

후향단-사각관에서의 대류-복사 열전달

고민석*

1. 서 론

유리 제조, 오일 또는 가스 보일러, 핵반응기, 산업용 화로 등의 높은 온도를 이용하는 산업분야에의 열 해석은 복사(radiation)열을 고려해야 하므로 단순하지 않다. 고온산업분야에서 작동유체는 일반적으로 복사열을 흡수하고 방출하는 참여매체(participating medium)이다. 그러므로 대류(convective)유동과 열전달 뿐만 아니라 참여매체의 복사열전달도 고려를 해야 한다. 대류와 복사를 같이 고려한 관에서의 유동과 열전달에 관한 연구는 오랫동안 지속되어왔다. 특히, 단순한 형태를 가진 유로에서의 복사 열전달만을 해석하는 것도 어렵기 때문에 복합열전달(combined convective-radiative heat transfer) 상태에서의 열 해석을 하기 위해 많은 노력이 있어 왔다.

복사열방정식을 수치적으로 계산하는 방법에는 여러 가지가 있으나 유한체적법(Finite-Volume Method)을 이용하면 이산화 과정에서 운동량방정식을 계산할 때와 같은 개념과 격자를 사용할 수 있고 복잡한 형상에도 비교적 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다.

복합열전달 분야의 많은 연구에도 불구하고, 복사효과가 유체 유동에 미치는 영향성은 그다지 고려되지 못하고 있다. 이번 해설에서는 후향단(backward-facing step)을 가진 3차원 사각관에서 복합열전달을 고려하였다. 물성치(밀도, 점성계수, 열전도도)는 온도의 함수로 정의하였다. 후향단을 지나는 유동은 단순한 형상에도 불구하고 유동의 분리, 재접촉(reattachment), 그리고 재순환(recirculation)의 풍부한 유동 물리학적 현상을 관찰할 수 있다.

이번 해설에서는 후향단을 가진 사각관에서 강제대류와 복합 열전달의 영향성을 알아보고, 복사열의 광학두께(optical thickness)와 산란분산도(scattering

albedo)가 혼합평균온도(bulk mean temperature), 누셀트수(Nusselt Number), 재접촉위치에 미치는 영향을 비교 분석하였다.

2. 지배방정식과 수치해석 절차

이번 해석의 개략도는 위 그림 1에 나와 있다. 단의 높이(s)는 관의 높이(H)의 반으로 가정하였다. 관과 후향단의 방향비(aspect ratio)는 $AR = W/s = 4$ 이고 팽창비(expansion ratio)는 $ER = H/(H-s) = 2$ 이다. 관의 총길이(L)는 단높이의 52배, 단의 길이(l)는 단높이의 두배로 가정하였다. 3차원, 정상상태, 비압축성 층류유동을 고려하였으며 유체는 참여회색매체(participating gray medium)로 고려하였다. 관내 유체의 유동과 열전달의 지배방정식은 연속방정식, 운동량 방정식, 그리고 에너지 방정식이다. 지배방정식을 직각 좌표계에서 벡터표시법으로 나타내면 다음과 같다.

연속 방정식:

$$\nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식:

$$\vec{V} \cdot \nabla (\rho \vec{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot \mu (\nabla \vec{V}) \quad (2)$$

에너지 방정식:

$$\vec{V} \cdot \nabla (\rho C_p T) = \nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot q \quad (3)$$

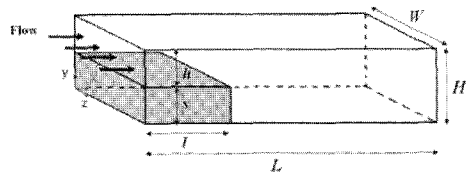


그림 1 3차원 후향단 사각관의 개략도

* 삼성테크윈 파워시스템연구소 요소기술그룹

E-mail : ms1.ko@samsung.com

유체의 물성치는 온도에 따라 변하는 것으로 가정 하였으므로, 운동량 방정식은 에너지 방정식에 종속되어 있다. 식 (3)에 왼편 끝에 나타난 복사열 방정식의 발산(divergence)식은 복사 생성항(source term)이며 다음과 같이 정의한다.

$$\nabla \cdot q = \kappa(4\sigma_s T^4 - \int_{4\pi} I d\Omega) \quad (4)$$

여기에서 κ 는 흡수계수(absorption coefficient), σ_s 는 Stefan-Boltzmann 상수, I 는 복사강도(radiative intensity), Ω 는 고체각(solid angle)을 뜻한다.

임의의 위치와 방향을 가지고 흡수(absorbing), 방사(emitting), 산란(scattering)하는 회체의 복사강도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dI}{ds} = -\beta(\vec{r})I(\vec{r}, \hat{s}) + S(\vec{r}, \hat{s}) \quad (5)$$

식 (5)의 감쇠계수(extinction coefficient) β 와 생성함수 (source function) S 는 다음과 같이 표현한다.

$$\beta(\vec{r}) = \kappa(\vec{r}) + \sigma(\vec{r}) \quad (6)$$

$$S(\vec{r}, \hat{s}) = \kappa(\vec{r})I_b(\vec{r}) \quad (7)$$

$$+ \frac{\sigma(\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} I(\vec{r}, \hat{s}') \Phi(\hat{s}, \hat{s}') d\Omega'$$

위의 식은 경로 또는 에너지저장의 방향으로 복사 강도의 변화가 에너지를 잃고 얻은 것의 차이와 같다는 것을 의미한다. 수치해석적으로 계산하기 위해서는 위의 식들을 선형화하는 과정을 거쳐서 유한체적법을 이용하여 구할 수 있다.

경계조건으로는 그림 1의 y와 z 벽면에 속도를 0으로 하고 관입구의 속도분포는 완전발달(fully developed)로 가정하였다. 벽면 온도와 입구온도는 각각 $T_w=1000K$ $T_i=300K$ 로 고정하였으며, 출구에서 유동방향으로 전달변수의 변화는 없는 것으로 설정하였다. 복사열을 고려하기 위하여 관의 입출구는 가상 흑체벽면(pseudo-black wall)로 가정하였다. 압력장과 속도장은 SIMPLE(Semi-Implicit Pressure Linked Equation)로 연결시켰으며 유한체적법으로 유동장과 온도장을 해석하였다. 1차원 대류확산방정식

(convection diffusion equation)은 Power Law로 나타내었다. 제어체적 경계의 복사강도와 절점에서의 복사 강도를 연관시키기 위해서 다이아몬드 방식(diamond scheme)을 사용하였다.

3. 복사열전달 관련 매개변수 정의

광학두께는 복사의 흡수와 산란의 총세기를 의미하며 아래 식 (8)과 같이 표현된다.

$$\tau = (\kappa + \sigma)H \quad (8)$$

흡수와 산란의 상대비는 산란분산도로 나타낼 수 있으며 다음과 같이 정의한다.

$$\omega = \frac{\sigma}{\kappa + \sigma} \quad (9)$$

수치해석을 통해 속도장, 복사강도, 온도장이 구해지면 관을 따라 변하는 혼합온도(bulk temperature)와 혼합평균온도는 각각 다음 식에 의해 계산된다.

$$T_b = \frac{\iint \rho C_p |u| T dy dz}{\iint \rho C_p |u| dy dz} \quad (10)$$

$$\theta_b = \frac{T_b - T_w}{T_i - T_w} \quad (11)$$

평균적인 대류, 복사, 전체 누설트수의 정의는 다음과 같다.

$$Nu_c = \frac{H(dT/dy)_{y=0}}{T_b - T_w} \quad (12)$$

$$N_r = \frac{H(q_r|_{y=0})}{k(T_b - T_w)} \quad (13)$$

$$N_t = N_c + N_r \quad (14)$$

또한, 후향단을 지난 유동의 관바닥면에서 재접촉길이(Xu)도 연구되었다. 재접촉길이는 단에서부터 진단 응력이 0이 되는 바닥면의 위치를 의미하며, 이 지점을 바닥면을 따라 이온 선을 재접촉선(reattachment line)이라고 정의한다.

4. 결과 및 토의

4.1. 광학두께의 영향

매체의 광학두께는 복사성질중에 하나로 온도분포에 영향을 미치는 것으로 알려져 있다. 그림 2에서 레이놀즈수가 200이고 무산란(nonscattering)인 경우에 광학두께($\tau_H = 0.1, 0.2,$ 그리고 0.4)가 혼합평균온도와 재접촉선 분포에 미치는 영향을 나타내고 있다.

τ_H 값이 높다는 것은 매체가 에너지를 흡수하고 방출할 수 있는 힘이 크다는 것을 의미한다. 복사열전달의 영향을 비교해 보기 위해서 순수 강제대류의 경우에 혼합평균온도를 나타내었다. 그림 2에 나타난 경향을 통하여 복사의 영향으로 인한 열경계층 발달(thermal development)이 증가되는 것을 쉽게 볼 수 있다. 그림 2(a)에서 보이듯이 $\tau_H=0.1$ 인 경우는 $\tau_H=0.4$ 와 비교하여 관입구에서 출구로 갈수록 혼합평균

온도가 점차적으로 감소한다. 혼합평균온도는 광학두께가 증가할수록 감소한다. 또한, 광학두께값이 클수록 혼합온도의 감소가 가파르다. 이로서 알 수 있는 사실은 광학두께값이 클 때 유체가 벽으로부터 방출된 에너지를 더욱더 흡수하고, 매체에 더 많은 에너지를 방출함으로써 복사열전달 과정에 관여한다는 것이다. 그러므로 큰 광학두께값을 가진 경우에 매체의 온도는 관입구로부터 보다 짧은 거리에서 벽면온도에 근접한다.

그림 2(b)는 관 바닥에서 재접촉선의 분포를 보여주고 있으며, 대칭인 점을 감안하여 절반만을 나타내었다. 즉, x축의 $z/(W/2)=0$ 과 1 은 각각 옆벽면과 중앙면을 나타낸다. 벽면근처에서는 모든 경우에 대해 가장 높은 $(x-1)/s$ 값을 보이고 있다. 이러한 결과는 옆벽면에 부과된 점착조건(no-slip condition)으로 설명될 수 있다. 또한, 최소값은 $z/(W/2)=0.5$ 근방에 위치하고 있는데, 이는 옆벽면에 부과된 점성의 효과와 점착조건의 영향 때문이다. 주목할 점은 온도가 1,000K에서 300K로 변하는 동안 공기의 동점성계수가 $121.9 \times 10^{-6} m^2/s$ 에서 $15.89 \times 10^{-6} m^2/s$ 로 감소한다는 것이다. 1,000K에서 300K로 온도가 변할 때, 동점성계수는 7.6의 인자로 감소하며 밀도는 3.34의 인자로 증가한다. 만약 관의 입출구에 질량보전법칙을 적용하면 출구에서 혼합속도는 대략적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_o = \frac{\rho_i A_i}{\rho_o A_o} U_i \quad (15)$$

$$= \frac{1}{(3.335)(2)} U_i = 0.15 U_i$$

7.6의 인자를 가진 동점성계수와 6.67의 인자를 가진 혼합속도의 감소로 인하여 레이놀즈수는 1.15의 인자로 증가하게 된다. 이러한 레이놀즈수의 증가로 인하여 혼합온도는 유동방향으로 감소한다. 결과적으로 광학두께가 증가함으로써 재순환영역이 넓어지고, 재접촉선의 분포가 관출구 방향으로 이동되는 것이다.

그림 3에서는 순 강제대류인 경우와 광학두께가 0.4인 복사열전달인 경우에 대하여 중앙면($z/(W/2)=1$)에서 유동방향으로 입구의 점에서의 x방향 속도성분(u)을 나타내었다. 입구에서 완전발달하게 시작된 유동은 하향단을 지나면서 재순환의 영향으로 관바닥면에서 x방향 속도성분이 음의 값을 갖는다. 이러한 효과는 복사열전달의 경우에 재순환영역의 확장으로 인하여 더

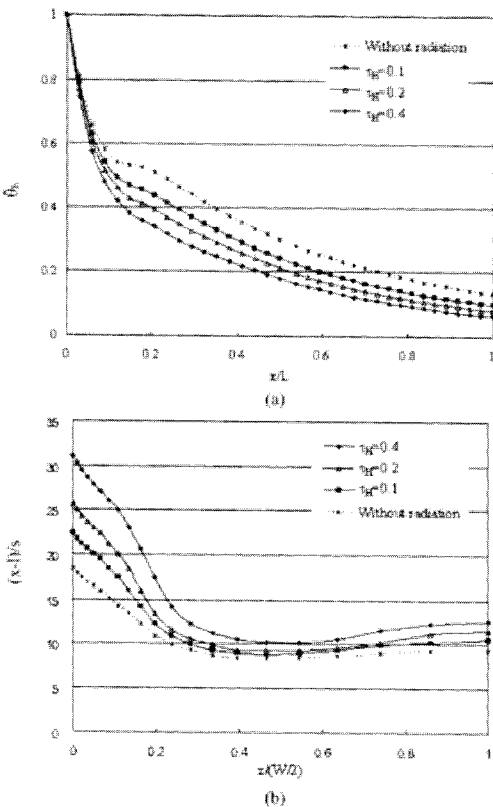


그림 2 광학두께의 영향: (a) 무차원 혼합평균온도, (b) Xu line 분포

욱더 두드러진다.

그림 4는 광학두께가 누셀트수에 미치는 영향을 나타내고 있다. 식 (12)~(14)에서 나타낸 바와 같이 대류, 복사 및 전체 누셀트수의 정의는 다르다. 대류와 복사 누셀트수의 분포는 관 입구에서 가장 높은 값을 가지고 급격히 감소한다. 후향단 부분에서 대류와 복사 누셀트수의 급격한 감소는 유로의 급격한 변화에 원인이 있다. 그림 4(a)에서 광학두께가 증가함에 따라 대류 누셀트수는 다소 감소하며 복사 누셀트수는 증가한다.

그림 4(b)에서 전체 누셀트수는 광학두께의 증가와 함께 증가한다. 이것은 광학두께가 증가함에 따라 대류의 영향보다는 복사의 영향이 지배적이라는 것을 의미한다. 따라서 대류 누셀트수는 광학두께가 증가할 때 다소 감소하지만 복사 누셀트수는 좀 더 증가함으로써 인하여 전체 누셀트수는 증가하게 된다.

4.2. 산란분산도의 영향

$\tau_H = 0.2, Re = 200$ 인 경우에 산란분산도($\omega = 0, 0.25, 0.5, 0.75$ and 1)가 무차원화된 혼합평균온도와 재접촉선의 분포에 미치는 영향이 그림 5에 나타나 있다.

식 (9)에 정의된 산란분산도가 0이라는 것은 산란이 없는 순 흡수(pure absorption)를 의미하며, 1이라는 것은 흡수가 없는 순 산란(pure scattering)을 의미한다. 즉, 산란분산도가 0에서 1로 증가하면서 매체는 순 흡수에서 순 산란으로 변한다. 그러므로 무차원화된 혼합온도는 산란분산도가 증가함에 따라 관입구에서 출구방향으로 점차적으로 감소하게 된다. 이러한 현상은 순흡수인 경우와 비교하여 순 산란인 경우에 상대적으로 복사에너지가 열에너지로 적게 전환되는 것에 원인이 있다. 앞절에 그림 2에 관하여 언급하였던 내용과

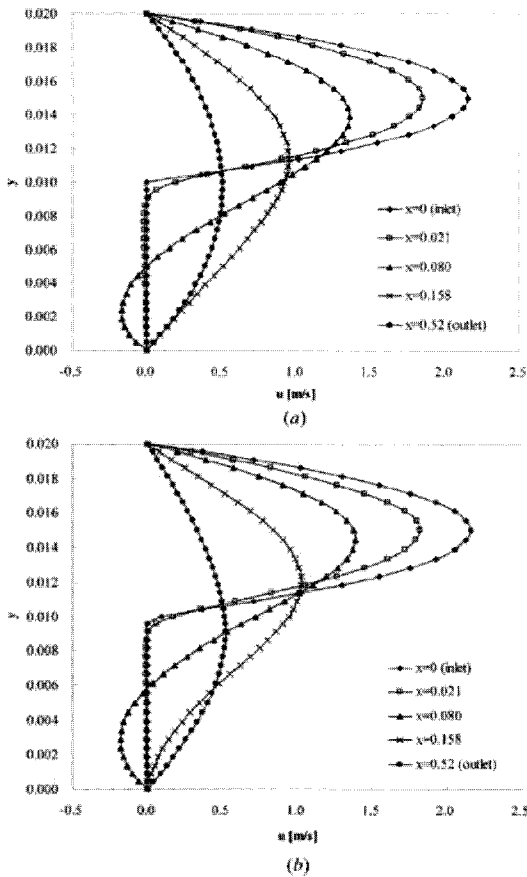


그림 3 $z/(W/2)=1$ 인 면에서의 x 방향 속도분포: (a) 강제대류, (b) $\tau_H = 0.4$

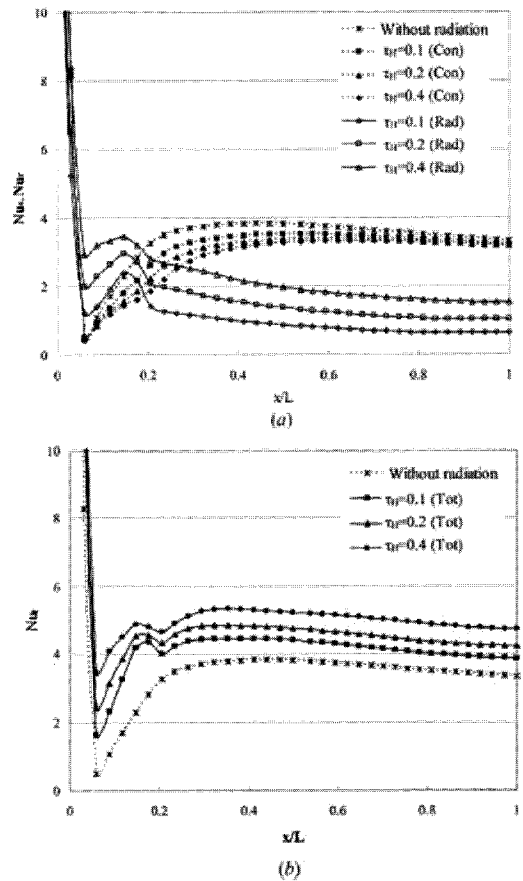
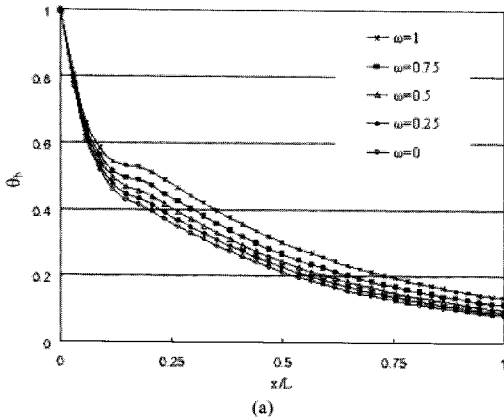
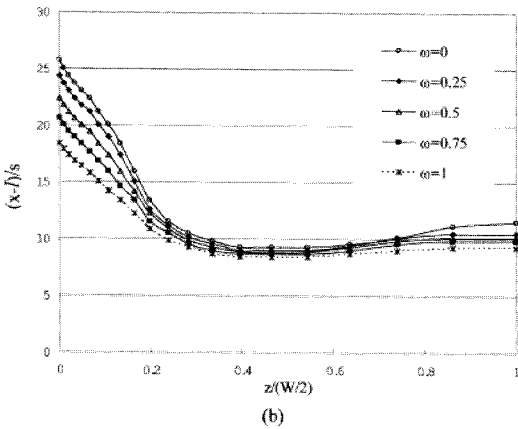


그림 4 누셀트수의 변화: (a) 대류와 복사 누셀트수, (b) 전체 누셀트수

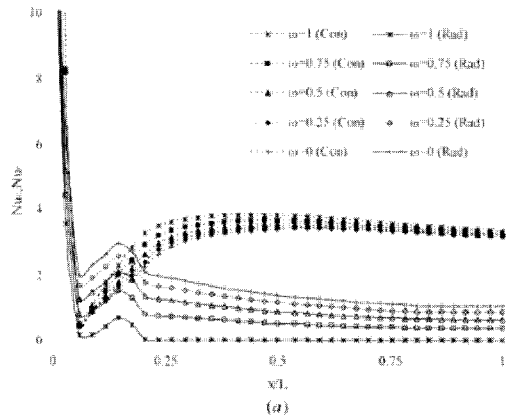


(a)

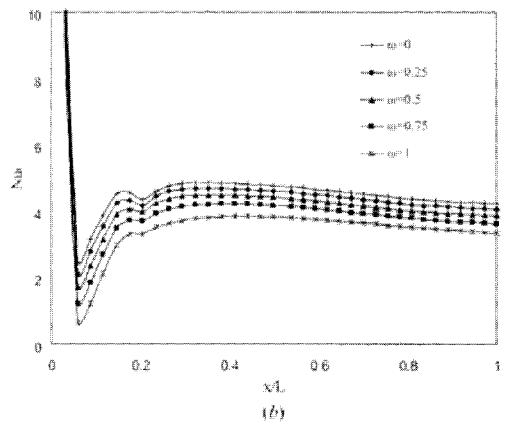


(b)

그림 5 산란분산도의 영향: (a) 무차원 혼합평균온도, (b) Xu line 분포



(a)



(b)

그림 6 누셀트수의 변화: (a) 대류와 복사 누셀트수, (b) 전체 누셀트수

동일한 이유로 혼합온도의 감소는 재순환 영역의 증가의 결과로 인하여 나타나며, Xu 선의 분포를 좀 더 관측출구방향으로 옮겨가게 한다. 따라서 산란분산도의 감소가 재접촉선의 분포를 좀 더 관측출구 방향으로 이동시키는 것이다.

그림 6에서는 순 산란인 경우와 순 흡수인 경우에 대한 중앙면($z/(W/2)=0.5$)에서의 x방향 속도성분을 나타낸다. 앞에서 언급한 바와 같이, 혼합온도의 감소는 재순환 영역을 감소시키며 재접촉선의 분포를 더욱 출구쪽으로 이동시킨다.

관을 따라 변하는 누셀트수의 분포를 그림 6에 나타내었다. 각 경우에 대류 누셀트수는 서로 크게 다르지 않다. 복사 누셀트수는 매체에서 복사의 영향성으로 인하여 산란분산도가 감소할수록 증가한다. 산란분산도가 0인 경우에는 대류 누셀트수가 최소값을 보임

에도 불구하고 복사 누셀트수는 가장 높은 값을 보인다.

5. 결론

이 해석은 하향단을 가진 3차원 사각관에서의 강제대류와 복사의 복합적인 열전달 특성을 나타내었다. 직각좌표계에서 유동과 복사열전달은 모사하기 위하여 유한체적법을 이용하였다. 유체의 유동과 열전달에 미치는 복사의 영향성을 파악하기 위해서 재접촉위치의 분포, 혼합평균온도, 그리고 누셀트수가 평가되었다.

복사의 경향은 산란분산도가 증가할수록 그리고 광학두께가 감소할수록 감소한다. 유체의 혼합평균온도는 광학두께가 증가하고 산란분산도가 감소할수록 감

소한다. 온도에 따른 유체의 물성치 변화로 인하여 레이놀즈수가 증가하게 되면 단 후방의 재순환 영역이 확장되게 된다. 광학두께의 증가와 산란분산도의 감소

는 매체에서 복사가 큰 영향을 미치게 됨을 의미한다. 이번 연구에서는 전체 누셀트수에는 대류 누셀트수보다 복사 누셀트수의 영향성이 크다는 것을 확인하였다.