

유체 시뮬레이션의 격자 내 상세도 향상을 위한 와류 입자 혼합 기법

윤종철* 홍정모** 김창현*

*고려대학교, **동국대학교

alskay2k@korea.ac.kr, jmhong@dongguk.edu, chkim@korea.ac.kr

Vortex Particle Turbulence for Fluid Simulation

Jong-Chul Yoon* Jeong-Mo Hong** Chang-Hun Kim*

*Korea University, **Dongguk University

요약

본 논문은 유체 시뮬레이션의 격자 내 상세도를 와류입자법(Vortex Particle Method)를 사용하여 향상시킬 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 비압축 Navier-Stokes 방정식을 풀어낸 속도장(Velocity Field)으로 유체의 거시적인 움직임을, 와류입자법으로 생성한 와도장(Vorticity Field)으로 유체의 미세한 움직임을 표현한다. 이 기법은 고해상도 격자에서 선형시스템을 풀지 않기 때문에 고해상도 유체 시뮬레이션을 효율적으로 할 수 있고, 강한 난류 효과를 만들어 낼 수 있다.

Abstract

In this paper, we propose an efficient technique for improving the grid based fluid simulation by sub-grid visuals. The detailed turbulency generated efficiently by Vortex Particle Method are blended with the flow fields coming from the traditional incompressible Navier-Stokes solver. The algorithm enables large- and small- scale detail to be edited separately.

키워드: 유체 시뮬레이션, 연기, 와류입자법, Navier-Stokes 방정식, 시뮬레이션 제어

Keywords: Vortex Particle Method, Fluid Simulation, Smoke, Navier-Stokes, Simulation Control

1. 서론

최근 영화나 광고 등 미디어에서 차지하는 CG(Computer Graphic)의 비율이 커짐에 따라 CG를 사용한 대표적 특수효과인 폭발, 불 등의 유체 표현도 영화 및 애니메이션 제작에서 중요한 비중을 차지하게 되었다.

다양한 특수효과에 유체역학 기술들이 적용되고 있는 현 시점에서 정밀한 계산에는 여전히 많은 시간이 소요되기 때문에 그래픽스 분야에서 생산성과 사실성 사이의 균형을 위한 다양한 기술들이 연구되고 있다. 약간의 물리적, 수학적 정확성을 희생하더라도 시각적인 품질을 유지하는 범위에서 생산성을 높이는 것이 그래픽스 분야에서 유체 표현 기술의 도전 과제인 것이다.

최근에 소개된 기법[1, 2] 들은 노이즈 함수를 사용하여 격자 내의 상세도를 높였다. 하지만 노이즈 함수로 인해 부자연스러



그림 1: 기존의 50^2 격자 연기 시뮬레이션(좌)과 본 논문의 기법을 사용한 $(16 \times 50)^2$ 격자 크기 연기 시뮬레이션(우) 비교

운 움직임을 생기고, 폭발 같은 강한 난류 효과를 나타내기 어렵다. 와류입자법 [3] 은 난류 효과를 잘 나타낼 수 있지만, 모든 입자의 와도(Vorticity)가 격자로 옮겨지기에 격자가 성기다는

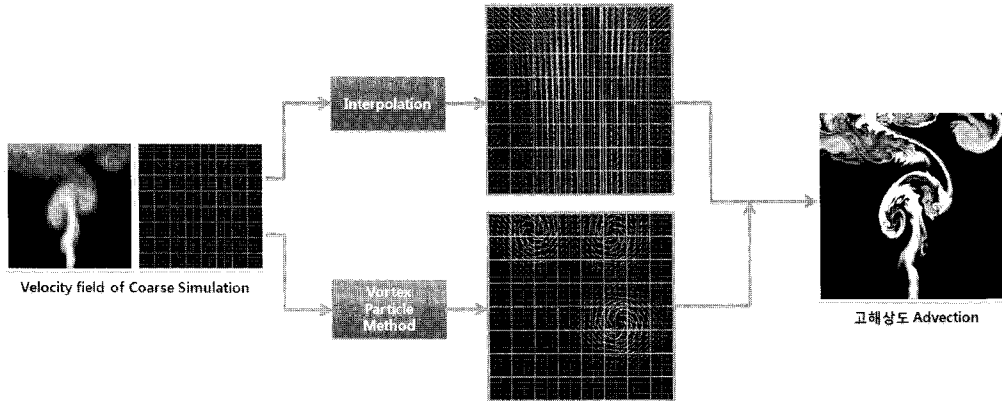


그림 2: 알고리즘 개요

점이 단점이 있다. 격자의 크기를 키워서 시뮬레이션을 할 수 있지만, 크게 한 만큼 실행시간과 메모리 사용량은 늘어나게 된다.

우리는 유체 시뮬레이션의 격자 내의 상세도를 향상시킬 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 비압축 Navier-Stokes 방정식을 풀어낸 속도 장으로 유체의 거시적인 움직임을, 와류입자법으로 생성한 와도장으로 유체의 미세한 움직임을 표현한다. 본 논문에서 제안한 방법은 고해상도 격자에서 선형시스템을 풀지 않기 때문에 큰 스케일의 유체 시뮬레이션을 효율적으로 할 수 있다. 그리고 와류 입자의 와도가 높은 해상도의 격자로 전달이 되기 때문에 폭발이나 거센 물의 유동에서 보이는 강한 난류 효과를 만들어 낼 수 있다는 장점이 있다.

본 논문의 장점은 다음과 같다.

- 2차원에서, N^2 크기의 유체 방정식을 푸는 것으로 $(k \times N)^2$ 크기 시뮬레이션 결과의 해상도를 얻을 수 있다. k 는 원하는 해상도로 만들기 위한 상수이다.
- 속도장과 와도장이 서로 영향을 미치지 않기 때문에 각각을 독립으로 제어할 수 있다.
- 강한 난류 효과를 발생시킬 수 있다.

2. 관련연구

1993년 Stam이 대류와 확산 과정을 통한 가스의 표현 기법[4]을 제안하였다. Stam은 가스의 움직임에 영향을 주는 속도장을 거시적인 움직임과 난류를 위한 미세한 움직임의 합으로 보고, 미세한 움직임은 푸리에 변환을 통해 주파수 도메인에서 Kolmogorov 에너지 스펙트럼을 적용하여 표현하였다. Stam은 1999년에 Semi-Lagrangian 이류법을 사용하여 긴 시간 간격으로도 안정적인 시뮬레이션이 가능한 방법[5]을 제안하였다.

2001년 Fedkiw는 등성한 격자에서 표현하기 어려운 소용돌이 효과를 시뮬레이션에 더하는 기법[6]을 소개하였다. 이 Vorticity Confinement를 사용함으로써 Stam의 유체 시뮬레이션 방법에서 발생했던 빠르게 수렴하는 문제를 개선하였다. Selle는 Vorticity Confinement로 나타내지 못하는 난류 효과를 와류입자법[3]을 사용하여 시뮬레이션 가능하게 하였다.

이전에 발표된 연구 결과들은 계산 비용이 많이 들기 때문에 대체로 규모가 작은 시뮬레이션에서만 실용성이 있었다. 유체 기술이 활용되는 사례는 늘어가고 있으나 컴퓨팅 환경의 발전은 개발자들의 요구를 만족시키기에는 한계가 있어, 사실적인 시뮬레이션을 하기위한 연구와 더불어 시뮬레이션의 성능개선을 위한 연구도 많이 시도 되었다. 2003년 Rasmussen[7]은 핵폭발과 같은 큰 스케일의 유체 시뮬레이션을 위한 효율적인 방법을 제안하였고, Lossaso[8]는 정규 격자가 아닌 팔진트리리를 이용해 중요한 부분을 잘게 분할하여 시뮬레이션함으로써 계산시간을 단축시키는 기법을 소개하였다.

최근 노이즈 함수를 사용하여 sub-grid에 상세함을 더하는 기법[1, 2]이 소개되었다.

3. 유체 시뮬레이션과 와류 입자(Vortex Particle)의 고해상도 혼합 기법

이번 장에서는 유체 시뮬레이션과 와류 입자의 고해상도 혼합 기법을 다룬다. 우리는 다음의 표기법을 사용한다. bold체는 벡터, non-bold체는 스칼라, 저해상도에서 사용되는 변수는 소문자, 고해상도에서 사용되는 변수는 대문자로 표시하고, x 는 위치를 나타낸다. 고해상도 위치 \mathbf{X} 로 저해상도 속도장 \mathbf{u} 를 보간하는 함수를 $I(\mathbf{u}, \mathbf{X})$, 고해상도 밀도 D 를 \mathbf{U} 로 이류시키는 함수를 $A(\mathbf{U}, D)$ 로 정의한다.

3.1 유체 시뮬레이션

우리는 그래픽스에서 유체를 표현하는데 일반적으로 사용되는 비압축 Navier-Stokes 방정식을 풀어 유체의 움직임을 시뮬레이션한다. Navier-Stokes 방정식은 다음과 같이 구성되어있다.

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nabla p / \rho = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

여기서 \mathbf{u} 는 유체의 속도, p 는 압력, ρ 는 밀도, \mathbf{f} 는 중력과 Vorticity Confinement 등의 외부 힘을 나타낸다. 식 (1)에서 압력을 제외한 중간 단계의 \mathbf{u}^* 를 계산하고, $\nabla^2 p = \nabla \cdot \mathbf{u}^* / \Delta t$ 를 통해 압력을 계산한다. 마지막으로 $\mathbf{u} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla p$ 식과 같이 \mathbf{u}^* 에 앞서 구한 압력을 더해줌으로써 \mathbf{u} 를 구한다.

본 기법을 사용한 유체의 거시적인 움직임은 낮은 해상도 시뮬레이션에 의지하기 때문에 낮은 해상도 시뮬레이션에 Vorticity Confinement를 사용한다. 이것은 후에 높은 해상도로 그럴듯하게 보간된다. Vorticity Confinement 힘은 [6]에 자세한 설명이 되어있다.

3.2 와류입자법(Vortex Particle Method)

우리는 Selle[3]의 기법을 사용한다. 식 (1)에 Curl을 적용하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\omega_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega - (\omega \cdot \nabla)\mathbf{u} = \mu \nabla^2 \omega + \nabla \times \mathbf{f} \quad (3)$$

위 식에서 $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$ 이고, [3]의 방법을 따라 $\mu \nabla^2 \omega$ 과 $\nabla \times \mathbf{f}$ 는 무시한다. 그리고 Vorticity Advection $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega$ 과 Vortex Stretching $(\omega \cdot \nabla)\mathbf{u}$ 을 계산한 후, 입자에 저장하여 와도를 보존한다.

3.3 와도장(Vorticity Field) 생성

우리는 낮은 해상도 속도장 \mathbf{u} 에서 각 입자 위치의 와도를 구하고, 높은 해상도의 와도장 $\mathbf{U}_{vorticity}$ 을 생성하기 위해 다음과 같은 방법을 사용한다. 우선, 입자의 중심과 격자간의 거리로 커널 $(\xi_p(\mathbf{X} - \mathbf{X}_p))$ 함수를 적용하여, $\omega_p^*(\mathbf{X}) = \xi_p(\mathbf{X} - \mathbf{X}_p)\omega_p$ 을 계산한다. 그리고 $\mathbf{N}_p(\mathbf{X}) = \mathbf{X}_p - \mathbf{X} / \|\mathbf{X}_p - \mathbf{X}\|$ 과 $\mathbf{F}_p(\mathbf{X}) = \xi_p(\mathbf{N}_p \times \omega_p^*)$ 를 통해, 모든 입자들로부터 기여도를 더하여 와도장을 생성한다. 와류 입자힘을 낮은 해상도의 속도장에 더하는 Selle[3]의 기법과는 다르게, 본 논문의 기법은 해상도의 와도장 $\mathbf{U}_{vorticity}$ 에 힘을 더한다.

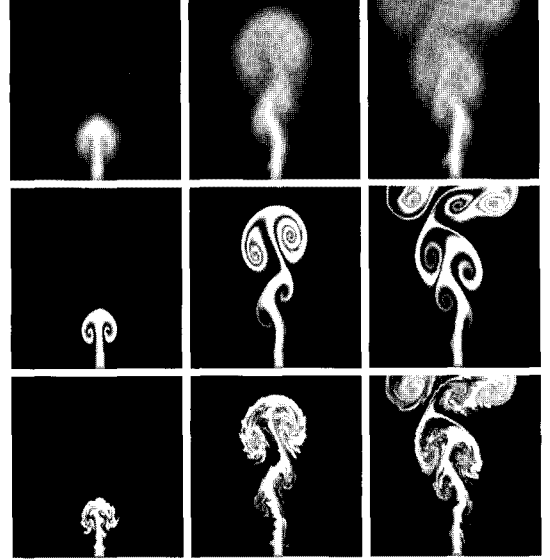


그림 3: 단계 별 연기 시뮬레이션의 비교, 50² 격자 연기 시뮬레이션(상), 50² 크기의 격자를 (16 × 50)²의 격자로 up-sampling한 연기 시뮬레이션(중), 와류입자법을 혼합한 연기 시뮬레이션(하)

3.4 두 장(Field)의 혼합

그림 2처럼, 고해상도 밀도 D 를 이루시키기 위한 새로운 속도장 $\mathbf{U}_{advection}$ 를 다음의 식으로 만든다.

$$\mathbf{U}_{advection}(\mathbf{X}, t) = k\mathbf{U}_{vorticity}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{U}_{interpolation}(\mathbf{X}, t) \quad (4)$$

k 는 상수로 본 논문에서는 1.0을 사용하였고, 와도장의 영향력을 조절한다. $\mathbf{U}_{interpolation} = I(\mathbf{u}, \mathbf{X})$ 에서 선형보간을 사용하였다.

Pseudo-code

- 1 Vorticity Confinement(\mathbf{u})
- 2 Advection(\mathbf{u})
- 3 Diffusion(\mathbf{u})
- 4 Projection(\mathbf{u})
- 5 $\mathbf{U}_{interpolation} = I(\mathbf{u}, \mathbf{X})$
- 6 $\mathbf{U}_{vorticity} = \text{Vortex Particle Method}(\mathbf{u})$
- 7 $A(\mathbf{U}_{advection}, D)$

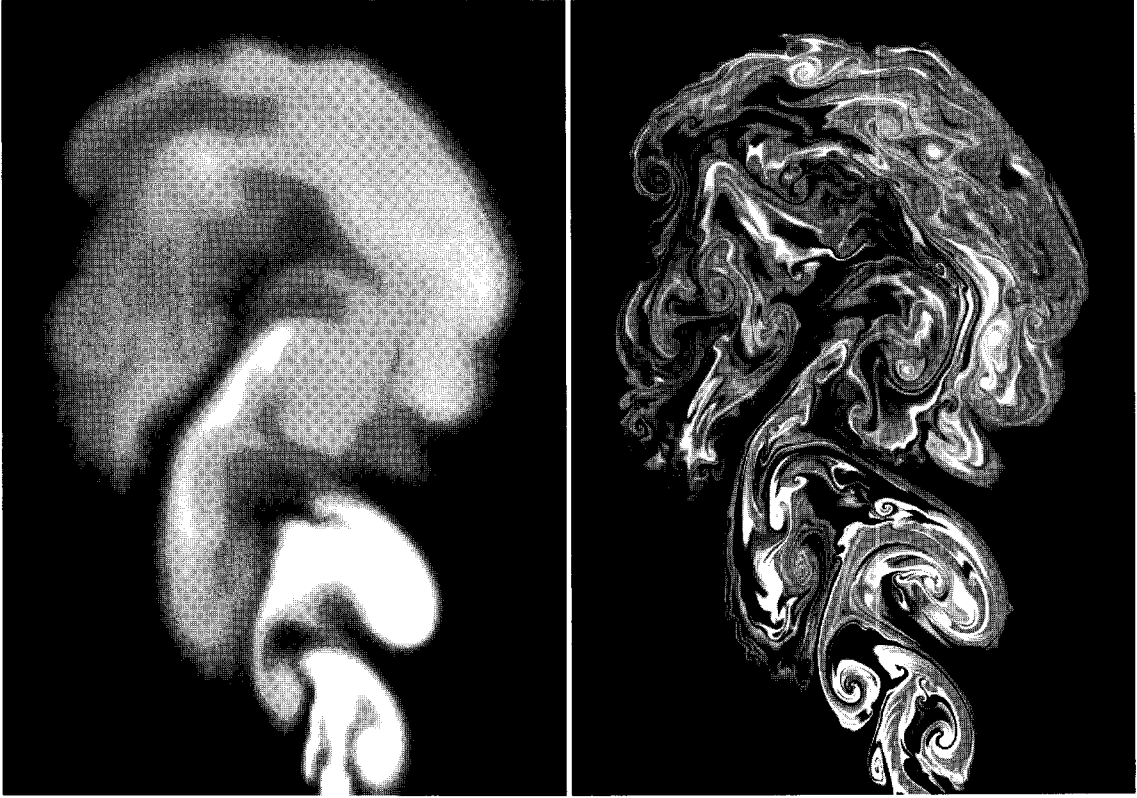


그림 4: 기존의 200² 격자 크기 연기 시뮬레이션(좌)과 본 논문의 방법을 사용한 (16 × 200)² 격자 크기 연기 시뮬레이션(우)의 비교

4. 결과

본 논문에서는 다음의 커널 함수[9]를 사용하여 시뮬레이션하였다.

$$\xi_p(\mathbf{X} - \mathbf{X}_p) = \begin{cases} (r^2 - (\mathbf{X} - \mathbf{X}_p)^2)^3 & 0 \leq (\mathbf{X} - \mathbf{X}_p) \leq r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

위 식에서 r 은 와류 입자의 반지름으로, 와류 입자의 힘이 $\mathbf{U}_{vorticity}$ 에 전달이 될 때 영향력이 미치는 범위를 결정한다. 우리는 \mathbf{u} 의 2 ~ 3 개의 셀을 포함할 수 있는 크기의 반지름을 사용하였다.

그림 4의 시뮬레이션은 프레임 당 약 9초 정도의 시간이 소요되었고, 700개의 와류 입자를 사용하였다.

모든 시뮬레이션은 Intel Quad Core CPU 2.4GHz, 2GB RAM의 PC에서 수행하였고, OpenGL과 C++, Single-thread로 구현하였다.

5. 결론 및 향후 연구 방향

본 논문은 유체 시뮬레이션의 상세도를 높이기위해 속도장과 와류입자법(Vortex Particle Method)으로 얻은 와도장의 혼합 기법을 제안하였다. 비압축 Navier-Stokes 방정식을 풀어 생성한 속도장을 선형 보간으로 up-sampling하여, 와류입자법으로 만들어진 와도장과 혼합하였다. 이렇게 얻은 고해상도 속도장으로 밀도를 이류시켜 높은 해상도의 결과를 얻을 수 있었고, 거센 난류의 유체의 움직임도 시뮬레이션할 수 있었다. 하지만 이 기법은 와류 입자의 힘이 강할 때 유체의 움직임이 자연스럽게 못할 수 있다는 단점이 있다. 3차원으로의 확장시 추가적인 기술적 어려움이 없으므로 3차원 시뮬레이션으로 확장한다면 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다.

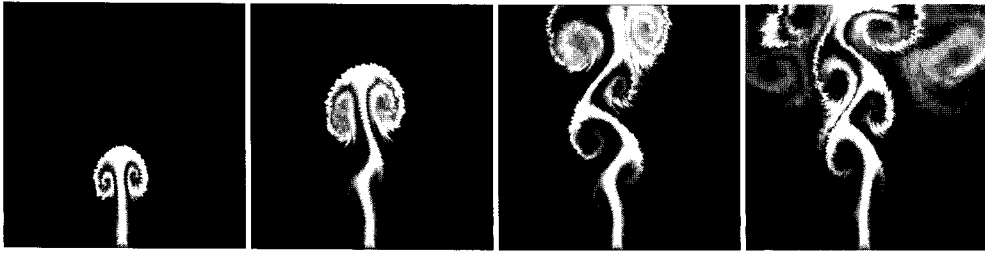


그림 5: Perlin 노이즈의 Curl을 사용한 Homogeneous turbulence[4] 기법



그림 6: Our method

6. 감사의 글

이 연구에 참여한 연구자는 '2단계 BK21사업'의 지원비를 받았음. 본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 IT핵심기술개발사업의 일환으로 수행하였음. [2006-S-033-03, 재난구조용 웨어러블 인터페이스 기술개발]

참고 문헌

- [1] J.-C. Yoon, J.-M. Hong, and C.-H. Kim, "Sub-grid detailed fluid simulation using curl-noise," *Journal of Digital Entertainment*, vol. 1, no. 1, pp. 1–4, 2007.
- [2] T. Kim, N. Thurey, D. James, and M. Gross, "Wavelet turbulence for fluid simulation," *ACM Trans. Graph. (In Proceedings of ACM SIGGRAPH 2008) to appear*, 2008.
- [3] A. Selle, N. Rasmussen, and R. Fedkiw, "A vortex particle method for smoke, water and explosions," *ACM Trans. Graph. (SIGGRAPH Proc.)*, vol. 24, no. 3, pp. 910–914, 2005.
- [4] J. Stam and E. Fiume, "Turbulent Wind Fields for Gaseous Phenomena," in *Proc. of SIGGRAPH 1993*, 1993, pp. 369–376.
- [5] J. Stam, "Stable fluids," in *Proc. of SIGGRAPH 99*, 1999, pp. 121–128.
- [6] R. Fedkiw, J. Stam, and H. Jensen, "Visual simulation of smoke," in *Proc. of ACM SIGGRAPH 2001*, 2001, pp. 15–22.
- [7] N. Rasmussen, D. Nguyen, W. Geiger, and R. Fedkiw, "Smoke simulation for large scale phenomena," *ACM Trans. Graph. (SIGGRAPH Proc.)*, vol. 22, pp. 703–707, 2003.
- [8] F. Losasso, F. Gibou, and R. Fedkiw, "Simulating water and smoke with an octree data structure," *ACM Trans. Graph. (SIGGRAPH Proc.)*, vol. 23, pp. 457–462, 2004.
- [9] M. Müller, D. Charypar, and M. Gross, "Particle-based fluid simulation for interactive applications," in *Proc. of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symp. on Comput. Anim.*, 2003, pp. 154–159.