1876
Ex4	90	1.3	0.0033	0.2393	0.1762
Ex5	95	2.3	0.0013	0	0.1355
Ex6	90	2.3	0.0033	0	0.1316

AFR=Air Flow rate, WFR=Water Flow rate

$$\overline{U_{i,i}^L} = \frac{1}{t_e} \sum_{t=1}^{t_e} U_{i,i,t}^L \tag{24}$$

L은 다중해상도 분해의 레벨을 나타내고, 위쪽 바(bar)는 시간평균값을 나타낸다. 기포와 기포 주위 유동은 주된 공간 주파수를 토론하기 위하여, 웨이블릿 레벨로 분해될 수 있다. 각 레벨에서 속도장의 공간과 시간 평균은 식(25)와 같이 계산 할 수 있다.

$$\overline{U_x^L} = \frac{1}{t_e} \frac{1}{n_x n_y} \sum_{i=1}^{i_e} \sum_{j=1}^{j_e} \sum_{t=1}^{t_e} U_{x,i,j,t}^L, \overline{U_y^L} = \frac{1}{t_e} \frac{1}{n_x n_y} \sum_{i=1}^{i_e} \sum_{j=1}^{j_e} \sum_{t=1}^{t_e} U_{y,i,j,t}^L$$

$$|\overline{U}| = \sqrt{\overline{U_x^L}^2 + \overline{U_y^L}^2} \tag{25}$$

공간과 시간 평균 크기 $|\overline{U}|$ 는 모든 실험 조건에서 최대값 1.0과 최소값 0.0으로 표준화 하였다. Fig.8은 이산웨이블릿변환을 이용하여 기포와 기포주위의 유동으로 분리하여 나타내었다. Fig.9는 각 실험에서 기포와 유체유동을 분리하는데 필요한 threshold값의 시간에 따른 변동량을 보여주고 있다. 이 그림에 의하면 전반적으로, Table2에서 공기압이 높은 경우, 즉 Ex2, Ex3, Ex5에서 threshold값이 낮게 나타나면서, 그 변동량도 적게 나타난다는 것을 알 수 있다. 반대로, 공기압이 낮은 Ex1, Ex4, Ex6은 threshold 값이 상대적으로 크게 나타나면서, 변동 범위는 커져 기포와 유체의 분리를 위한 일정한 threshold 값을

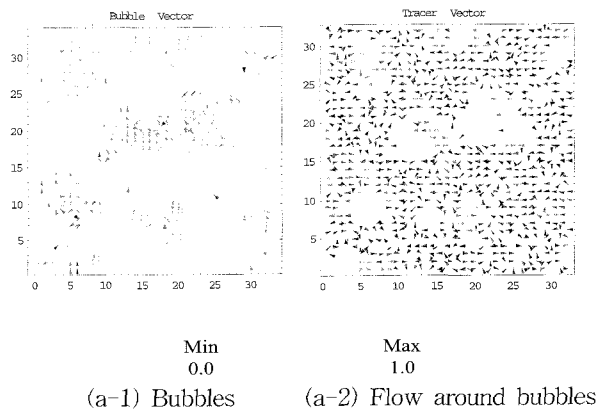


Fig. 8 Instantaneous separated velocity field. (Water flow rate Ex6 : 1.316×10⁻¹ [kg/sec])

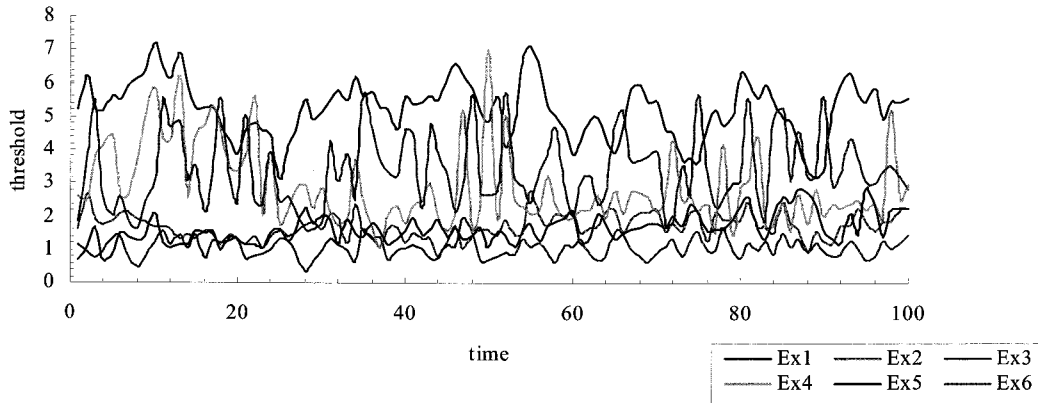


Fig. 9 Threshold value variations with time changes for six conditions.

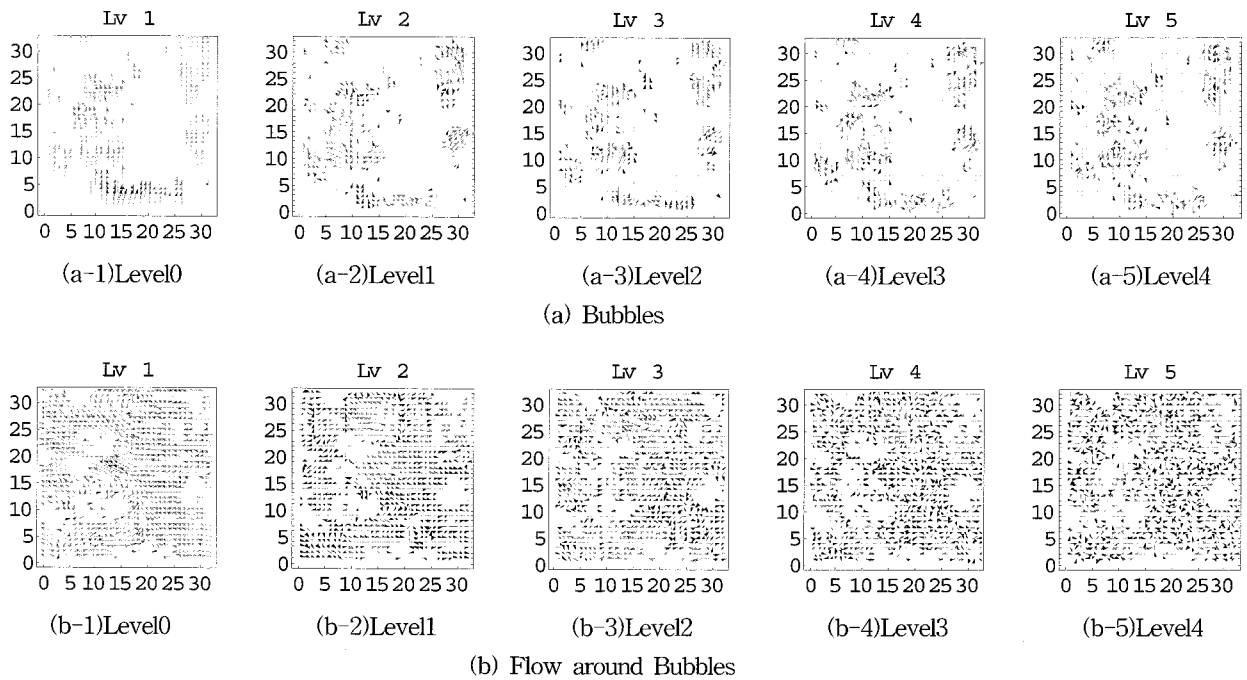


Fig. 10 Multiresolutionally decomposed velocity field by discrete wavelet.

(Water flow rate Ex6 : 1.316×10^{-1} [kg/sec])

얻기 어렵다는 것을 알 수 있다. 그러나 그 외 실험조건들의 변화는 threshold 값에 그다지 영향을 주지 않는 것으로 판단할 수 있다. 즉, 본실험결과만에 의하면 threshold값은 공기압력에 지배적으로 영향을 받는 것으로 말할 수 있다. Fig.8과 같이 threshold를 사용하여 기포와 기포주위의 유체유동을 분리한 후, 다중해상도를 이용하여 각 유동을 레벨로 나누면 Fig.10과 같이 된다. 이에는 총5개의 레벨로 구성되어 있고, 각 레벨별 유동현상을 조사함으로써, 기포와 유체유동이 혼재하여 있을 경우의 유동특성을 정확하게 파악할 수 있다. Fig.8과 Fig.10은 Ex6의 예를 나타내고, 다른 실험조건도 동일한 방법으로 유동분리를 할 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 기포유동(Bubbly flow)의 PIV속도장에 이산

웨이블릿 변환을 적용하는 방법에 대하여 조사하여 보았다. 이상의 토론으로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 이산 웨이블릿 변환을 이용하여 기포유동의 기포와 기포 주위 유동으로 분리를 할 수 있고, 분리된 유동에 대한 주파수성분을 분해할 수 있어 유동 특성을 주파수별로 정확하게 파악할 수 있다.

(2) 유동장 분리에 사용되는 threshold값은 공기압력에 지배적으로 영향을 받는다. 즉, 높은 공기압으로 기포의 유동이 유체의 유동에 비하여 상대적으로 변화가 크다면 낮은 threshold 값을 가지게 되고, 낮은 공기압에서는 기포와 유체유동은 다양한 양상으로 혼재하게 되어 높은 threshold 값을 가진다고 말할 수 있다.

본 논문에서의 해석방법은 보다 복잡한 이상 유동에도 적용할 수가 있어 유동해석에 유용하게 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 과학재단 국가지정연구실사업(R0A-2008-000-20069-0)과 Sea Grant 사업단(국토해양부,2008년)의 일부 지원으로 수행되었음.

참고 문헌

- [1] Camussi, R.(2002), "Coherent structure identification from wavelet analysis of particle image velocimetry data", *Experiments in Fluids*, Vol.32, No.1, pp.76-86.
- [2] Farge, M.(1992), "Wavelet transforms and their applications to turbulence", *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol.24, pp.395-457.
- [3] Fujiwara, A., Minatio, D., and Hishida, K.(2004), "Effect of bubbles diameter on modification of turbulence in an upward pipe flow", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.25, No. 3, pp.481-488.
- [4] Hassan, A.Y., Ortiz-Villafuerte, J., and Schmidl, W. D.(2001), "Three-dimensional measurements of single bubbles dynamics in a small diameter pipe using stereoscopic particle image velocimetry", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.27, Issue 5, pp.817-842.
- [5] Hernandez, E. and Weiss, L.G.(1996), "A first course on wavelets", CRC.
- [6] Li, H., Takei, M., Ochi, M., Saito, Y., and Horii, K.(1999), "Application of two-dimensional orthogonal wavelets to multiresolution image analysis of a turbulent jet", *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.42, No.137, pp.120-127.
- [7] Li, H., Hu, H., Kobayashi, T., Saga, T., and Taniguchi, N.(2002), "Wavelet multiresolution analysis of stereoscopic particle-image-velocimetry in lobed jet", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol.40, No.6, pp.1037-1046.
- [8] Özsoy, E., Rambaud, P., Stitou, A., and Riethmuler, M.L.(2005), "Eddy characteristics in laminar cavity flow at very low mach number", *Experiments in Fluids*, Vol.38, No.2, pp.133-145.
- [9] Schram, C.(2004), "Wavelet based eddy structure education from a backward facing step flow investigated using particle image velocimetry", *Experiments in Fluids*, Vol.36, No.2, pp.233-245.
- [10] Takei, M., Ochi, M., Horii, K., Li, H., and Saito, Y.(2000), "Discrete wavelets auto-correlation of axial turbulence velocity in spiral single phase flow", *Powder Technology*, Vol.112, pp.289-298.
- [11] Weng, W. G., Fan, W. C., Liao, G. X., and Qin, J.(2001), "Wavelet-based image denoising in (digital) particle image velocimetry", *Signal Processing*, Vol.81.

원고접수일 : 2008년 10월 7일
 심사완료일 : 2008년 12월 25일
 원고채택일 : 2008년 12월 29일