

# 주파수 의존형 최적 레귤이터에 의한 크레인 흔들림 제어계 설계 Swing Motion Control System Design Based on Frequency-shaped LQ Control

김영복 · 장지성

Y. B. Kim and J. S. Jang

(접수일 : 2008년 10월 27일, 수정일 : 2008년 12월 15일, 채택확정 : 2008년 12월 23일)

**Key Words** : Swing Motion Control(흔들림 제어), LQ Control(LQ제어), Frequency Dependent Weighting Matrix(주파수 의존 중량행렬), Moving-Mass(가동 질량체), Spreader(스프레더)

**Abstract** : In general, the swing motion of the crane is controlled and suppressed by activating the trolley motion. In many papers reported by us, we suggested a new type of anti-sway control system of the crane. In the proposed control system, a small auxiliary mass(moving-mass) is installed on the spreader and the swing motion is controlled by moving the auxiliary mass. The actuator reaction against the auxiliary mass applies inertial control forces to the container in order to reduce the swing motion in the desired manner. Futhermore the measuring systems based on image sensor have been proposed also. To obtain the robustness for our control system,  $H_\infty$  based control techniques and other approach have been applied to suppress swing motion. As well known, the robust control technologies based on  $H_\infty$  control need complicated and difficult process. In the result, the obtained closed-loop system becomes to high order system which may give us many difficulties to apply it to the real plants. Therefore, we introduce an easy approach which is based on LQ control theory. In this approach, we introduce the frequency dependent weighting matrices which give the system filters to shape frequency characteristics of the controlled system and guarantee the control performance.

## 기호설명

- $\alpha$  : 컨테이너부의 감쇠계수
- $C_d$  : 액추에이터(actuator)부의 감쇠계수
- $f_d$  : 장치가 컨테이너에 가하는 수평합력
- $g$  : 중력가속도
- $k_d$  : 액추에이터부의 강성계수
- $l$  : 로우프 길이
- $M$  : 컨테이너 질량
- $m$  : 가동 질량체의 질량(moving mass)
- $x$  : 스프레더 변위
- $x_d$  : 가동 질량체의 이동거리
- $T$  : 외란에 의한 강제 모멘트
- $\theta$  : 컨테이너 흔들림 각

- $K_m$  : 모터 토크 상수
- $v_i$  : 모터 인가 전압
- $r_m$  : 폴리 반지름

## 1. 서론

현재 항만 등에서 물류처리를 위해 운용되고 있는 대부분의 크레인은 구조상 로우프라는 매개체를 통해 하역작업을 행하고 있다. 이러한 구조 때문에 크레인을 이용한 화물이송작업에서 흔들림 현상은 필연적으로 발생할 수밖에 없으며 결국 이것이 하역작업에서의 효율성 저하를 초래하여 물류처리 고속화를 지연시키는 가장 큰 요인이 된다. 따라서 물류처리 고속화라는 목적을 효과적으로 달성하기 위한 방안이 지금까지 여러 문헌을 통하여 소개되고 있으나 그 대부분이 트롤리 운동을 제어함으로써 컨테이너의 흔들림을 억제하는 방식이다.<sup>1~4)</sup> 그래서

김영복(책임저자) : 부경대학교 기계공학부  
E-mail : kpjiwoo@pknu.ac.kr, Tel : (051)629-6197  
장지성 : 부경대학교 기계공학부

보다 효과적으로 흔들림을 억제하기 위해 저자들은 스프레더에 가동 질량체를 설치하여 이것의 운동제어를 통해 흔들림을 억제하는 장치를 개발하고 그 유용성을 확인하였다.<sup>5)</sup> 또한 스프레더 흔들림 정도를 계측하기 위해 일반적으로 이용되는 있는 레이저 센서 및 가속도 센서를 등을 대체할 수 있는 계측시스템도 개발하였다.<sup>6,7)</sup> 이것은 기존의 레이저형 센서대신 하나의 카메라로 구성된 이미지 센서를 이용하여 스프레더의 흔들림, 위치 및 특정 대상을 파악할 수 있어 지능적이고 고기능의 크레인 운용시스템을 구축할 수 있도록 지원한다.

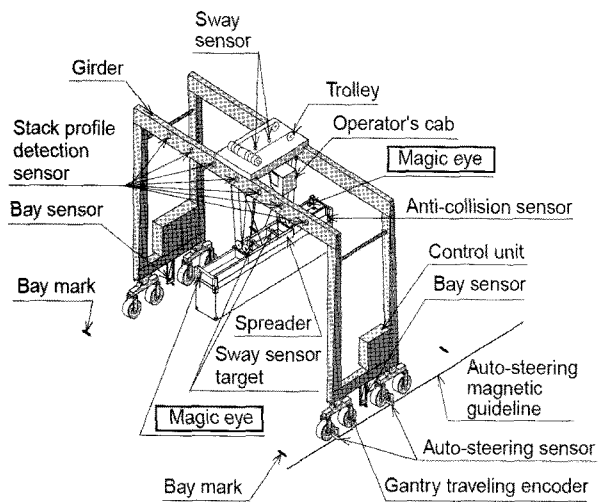


Fig. 1 Transfer crane in which the measurement and control systems are installed<sup>4)</sup>

이와 같은 준비아래 흔들림을 효과적으로 억제할 수 있는 다양한 접근도 시도하였다. 예를 들어 강인 제어이론에 기초한 대표적인 설계법인  $H_\infty$  제어 및 Gain-scheduling<sup>5)</sup> 기법을 이용하여 제어를 설계하고 시뮬레이션 및 실험을 통해 그 유용성을 확인하였다. 이러한 연구를 통해 강인성을 충분히 확보할 수 있다는 결론을 도출한 반면, 고차의 제어기로 인해 실험을 수행하는데 부담이 되는 등의 실용상의 문제가 발생하게 되는 것이 사실이다. 제어기 설계에서부터 실용화 단계에 이르기까지 용이성을 고려한다면 단순하면서도 실용성이 높은 제어기 설계법을 도입하는 것이 보다 효과적일 것이다. 따라서 본 연구에서는 크레인의 흔들림 억제문제를 고려하여 제어대상의 고주파특성 및 잔여모드 등으로 제어계가 불안정하게 되는 불합리성을 해결하고자 한다. 이 방법은 기본적으로 최적제어기법에 따라 제어기를 설계하는 것이며 최적제어기 설계에 도입

되는 평가함수의 중량함수(weighting matrix)에 주파수특성을 부여하여 제어계의 주파수 특성을 개선하게 된다. 시뮬레이션을 통해 설계된 제어계의 유용성을 확인한다.

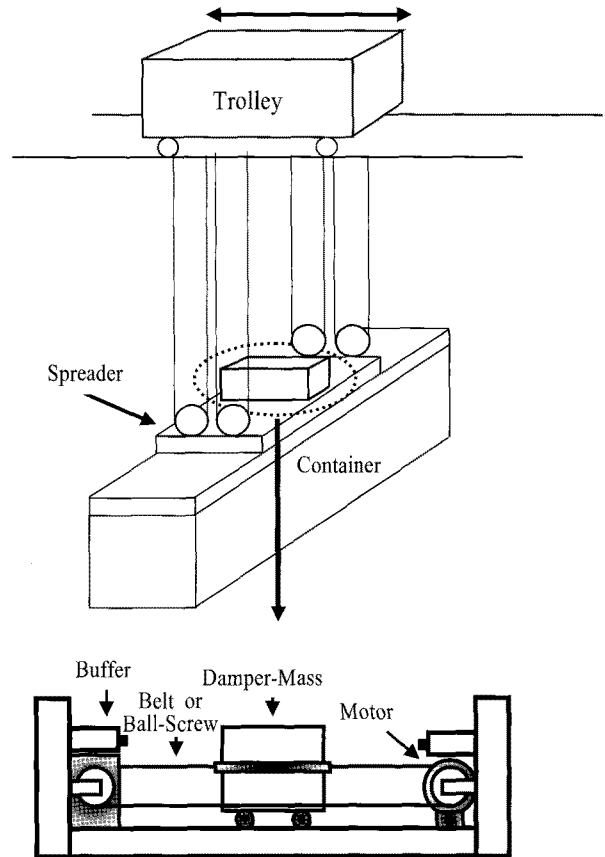


Fig. 2 Mass-damper type anti-sway system<sup>5)</sup>

## 2. 제어대상의 표현

제어대상에 대한 수학적 모델은 Fig. 2와 같이 나타낸 크레인의 운동특성을 기초로 한 기존의 연구 결과를 이용한다. 즉 아래 식으로 표현되는 크레인 모델을 이용한다.<sup>6)</sup>

$$(M+m)l^2\ddot{\theta} = -\alpha\dot{\theta} - Mgl\sin\theta - mg(x_d\cos\theta + l\sin\theta) + T - f_d l \quad (1)$$

$$m\ddot{x}_d = -mgs\sin\theta + f_d - C_d\dot{x}_d - k_d x_d \quad (2)$$

여기서  $\theta$ 가 미소하다면  $\sin\theta \approx 0$ ,  $\cos\theta \approx 1$ 로 둘 수 있고, 로우프 길이  $l$ 은 일정하다고 가정한다. 그리고 스프레더의 평면운동만 고려하여  $x = l\theta$ 로 두면,  $\dot{x} = l\dot{\theta}$ ,  $\ddot{x} = l\ddot{\theta}$ 이고, 결국 식(1)과 식(2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(M+m)\ddot{l}x = -\frac{\alpha}{l}\dot{x} - Mgx - mgx_d + mgx + T - f_d l \quad (3)$$

$$= -\frac{\alpha}{l}\dot{x} - (M+m)gx - mgx_d + T - f_d l$$

$$m\ddot{x}_d = -mg\theta + f_d - C_d\dot{x}_d - k_d x_d \quad (4)$$

$$= -\frac{mg}{l}x + \frac{K_m}{r_m}i - C_d\dot{x}_d - k_d x_d$$

여기서 식(3)은 외력에 의해 발생하는 스프레더부의 운동을 나타내며, 식(4)는 스프레더부의 흔들림을 억제시키기 위한 제어력을 발생시키는 액추에이터부의 운동특성을 나타내고 있다. 식(3), (4)에서 사용된 파라미터 값을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Parameters for control system design

Parameters	Values
$K_m$	0.150 [N · m/s]
$C_d$	1.5865 [N · s/m]
$k_d$	0.00095 [N/m]
$M$	0.565 [kg]
$m$	0.095 [kg]
$r_m$	0.015 [m]

### 2.2 전체시스템의 표현

위의 결과로부터 전체 시스템에 대한 상태공간표현은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\dot{x}_p = Ax_p + Bu + Dw \quad (5)$$

$$y = Cx_p$$

단, 상태  $x_p = [x^T \ \dot{x}^T \ x_d^T \ \dot{x}_d^T]^T$ , 제어입력을 전류( $i$ )와 저항( $R$ )의 공급 모터에 가해지는 전압  $u = v_i$ 로 나타내었고,  $\omega = T$ (외란에 의한 강제 모멘트)이다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{\alpha}{(M+m)l^2} & -\frac{mg}{(M+m)l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & 0 & -\frac{k_d}{m} & -\frac{C_d}{m} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{r_m R(M+m)} \\ 0 \\ \frac{K_m}{r_m Rm} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ (M+m)l \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3. 제어기의 설계

크레인 등의 구조물의 동특성은 강제모드와 다수의 진동모드를 포함하고 있는데, 이것을 모두 제어하기 위해서는 다수의 액추에이터가 필요하며 제어기도 고차가 되어 실제로는 적용하기 어렵다. 따라서 필요한 모드를 선택하여 제어하는 것이 일반적이며 이것을 제어모드라 한다. 그러나 이렇게 선택한 모드를 제어하기 위해 제어입력을 제어대상에 인가하게 되면 잔여모드가 여기되어 스피오우버 현상이 생기는 등 고주파특성을 갖는 불확실성으로 인해 제어계가 불안정하게 되는 경우가 발생한다.

이에 대한 해결책으로 제어입력에 잔여모드 및 불확실성이 갖는 고주파성분을 갖지 않도록 제어기를 설계하면 된다. 이것은 필터 설계 등 주파수특성을 개선하는 방법으로 해결할 수 있는데, 예를 들어 페루프계의 주파수특성을 개선하고자 하기 위한 방법으로 LQ 제어기법에서 도입되는 평가함수에 주파수특성을 부여하는 것이다. 즉, 중량행렬에 주파수 특성을 갖는 평가함수를 도입하여 최적제어입력을 구하는 방법을 고려할 수 있다. 이를 위한 첫 번째 단계로 파스발의 정리(Parserval's formula)를 이용하여 기존 평가함수식을 주파수영역에서 표현하면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{x}^T(-j\omega)Q\hat{x}(j\omega) + \hat{u}(-j\omega)R\hat{u}(j\omega)]d\omega \quad (6)$$

여기서  $\hat{x}, \hat{u}$ 는  $x, u$ 의 푸리에변환을 나타낸다. 이것으로부터 중량행렬  $Q, R$ 에 주파수특성을 부여하여  $Q(j\omega), R(j\omega)$ 로 나타내고, 위 식(6)의 평가함수를 이용하여 최적제어입력을 계산한다. 이를 위해 우선 주파수영역에서 시간영역으로 전환하여 주파수 의존형 중량행렬  $Q(j\omega), R(j\omega)$ 의 클래스로

$$Q(s) = C^T(\bar{s})C(s), \quad R(s) = D^T(\bar{s})D(s) \quad (7)$$

와 같이 표현되는 것을 고려한다. 여기서  $C(s)$ 는 안정 및 proper 인 유리함수행렬,  $D(s)$ 는 정칙이고 그 역행렬  $D^{-1}(s)$ 가 안정 및 proper 인 유리함수행렬이다. 이와 같이 정의된 중량행렬의 분해를 통해 새로운 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{w}(j\omega) = C(j\omega)\hat{x}(j\omega), \quad \hat{v}(j\omega) = D(j\omega)\hat{u}(j\omega) \quad (8)$$

이것으로부터 식(6)의 평가함수는

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{w}^T(-j\omega) \hat{w}(j\omega) + \hat{v}^T(-j\omega) \hat{v}(j\omega)] d\omega \quad (9)$$

와 같이 나타낼 수 있으며 파스발의 정리를 이용하면 다음과 같이 시간영역으로 다시 표현할 수 있다.

$$J = \int_0^{\infty} [w^T(t)w(t) + v^T(t)v(t)] dt \quad (10)$$

여기서  $\hat{w}, \hat{v}$ 는  $w, v$ 의 푸리에변환이다. 이 평가함수를 최소화하기 위해서는 새로운 변수  $w, v$ 의 관계를 알지 않으면 안 된다. 여기서  $C(s), D^{-1}(s)$ 의 상태방정식을 각각 다음과 같이 나타낸다.

$$C(s): \begin{cases} \dot{z}_1(t) = F_1 z_1(t) + G_1 x(t) \\ w(t) = H_1 z_1(t) + M_1 x(t) \end{cases} \quad (11)$$

$$D^{-1}(s): \begin{cases} \dot{z}_2(t) = F_2 z_2(t) + G_2 v(t) \\ u(t) = H_2 z_2(t) + M_2 v(t) \end{cases} \quad (12)$$

이것을 식(5)와 조합하면  $w, v$ 의 관계는 다음과 같이 표현된다. (Fig. 3 참조)

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & G_1 & 0 \\ 0 & A & BH_2 \\ 0 & 0 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ x(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ BM_2 \\ G_2 \end{bmatrix} v(t) \quad (13)$$

$$w(t) = [H_1 \ M_1 \ 0] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ x(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix}$$

이와 같이 표현된 확대계(augmented system)에서  $[z_1^T \ x^T \ z_2^T]^T$ 을 상태벡터,  $v$ 를 새로운 입력벡터라 두고 상태에 대한 중량행렬을 다음과 같이 둔다.

$$\begin{bmatrix} H_1^T \\ M_1^T \\ 0 \end{bmatrix} [H_1 \ M_1 \ 0] \quad (14)$$

만일 입력에 대한 중량행렬을 단위행렬로 두면 통상의 최적레귤레이터 문제로 귀착된다.

따라서 식(10)의 평가함수를 최소로 하는 최적 제어입력은

$$v(t) = - [K_{z_1} \ K_x \ K_{z_2}] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ x(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

와 같이 계산된다. 그런데 제어대상에 실제 인가되

는 제어입력은  $v$ 가 아니라  $u$ 이지만 이것은  $v$ 의 입력에 대한 출력으로 주어지게 된다.

이상을 정리하면 주파수 의존형 평가함수에 대한 최적레귤레이터문제의 구성은 Fig. 4와 같이 표현된다. 결국 상태  $x$ 로부터 입력  $u$  사이에  $C(s)$ 와  $D^{-1}(s)$ 가 포함된 필터가 들어가 있는 형으로 최적 제어입력과 이득 각각 다음 식으로 주어진다.

$$\hat{u}(s) = -K(s)\hat{x}(s) \quad (16)$$

$$K(s) = D^{-1}(s)[I + K_{z_2}(sI - F_2)^{-1}G_2]^{-1} \cdot [K_x + K_{z_1}(sI - F_1)^{-1}G_1] \quad (17)$$

본 논문에서는 제어입력으로 하여금 제어대상의 고주파성분이 여기 되지 않도록 하는 것을 제어기 설계사양으로 설정한다. 이 경우에는 Fig. 3 및 Fig. 4에서  $D^{-1}(s)$ 만 고려하면 된다는 것을 의미한다. 이와 같은 설정아래 유리함수 행렬  $D^{-1}(s)$ 은 식(8)의 계수행렬로 구성되는 것을 이용한다. 즉, 식(12)에 나타난 상태방정식의 각 계수행렬은 식(18)과 같이 계산되며 이것은 설정된 설계사양(고주파모드의 여기 방지)을 만족시키도록 하였다.

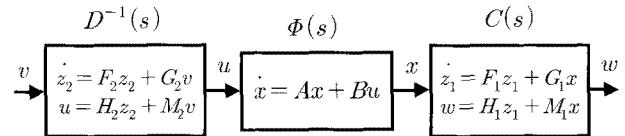


Fig. 3 Augmented system

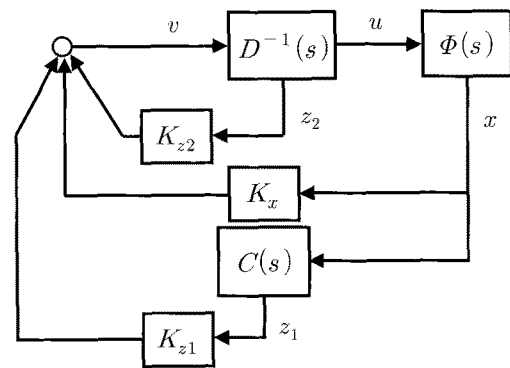


Fig. 4 Frequency-shaped optimal regulator system

$$F_2 = \begin{bmatrix} -1.69 \times 10 & -8.32 \times 10 & -1.31 \times 10^3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 3.2 \times 10^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$H_2 = [0 \ 0 \ 1.09 \times 10^2], \quad M_2 = [0]$$

이것으로부터 식(13)으로 주어진 확대계는 자동적으로 구해지며, 식(10)의 평가함수를 최소화 하는 식(14)의 계수행렬 중  $K_x, K_{z2}$ 는 다음과 같이 계산 된다.

$$K_x = [-1.73 \times 10 \quad -4.74 \quad 3.15 \times 10 \quad 1.70] \quad (19)$$

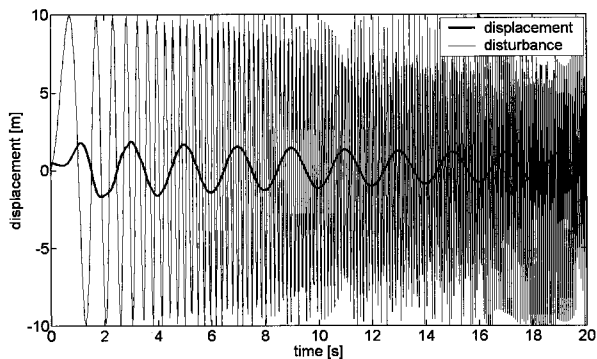
$$K_{z2} = [1.00 \times 10^2 \quad 3.32 \times 10^3 \quad 4.71 \times 10^4]$$

#### 4. 시뮬레이션 및 고찰

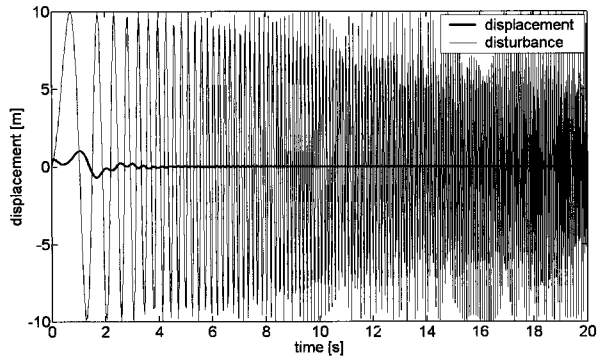
본 장에서는 3장에서 설계한 제어기를 이용하여 구축한 제어시스템에 대한 시뮬레이션 결과를 소개한다. 앞서 기술하였듯이 본 논문에서는 제어입력이 제어대상의 고주파 특성(고주파 특성을 갖는 불확실성 등)을 여기하지 않도록 하는 것을 제어기 설계의 기본적인 사양으로 설정하였다.

그래서 주파수가 0.1~15[Hz]까지 지속적으로 변하는 특성을 갖는 외란이 인가될 경우의 외란응답을 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 5에서 (a)는 개루프 시스템, (b)는 폐루프 시스템의 외란응답을 나타내고 있다. 필터를 갖는 폐루프 시스템은 지속적인 외란인가에 대해서도 적절히 대응하고 있음을 확인할 수 있다.



(a) displacement of spreader(uncontrolled case)



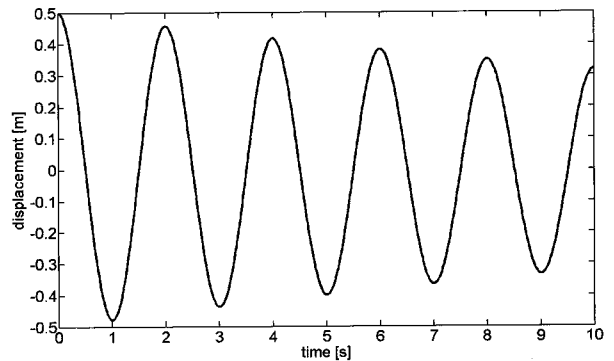
(b) displacement of spreader(controlled case)

Fig. 5 Disturbance responses, where (a) is uncontrolled case and (b) is controlled case

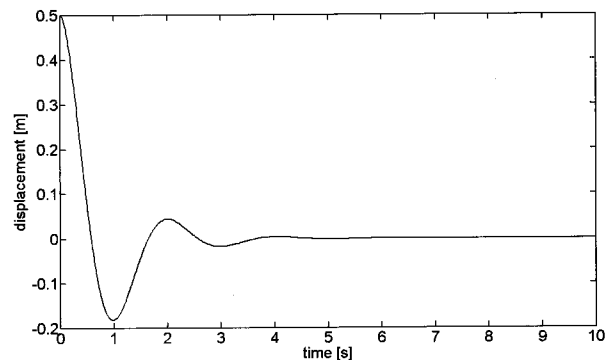
그리고 Fig. 6은 이니셜응답을 나타내고 있는데, 초기상태로 크레인 스프레더가 평형상태에서 0.5[m] 이탈된 경우를 가정한 것이다. (a)는 개루프 시스템, (b)는 폐루프 시스템의 응답을 나타내고 있다.

각각의 시뮬레이션 결과로부터 설계된 제어기의 유효성을 확인할 수 있다. 즉, LQ제어에 기초한 주파수 성형기법을 이용하면 고주파특성을 갖는 제어 입력 등에 의한 시스템의 불안정성과 제어성능을 체계적으로 개선할 수 있음을 확인하였다.

이것은 평가함수에서의 중량행렬로 정계수 형태로만 주어질 때의 여러 가지 불완전한 부분을 개선할 수 있다는 것에 그 특징을 찾을 수 있을 것이다.



(a) displacement of spreader(uncontrolled case)



(b) displacement of spreader(controlled case)

Fig. 6 Initial responses where (a) is uncontrolled case and (b) is controlled case

#### 5. 결론

물류처리 고속화와 효율성 제고라는 시대적 요구에 따라 본 연구에서는 항만하역작업의 자동화를 위한 핵심적인 연구로서 항만 하역장비의 하나인 크레인에 대한 흔들림 방지 시스템구축에 대해 고찰하였다. 특히 본 연구에서는 크레인의 흔들림을 억제하기 위한 제어기 설계에서 실제 시스템으로의

적용에 이르기까지 다양하게 발생할 수 있는 실제적인 문제에 초점을 두고 접근하였다. 본 논문에서는 기존의 LQ제어기 설계법에 도입되는 평가함수에 주파수 특성을 부여하고 그 평가함수를 최소화하는 제어기를 구하는 방법을 이용하였다. 이 방법은 제어계의 주파수 특성을 체계적으로 개선하고자 하는 것으로 제어입력신호에 의해 제어대상의 고주파특성을 여기시키지도 않도록 하는 등의 설계사양을 용이하고 체계적으로 달성할 수 있는 것이 그 특징 중의 하나이다. 예를 들어  $H_2/H_\infty$  등의 고난도 제어기 설계법을 통해 얻을 수 있는 성능개선효과를 단순한 접근법으로도 달성할 수 있음을 확인하였다.

### 참고문헌

1. S. H. Chung and J. I. Park, 1997, "Anti-Swing and Position Control of Crane Using Fuzzy Controller", Journal of Control, Automation, Systems Engineering, Vol. 3, No. 5, pp. 435~442.
2. M. Nomura, Y. Hakamada, and H. Saeki, 1997, "Anti-Sway Position Control of Crane Based on Acceleration Feedback and Predicted Pattern Following Method", Trans. of the Institute of Elec. Eng. of Japan (D), Vol. 17, No. 11, pp. 1341~1347.
3. K. S. Hong, S. C. Shon and M. H. Lee, 1998, "Sway Control of a Container Crane (Part II): Regulation of the Pendulum Sway through Patternizing Trolley Moving Velocity", Journal of Control, Automation, Systems Engineering, Vol. 4, No. 2, pp. 132~138.
4. T. Fujii, M. Fujii, T. Monzen, A. Honda and T. Kusano, 1998, "Container Vibration against Wind and Its Control", Mitsubishi Juko Giho, Vol. 35, No. 2, pp. 140~143.
5. 안상백, 채규훈, 김영복, 2004, "로우프 길이변화를 고려한 크레인의 흔들림 제어에 관한 연구", 한국동력기계공학회지, Vol. 8, No. 1, pp. 55~61.
6. D. Koyama, Y. Choi, T. Iyota and Y. Kubota, 2003, "A Technique of High-speed Template Matching Using Vector Code Correlation", Preprints of the 46th Japan Joint Automatic Control Conference, FA2-09-5.
7. Y. Choi, K. Ueno, M. Kamiuchi, T. Iyota, K. Watanabe and Y. Kubota, 2005, "Detection of Uneven Brightness for LCD Panel Using Approximate Planes of Brightness in a CCD Image", Trans. of Society of Instrument and Control Engineers, Vol. 41, No. 1, pp. 1~7.