韓國經營科學會誌
第33권 第4號
2008年 12月

생산자-구매자 공급망에서 운송비용을 고려한 생산 및 출하량 결정*

김창현**† · 김태복***

A Note on Production and Shipment Lot Sizing in a Vendor-Buyer Supply Chain with Transportation Cost*

Chang Hyun Kim** · Tae Bok Kim***

■ Abstract ■

Recently, Ertogral et al.[2] suggested two models considering the transportation cost based on single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem. Although their problem-solving algorithm guarantees solutions obtained are optimal, a limitation is revealed that its performance can be inefficient due to complete enumeration search in a certain range. In this paper, a more efficient algorithm in finding optimal solutions is suggested for the same problem suggested by Ertogral et al.[2]. Numerical examples are presented for illustrative purpose.

Keyword : Supply Chain Management, Transportation Cost, Joint Economic Lot Sizing Problem

1. 서 론

공급망 관리의 핵심은 공급망상에 존재하는 각 개별기업들이 전후 공급망상에 연결되는 고객이나 다른 기업과의 긴밀한 협력, 또는 제휴를 통하여 의사결정 과정을 통합함으로써 저비용 고효율의 공급망 운영으로 경쟁력을 확보하는 데 있다. 공급망 관리와 관련된 연구 가운데 단일 공급자 단일 구매자

논문접수일 : 2007년 11월 28일 논문게재확정일 : 2008년 10월 27일
* 본 연구는 전남대학교 교통물류연구소의 지원으로 이루어졌음.
** 전남대학교 문화사회과학대학 경상학부
*** 인천대학교 동북아물류대학원
† 교신저자

모형(Integrated Single-Vendor Single-Buyer Problem)은 공급망 관리와 관련하여 발생될 수 있는 많은 문제들에 대한 기본 모형으로 인식되기 때문에 그 동안 여러 연구자들에 의하여 꾸준한 연구가 이루어져 왔다. 이 문제는 연대적인 로트 크기 결정 문제(Joint Economic Lot Sizing Problem)라고도 불리는 데, Ben-Daya et al.[1]은 JELP의 최초 연구인 Goyal[3] 모형부터 최근에 발표된 모형들에 이르기까지 제안된 모형들의 특징과 모형들간의 차이점 및 최적해를 일목요연하게 비교 분석한 조사 논문을 발표하였다.

JELP에 실제적인 상황을 반영하여 문제를 보다 현실화하는 노력들이 있어왔다. 그 중 하나가 운송비용을 고려할 때의 의사결정이다. Ertogral et al.[2]은 이 문제를 제안하여 해를 구하는 알고리듬을 제시한 바 있다. 그러나, 그들의 알고리듬은 최적해를 제시하지만, 해를 찾는 과정이 나열 탐색 방식으로 효율적이지 않다는 데 있다. 이에 본 연구에서는 그들의 한계점을 극복하고자 그들이 제시한 모형을 대상으로 계산량 측면에서 보다 효율적인 개선된 알고리듬을 제시하고자 한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 독자들의 이해를 돕고자 JELP 기본 모형에 대하여 설명한다. 제 3장에서는 운송비를 고려하되 출하량에 따라 전량의 운임이 할인되는 모형에 대하여 설명한다. 제 4장에서는 운임 할인을 목적으로 출하량을 과다하게 신고함으로써 운임할인 효과를 누리는 모형에 대하여 설명한다. 제 3장, 제 4장에서는 각 모형별로 해를 찾기 위한 개선된 알고리듬을 제시하며, 해를 찾는 과정의 예시와 함께 본 모형과 Ertogral et al.[2] 모형과의 계산량 차이도 비교 분석한다.

2. 운송비를 고려하지 않는 동일 출하량 정책 모형(모형 1)

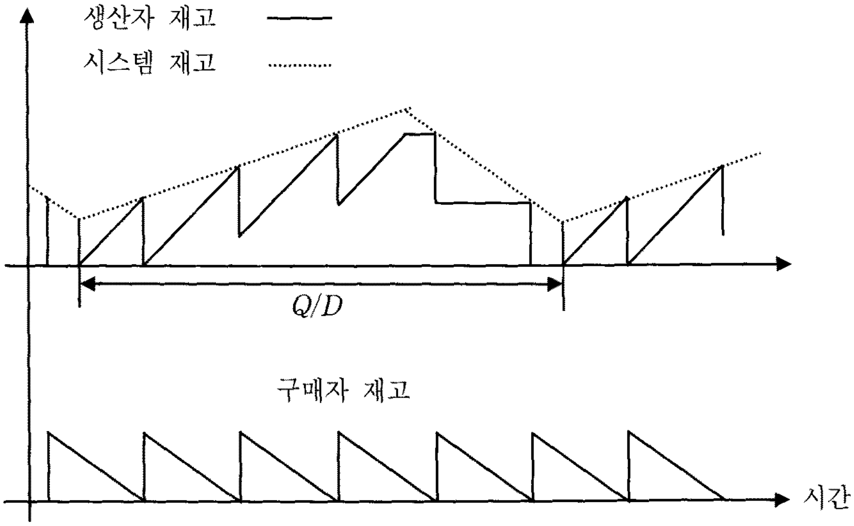
이 모형은 생산자가 로트 단위로 제품을 생산하는 동안 생산 중인 제품이나 생산 과정에 축적된 재고를 이용하여, 구매자에게 동일한 출하량으로 여러 차례 나누어 출하하는 정책이다. 주요 전제 조건으로서 생산자에게는 매번 로트 생산에 대한 생산 준비비용이, 구매자에게는 출하 주문을 위한 주문 비용이 부가되며, 구매자의 재고 유지비용이 생산자의 재고 유지비용보다 크다고 가정하였다.

모형의 수식화 사용된 기호는 Ertogral et al.[2]에서 사용된 기호와 동일하며 다음과 같다.

A_v : 생산자의 생산준비 비용
A_b : 구매자의 주문비용
h_v : 생산자의 재고유지 비용(원/개/시간)
h_b : 구매자의 재고유지 비용(원/개/시간)
P : 생산자의 생산율(개/시간)
D : 구매자의 수요율(개/시간) ($P > D$)
Q : 생산로트의 크기(개)
q : 출하로트의 크기(개)
n : 생산로트당 출하회수
$\lfloor X \rfloor$: X를 초과하지 않는 가장 큰 정수
$\lceil X \rceil$: X를 초과하는 가장 적은 정수

모형 1에서 생산자, 구매자, 시스템에 대한 재고 궤적이 [그림 1]에 나타나 있는 데, 생산 로트당 5번의 출하가 발생될 때의 예를 보여주고 있다. 여기서 시스템 재고는 생산자와 구매자 재고의 합을 나타낸다.

모형 1에서 결정하여야 하는 내용은 생산자와 구매자 모두를 동시에 고려할 때 이들에게 가장 바람직한 생산자의 생산 로트 크기(Q)와 구매자의 출하회수(n) 및 출하량(q)을 구하는 것이다. 모형 1을 포함하는 보다 일반적인 형태로 Hill[4]은 출하회수가 증가함에 따라 출하량이 증가하는 모형을 발표하였는데, 그들은 Q, n, q와 함께 출하량 증가비율을 결정변수로 두었다. Ertogral et al.[2]은 모형 1의 한 주기 내에서 발생되는 생산자의 생산 준비비용과 재고 유지비용, 그리고 구매자의 주문 준비비용과 재고 유지비용을 고려할 때, 단위시간 당 발생되는 비용은 q, n의 함수로서 식 (1)을 유도하였다. 그



[그림 1] 생산자, 구매자 및 시스템 재고의 궤적

들은 출하회수가 주어질 때 최적 출하량은 식 (2)로, 출하량이 주어질 때 실수인 최적 출하회수를 식 (3)과 같이 주어짐을 보였다.

$$TI(q,n)=(A_v+nA_b)\frac{D}{nq}+h_v\left[\frac{Dq}{P}+\frac{(P-D)nq}{2P}\right]+\frac{(h_b-h_v)q}{2} \quad (1)$$

$$q^*=\sqrt{\frac{(A_v+nA_b)D}{n\left[h_v\left[\frac{D}{P}+\frac{(P-D)n}{2P}\right]+\frac{(h_b-h_v)}{2}\right]}} \quad (2)$$

$$n^*=\frac{\sqrt{2A_vh_v(P-D)DP}}{h_v(P-D)q} \quad (3)$$

그리고, Hill[4]의 연구 결과를 준용하여 함수 $TI(q, n)$이 두 결정변수 q와 n에 대하여 볼록(convex)하다는 결과를 이용, 식 (2)와 식 (3)을 동시에 풀어 실수인 최적 출하회수를 식 (4)와 같이 구하였다.

$$n^*=\sqrt{\frac{A_v[P(h_b-h_v)+2h_vD]}{h_vA_b(P-D)}} \quad (4)$$

Ertogral et al.[2]은 모형 1에서 최적 출하량과 출하회수를 q^*_{TI}, n^*_{TI}라 할 때 이들을 구하는 알고리듬을 다음과 같이 제시하였다(주 : 저자 편집으로 다시 기술함).

알고리듬 1

1. 식 (4)를 이용하여 실수인 최적 출하회수 n^*를 구한다.
2. $TI(q,n)$의 최소비용을 TI^*라 하면 $TI^*=\min\left\{\begin{array}{l}TI(q^*|_{n=\lfloor n^*\rfloor},\ \lfloor n^*\rfloor),\\ TI(q^*|_{n=\lceil n^*\rceil},\ \lceil n^*\rceil)\end{array}\right\}$이며, 이때 q^*_{TI} 및 n^*_{TI}는 TI^*를 만족하는 q와 n이다.

3. 전량 운임할인 정책 모형(모형 2)

이 모형은 모형 1에서 운송비용을 고려한 것으로서 운송비용이 출하량의 함수로 주어지되, 동일 범위 내의 출하량에서는 단위당 운송비용이 전량 할인(all-unit-discount cost policy)될 때이다. 출하량에 따라 단위당 운송비용이 다음과 같이 $m+1$개의 범위로 주어진다고 하자.

그룹	출하량 범위	단위당 운송비용
0	$0=M_0\le q<M_1$	c_0

1	$M_1 \le q < M_2$	c_1
…	……	……
m-1	$M_{m-1} \le q < M_m$	c_{m-1}
m	$M_m \le q$	c_m

(단, $c_0 > c_1 > \cdots > c_{m-1} > c_m$)

그러면, 출하량에 따른 운송비용은 [그림 2]와 같이 나타낼 수 있다.

$q \in [M_i, M_{i+1})$에서 단위시간당 운송비는 $c_i nq/(nq/D) = c_i D$이므로 출하량에 따른 단위시간 당 운송비용은 식 (5)와 같이 계산된다.

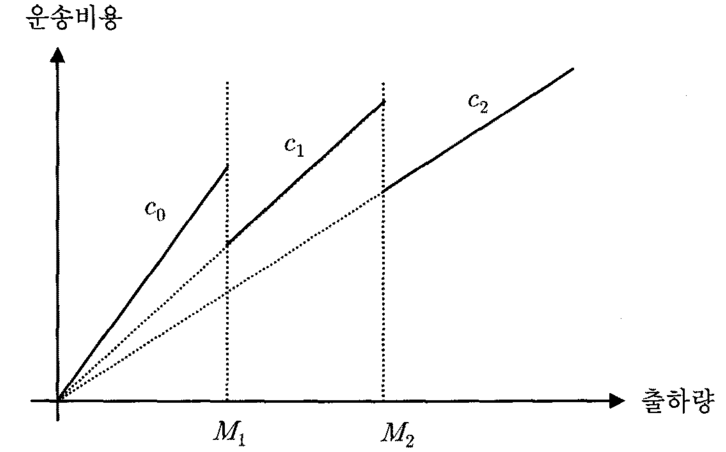
$$TC(q) = \begin{cases} c_0 D & q \in [0, M_1) \\ c_1 D & q \in [M_1, M_2) \\ c_2 D & q \in [M_2, M_3) \\ \cdots & \cdots \\ c_m D & q \in [M_m, \infty) \end{cases} \tag{5}$$

전량 운임할인 정책하에서의 단위시간당 비용함수를 다음과 같이 두자.

$$TT(q, n) = TI(q, n) + TC(q) \tag{6}$$

비용함수 식 (6)에서 $TI(q, n)$는 두 결정변수 q와 n에 대하여 볼록(convex)하다(자세한 증명은 Hill [4] 참조). 그리고, $TC(q)$는 출하량에 따라 결정되어지는 항이며 상수이다. 임의의 운임할인 수량 구간 i에서 비실행가능해(infeasible solution)까지 포함한 비용함수의 모양을 살펴보면, 함수 $TT(q, n)$는 $TI(q, n)$의 함수 모양과 동일하기 때문에 $(q, n) = (q^*_{TI}, n^*_{TI})$에서 최소비용이 발생되며 단지 상수인 $TC(q)$의 크기에 따라 비용함수 축을 오르내릴 뿐이다. 따라서, 함수 $TT(q, n)$는 운임할인 분기점 M_i, $i = 1, 2, \cdots m$에서 불연속이 발생하는 $m+1$개의 조각(piecewise) 모음 형태이지만 전체적인 모양은 q나 n이 커짐에 따라 비용이 감소하다가 증가하는 볼록함수 형태를 갖는다. $TI(q, n)$의 해인 식 (2)와 식 (3)을 보면 n이 커지면 q가 작아지고, q가 커지면 n이 작아지는 반대방향으로의 움직임을 보이므로 $TT(q, n)$ 역시 같은 움직임을 보인다.

$TT(q, n)$을 살펴보면 출하량이 증가하면 총 비용 가운데 운송비용 부분은 감소한다. 만일, 운송비용에서 절감할 수 있는 금액이 재고와 생산 준비 및 주문과 관련하여 증가하는 비용보다 크다면 출하량을 증가시킴으로써 총 비용을 줄일 수 있다. 모형 2에서의 최적해를 q^*_{TT}, n^*_{TT}라 하면 q^*_{TT}는 q^*_{TI}보다 커야함을 의미한다. 그리고, 운송 요율이 수량 M_i, $i = 1, 2, \cdots m$에서 변하기 때문에 분기점 수량에서의 비용 변화도 살펴볼 필요가 있다. $TT(q, n)$가 갖



[그림 2] 전량 운임할인에 의한 출하량에 따른 운송비용

는 특성을 이용하면 아래와 같이 Ertogral et al.[2] 이 제시한 알고리듬보다 훨씬 효율적인 알고리듬을 구축할 수 있다.

개선된 모형 2의 해를 구하기 위한 알고리듬 (알고리듬 2)

1. 알고리듬 1을 이용하여 n_{TI}^*, q_{TI}^* 및 그 때의 비용 $TT(q_{TI}^*, n_{TI}^*)$를 구한다.
2. 만일, $q_{TI}^* \geq M_m$이면 $q_{TT}^* = q_{TI}^*$, $n_{TT}^* = n_{TI}^*$로 두고 해를 구하는 과정을 마친다. 그렇지 않으면, 다음 단계로 넘어간다.
3. 다음과 같은 방법으로 각 운임할인 수량 M_i에서의 최소비용을 구한다.
   3.1 $M_i \leq q_{TI}^*$, $i = 1, 2, \cdots m$인 운임할인 범위 인덱스 가운데 가장 큰 인덱스를 l이라 하자.
   3.2 각각의 $i = l+1, l+2, \cdots m$에 대하여 운임할인 분기점 수량 M_i에서의 실수인 최적 출하회수 n^*를 식 (3)을 이용하여 구한다. 두 정수값 $n_i^- = \lfloor n^*|_{q=M_i} \rfloor$ 와 $n_i^+ = \lceil n^*|_{q=M_i} \rceil$를 가지고 M_i에서의 비용 $TT(M_i, n_i^-)$와 $TT(M_i, n_i^+)$를 각각 구한다.
   3.3 $TT_i^* = \min\{TT(M_i, n_i^-),\ TT(M_i, n_i^+)\}$로 둔다.
4. 전역 범위에서의 최적해를 구한다.
   최소비용을 TT^*라 하면 $TT^* = \min\{TT(q_{TI}^*, n_{TI}^*),\ \min_{i=l+1, l+2, \cdots m}\{TT_i^*\}\}$로 주어지며, 이때 q_{TT}^* 및 n_{TT}^*는 TT^*를 만족하는 q와 n이다.

단계 3.1은 q_{TI}^*는 q_{TT}^*의 하한(lower bound)이므로 q_{TI}^*보다 큰 운임할인 분기점에서의 비용을 살펴보아야 한다는 것을 반영한 것이다.

[정리 1] 알고리듬 2를 통하여 구한 해는 최적해이다.

<증명> 단계 2에서 $q_{TI}^* \geq M_m$일 경우에는 q_{TI}^*를 증가시킨다하더라도 운송비용을 더 이상 줄일 수 없으므로 $q_{TT}^* = q_{TI}^*$, $n_{TT}^* = n_{TI}^*$이 된다. 다음으로 $q_{TI}^* < M_m$인 경우를 살펴보자. $TI(q, n)$는 q와 n에 대하여 볼록하기 때문에 $TT(q, n)$는 운임할인 분기점 M_i, $i = 1, 2, \cdots m$에서 불연속이 발생하는 조각(piecewise) 모음 형태이지만 볼록함수 형태를 갖는다. 또한, q_{TI}^*는 q_{TT}^*의 하한치이므로 $q_{TT}^* \geq q_{TI}^*$이다. $q_{TI}^* < M_i$인 모든 M_i에서의 최소비용을 갖는 최적 검사회수는 볼록함수 성질을 이용하여 유일하게 결정할 수 있다. 그러므로 $TT^* = \min\{TT(q_{TI}^*, n_{TI}^*),\ \min_{i=l+1, l+2, \ldots m}\{TT_i^*\}\}$는 전역 최소비용이다. □

알고리듬 2는 $q_{TI}^* < M_m$일 때 l이 결정되면 $2(m-l)+1$번, l이 결정되지 않으면 최소 3번($q_{TI}^* \in [M_{m-1}, M_m)$인 경우), 최대 $2m+1$번($q_{TI}^* \in [M_0, M_1)$인 경우)의 비용함수 계산으로 최적해를 구한다. 반면, Ertogral et al.[2]의 알고리듬에서는 $n_{up} = n_{TI}^*$, $n_{lw} = \max\{1, \lfloor \sqrt{2A_v h_v (P-D)DP} / h_v(P-D)M_m \rfloor\}$로 두어 출하회수를 n_{lw}에서부터 하나씩 증가시켜 나가면서 n_{up}까지 출하회수가 주어졌다는 가정하에서 최소비용을 찾는 나열 탐색 방식으로 해를 구한다. 이에 따라 최소 $2(n_{up} - n_{lw} + 1)$번, 최대 $(m+1)(n_{up} - n_{lw} + 1)$번의 비용함수 계산으로 최적해를 구한다. 운임할인 분기점이 많거나 모형의 비용모수에 따라 n_{up}와 n_{lw}의 차이가 클수록 나열 탐색 방식의 계산량이 많아지므로 두 알고리듬간의 성능 차이는 더 커진다.

수치예제

본 예제에서는 Ertogral et al.[2]를 비롯한 이전 연구에서 사용된 예제를 대상으로 하였다. 비용모수가 A_v = 400, A_b = 25, h_v = 4, h_b = 5, P = 3200, D = 1000이고, 운송비용의 구조가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

출하량 범위	단위당 운송비용
$0 \le q < 100$	0.4
$100 \le q < 200$	0.25
$200 \le q < 300$	0.17
$300 \le q$	0.14

알고리듬 2의 단계적용 예시

1. $q^*_{TI} = 110.33$, $n^*_{TI} = 5$, $TT(110.33, 5) = 2153.3$.
2. $q^*_{TI} < 300$이므로 다음 단계로 넘어간다.

3.1 $100 \le q^*_{TI}$이므로 $l = 1$.

3.2 $i = 2, 3$에 대하여 TT^*_i를 구한다.

$$TT^*_2 = \min\{TT(200, 2) = 2195.0,\ TT(200, 3) = 2136.7\},$$
$$TT^*_2 = 2136.7.$$
$$TT^*_3 = \min\{TT(300, 1) = 2494.2,\ TT(300, 2) = 2240.0\},$$
$$TT^*_3 = 2240.0.$$

4. $TT^* = \min\{2153.3,\ \min\{2136.7, 2240.0\}\}$이므로 $q^*_{TT} = 200$, $n^*_{TT} = 3$, $TT^* = 2136.7$이다.

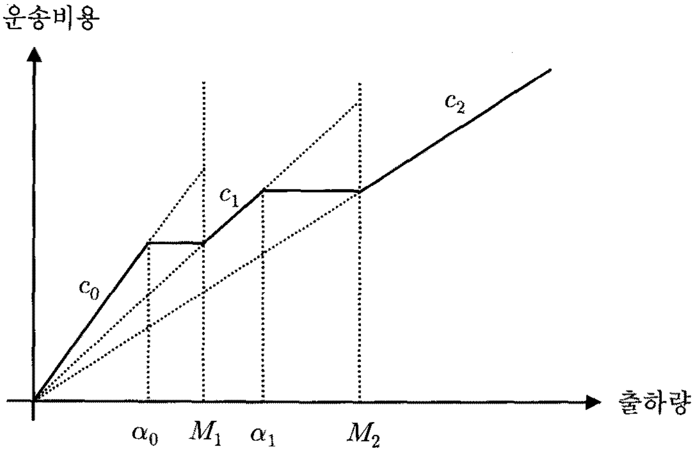
Ertogral et al.[2]에 제시된 수치 예제에서 그들은 12번의 비용함수를 비교하여 최적해를 구한 반면, 알고리듬 2에서는 $l = 1$이므로 5번의 비용함수 비교를 통하여 최적해를 구하였다.

4. 과잉출하 신고에 의한 운임할인 정책 모형(모형 3)

예제에 제시된 전량 운임할인 비용구조에서 출하량을 실제 출하량보다 높게 신고함으로써 비용을 절감할 수 있는 경우가 있다. 예를 들어 첫 번째 운임 범위에서 출하량이 62.5개(= 100 * 0.25/0.4) 보다 많으면 100개라고 신고하는 편이 운송비용 측면에서는 경제적이다. 이와 같이 과잉출하 신고가 허용될 때 운임할인을 고려한 Ertogral et al.[2] 모형의 해를 개선하는 알고리듬을 제시한다.

α_i를 범위 $[M_i, M_{i+1})$에서의 과잉출하 신고량이라 하자. 그러면 $\alpha_i = c_{i+1}M_{i+1}/c_i$이다. $q \in [\alpha_i, M_{i+1})$에 속하는 출하량은 M_{i+1}개를 출하한다고 과잉출하 신고를 하면 그 때의 운송비는 $c_i\alpha_i(= c_{i+1}M_{i+1})$인 상수가 된다. 그러면, 출하량에 따른 운송비용은 [그림 3]과 같이 나타낼 수 있다.

$q \in [\alpha_i, M_{i+1})$에서 단위시간 당 운송비는 $c_i n\alpha_i/(nq/D) = c_i\alpha_i D/q$이므로 출하량에 따른 단위시간당 운송비용은 식 (7)과 같이 계산된다.



[그림 3] 과잉출하 신고에 의한 출하량에 따른 운송비용

$$TCO(q)=\begin{cases} c_0D & q\in[0=M_0,\ \alpha_0) \\ c_0\alpha_0D/q & q\in[\alpha_0,\ M_1) \\ c_1D & q\in[M_1,\ \alpha_1) \\ c_1\alpha_1D/q & q\in[\alpha_1,\ M_2) \\ \cdots & \cdots \\ c_mD & q\in[M_m,\ \infty) \end{cases} \quad (7)$$

과잉출하 신고 모형의 단위시간 당 비용함수를 다음과 같이 두자.

$$TTO(q,\ n)=TI(q,\ n)+TCO(q) \quad (8)$$

$TTO(q, n)$는 $2m+1$개의 출하량 범위에 따라 함수 모양이 달라지는 데, $q\in[M_i,\ \alpha_i)$, $i=0,1,\cdots m$ (단, $\alpha_m=\infty$)에서의 비용함수는 전량 운임할인 모형의 비용함수와 동일하고, 과잉출하 신고가능 범위인 $q\in[\alpha_i,\ M_{i+1})$, $i=0,1,\cdots m-1$에서의 비용함수는 식 (1)에서 A_b 대신에 $A_b'=A_b+c_i\alpha_i$로 치환한 비용함수와 동일하다. 따라서, 함수 $TTO(q, n)$는 운임할인 분기점 M_i, $i=1,2,\cdots m$과 α_i, $i=0,1,\cdots m-1$에서 불연속이 발생하는 $2m+1$개의 조각(piecewise) 모음 형태이지만 전체적인 모양은 q나 n이 커짐에 따라 비용이 감소하다가 증가하는 볼록함수 형태를 갖는다.

위 모형의 최적해를 q^*_{TTO}, n^*_{TTO}라 하자. 출하량이 크면 운송비용을 절감할 수 있으나, 출하량 증가로 인한 재고와 생산 준비 및 주문 비용의 증가분을 상쇄하여야 총 비용을 줄일 수 있으므로 $q^*_{TTO}\ge q^*_{TI}$이어야 한다. $TTO(q, n)$가 갖는 특성을 이용하면 Ertogral et al.[2]이 제시한 알고리듬보다 계산량 절감 차원에서 보다 나은 알고리듬을 구축할 수 있다.

개선된 모형 3의 해를 구하기 위한 알고리듬 (알고리듬 3)

1. 알고리듬 1을 이용하여 n^*_{TI}, q^*_{TI} 및 그 때의 비용 $TTO(q^*_{TI}, n^*_{TI})$를 구한다. 그리고, $i=0,1,\cdots m-1$에서의 과잉출하 신고량 α_i를 구한다. $\alpha_m=\infty$로 둔다.
2. 만일, $q^*_{TI}\ge M_m$이면 $q^*_{TTO}=q^*_{TI}$, $n^*_{TTO}=n^*_{TI}$로 두고 해를 구하는 과정을 마친다. 그렇지 않으면, 다음 단계로 넘어간다.
3. 과잉출하 신고 범위가 아닌 $q\in[M_i,\ \alpha_i)$, $i=0,1,\cdots m$에서의 최소비용 TTO^1_i를 구한다.
   3.1 $M_i\le q^*_{TI}$, $i=0,1,\cdots m$인 운임할인 범위 인덱스 가운데 가장 큰 인덱스를 l이라 하자.
   3.2 각각의 $i=l+1, l+2,\cdots m$에 대하여 운임할인 분기점 수량 M_i에서의 실수인 최적 출하회수 n^*를 식 (3)을 이용하여 구한 후, 두 정수값 $n_i^-=\lfloor n^*|_{q=M_i}\rfloor$와 $n_i^+=\lceil n^*|_{q=M_i}\rceil$를 가지고 M_i에서의 비용 $TTO(M_i, n_i^-)$와 $TTO(M_i, n_i^+)$을 각각 구한다. 그러면, $TTO^1_i=\min\{TTO(M_i, n_i^-),\ TTO(M_i, n_i^+)\}$이다.
4. 과잉출하 신고 범위인 $q\in[\alpha_i,\ M_{i+1})$, $i=0,1,\cdots m-1$에서의 최소비용 TTO^2_i를 구한다.
   4.1 $\alpha_i\le q^*_{TI}$, $i=0,1,\cdots m-1$인 운임할인 범위 인덱스 가운데 가장 큰 인덱스를 l이라 하자.
   4.2 각각의 $i=l+1, l+2,\cdots m-1$에 대하여 A_b를 $A_b'=A_b+c_i\alpha_i$로 치환한 후, 알고리듬 1을 적용하여 q^*_i와 n^*_i 및 $TTO(q^*_i, n^*_i)$를 구한다. 만약, $q^*_i\in[\alpha_i,\ M_{i+1})$이면 $TTO^2_i==TTO(q^*_i, n^*_i)$로 두고, 아니면 $TTO(q^*_i, n^*_i)=\infty$로 하여 다음 단계로 진행한다.
   4.3 ($q^*_i\not\in[\alpha_i,\ M_{i+1})$인 경우에 해당) 두 정수값 $n_i^-=\lfloor n^*|_{q=\alpha_i}\rfloor$와 $n_i^+=\lceil n^*|_{q=\alpha_i}\rceil$를 이용하여 과잉출하 신고량 α_i에서의 비용 $TTO(\alpha_i, n_i^-)$와 $TTO(\alpha_i, n_i^+)$를 구한다. 그러면, $TTO^2_i=\min\{TTO(\alpha_i, n_i^-),\ TTO(\alpha_i, n_i^+)\}$이다.
5. 전역 범위에서의 최적해를 구한다. 전역 범위에서의 최소비용을 TTO^*라 하면 $TTO^*=\min\{TTO(q^*_{TI}, n^*_{TI}),\ \min_{i=l+1,l+2,\cdots m}\{TTO^1_i\},\ \min_{i=l+1,l+2,\cdots m-1}\{TTO^2_i\}\}$로 주어지며, 이때 q^*_{TTO} 및 n^*_{TTO}는 TTO^*를 만족하는 q와 n이다.

알고리듬 3은 $q^*_{TI} < M_m$일 때 l이 결정되면 $4(m-l)+3$번 이내에서, l이 결정되지 않으면 최소 3번($q^*_{TI} \in [\alpha_{m-1}, M_m)$일 때)이내, 최대 $5m+1$번($q^*_{TI} \in [M_0, \alpha_0)$일 때)의 비용함수 계산으로 최적해를 구한다. 반면, Ertogral et al.[2]의 알고리듬에서는 나열탐색 방법으로 인하여 최소 $2(n_{up}-n_{lw}+1)$번, 최대 $(2m+1)(n_{up}-n_{lw}+1)$번의 비용함수 계산으로 최적해를 구한다.

[정리 2] 알고리듬 3을 통하여 구한 해는 최적해이다.

<증명> 단계 2에서 $q^*_{TI} \ge M_m$일 경우에는 q^*_{TI}를 증가시킨다하더라도 운송비용을 더 이상 줄일 수 없으므로 $q^*_{TTO} = q^*_{TI}$, $n^*_{TTO} = n^*_{TI}$이 된다. 다음으로 $q^*_{TI} < M_m$인 경우를 살펴보자. 함수 $TTO(q, n)$는 운임할인 분기점 M_i, $i = 1, 2, \cdots m$과 α_i, $i = 0, 1, \cdots m-1$에서 불연속이지만 볼록함수이다. 또한, q^*_{TI}는 q^*_{TTO}의 하한치이므로 $q^*_{TTO} \ge q^*_{TI}$이다. $q^*_{TI} < M_i$인 모든 M_i 및 $q^*_{TI} < \alpha_i$인 모든 α_i에서의 최소비용을 갖는 최적 검사회수는 $TTO(q, n)$가 볼록함수라는 성질을 이용하여 유일하게 결정할 수 있다. 그러므로, $TTO^* = \min\{TTO(q^*_{TI}, n^*_{TI}), \min_{i=l+1, l+2, \cdots m}\{TTO^1_i\}, \min_{i=l+1, l+2, \cdots m-1}\{TTO^2_i\}\}$는 전역 최소비용이다. □

알고리듬 3의 단계적용 예시

1. $q^*_{TI} = 110.33$, $n^*_{TI} = 5$, $TTO(110.33, 5) = 2153.3$.
   $\alpha_0 = 62.5$, $\alpha_1 = 136$, $\alpha_2 = 247$, $\alpha_3 = \infty$.
2. $q^*_{TI} < 300$이므로 다음 단계로 넘어간다.

3.1 $100 \le q^*_{TI}$이므로 $l = 1$.

3.2 $i = 2, 3$에 대하여 TTO^1_i를 구한다.

$$TTO^1_2 = \min\begin{Bmatrix} TTO(200, 2) = 2195.0, \\ TTO(200, 3) = 2136.7 \end{Bmatrix}, \quad TTO^1_2 = 2136.7.$$

$$TTO^1_3 = \min\begin{Bmatrix} TTO(300, 1) = 2494.2, \\ TTO(300, 2) = 2240 \end{Bmatrix}, \quad TTO^1_3 = 2240.$$

4.1 $62.5 \le q^*_{TI}$이므로 $l = 0$.

4.2 $i = 1, 2$에 대하여 TTO^2_i를 구한다.

1) $(i=1)$ $A_b' = 25 + 0.25 * 136 = 59$일 때
$q^*_1 = 180.94$, $n^*_1 = 3$.
$q \in [136, 200)$이므로
$TTO^2_1 = TTO(180.94, 3) = 2125.99$.

2) $(i=2)$ $A_b' = 25 + 0.17 * 247 = 66.99$일 때
$q^*_2 = 184.66$, $n^*_2 = 3$.
$q \notin [247, 300)$이므로
$TTO(184.66, 3) = \infty$.

4.3 1) $(i=1)$ 해당사항 없음

2) $(i=2)$ $TTO^2_2 = \min\begin{Bmatrix} TTO(247, 2) = 2192.43, \\ TTO(247, 3) = 2262.15 \end{Bmatrix}$.
$TTO^2_2 = 2192.43$.

5. $TTO^* = \min\begin{Bmatrix} 2153.3, \min\{2136.7, 2240.0\}, \\ \min\{2125.99, 2192.43\} \end{Bmatrix}$이므로
$q^*_{TTO} = 180.94$, $n^*_{TTO} = 3$, $TTO^* = 2125.99$이다.

Ertogral et al.[2]에 제시된 수치 예제에서 그들은 19번의 비용함수를 계산하여 최적해를 구한 반면, 알고리듬 3에서는 9번의 비용함수를 계산하여 최적해를 구한다.

5. 요약 및 결론

최근 Ertogral et al.[2]은 출하량이 동일한 단일 공급자 단일 구매자 모형을 기반으로 하여 운송비용을 고려하는 경우에서의 출하회수와 출하량을 결정하는 모형을 제안하여 해를 구하는 알고리듬을 제시한 바 있다. 그러나, 그들의 알고리듬은 최적해를 제시하지만, 해를 찾는 과정이 나열 탐색 방식으로 효율적이지 않다는 문제가 있었다. 이에 본 연구에서는 비용함수의 특징을 활용하여 계산량 측면에서 보다 우수한 알고리듬을 제시하였고, 알고리듬의 적용 절차를 수치 예제를 통하여 살펴

보았다. 연구 결과, 운임할인 분기점이 많거나 모형의 비용모수 변화에 따라 선행연구와 본 연구에서의 알고리듬간 성능 차이는 더 커질 수 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] Ben-Daya, M., M. Darwish, and K. Ertogral, "The Joint Economic Lot Sizing Problem : Review and Extensions," *European Journal of Operational Research*, Vol.185(2008), pp.726-742.

[2] Ertogral, K., M. Darwish, and M. Ben-Daya, "Production and Shipment Lot Sizing in a Vendor-Buyer Supply Chain with Transportation Cost," *European Journal of Operational Research*, Vol.176(2007), pp.1592-1606.

[3] Goyal, S.K., "An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-Single Customer Problem," *International Journal of Production Research*, Vol.15(1977), pp.107-111.

[4] Roger, M.H., "The Single-Vendor Single-Buyer Integrated Production-Inventory Model with a Generalized Policy," *European Journal of Operational Research*, Vol.97(1997), pp.493-499.