

**트랜스퍼 크레인의 이송위치제어를 위한 서보계 설계 :
가중 H_{∞} 오차사양을 만족하는 동일차원 관측기 설계**
**Tracking Control System Design for the Transfer Crane :
Design of Full-order Observer with Weighted H_{∞} Error Bound**

김영복 · 정황훈 · 양주호
Y. B. Kim, H. H. Jeong and J. H. Yang

(접수일 : 2008년 11월 3일, 수정일 : 2008년 12월 15일, 채택확정 : 2008년 12월 22일)

Key Words : Automated Container Terminal(자동화 컨테이너 터미널), Rail-Mounted Gantry Crane(RMGC), Rubber-tired Gantry Crane(RTG), Cargo Handling(화물처리), Intelligent Automated Crane(지능형 자동화 크레인)

Abstract : The most important job in the container terminal area is to handle the cargo effectively in the limited time. To achieve this object, many strategies have been introduced and applied to. If we consider the automated container terminal, it is necessary that the cargo handling equipments are equipped with more intelligent control systems. From the middle of the 1990's, an automated rail-mounted gantry crane(RMGC) and rubber-tired gantry crane(RTG) have been developed and widely used to handle containers in the yards. Recently, in these cranes, the many equipments like CCD cameras and sensors are mounted to cope with the automated terminal environment. In this paper, we try to support the development of more intelligent automated cranes which make the cargo handling be performed effectively in the yards. For this plant, the modelling, tracking control, anti-sway system design, skew motion suppressing and complicated motion control and suppressing problems must be considered. Especially, in this paper, the system modelling and tracking control approach are discussed. And, we design the tracking control system incorporating an observer based on the 2DOF servosystem design approach to obtain the desired state informations. In the case of observer design, a weighted H_{∞} error bound approach for a state estimator is considered. Based on an algebraic Riccati equation(inequality) approach, a necessary and sufficient condition for the existence of a full-order estimator which satisfies the weighted H_{∞} error bound is introduced. Where, the condition for existence of the estimator is denoted by a Linear Matrix Inequality(LMI) which gives an optimized solution and observer gain. Based on this result, we apply it to the tracking control system design for the transfer crane.

1. 서 론

컨테이너를 처리하기 위한 크레인에는 그 목적과 용도에 맞게 형태도 다양하고 그 크기도 여러 가지이다. 이 중 RMGC(Rail-Mounted Gantry Crane) 및 RTG(Rubber-Tired Gantry Crane)는 크레인 자

체가 독립적으로 이동하고 화물을 처리하는 장치이고, 독립적인 이동성을 갖추고 있기 때문에 항만에서 그 역할의 중요성이 더더욱 높아지고 있다. 반면 레일 또는 타이어를 이용한 독립적인 이송능력을 갖고 있기 때문에 컨테이너 처리작업 중 발생하는 흔들림의 형태도 다양할 수밖에 없다. 그러나 안벽용 크레인의 경우, 작업과정에는 고정위치에서 직선운동 및 상하운동만 하기 때문에 sway-motion 외의 다른 형태의 흔들림은 흔들림 억제문제에서 크게 고려하지 않는다. 그러나 RMGC나 RTG의 경우에는 컨테이너를 파지해서 이송하고 하역하는 과정

김영복(책임저자) : 부경대학교 기계공학부
E-mail : kpjiwoo@pknu.ac.kr, Tel : (051)629-6197
정황훈 : 부경대학교 대학원 제어기계공학과
양주호 : 부경대학교 기계공학부

이 안벽용 크레인보다 상당히 복잡하다. 따라서 다양한 형태의 잔여 흔들림 등 작업효율을 저하시키는 요인도 다양하게 발생하게 된다. 그렇기 때문에 자동화 터미널의 효율적 운영을 위해서는 RMGC 및 RTG의 화물처리능력을 향상시키는 기술개발은 필연적이라 할 수 있다.

이를 위해 본 연구에서는 독립적인 이송능력을 갖춘 이송시스템의 주행제어문제에 대해 고찰한다. 특히 RTG의 위치제어문제는 장비의 효율성을 결정짓는 가장 기본적인 과제이기 때문에 본 논문에서는 강인한 추종성능을 달성할 수 있도록 하는 2자유도 서보계 설계법^{1,2)}을 도입하여 위치제어계를 설계한다. 이때 2자유도 서보계는 상태피드백 시스템 설계에 기초한 설계법이므로 시스템 상태에 대한 모든 정보를 필요로 한다. 따라서 2자유도 설계법의 기본적인 관점에서 상태추정을 위한 관측기를 설계한다. 여기서 관측기의 상태추종능력은 주행제어시스템 구축의 기본 목표인 위치제어성능을 결정짓는다. 따라서 본 논문에서는 H_∞ 제어이론에 기초하여 제어대상인 플랜트와 동일한 차수를 갖는 관측기를 설계한다. 특히 본 논문에서는 관측기 계인의 존재 조건으로 주어지는 H_∞ 설계사양을 LMI문제로 표현한다. 이러한 문제 전환을 통해 보다 체계적으로 관측기를 설계할 수 있음을 확인하고 시뮬레이션을 통해 그 유용성을 검증한다.

2. 제어대상의 표현

2.1 모델링

본 연구에서 고려하고 있는 운동해석 및 제어대상은 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 고무타이어에 의해 이송작업이 이루어지는 RTG이다. 이송을 위해 양측의 타이어에 모터가 장착되고 이송거리 및 속도 검출을 위한 엔코더 및 거리센서(초음파)가 설치된다. 특히 컨테이너의 흔들림을 억제하기 위한 anti-sway 시스템은 mass-damper 형³⁻⁷⁾을 고려하고 있으며, 트롤리와 스프레더 운동 계측 및 제어시스템 등이 적절하게 장착된다. 이와 같은 준비아래, 우선 대상 크레인의 다양한 운동을 표현할 수 있는 모델을 구한다. 전술한 것과 같은 RTG는 각각 두 개의 독립된 구동력에 의해 주행된다. 각각의 구동시스템을 적절하게 제어해야 RTG의 가장 기본적인 제어목표인 정확한 위치제어가 가능하게 되므로 주행제어를 위한 효과적인 제어알고리즘을 설계한다.

Fig. 2의 (a) 및 (b)는 제어대상에 대한 모델링을 행하기 위해 제어대상이 운동할 때 위와 옆에서 관찰한 경우의 운동특성을 나타낸 것이다. 트랜스퍼 크레인은 Fig. 2의 (a)에서와 같이 좌측과 우측에 각각 독립된 구동장치를 장착하고 있기 때문에 필요한 운동계측시스템을 구축하여 적절한 제어가 수행되어야 한다. 만일 그렇지 않으면 Fig. 2의 (a)에서와 같이 좌·우측이 어긋나게 되어 원활한 작업이 어렵게 된다. 그래서 Fig. 2의 (a)와 (b)로부터 다음의 Lagrange 운동방정식을 이용하여 크레인의 운동방정식을 유도한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = u_i, \quad (i = 1, \dots, p) \quad (1)$$

여기서, \mathcal{J} : 운동에너지, D : 손실에너지, U : 위치에너지이며, q_i 는 일반화좌표를 나타낸다. 우선 Fig. 2에서 크레인 구조물의 무게중심에 대한 좌표를 (x_G, y_G) , 컨테이너의 무게중심좌표를 (x_{G1}, y_{G1}) 라고 하면

$$\begin{cases} x_G = h/2 \cdot \sin\theta_1 \\ y_G = h/2 \cdot \cos\theta_1 \end{cases}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_{G1} = h \cdot \sin\theta_1 + l_r \cdot \sin\theta_2 \approx l_r \cdot \sin\theta_2 \\ y_{G1} = h \cdot \cos\theta_1 - l_r \cdot \cos\theta_2 \approx h - l_r \cdot \cos\theta_2 \end{cases}, \quad (\theta_1 \ll \theta_2)$$

로 나타낼 수 있고 운동에너지, 손실에너지 및 위치에너지를 다음과 같이 정리할 수 있다.

[운동에너지]

$$\mathcal{J} = \frac{M}{2} (\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2) + \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (M+m) \dot{x}_e^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}_{G1}^2 + \dot{y}_{G1}^2) + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_3^2 \quad (3)$$

[손실에너지]

$$D = \frac{1}{2} D_e \dot{x}_e^2 + \frac{1}{2} D_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} D_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} D_3 \dot{\theta}_3^2 \quad (4)$$

[위치에너지]

$$U = \frac{1}{2} Mgh \cos\theta_1 + mg(h - l_r \cos\theta_2) + \frac{1}{2} K_e x_e^2 + \frac{1}{2} K_3 \theta_3^2 \quad (5)$$

이때 식 (1)의 Lagrange 운동방정식에서, 일반화 좌표 q_i 를 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, x_e$ 라 두면 대상 크레인의 운동방정식은 다음과 같이 계산된다.

$$\left(\frac{1}{4}Mh^2 + J_1\right)\ddot{\theta}_1 + D_1\dot{\theta}_1 - \frac{1}{2}Mgh\sin\theta_1 = 0 \quad (6)$$

$$ml_r^2\ddot{\theta}_2 + D_2\dot{\theta}_2 + mgl_r\sin\theta_2 = T - T_d \quad (7)$$

$$J_2\ddot{\theta}_3 + D_3\dot{\theta}_3 + K_3\theta_3 = T_2 - T_1 \quad (8)$$

$$(M+m)\ddot{x}_e + D_e\dot{x}_e + K_e x_e = F_1 + F_2 \quad (9)$$

여기서 x_1 은 크레인 좌측 구동부 중심의 이동거리, x_2 는 우측 구동부 중심의 이동거리, x_e 는 무게 중심부의 이동거리를 나타내며 각 파라미터는 식 (1)과 같은 상관관계로 표현된다. 이때 선형화된 모델을 구하기 위해 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 는 충분히 작은 값이고 각 변수간의 곱으로 표현되는 비선형항은 무시한다.

$$\begin{aligned} x_e &= x_1 + l_1\theta_3 \\ &= x_2 - (l - l_1)\theta_3 \end{aligned} \quad (10)$$

위의 식 (1)~(10)을 정리하면 다음의 식 (11)~(14)가 구해진다.

$$\ddot{x}_e = -\frac{D_e}{(M+m)}\dot{x}_e - \frac{K_e}{(M+m)}x_e + \frac{1}{(M+m)}(F_1 + F_2) \quad (11)$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\frac{D_1}{(1/4Mh^2 + J_1)}\dot{\theta}_1 + \frac{1/2Mgh}{(1/4Mh^2 + J_1)}\theta_1 \quad (12)$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{D_2}{ml_r^2}\dot{\theta}_2 - \frac{g}{l_r}\theta_2 + \frac{1}{ml_r^2}(T - T_d) \quad (13)$$

$$\ddot{\theta}_3 = -\frac{1}{J_2}D_3\dot{\theta}_3 - \frac{1}{J_2}K_3\theta_3 + \frac{1}{J_2}(T_1 - T_2) \quad (14)$$

위의 식에서 각 파라미터는 다음과 같이 정의된다.
 T : moving-mass에 의한 컨테이너 흔들림 억제력
 T_d : 컨테이너 흔들림 발생 외란
 F_1, F_2 : 좌·우측 구동모터에서 발생하는 힘
 T_1, T_2 : F_1, F_2 에 의한 발생 토크
 M : 트랜스퍼 크레인 질량
 m : 컨테이너를 포함한 스프레더부 질량
 D_1, D_2, D_3, D_e : 트랜스퍼 크레인 운동에서의 댐핑 상수

K_1, K_2, K_3, K_e : 트랜스퍼 크레인 운동에서의 스프링 상수

프링 상수

l : 트랜스퍼 크레인 폭

l_r : 로우프 길이

J_1, J_2 : 관성모멘트

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$: 회전 각

이것으로부터 전체시스템에 대한 상태방정식을 표현하도록 한다.

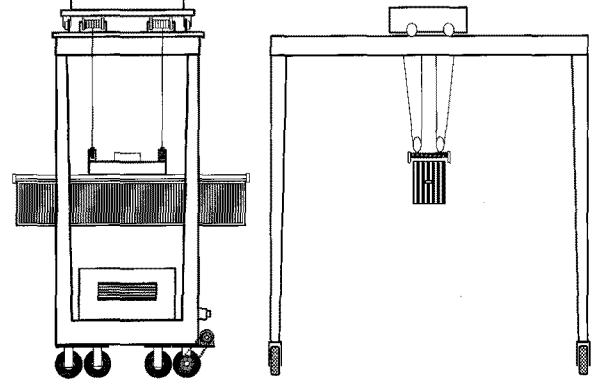
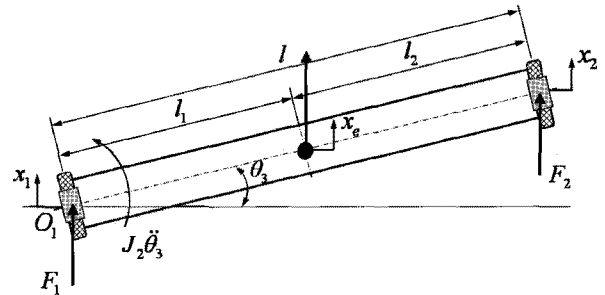
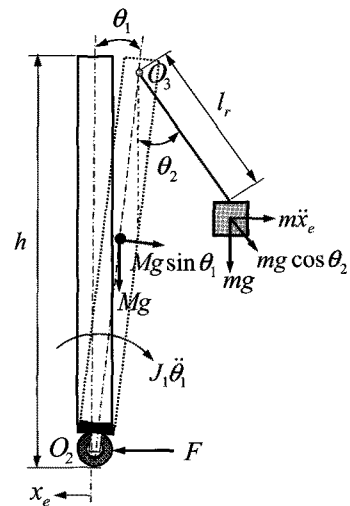


Fig. 1 A transfer crane(RTG)



(a) top view



(b) side view

Fig. 2 A schematic diagram for analysing system dynamics

2.2 전체 시스템의 표현

1절에서 구한 모델을 상태방정식으로 표현하면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + B_w w + B_d d \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,

$x = [\dot{x}_1, x_1, \dot{x}_2, x_2, \dot{\theta}_1, \theta_1, \dot{\theta}_2, \theta_2, \dot{\theta}_3, \theta_3]^T$,
 $B = [B_1 B_2]$, $B_w = T$, $B_d = T_d$, $u = [u_1 u_2]^T = [F_1 F_2]$ 로 둔다. 각 구동모터의 입력전압을 v_1, v_2 , 모터 토크상수를 K_{m1}, K_{m2} 라 하면 구동력은 $[F_1 F_2] = [K_{m1} v_1 K_{m2} v_2]$ 와 같이 나타낼 수 있고 식 (15)로 표현된 상태방정식의 각 계수행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (16) \\ B_1 &= \left[\left(\frac{1}{(M+m)} + \frac{g}{J_2} \right) 0 \left(\frac{1}{(M+m)} + \frac{l_1(l-l_1)}{J_2} \right) 0 0 0 0 0 -\frac{l}{J_2} 0 \right]^T \cdot K_{m1} \\ B_2 &= \left[\left(\frac{1}{(M+m)} + \frac{(l-l_1)l_1}{J_2} \right) 0 \left(\frac{1}{(M+m)} + \frac{(l-l_1)^2}{J_2} \right) 0 0 0 0 0 \frac{l}{J_2} \right]^T \cdot K_{m2} \\ B_w &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1/ml_r^2 \ 0 \ 0 \ 0] \\ B_d &= -B_w \\ C &= [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D = [0] \end{aligned}$$

위의 식 (16)에서 행렬 A 의 요소행렬은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{bmatrix} \frac{D_e}{(M+m)} - \frac{K_e}{(M+m)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{D_e}{(M+m)} - \frac{K_e}{(M+m)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{D_l}{(1/4Mh^2 + J_1)} \end{bmatrix} \quad (17) \\ A_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -l_1 \left(\frac{D_e}{M+m} - \frac{D_3}{J_2} \right) & -l_1 \left(\frac{K_e}{M+m} - \frac{K_3}{J_2} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{D_e(l_1-l)}{(M+m)} + \frac{D_3(l_1-l)}{J_2} & -\frac{K_e(l_1-l)}{(M+m)} + \frac{K_3(l_1-l)}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1/2hMg}{(1/4Mh^2 + J_1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D_2}{ml_r^2} - \frac{g}{l_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{D_3}{J_2} - \frac{K_3}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

본 논문에서는 트랜스퍼 크레인의 주행제어문제에 대해서만 고려하고 있다. 따라서 주행 중에 발생

하는 크레인 스프레더 흔들림 문제는 고려하지 않고 주행제어문제 만 고려한다면 식 (15)~(17)로 표현된 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u \\ y_r &= C_r x_r + D_r u \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$x_r = [\dot{x}_1, x_1, \dot{x}_2, x_2, \dot{\theta}_3, \theta_3]^T$,
 $B_r = [B_{r1} B_{r2}]$, 입력 $u = [u_1 u_2] = [v_1 v_2]$ 이고 상태방정식의 각 계수행렬은 식 (16), (17)로부터 적절하게 표현할 수 있다.

그리고 제어대상의 규격과 실험 등으로부터 구해진 각 파라미터는 표 1과 표2에 각각 나타내었다.

Table 1 Specification of the plant model

Items	Spec.
Scale	1/24
Trolley winding speed	0.150 [m/sec]
Crane speed	0.100 [m/sec]
Height of crane	1.013 [m]
Width of crane	1.010 [m]
Weight of spreader part with container	0.134 [kg]
Total weight of crane	1.060 [kg]

Table 2 Estimated parameter values

Parameter	Value	Parameter	Value
D_3	1.3899 [N · s/m]	K_e	0.0059 [N/m]
D_e	20.8848 [N · s/m]	J_2	0.3975[m · s ²]
K_{m1}	0.1910 [N · m/V]	l	1.010 [m]
K_{m2}	0.1910 [N · m/V]	l_r	0.505 [m]
K_3	9.857×10^{-4} [N/m]		

3. 관측기를 갖는 서보계 설계

제어계 설계에 있어서 가장 기본적인 문제 중의 하나는 제어대상의 모델링 오차나 외란이 존재함에도 불구하고 목표신호에 오차없이 추종하도록 제어계를 설계하는 것이다. 이것을 강인서보문제(robust servo problem)라고 한다. 특히 본 절에서 소개하는 설계법은 정상상태에서 뿐 만 아니라 과도상태에 있어서도 강인성이 확보되는 설계법으로 Fig. 3에 나타난 것과 같은 2자유도형의 서보계이다. 이때 모든 상태를 직접 관측할 수 없기 때문에 본 장에서는

필요한 상태를 추정하기 위한 관측기 설계문제에 대해 중점적으로 다룬다. 먼저 제어대상이

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u \\ y_r &= C_r x_r + D_r u \end{aligned} \quad (19)$$

와 같이 주어진다. 상태를 추정하기 위한 동일차원관측기는 일반적으로 다음과 같이 표현되는 것을 고려할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}_r(t) = A_r \hat{x}_r(t) + B_r u(t) - L\{y_r(t) - C_r \hat{x}_r(t)\} \quad (20)$$

이때 L 은 $A_r + LC_r$ 을 안정하게 하는 이득이다. 최적제어이론 등의 설계기법을 이용하면 사양에 맞는 적당한 이득을 구할 수 있으나, 최종적으로는 수치의 반복적인 시뮬레이션을 통해 재설계해야 하는 등의 다소 복잡하고 체계적이지 못한 것이 사실이다. 그래서 본 논문에서는 상태추정오차를 최소화 하는 정량적인 설계사양을 설정하고 체계적인 접근법을 통해 관측기를 설계하는 방법을 소개한다.

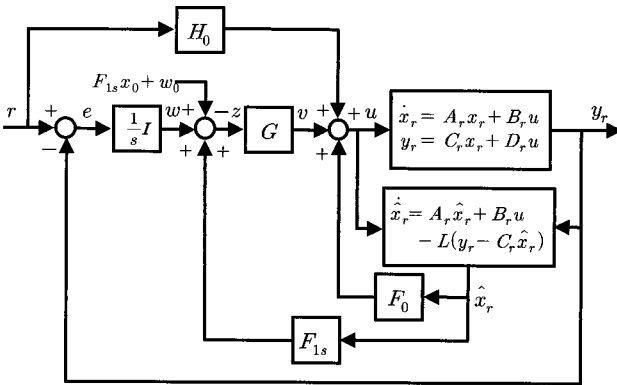


Fig. 3 2DOF(two-degree-of-freedom) servosystem incorporating an observer

4. H_∞ 설계사양을 만족하는 동일차원 관측기 설계

H_∞ 설계사양을 만족하는 동일차원 관측기 설계문제를 가중함수를 갖는 H_∞ 추정문제라 한다. 이것은 관측기의 주파수 특성을 성형하기 위해 특정 주파수 대역의 추종오차에 중점을 두고자 가중함수를 평가함수에 도입하는 H_∞ 추정문제이다. 본 논문에서는 제어대상과 동일차원의 관측기가 존재하기 위한 존재조건을 제시하고 이 조건을 LMI형식으로 변환하여 보다 체계적으로 관측기 이득을 구하도록 한다.

먼저 다음 식으로 표현되는 선형시불변시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bw \\ y &= Cx + Dw \\ z &= Ex \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, $x \in R^m$: 상태, $y \in R^{p_1}$: 관측값, $z \in R^{p_2}$: 추정해야 할 출력, $w \in R^m$: 그 크기가 유한한 외란 또는 잡음으로 정의한다.

여기서 $T_f(s)$ 를 관측값 y 에서 추정값 \hat{z} 까지의 관측기의 전달행렬, $T_{ew}(s)$ 는 외란 w 에서 추정오차 $e: z - \hat{z}$ 까지의 오차전달행렬로

$$T_{ew}(s) = T_{zw}(s) - T_f(s)T_{yw}(s) \quad (22)$$

와 같이 표현된다.(Fig. 4 참조) 이때 각각의 전달행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$T_{zw}(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ E & 0 \end{bmatrix}, \quad T_{yw}(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (23)$$

본 논문에서는 $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma (> 0)$ 을 만족하는 동일차원 관측기를 설계하는 것을 목표로 설정하고 있으며, 이때 $W(s) \in RH_\infty^{p_2 \times p_1}$ 는 가중함수이며 전달행렬은 다음과 같이 표현한다.

$$W(s) = \begin{bmatrix} A_w & B_w \\ C_w & D_w \end{bmatrix} \quad (24)$$

그리고 A_w 는 l 차원 안정행렬이라고 한다. 여기서 동일차원 관측기를 식 (24)와 같이 정의하고, 관측기는 모델링오차나 외란이 없을 경우에는 추정오차가 시간의 경과와 함께 '0'으로 접근한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + L(y - \hat{z}) \\ \hat{z} &= E\hat{x} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $L \in R^{m \times p_1}$ 은 설계해야 할 필터의 이득(관측기 이득)이다. 이것으로부터 관측기의 전달행렬은

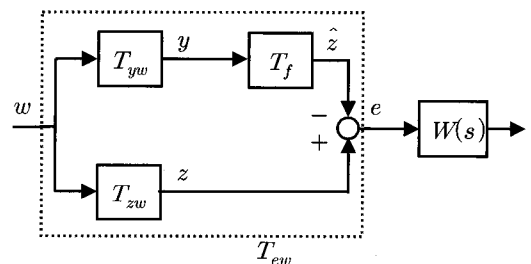


Fig. 4 Block diagram of the weighted H_∞ estimation problem(8)

$$T_f(s) = \begin{bmatrix} A-LC & L \\ E & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

와 같이 표현되며 이것으로부터 각각의 오차전달행렬을 포함한 각각의 전달행렬은 다음과 같이 정리된다.

$$T_{ew}(s) = \begin{bmatrix} A-LC & B-LD \\ E & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} W(s)T_{ew}(s) &= \begin{bmatrix} A-LC & 0 & B-LD \\ B_w E & A_w & 0 \\ D_w E & C_w & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{A}-\bar{L}\bar{C} & \bar{B}-\bar{L}D \\ \bar{E} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A-LC & 0 \\ B_w E & A_w \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{C} &= [C \ 0], \quad \bar{E} = [D_w E \ C_w] \end{aligned} \quad (29)$$

결국, 가중행렬이 부여된 H_∞ 제어기 설계사양인 $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 동일차원 관측기 설계문제는 $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 필터계인 L 을 구하는 문제로 귀착되며 이것은 다음의 조건으로 정리된다.

[정리] 가중 H_∞ 오차사양 $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma$ 을 만족하는 필터이득 L 이 존재하기 위한 필요충분조건은 식 (31)을 만족하는

$$\begin{aligned} P &= P^T = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix} > 0, \\ \Pi &= \Pi^T = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ \Pi_2^T & \Pi_3 \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (30)$$

가 존재하는 것이다.

$$\bar{A}P + \bar{P}\bar{A}^T + P(\gamma^{-2}\bar{E}^T\bar{E} - \bar{C}^T\bar{C})P + \bar{B}\bar{B}^T + \Pi = 0 \quad (31)$$

$$\Pi_3 - P_2^T C^T C P_2 > 0 \quad (32)$$

식 (31)은 Riccati 방정식으로 이것은 선형행렬부등식(LMI)으로 변환하여 MatLab LMI 툴을 이용하면 보다 해석적으로 쉽게 그 해를 구할 수 있다. 그래서 식 (31)을 다음과 같이 P 에 대한 선형행렬부등식으로 표현한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{A}P + \bar{P}\bar{A}^T + \bar{B}\bar{B}^T & \bar{P}\bar{C}^T & \bar{P}\bar{E}^T \\ \bar{C}P & I & 0 \\ \bar{E}P & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} > 0 \quad (33)$$

$$\Pi > 0$$

이것으로부터 결국 설계사양을 만족하는 관측기의 이득 L 을 구하는 문제는 위의 식 (32) 및 식 (33)의 두 개의 부등식을 만족하는 P 를 구하는 문제로 귀착되고, 관측기 이득은 다음과 같이 계산된다.

$$L = P_1 C^T - \Pi_2 \Pi_3^{-1} P_2^T C^T \quad (34)$$

따라서 2장에서 소개한 제어대상에 대해 위의 설계법을 이용하여 주어진 설계사양을 만족하는 관측기를 설계하였다.^{6,7)} $W(s)$, Π 가 아래 식 (35), 식 (36)과 같이 각각 주어질 때, 식 (33)의 LMI를 만족하는 P 는 식 (37)과 같이 구해졌다.

$$W(s) = \begin{bmatrix} A_w & B_w \\ C_w & D_w \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} A_w &= \text{diag}(-5, -5), \quad B_w = \text{diag}(1, 1), \\ C_w &= \text{diag}(-1, -1), \quad D_w = \text{diag}(2, 2) \end{aligned}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$P = \begin{bmatrix} -0.5084 & 0.0056 & 1.5736 & 0.0042 & -1.0892 & 0.0055 & -0.0174 & -0.0174 \\ 0.0056 & -0.0070 & 0.0057 & 0.0025 & 0.0117 & 0.0248 & -0.0394 & -0.0394 \\ 0.0055 & -0.0081 & 0.0069 & -0.0047 & 0.0248 & -0.0136 & 0.0215 & 0.0215 \\ -0.0174 & 0.0183 & -0.0143 & 0.0065 & -0.0394 & 0.0215 & -0.0495 & -0.0495 \\ -0.0174 & 0.0183 & -0.0143 & 0.0065 & -0.0394 & 0.0215 & -0.0495 & -0.0495 \\ 0.0055 & -0.0081 & 0.0069 & -0.0047 & 0.0248 & -0.0136 & 0.0215 & 0.0215 \\ -0.0174 & 0.0183 & -0.0143 & 0.0065 & -0.0394 & 0.0215 & -0.0495 & -0.0495 \\ -0.0174 & 0.0183 & -0.0143 & 0.0065 & -0.0394 & 0.0215 & -0.0495 & -0.0495 \end{bmatrix} \times 10^3 \quad (37)$$

이것으로부터 구해진 관측기 이득은

$$L = \begin{bmatrix} 5.5545 & 4.1912 \\ -6.9593 & -3.7220 \\ 5.6786 & 2.4534 \\ -3.7220 & -6.6997 \\ 16.7147 & 11.7091 \\ -9.9461 & -5.3449 \end{bmatrix} \quad (38)$$

와 같으며 이때 $\gamma = 2.03$ 이었다.

여기서 Fig. 3에 나타난 2자유도 서보계의 각 이득은 확대계에 대해 도입되는 평가함수를 최소화하는 최적의 값이며 다음과 같이 주어진다.

$$F_0 = \begin{bmatrix} -1.1190 & -20.4226 & -0.0054 & 0.3739 & 2.4719 & -0.0011 \\ -0.0446 & -0.3691 & -1.1231 & -20.4230 & -2.4981 & 0.0011 \end{bmatrix}$$

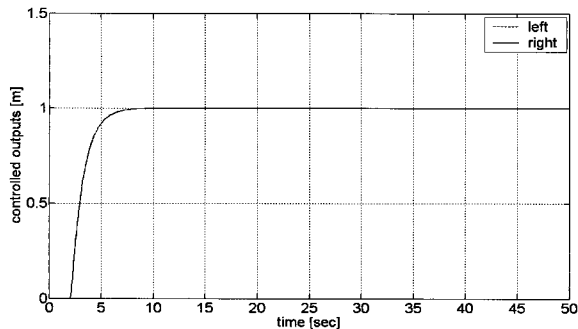
$$\begin{aligned}
 F_{1s} &= \begin{bmatrix} -0.0633 & -1.3021 & -0.0182 & -0.3601 & 0.0491 & -0.0784 \\ -0.0182 & -0.3601 & -0.0594 & -1.2247 & -0.0497 & 0.0766 \end{bmatrix} \\
 H_0 &= \begin{bmatrix} 20.4298 & -0.3719 \\ 0.3713 & 20.4297 \end{bmatrix} \\
 G_0 &= \begin{bmatrix} 0.0408 & -0.0007 \\ 0.0007 & 0.0408 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{39}$$

이것으로부터 시뮬레이션을 수행하였다.

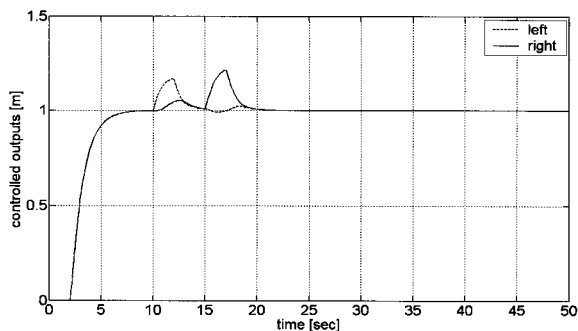
Fig. 5의 (a)는 공칭계(nominal system)에 대한 계단응답을 나타내고 있다. 크레인에 장착된 두 개의 구동모터에 동일한 목표신호를 인가하였으며 정상상태에서 그 목표값에 오차 없이 추종하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5의 (b)는 제어계에 외란이 인가되었을 때의 외란억제성능을 나타내고 있다. 목표치의 30%에 해당하는 크기의 계단상 외란이 시각 10[sec]와 15[sec]에서 각각 2초간 인가되었을 때의 응답을 나타내고 있다.

시뮬레이션 결과로부터 2자유도 서보계의 우수한 성능을 이용하면 크레인의 고정도 위치제어목표를 충분히 달성할 수 있음을 확인할 수 있다. 특히 모든 상태정보를 직접 관측할 수 없는 경우에 대응하도록 H_∞ 설계사양을 만족하는 관측기를 설계하였다. 결과적으로 운행 중 발생할 수 있는 외란 등의 불확실성에 대해서도 강인하게 대처하면서 우수한 추종성능을 달성할 수 있음을 확인하였다.



(a) step responses(nominal system)



(b) step responses with step type disturbance

Fig. 5 Step responses

5. 결론

본 논문에서는 장비의 유용성과 효율성을 제고하기 위해 RTG에 대한 운동을 해석하고 모델링을 수행하였으며 구해진 모델을 대상으로 주행제어문제에 대해 고찰하였다. RTG의 주행제어문제는 장비 운용상 가장 우선적으로 고려되어야 할 사항이고 신속한 물류처리를 위한 가장 기본적인 문제이다. 따라서 본 연구에서는 강인한 추종성능을 가진 2자유도 서보계 설계법을 이용하여 추종제어계를 설계하였다. 특히 실험 등의 실제적인 제어시스템 구축 시 센서로부터 모든 정보를 획득할 수 없는 점을 고려하여 필요한 상태를 추정하기 위한 관측기 설계 문제에 대해 고찰하였다. 추종제어시스템이 주어진 목표에 오차없이 추종하기 위해서는 정확한 상태정보가 필요하며 이것은 서보계의 성능을 결정짓는 중요한 요소 중의 하나가 된다. 그래서 본 논문에서는 실제 상태정보와 추정된 상태정보와의 오차를 최소화하도록 H_∞ 오차 바운드를 설정하는 기법으로 관측기의 이득을 구하였다. 특히 H_∞ 오차 바운드를 만족하는 관측기가 존재하기 위한 조건을 LMI형식으로 전환하여 표현함으로써 관측기 이득 계산을 효율적으로 수행하여 최적의 이득을 구할 수 있음을 보였고 시뮬레이션을 통해 그 유용성을 확인하였다.

참고문헌

1. Y. Fujisaki and M. Ikeda, 1991, "Synthesis of Two-degree-of-freedom Servosystem", Trans. on SICE of Japan, Vol. 27, No. 8, pp. 907~914.
2. Y. B. Kim, M. Ikeda and Y. Fujisaki, 1996, "Robust Stability and High-gain Integral Compensation of Two-degree-of-freedom Servosystem", Trans. on SICE of Japan, Vol. 32, No. 2, pp. 180~187.
3. 김영복, 손유식, 2000, "컨테이너 크레인의 흔들림 방지장치 개발에 관한 연구", 한국해양공학회지, 제14권, 제4호, pp. 35~42.
4. 김영복, 정용길, 2001, " H_∞ Gain-scheduling 기법을 이용한 컨테이너 크레인의 흔들림 제어에 관한 연구", 제어·자동화·시스템공학논문지, 제7권, 제7호, pp. 559~556.
5. 김영복, 채규훈, 2003, "크레인 스프레더의 Swing

- motion 제어에 관한 연구”, 한국동력기계공학회지, 제7권, 제3호, pp. 54~60.
6. 김영복, 문덕홍, 양주호, 채규훈, 2005, “동시최적화 설계기법을 이용한 항만용 크레인의 흔들림 제어계 설계”, 한국해양공학회지, 제19권, 제3호, pp. 66~73.
 7. Y. B. Kim, D. H. Kim, J. S. Jang and G. Zhai, 2005, “Gain-scheduling Approach to Mass-damper Type Anti-sway System Design”, Proc. of the 16th IFAC World Congress, We-A04-TP-7.
 8. 鷹羽淨嗣, 片山徹, 1993, “重みつき誤差軌範に基づく同次元推定器の設計”, 計測自動制御學會論文集, Vol. 29, No. 12, pp. 1427~1433.