

EWMA 기법을 적용한 CV 관리도의 개발

홍의표*[†] · 강창욱* · 백재원** · 강해운**

*한양대학교 정보경영공학과

**한양대학교 산업공학과

Development of CV Control Chart Using EWMA Technique

Eui-Pyo Hong*[†] · Chang-Wook Kang* · Jae-Won Baek** · Hae-Woon Kang**

*Dept. of Information and Industrial Engineering, Hanyang University

**Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

The control chart is widely used statistical process control(SPC) tool that searches for assignable cause of variation and detects any change of process. Generally, $\bar{X}-R$ control chart and $\bar{X}-S$ are most frequently used.

When the production run is short and process parameter changes frequently, it is difficult to monitor the process using traditional control charts. In such a case, the coefficient of variation (CV) is very useful for monitoring the process variability. The CV control chart is an effective tool to control the mean and variability of process simultaneously. The CV control chart, however, is not sensitive at small shift in the magnitude of CV.

In this paper, we propose an CV-EWMA (exponentially weighted moving average) control chart which is effective in detecting a small shift of CV. Since the CV-EWMA control chart scheme can be viewed as a weighted average of all past and current CV values, it is very sensitive to small change of mean and variability of the process. We suggest the values of design parameters and show the results of the performance study of CV-EWMA control chart by the use of average run length (ARL). When we compared the performance of CV-EWMA control chart with that of the CV control chart, we found that the CV-EWMA control chart gives longer in-control ARL and much shorter out-of-control ARL.

Keywords : Control chart, Coefficient of variation, EWMA

1. 서 론

통계적 공정관리의 가장 대표적인 관리기법은 관리도(control chart)를 사용하여 공정을 관리하는 것이다. 관리도는 공정 산포의 관리를 목적으로 설계된 관리한계선(control limit)이 있는 그래프이다. 일반적으로 $\bar{X}-R$ 관리도와 $\bar{X}-S$ 관리도가 가장 널리 사용된다.

최근 생산 공정은 과거와 비교해서 점점 첨단화, 자동화되고 있으며 고도의 정밀성을 요구한다. 또한 제품

의 생산주기가 점점 짧아지고 하나의 생산 공정에서 여러 종류의 제품을 생산하는 경우가 많아지고 있다. 이와 같이 생산주기가 짧고 제품의 종류와 규격이 빈번히 바뀌는 공정을 $\bar{X}-R$ 관리도나 $\bar{X}-S$ 관리도로 관리하려면 공정모수가 바뀔 때 마다 새로운 관리도를 사용하여 관리해야 한다. 이는 비용측면에서 매우 비효율적인 방법이다. 변동계수(coefficient of variation : CV) 관리도는 이러한 공정을 관리할 목적으로 연구되었다[1, 5]. 하지만 CV 관리도는 현재의 표본 정보만을 관리도에 사

용하기 때문에 공정의 작은 변화를 감지하고 관리하는 경우 민감하게 반응하지 못한다. 따라서 변동계수를 관리대상으로 하고 작은 변화에 민감한 공정을 관리할 적합한 관리도가 필요하다.

본 논문에서는 변동계수의 작은 변화에 민감하게 반응하는 공정을 관리하기 위해 기존 CV 관리도에 지수가중 이동평균(exponentially weighted moving average : EWMA) 기법을 적용한 관리도를 제시하고 통계적으로 설계한다. 이 관리도를 본 논문에서는 CV-EWMA 관리도라 한다. 또한 기존의 CV 관리도와 수행도를 비교, 분석하여 본 논문에서 제시한 관리도가 변동계수의 작은 변화에 민감하게 반응하는 공정을 관리하는 데 적합한지 평가한다.

2. 변동계수의 통계적 특성과 확률분포

2.1 변동계수의 통계적 특성

변동계수(coefficient of variation)는 표본의 표준편차를 표본의 평균으로 나눈 값으로 변량의 산포도를 평균에 대비해 나타내는 상대적 개념의 통계량(statistic)이다. 이 통계량은 정규분포를 따르는 모집단에서 정의된다.

확률변수(random variable) X 가 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따를 때, 모집단의 변동계수(population coefficient of variation) γ 는 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{\sigma}{\mu} \quad (1)$$

이 모집단으로부터 얻은 표본 X_i 가 $X_i \sim iidN(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$ 일 때, 표본 변동계수(sample coefficient of variation) W 는

$$W = \frac{S}{\bar{X}} \quad (2)$$

이다. 여기서, \bar{X} 와 S 는 각각 표본 X_i 의 평균과 표준편차이다.

변동계수는 단위(unit)를 갖지 않기 때문에 이 통계량을 이용하면 서로 다른 집단 간 변동의 상대적 비교가 가능하다. 이러한 특성 때문에 변동계수는 다품종 소량 생산을 하는 제조공정에서 제품의 산포관리, 의료기기의 성능평가, 실험실 측정 장비의 재현성평가 등에 유용하게 사용된다[8].

2.2 변동계수의 확률분포

변동계수는 확률변수로서 특정한 확률분포를 갖는다. Iglewicz[4]는 변동계수의 정확한 확률밀도함수를 연구하였다. 서로 독립인 확률변수 $X_1, \dots, X_n (n \geq 3)$ 이 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따를 때, 표본 변동계수 W_n 의 확률밀도 함수는 다음과 같다.

$$f(W_n) = \begin{cases} f_1(W_n) & \text{if } W_n \geq 0 \\ f_2(W_n) & \text{if } W_n < 0 \end{cases} \quad (3)$$

여기서, $f_1(W_n)$, $f_2(W_n)$ 은 각각

$$f_1(W_n) = \frac{A}{(1+W_n^2)^{n/2}} \times I_{n-1} \left(\frac{\sqrt{n}}{\gamma(1+W_n^2)^{0.5}} \right)$$

$$f_2(W_n) = \frac{(-1)A}{(1+W_n^2)^{n/2}} \times I_{n-1} \left(\frac{\sqrt{n}}{\gamma(1+W_n^2)^{0.5}} \right)$$

이고 함수 A 와 $I_{n-1}(\cdot)$ 은

$$A = \frac{W_n^n \exp\left(-\frac{nW_n^2}{2\gamma^2(1+W_n^2)}\right)}{\sqrt{2\pi} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) 2^{\left(\frac{n-3}{2}\right)}} \quad (4)$$

$$I_{n-1}(b) = \int_0^\infty z^{n-1} \exp\left(-\frac{1}{2}(z-b)^2\right) dz \quad (5)$$

이다. 여기서, $I_{n-1}(\cdot)$ 은 에어리 함수(Airy function)로서 변동계수의 확률밀도함수를 유도하는데 사용되는 함수이다. 변동계수의 정확한 분포를 이용한 확률 계산은 에어리 함수의 존재 때문에 매우 복잡하다. 이를 해결하려고 McKay[6]와 Vangel[11]은 변동계수를 카이제곱(χ^2) 분포에 근사한 변동계수의 근사분포에 대한 연구를 하였다. 근사분포를 사용한 확률계산은 정확한 분포를 이용한 계산과 비교하여 그 오차가 크지 않고 간편하기 때문에 현실문제에 많이 적용되고 있다.

2.3 평균과 분산의 추정

Iglewicz[4]가 연구한 변동계수의 확률밀도함수는 에어리 함수를 수치적분 해야 하고, γ 가 매우 작은 값을 갖게 될 경우 $\exp(-(nW_n^2)/2\gamma^2(1+W_n^2))$ 의 값이 지수적으로 감소한다. 그러므로 변동계수의 정확한 확률밀도 함수는 복잡한 형태를 갖고 계산상의 어려움이 존재한다. 이러한 이유로 변동계수의 정확한 분포를 이용해서 표본 변동계수 W 의 평균과 분산을 추정하는 것은 어

려운 문제이다. 이를 해결하려면 근사적인 W 의 평균과 분산추정법이 필요하다.

Reh and Scheffler[12]는 변동계수가 양수일 때 변동계수의 근사적인 평균과 분산 추정방법을 제시하였다. 변동계수의 근사분포에 연구는 대부분 양수로 가정한다[13]. 현실문제에서 일반적인 공정은 변동계수가 양의 값을 갖기 때문에 그들의 연구는 충분히 설득력이 있다.

확률변수 X 가 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르고 양수인 경우만을 가정하면, 변동계수의 평균과 분산은 근사적으로 식 (6), 식 (7)을 이용해 구할 수 있다.

$$E(W) \approx \gamma \left[1 + \frac{1}{n} \left(\gamma^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{n^2} \left(3\gamma^4 - \frac{\gamma^2}{4} - \frac{7}{32} \right) + \frac{1}{n^3} \left(15\gamma^6 - \frac{3\gamma^4}{4} - \frac{7\gamma^2}{32} - \frac{19}{128} \right) \right] \quad (6)$$

$$\text{Var}(W) \approx \gamma^2 \left[\frac{1}{n} \left(\gamma^2 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{n^2} \left(8\gamma^4 + \gamma^2 + \frac{3}{8} \right) + \frac{1}{n^3} \left(69\gamma^6 + \frac{7\gamma^4}{2} + \frac{3\gamma^2}{4} + \frac{3}{16} \right) \right] \quad (7)$$

본 논문에서는 Reh and Scheffler[12]의 방법을 이용하여 변동계수의 평균과 분산을 근사적으로 추정한다. 식 (6), 식 (7)에서 γ 는 모집단의 변동계수이고 n 은 표본의 크기이다. 실제 공정에서 모집단 변동계수 γ 는 알 수 없다. Connett and Lee[3]는 γ 를 추정하는 방법으로 평균 제곱근(root mean square) 방법을 제시하였다. γ 의 추정치 $\hat{\gamma}$ 은 다음과 같다.

$$\hat{\gamma} = \sqrt{\frac{\sum_i (n_i - 1) W_i^2}{\sum_i (n_i - 1)}} \quad (8)$$

여기서, n_i 는 i 번째 부분군의 크기이다. 일반적으로 관리도를 작성할 때 각 부분군의 크기는 i 와 상관없이 동일하게 설정한다.

3. 변동계수의 작은 변화에 민감한 공정과 CV 관리도

3.1 변동계수의 작은 변화에 민감한 공정

변동계수의 작은 변화는 공정의 평균이나 분산이 미세하게 변동하는 경우 일어난다. 본 논문에서는 변동계

수의 편차가 50% 이하로 미세하게 변할 때 공정이 크게 영향을 받는 공정을 변동계수의 작은 변화에 민감하게 반응하는 공정이라 정의한다[7]. 변동계수의 작은 변화에 민감하게 반응하는 공정으로 DNA 마이크로어레이 성능평가 실험[10], 정밀한 실험 측정의 반복성과 재현성 평가 공정, 생산주기가 짧으며 미세한 작업이 필요한 다품종 소량생산 공정 등을 들 수 있다.

3.2 CV 관리도

CV 관리도는 공정모수가 수시로 바뀌는 공정에서 평균과 분산을 동시에 관리하기 위한 관리도이다. 하나의 생산 공정에서 요구하는 공정모수가 자주 바뀐다면 생산되는 공정의 변화를 관리하기 위해서 전통적인 관리도는 사용할 수 없고 공정이 바뀔 때마다 새로운 관리도를 사용하여 관리해야 한다. 이러한 공정은 CV 관리도를 사용하여 관리가 가능하다[1, 5]. 또한 CV 관리도는 평균과 분산 간에 특수한 함수관계가 존재할 때 공정의 관리에 적합한 관리도이다[5]. 예를 들어 평균이 증가 또는 감소할 때 분산이 일정한 비율로 함께 증가하거나 감소한다면 표본 변동계수가 거의 일정하게 유지된다. 이런 경우 CV 관리도는 변동계수의 변화를 관리하는데 유용하게 사용된다.

CV 관리도의 관리상한선(upper control limit : UCL), 중심선(center line : CL), 관리하한선(lower control limit : LCL)은 다음과 같다.

$$UCL = \frac{\sqrt{n}}{t_L} \quad (9)$$

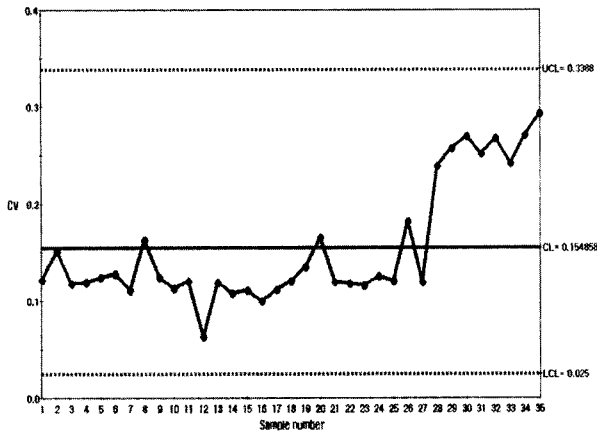
$$CL = \sqrt{\frac{\sum_i (n_i - 1) W_i^2}{\sum_i (n_i - 1)}} \quad (10)$$

$$LCL = \frac{\sqrt{n}}{t_U} \quad (11)$$

여기서, t_U 와 t_L 은 각각 비 중심 t 분포의 백분율 상한점(upper percentage points)과 백분율 하한점(lower percentage points)이고 중심선은 Connett and Lee[3]가 제시한 평균 제곱근(root mean square) 방법으로 계산한다.

<그림 1>은 임의로 표본 크기가 5이고 부분군이 35개인 자료를 생성하고 각 부분군에서 표본 변동계수를 계산하여 작성한 CV 관리도이다. <그림 1>의 결과를 보면 모든 부분군이 관리상한선과 관리하한선 안에 타점되어 있다. 다시 말해, 이 관리도는 현재의 공정이 관리상태라고 판정하고 있다. 그러나 부분군 1번에서 26번은 변동계수 값이 0.1 근처에서 타점된 반면에 27번

에서 마지막 점은 0.25 부근에 타점되어 있다. 이 결과로 27번 부분군을 시작으로 변동계수에 작은 변동이 일어났지만 기존의 CV 관리도는 이러한 문제를 감지하지 못한다는 것을 알 수 있다.



<그림 1> CV 관리도의 작성 예

CV 관리도는 관리도를 작성할 때 각각의 부분군에서 독립적으로 변동계수 값을 계산하기 때문에 현재의 상태는 잘 표현하지만 과거 표본 정보들에서 계속 누적되어 온 변동계수 변화 상태는 나타내지 못한다. 이러한 이유로 CV 관리도는 공정에서 변동계수가 크게 이동하는 경우 신속하게 그 변화를 발견하지만 변동계수의 작은 변화는 잘 발견하지 못한다. 그러므로 변동계수가 작게 변하는 공정을 관리하기 적합한 새로운 관리도가 필요하다.

4. CV-EWMA 관리도의 통계적 설계

CV 관리도는 확률관리한계선을 기반으로 하고 현재의 표본정보만을 사용하기 때문에 변동계수의 변화가 큰 경우에는 민감하게 반응하지만 변화가 작은 경우에는 둔감하게 반응한다. 변동계수의 작은 변화에도 민감하게 반응하는 공정을 관리하기 위한 새로운 관리도가 필요하다.

Roberts[9]는 공정 평균의 작은 변화에 민감하게 반응하는 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average : EWMA) 기법을 연구하였다. 이 방법은 지수적으로 최근의 정보에 큰 가중치를 부여하여 공정의 변화에 민감하게 반응하도록 한 것이다. 또한 EWMA 기법은 품질특성치가 정규분포를 따라야 한다는 가정에 크게 영향을 받지 않는다[2]. 이러한 이유로 EWMA 기법을 이용하여 관리도를 작성할 경우 관리한계선의 설정이 쉽

다. EWMA 기법을 적용한 CV 관리도를 본 논문에서는 CV-EWMA 관리도라 정의한다.

CV-EWMA 관리도는 EWMA 기법을 사용하기 때문에 표본을 추출하는 시점마다 관리한계선이 다르게 계산된다. CV-EWMA 관리도를 설계하려면 시점 t 에서 CV-EWMA 통계량을 구해야 한다. 공정의 품질특성치가 정규분포를 따르는 경우 CV-EWMA 통계량은 식 (12)와 같이 Z_t 로 나타낸다.

$$Z_t = \lambda W_t + (1 - \lambda) Z_{t-1} \quad (12)$$

여기서, W_t 는 시점 t 의 표본 변동계수이고 λ 는 시점 t 의 가중치이다.

CV-EWMA 통계량의 평균과 분산은 식 (13), 식 (14)와 같다.

$$E(Z_t) = E(W) \quad (13)$$

$$Var(Z_t) = Var(W) \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \quad (14)$$

식 (13)에서 $E(W)$ 는 식 (6)을 이용하고 식 (14)의 $Var(W)$ 는 식 (7)을 이용하여 구한다.

CV-EWMA 관리도의 관리상한선, 중심선, 관리하한선은 각각 식 (15), 식 (16), 식 (17)과 같다.

$$UCL = E(W) + L \sqrt{Var(W) \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}]} \quad (15)$$

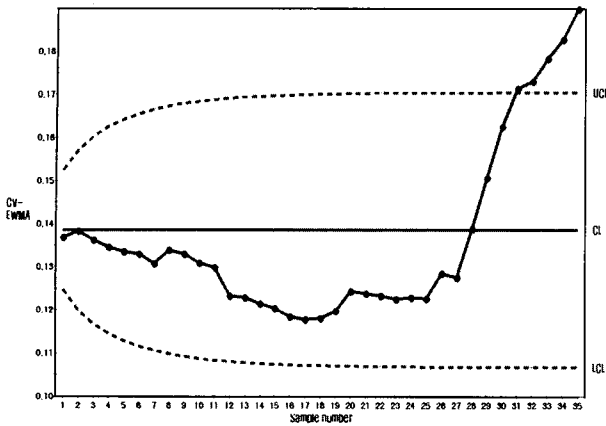
$$CL = E(W) \quad (16)$$

$$LCL = E(W) - L \sqrt{Var(W) \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}]} \quad (17)$$

여기서, L 은 CV-EWMA 관리도의 관리한계선 조정상수이다. λ 와 L 은 관리도의 수행도 비교, 평가에서 CV 관리도와 CV-EWMA 관리도의 ARL_0 (in control average run length)가 370으로 동등하게 배분될 때의 값으로 결정한다. 다시 말해서, 제 1종 과오를 범할 확률 α 를 동등하게 배분하여 λ 와 L 을 구한다.

<그림 2>는 <그림 1>의 CV 관리도에 적용한 자료를 이용하여 CV-EWMA 관리도를 작성한 결과이다. CV 관리도는 관리한계선을 벗어난 부분군이 없었고 공정을 관리상태로 판정하였다. 그러나 CV-EWMA 관리도에서는 관리한계선을 벗어난 이상신호가 발생하였다. <그림 2>를 보면 부분군 27번에서 30번까지 계속 증가하다가 31번에서 부터는 관리한계선을 벗어난다. 이 결과로부터 CV-EWMA 관리도가 CV 관리도와 비교하여 변동계수의 작은 변화에 더욱 민감하게 반응한다는 사실을 확

인할 수 있다.



<그림 2> CV-EWMA 관리도의 작성 예

5. 수행도 비교와 분석

수행도는 관리도가 얼마나 효율이 있는지 평가하는데 사용된다. 관리도의 수행도는 평균 런 길이(average run length : ARL)로 평가한다.

이 장에서는 수행도 분석을 하여 CV-EWMA 관리도의 설계모수 λ 와 L 을 제시하고 기존 CV 관리도와 본 논문에서 제안하는 CV-EWMA 관리도의 수행도(performance)를 모의실험(simulation)을 이용하여 비교, 평가한다.

5.1 CV-EWMA 관리도의 설계모수 λ 와 L 의 결정

CV-EWMA 관리도의 관리한계선을 설정하려면 λ 와 L 을 결정해야 한다. λ 와 L 은 CV-EWMA 관리도의 ARL_0 가 동등하게 배분될 때의 값으로 결정한다. 본 논문에서는 λ 를 고정하고 L 을 변화시켜서 CV-EWMA 관리도의 ARL_0 가 370이 되도록 λ 와 L 을 결정한다. <표 1>은 제안하는 CV-EWMA 관리도의 λ 와 L 값이다.

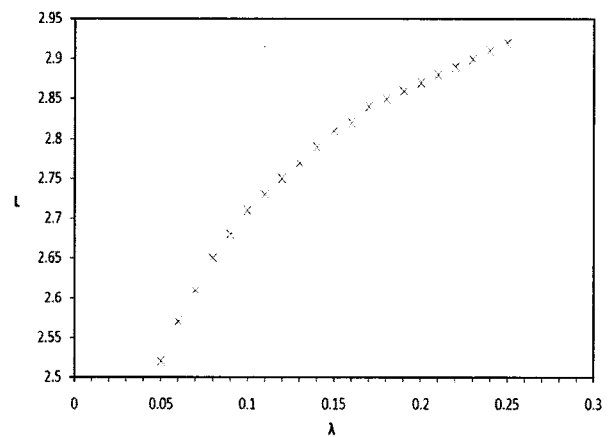
λ 가 작을수록 EWMA 기법을 사용하는 관리도는 공정의 변화에 민감하게 반응한다. 일반적으로 λ 는 0.05에서 0.25사이의 값을 사용한다. λ 가 0.25보다 크게 되면 EWMA 기법을 사용하는 관리도의 효율이 떨어진다. 다시 말해 공정의 작은 변화에 민감하게 반응하지 못한다. λ 가 0.05 이하의 값이면 관리가 필요하지 않은 작은 변동까지 감지하기 때문에 이러한 경우도 문제가 된다. 보통 λ 값으로 0.1과 0.2를 많이 사용하고 미세한 변동을 관리해야 할 경우에 0.05값을 사용한다.

<그림 3>은 λ 에 따른 L 의 값을 나타낸 그래프이다. 초기에는 λ 가 증가할 때, L 이 크게 증가하다가 차츰

그 증가율이 작아진다. 이는 CV-EWMA 관리도가 λ 가 작을수록 작은 변화를 신속하게 감지하기 위해 L 값을 급격하게 작게 만들기 때문이다.

<표 1> CV-EWMA 관리도의 λ 에 따른 L 값

λ	L	λ	L
0.05	2.52	0.16	2.82
0.06	2.57	0.17	2.84
0.07	2.61	0.18	2.85
0.08	2.65	0.19	2.86
0.09	2.68	0.20	2.87
0.10	2.71	0.21	2.88
0.11	2.73	0.22	2.89
0.12	2.75	0.23	2.90
0.13	2.77	0.24	2.91
0.14	2.79	0.25	2.92
0.15	2.81		



<그림 3> λ 에 따른 L 의 변화

5.2 CV 관리도와 CV-EWMA 관리도의 수행도 비교 결과

CV-EWMA 관리도와 CV 관리도의 수행도를 비교하기 위해 공정이 관리상태일 경우 ARL 인 ARL_0 를 동등하게 배분해야 한다. 여기서는 ARL_0 를 370으로 맞추어 두 관리도의 수행도를 비교한다. 다시 말해, ARL_0 를 370으로 만족시키는 λ 와 L 값을 고정한 후 표본의 크기와 모집단 변동계수에 따라 공정에 다양한 변화를 주었을 때 두 관리도의 수행도가 어떻게 달라지는지 알아 본다.

<표 2>, <표 3>, <표 4>는 λ 가 0.1이고 L 이 2.71일 경우, 표본의 크기 n 과 모집단 변동계수 γ 에 따라 공정

<표 2> $\lambda = 0.1, L = 2.71$ 인 경우 CV 관리도와 CV-EWMA 관리도의 ARL 비교($n=5$)

shift size(%)	$n = 5$					
	$\gamma = 0.05$		$\gamma = 0.1$		$\gamma = 0.15$	
	CV	CV-EWMA	CV	CV-EWMA	CV	CV-EWMA
0	370.00	370.10	370.00	370.10	370.00	370.00
25	43.61	13.05	44.10	13.15	45.10	13.24
50	10.60	4.59	10.90	4.62	11.30	4.70

<표 3> $\lambda = 0.1, L = 2.71$ 인 경우 CV 관리도와 CV-EWMA 관리도의 ARL 비교($n = 10$)

shift size(%)	$n = 10$					
	$\gamma = 0.05$		$\gamma = 0.1$		$\gamma = 0.15$	
	CV	CV-EWMA	CV	CV-EWMA	CV	CV-EWMA
0	371.00	370.00	371.00	370.00	371.00	370.00
25	22.90	6.90	23.4	6.95	24.10	7.10
50	4.80	2.54	4.90	2.56	5.10	2.60

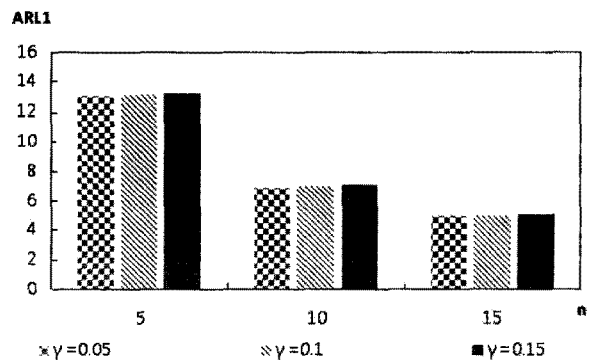
<표 4> $\lambda = 0.1, L = 2.71$ 인 경우 CV 관리도와 CV-EWMA 관리도의 ARL 비교($n = 15$)

shift size(%)	$n = 15$					
	$\gamma = 0.05$		$\gamma = 0.1$		$\gamma = 0.15$	
	CV	CV-EWMA	CV	CV-EWMA	CV	CV-EWMA
0	370.00	371.00	370.00	371.00	370.00	371.00
25	14.80	4.92	15.20	4.95	15.70	5.01
50	3.00	1.90	3.10	1.92	3.20	1.95

에 다양한 변화를 주었을 때의 수행도 결과이다. 본 실험에서는 변동계수의 변화를 25%와 50%로 주어서 CV-EWMA 관리도와 CV 관리도를 비교하였다. 관리도의 수행도는 공정의 변화가 생겼을 때 ARL_1 이 짧을수록 좋으므로 모든 경우에서 CV-EWMA 관리도가 CV 관리도에 비해 우수한 결과를 보인다. 특히 공정의 변화가 25%일 경우가 50%일 때에 비하여 두 관리도의 ARL_1 의 차이가 크게 나타났다. 이 결과로 CV-EWMA 관리도가 CV 관리도와 비교하여 공정의 작은 변화에 더 민감하게 반응하고 CV-EWMA 관리도가 변동계수의 작은 변동에 민감한 공정을 관리하기 위한 관리도로서 충분히 기능하는 것을 알 수 있다.

<그림 4>는 표본의 크기 n 과 모집단 변동계수에 따른 CV-EWMA 관리도의 수행도 비교이다. 표본의 크기와 모집단 변동계수에 따른 수행도를 보면 표본의 크기 n 이 클수록 ARL_1 이 짧아졌지만 모집단 변동계수 γ 의 변화는 ARL_1 에 큰 영향을 주지 않았다. 이 결과로 표본의 크기가 클수록 CV-EWMA 관리도의 수행도가 커짐을 확인할 수 있다. 관리도의 효율은 표본의 크기를 늘림으로서 증가시킬 수 있다. 그러나 표본의 크기는

비용과 관련된 문제이므로 손실비용과 관리도의 효율을 함께 고려해야 한다.



<그림 4> $\lambda = 0.1, L = 2.71$ 일 경우 표본크기에 따른 CV-EWMA 관리도의 ARL_1 (25% 변동)

6. 결 론

통계적 공정관리는 통계적 사고를 바탕으로 공정에 존

재하는 변동의 근본원인을 찾아내고, 제거하여 공정에 존재하는 이상원인에 의한 변동을 줄여나가는 것이다. 관리도는 공정의 변동을 감지하고 관리하는데 사용되는 통계적 관리도구로 공정의 특성에 따라 다르게 적용된다. 일반적으로 $\bar{X}-R$ 관리도와 $\bar{X}-S$ 관리도가 가장 많이 사용되는 관리도이다. 그러나 하나의 생산 공정에서 여러 종류의 제품을 생산하는 공정에는 $\bar{X}-R$ 관리도와 $\bar{X}-S$ 관리도를 사용할 수 없다. 이러한 공정은 변동계수 통계량을 이용하여 관리할 수 있다. 변동계수는 표본의 표준편차를 그 평균으로 나눈 값이므로 자료의 크기나 단위에 영향을 받지 않는다. CV 관리도는 변동계수 통계량을 사용한 관리도로서 공정모수가 수시로 바뀌는 공정에서 평균과 분산을 동시에 관리하기 위한 관리도이다.

CV 관리도는 변동계수의 큰 변화에는 민감하게 반응하지만 변동계수가 미세하게 변하는 경우 그 변화를 확실하게 감지하지 못한다. 따라서 변동계수의 작은 변화에 민감한 공정에 적합한 관리도가 필요하다.

본 논문에서는 변동계수의 통계적 특성과 근사분포를 알아보고 변동계수의 작은 변화에 민감하게 반응하는 공정에 기존의 CV 관리도를 적용하였을 때 민감하게 반응하지 못하는 문제점을 증명하였다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 변동계수의 작은 변화에 민감하게 반응하는 공정을 관리할 수 있는 CV-EWMA 관리도를 제안하고 기존 CV 관리도와 비교하여 수행도를 평가하였다.

CV-EWMA 관리도는 변동계수 통계량에 EWMA 기법을 적용하여 변동계수의 작은 변화에도 민감하게 반응하도록 설계된 관리도이다. 모의실험을 하여 수행도를 평가한 결과 본 논문에서 제안하는 CV-EWMA 관리도는 공정의 변동을 감지하고 관리하는 관리도로서 충분한 기능을 하였다. 특히, 변동계수의 변화가 작을 경우, 기존의 CV 관리도 보다 더 좋은 수행도를 보이고 민감하게 반응하는 것을 확인하였으며, CV-EWMA 관리도의 설계에 필요한 가중치 λ 와 관리한계선 조정상수 L 의 다양한 조합을 제시하였다. λ 의 변화에 따른 L 의 조합들은 실제 공정에 CV-EWMA 관리도를 적용할 경우 효과적이고 정확한 관리도 설계모수로 사용될 수 있다.

참고문헌

- [1] 이만식, 강창욱, 심성보; “근사분포를 이용한 CV 관리도의 통계적 설계”, 한국산업경영시스템학회지, 27(3) : 14-20, 2004.
- [2] Borror, C. M., Montgomery, D. C., and Runger, G. C.; “Robustness of the EWMA Control Chart to Non-normality,” *Journal of Quality Technology*, 31(3) : 309-316, 1991.
- [3] Connett, J. E., and Lee, W. W.; “Estimation of the Coefficient of Variation from Laboratory Analysis of Split Specimens for Quality Control in Clinical Trials,” *Controlled Clinical trials*, 11(1) : 24-36, 1990.
- [4] Iglewicz, B., and Myers, R. H.; “Comparisons of Approximations to the Percentage Points of the Sample Coefficient of Variation,” *Technometrics*, 12(1) : 166-169, 1970.
- [5] Kang, C. W., Lee, M. S., Seong, Y. J., and Hawkins, D. M.; “A Control Chart for the Coefficient of Variation,” *Journal of Quality Technology*, 39(2) : 151-158, 2007.
- [6] McKay, A. T.; “Distribution of the Coefficient of Variation and the Extended t Distribution,” *Journal of the Royal Statistical Society*, 95(4) : 695-699, 1932.
- [7] Montgomery, D. C.; *Introduction to Statistical Quality Control*, 4th Edition, John Wiley & Sons, New York, : 406-408, 2001.
- [8] Nelson, L. S.; “Some Notes on Variation,” *Journal of Quality Technology*, 31(4) : 459-462, 1999.
- [9] Roberts, S. W.; “Control Chart Tests Based on Geometric Moving Average,” *Technometrics*, 1(3) : 239-250, 1959.
- [10] Shi, L. et al.; “The Micro Array Quality Control Project Shows Inter and Intra Platform Reproducibility of Gene Expression Measurements,” *Nature Biotechnology*, 24(9): 1151-1161, 2006.
- [11] Vangel, M. G.; “Confidence Intervals for a Normal Coefficient of Variation,” *The American Statistician*, 15(1) : 21-25, 1996.
- [12] Reh, W., and Scheffler, B.; “Significance Tests and Confidence Intervals for Coefficient of Variation,” *Computational Statistics and Data Analysis*, 22(4) : 449-452, 1996.
- [13] Wong, A. C. M., and Wu, J.; “Small Sample Asymptotic Inference for the Coefficient of Variation : Normal and Nonnormal Models,” *Journal of Statistical Planning and Inference*, 104(1) : 73-82, 2002.

[1] 이만식, 강창욱, 심성보; “근사분포를 이용한 CV 관리도의 통계적 설계”, 한국산업경영시스템학회지,