

Markov 연쇄 MCM을 이용한 마이크로 흐름센서 열전달 해석

차경환* · 김태용*

Thermal Transfer Analysis of Micro Flow Sensor using by Markov Chain MCM

Kyung-Hwan Cha* · Tae Yong Kim*

요 약

산화물 반도체 감지막이 동작온도에 따라 감응특성을 가지는 마이크로 흐름센서를 설계하기 위해서 통계적 수법에 기초한 Markov 체인 MCM을 이용하여 기초방정식을 정식화하고 마이크로 소자의 열 전달특성을 해석하였다. 계산 결과를 통하여 기존 유한차분법이 가지는 계산 정밀도와 차이가 없음을 확인하였다. 본 논문에서 제안한 Markov 체인 MCM을 활용하면 다양한 마이크로 소자의 열전달 특성과 같은 물리적 특성을 해석하고 설계하는데 유용할 것으로 판단된다.

ABSTRACT

To design micro flow sensor varying depending on temperature of driving heater in the detector of Oxide semiconductor, Markov chain MCM(MCMCM), which is a kind of stochastic and microscopic method, was introduced. The formulation for the thermal transfer equation based on the FDM to obtain the MCMCM solution was performed and investigated, in steady state case. MCMCM simulation was successfully applied, so that its application can be expanded to a three-dimensional model with inhomogeneous material and complicated boundary.

키워드

Finite Difference Formulation, Markov 연쇄, Monte Carlo Method, 마이크로 흐름센서

I. 서 론

실리콘 기판위에 반도체집적공정과 같은 미세가공 기술을 이용하면 정교한 마이크로 소자의 개발이 가능하다. 이렇게 개발된 소자는 저전력과 다차원화, 다기능화, 지능화, 시스템화가 가능할 뿐만 아니라 매우 빠른 응답특성을 가져 그 활용도가 높다고 할 수 있다[1-3].

본 논문에서는 산화물 반도체 감지막이 동작온도에 따라 감응특성을 가지는 마이크로 흐름센서를 설계하고자 한다. 개발된 센서 소자의 온도특성을 제어하여 정

밀도가 높은 센서를 설계하기 위해서 소자의 열 분포 특성 및 소비전력 등의 물리적 특성을 계측기 등을 사용하여 측정하고 성능을 개선시키는 것에는 많은 어려움이 따른다. 따라서 온도특성과 같은 물리현상을 지배하는 기초방정식을 먼저 구축하고 이를 해석적 또는 수치적으로 계산함으로써 이론 해를 구하고 실험결과와 비교함으로써 보다 나은 성능을 가지는 온도센서를 설계할 수 있다.

일반적으로 적용 가능한 수치해석 방법으로는 유한요소법, 경계요소법, 유한차분법 등을 이용할 수 있다

* 동서대학교 컴퓨터정보공학부(교신저자: 김태용)

접수일자 2008. 09. 05

[4]. 본 논문에서는 본질적으로 통계적 수법에 해당하는 MCM(Monte Carlo Method)을 적용하여 마이크로 소자의 열특성을 해석하고자 한다.

MCM은 난수를 이용해서 시스템 입자의 이동 여부를 결정하고 계속해서 미시적인 상태를 작성하여 가는 수법이다[5-7]. 이 방법은 주로 평형 통계역학, 즉 열역학적 평형상태에 있는 시스템에 대한 시뮬레이션 방법이라고 할 수 있다. 또한 MCM은 확률계산을 동반하여 적분 등의 계산을 난수를 이용해서 근사적으로 수행하는 방법으로 사용되기도 하였다. 이 경우 근사 오차가 발생하며, 계산의 효율성이 반드시 높다고 할 수 없으나 범용성 측면에서 실장이 간단하다는 이점도 있다.

특히 Markov 연쇄 몬테카를로법(MCMC)이라고 불리는 수법도 발전하고 있어, 그 적용범위도 넓어지고 있다[5, 7]. 이 MCMC법은 어느 확률 모델에 따라 난수를 발생시키지만 모델에 따라 난수를 정확히 또는 직접적으로 발생시키기 어려운 상황에서 보다 유효하다고 볼 수 있다. 간단히 말하면, MCMC법은 어느 확률 모델에 따른 난수를 근사적으로 발생시키는 수법으로서 모델을 해석할 때의 수렴계산의 스텝을 난수를 토대로 하여 목적하는 확률모델에 대한 난수를 근사적으로 발생시킨다. 즉 난수 발생과 수렴 계산의 수법을 조합하여 몬테카를로법의 적용범위를 확장시킨 방법이다.

본 논문에서는 마이크로 흐름센서를 해석하기 위해서 통계적 수법에 기반한 Markov 연쇄 MCM을 도입하여 기초방정식을 정식화하고 흐름센서를 해석하여 그 적용 가능성에 대하여 검토하였다.

II. 몬테카를로법

2.1 고정 랜덤 워킹 MCM

일반적으로 열전달 문제를 해석하기 위해서는 다음과 같이 열전도 및 대류가 평형을 이루는 정상상태에서의 열운송 방정식(Thermal Transfer Equation)을 고려할 수 있다[1-4].

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

위 식에서 (u, v) 는 대류 전달속도, α 는 열전달확산

계수를 의미한다. 식 (1)에 대해서 좌변의 편미분 항들은 후진차분을, 우변의 항들에 대해서는 중앙차분을 적용하여 정리하면 다음과 같이 차분방정식으로 변환이 가능하다.

$$u \frac{T(x,y) - T(x-\Delta,y)}{\Delta} + v \frac{T(x,y) - T(x,y-\Delta)}{\Delta} = \\ \alpha \left[\frac{T(x+\Delta,y) - 2T(x,y) + T(x-\Delta,y)}{\Delta^2} + \frac{T(x,y+\Delta) - 2T(x,y) + T(x,y-\Delta)}{\Delta^2} \right]. \quad (2)$$

단 각 격자점은 등간격으로 분할하는 것으로 가정하여 $\Delta = \Delta x = \Delta y$ 로 두었다. 식 (2)를 각 격자점 (x, y) 에서의 온도 T 로 다시 정리하면 다음과 같이 온도분포를 나타내는 차분 방정식으로 표현된다.

$$T(x,y) = p_{x+}T(x+\Delta,y) + p_{x-}T(x-\Delta,y) + p_{y+}T(x,y+\Delta) + p_{y-}T(x,y-\Delta) \quad (3)$$

식 (3)에서 p^* 는 차분 방정식의 계수로서 다음과 같이 정리된다.

$$p_{x+} = p_{y+} = \frac{1}{C_x + C_y + 4} \quad (4a)$$

$$p_{x-} = \frac{1 + C_x}{C_x + C_y + 4}, \quad p_{y-} = \frac{1 + C_y}{C_x + C_y + 4} \quad (4b)$$

$$C_x = \frac{u\Delta}{\alpha}, \quad C_y = \frac{v\Delta}{\alpha} \quad (4c)$$

여기서 식 (4)는 입자가 각각 $(x+\Delta, y), (x-\Delta, y), (x, y+\Delta), (x, y-\Delta)$ 방향으로 이동할 확률을 나타내고 있다(그림 1 참조). 따라서 $p_{x+}, p_{x-}, p_{y+}, p_{y-}$ 는 시작점(일반적으로 공간 내 구하고자하는 포텐셜)에서 주변 경계점으로 이동할 통계학적인 확률을 해석을 의미한다. 따라서 각 입자의 이동이 경계면에 도달할 때의 모든 포텐셜의 합을 평균으로 취하면 주어진 경계조건을 만족하는 온도분포를 다음과 같이 계산할 수 있다[5, 7].

$$T(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_p(i) \quad (5)$$

여기서 N 은 입자가 경계면까지 도달한 횟수를 나타

내며 수치해가 수렴하기 위해서는 워킹(walking) 수가 많을수록 보장된다.

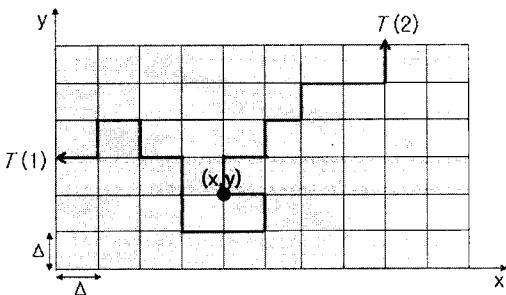


그림 1. 고정 랜덤 워킹(메트로폴리스법)

Fig. 1 Fixed Random Walks

2.2 부동 랜덤 워킹 MCM

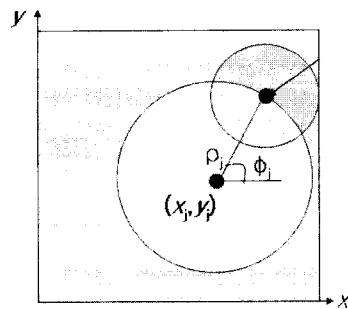
이 방법은 포텐셜 이론의 평균치 정리에 기초하는 방법이다. 즉 2차원 문제에서 포텐셜(온도분포)은 다음과 같이 변한다고 볼 수 있다[5, 7].

$$T(x, y) = \frac{1}{2\pi\rho} \oint_L T(\rho') d\Gamma \quad (6)$$

그림 2에 나타낸 것처럼, 식 (6)은 계산을 원하는 내점 (x, y) 를 기준으로 하는 반경 ρ 를 따라서 주회적분을 한 결과가 되며, 이를 각 스텝별로 각 입자의 이동을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= x_j + \rho_j \cos \phi_j \\ y_{j+1} &= y_j + \rho_j \sin \phi_j \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)의 경우는 각 입자의 이동을 최소 반경을 이용하여 각 내점에서의 포텐셜을 구하게 되며, Fixed Random Walking MCM 보다는 더 빠른 속도로 원하는 해를 구할 수 있는 장점이 있다. 그러나 각 입자의 이동을 위한 최소 반경을 매번 체크하여 결정해야 되며 어느 방법을 차용하더라도 영역 내 특정 한 내점에서만 포텐셜을 구하게 되므로 전체 포텐셜을 구하기 위해서는 모든 내점에 대해서 반복계산을 수행해야만 하는 불편함이 따른다.

그림 2. 부동 랜덤 워킹
Fig. 2 Floating Random Walks

2.3 Markov 연쇄 MCM

표준 MCM의 경우는 각 내점의 포텐셜을 구하기 위해서 매번 각 입자의 이동을 통하여 경계조건을 만족할 때까지의 횟수와 이동에 따른 포텐셜을 기억시켜 통계학적인 평균을 취해야만 해를 구할 수 있다. 또한 전체 영역에 대해서 해를 구하기 위해서는 동일한 반복 계산을 수행해야만 되는 불편함을 가지고 있다. 이를 극복하기 위한 방법으로서 Markov 연쇄를 이용하면 각 입자의 이동을 천이 확률로 계산하여 전체 영역에 대한 포텐셜을 한꺼번에 구할 수 있는 Markov 연쇄 MCM이 제안되었다[6, 7].

Markov 연쇄는 랜덤 변수 $X^{(0)}, X^{(1)}, \dots$, 들의 시퀀스로 나타낼 수 있다[7]. 여기서 $X^{(n)}$ 에 대한 확률분포는 $X^{(n-1)}$ 의 확률 분포에 의해서 전 공간에 걸쳐 결정된다. 그리고 Markov 연쇄는 랜덤 워크를 나타내며, 상태(천이)는 격자점을 나타낸다. 천이 확률은 노드 i 에서의 랜덤 워킹 입자들이 노드 j 로 이동하는 것을 의미하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{ij} &= P(x_{n+1} = j | x_0, x_1, \dots, x_n) \\ &= P(x_{n+1} = j | x_n) \quad j \in X, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

즉 Markov 연쇄는 통계학적인 천이 확률 행렬 P 로 나타낼 수 있다. 여기서 구하고자 하는 각 내점의 수를 n_f (free nodes), 경계조건에 의해 구속된 노드의 수를 n_p (absorbing nodes)로 두면, 천이 행렬 P 는 $n \times n$ 의 크기를 가지게 된다(단, $n = n_f + n_p$). 따라서 Markov 체인은 다음과 같이 천이 확률 행렬 P 로 특성 지워질 수 있다.

$$P = \begin{bmatrix} I & 0 \\ R & Q \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)에서 행렬 R 은 free node에서 absorbing node로의 입자 이동에 따른 특성을 표현하고 있으며, 행렬 Q 는 free node에서 free node로의 천이 상태를 나타내고 있다. 또한 행렬 I 는 단위행렬로서 $P_{ii} = 1$ 또는 $P_{ij} = 0$ 을 의미한다. 행렬 O 는 영행렬로서 free node에서 absorbing node 사이에서의 어떠한 천이도 발생하지 않음을 의미한다.

다음으로 행렬 Q 는 식 (1)에 대해서 각 입자가 이동할 확률 $p_{x+}, p_{x-}, p_{y+}, p_{y-}$ 에 의해서 결정되며 식 (4)에 주어진 식을 그대로 이용할 수 있다. 여기서 흡수 행렬 B 는 다음과 같이 기본행렬 N 과 R 에 의해서 다음과 같이 계산되며

$$B = NR, \quad \text{where } N = (I - Q)^{-1} \quad (10)$$

천이 확률행렬과 마찬가지로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^{n_p} B_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n_f \quad (11)$$

만약 free node(계산을 위한 각 내점)와 고정 노드(경계조건으로 구속된 노드)에서의 포텐셜을 T_f 및 T_p 라고 한다면 구하고자 하는 포텐셜은 다음과 같이 한꺼번에 결정될 수 있다[7].

$$T_f = BT_p \quad (12)$$

III. 수치 시뮬레이션 결과

3.1 흐름을 고려하지 않은 경우

본 논문에서 제안하는 Markov 연쇄 MCM을 이용하여 흐름이 없는 경우의 온도분포를 계산하였다. 먼저 계산을 위해서 식 (1)에 대해서 흐름속도 (u, v) 에 의한 기여는 없는 것으로 두고 외부 경계조건은 그림 3에 나타낸 것처럼 설정하였다. 이 경우, $n_f = 4$, $n_p = 8$ 이 되며

계산 영역에서 각 모서리의 경우는 주어진 경계조건의 불연속점으로서 계산에서는 제외되었다.

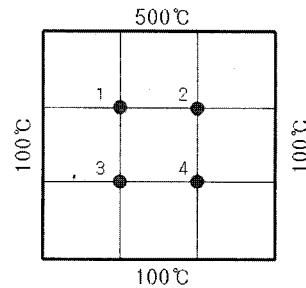


그림 3. 경계조건의 설정과 내점
Fig. 3 Boundary Conditions and internal points in computing space

표 1. 각 내점에서의 계산된 온도 분포 비교
Table. 1 Comparison with between each internal point

node번호	차분법 계산 ^[4]	Markov 연쇄 MCM
1	250.0	249.999
2	250.0	249.999
3	150.0	150.0
4	150.0	150.0

주어진 경계조건하에서 계산영역 내부에서의 온도포텐셜을 계산한 결과를 차분법으로 계산한 결과와 함께 표 1에 나타내었다. 또한 그림 3에서 주어진 경계조건을 적용하고 계산공간을 35×35 로 분할하여 각 내점에서의 온도분포를 계산한 결과를 그림 4에 나타내었다 ($n_f = 1444$, $n_p = 152$). 이 결과에서 알 수 있듯이, Markov 연쇄 MCM에 의한 계산결과는 차분법의 계산결과와 거의 일치하고 있으며 높은 정밀도의 해를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

이 결과로부터 Markov 연쇄 MCM의 적용 가능성을 확인하기 위하여 그림 5에 나타낸 실제 제작된 마이크로센서를 고려하였다. 본 논문에서는 중앙에 하나의 히터를 두고 좌우측에 감지막이 있는 단순 모델을 대상으로 하였다. 먼저 센서 모델을 35×35 의 격자 공간으로 분할하고 계산 공간 외곽 부분에서는 실온(27°C)으로 가정하여 경계조건을 설정하였다.

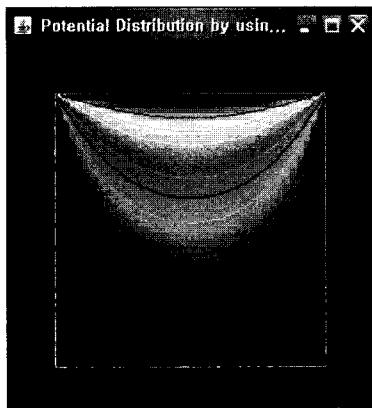


그림 4. 정상상태 해석(35×35 분할)
Fig. 4 Temperature potentials in 35 by 35 computing grid

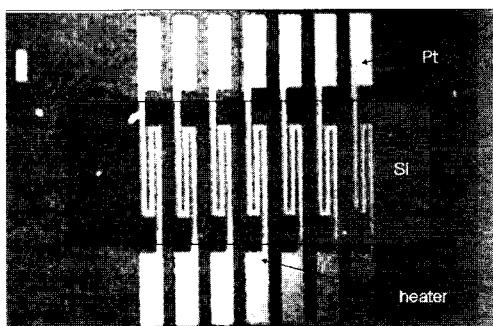


그림 5. 제작된 마이크로 흐름센서 예
Fig. 5 Top view of micro flow sensor

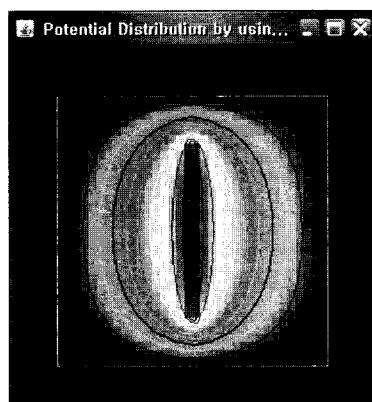


그림 6. 마이크로 흐름센서의 정상상태 해석 결과
Fig. 6 Steady state result of micro flow sensor

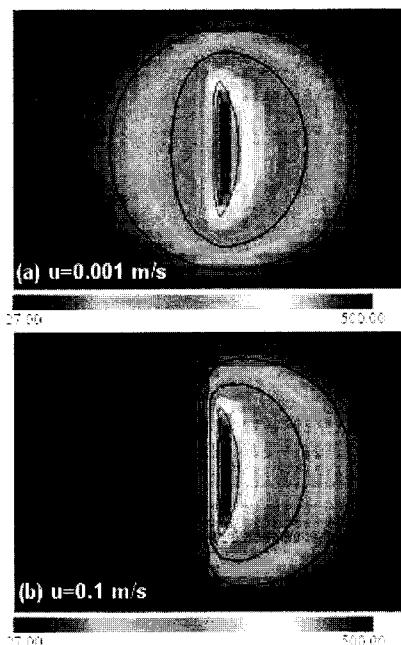


그림 7. 흐름이 주어진 경우의 마이크로 흐름센서의 온도분포 해석
Fig. 7 Temperature distributions of micro flow sensor for given flow conditions

중앙 히터의 온도를 500°C 로 설정($n_f = 1198$, $n_p = 23$)하여 계산한 결과를 그림 6에 나타내었다. 이 경우는 지배방정식 (1)에 대해서 흐름속도에 의한 영향이 없는 정상상태에서의 열전달 특성을 나타내고 있다.

3.2 마이크로 흐름센서의 해석

또 다른 예로서 그림 5에 주어진 마이크로 흐름센서를 대상으로 Si영역에 해당하는 다이어프레임에 대해서만 계산을 수행하였다. 또한 중앙의 히터 온도는 500°C , y -방향으로의 흐름속도에 의한 영향은 없는 것으로 가정하여 $v = 0$ 으로 두었다.

마이크로 센서의 좌측에서 공기의 흐름을 가정하고 흐름속도 u 를 0.001 m/s , 0.1 m/s 로 설정하였을 때의 마이크로 흐름센서의 상면에서의 온도분포를 계산한 결과를 그림 7에 나타내었다. 흐름속도 u 가 빨라질수록 온도분포가 히터 우측으로 이동되는 것을 목격할 수 있으며(그림 7. (b) 참조), 이러한 특성을 이용하여 히터 양편에 위치하는 감지막에서의 온도 차이를 활용하여 온도센서로서 활용이 가능하다.

V. 결 론

마이크로 흐름센서의 열전달 해석을 위해서 열운송 방정식에 대하여 차분법을 적용하고, 이로부터 상태 천이에 대한 확률해석을 위해 Markov 연쇄를 적용한 MCM을 이용하여 계산을 수행하였다. 계산 결과는 기존 차분법이 가지는 계산 정밀도와 차이가 없었으며 다양한 마이크로 센서 해석과 같은 포텐셜 문제 해석에 적용 가능할 것으로 기대된다. 앞으로 복잡한 구조를 가지는 3차원 모델에 대한 정식화 및 복잡한 경계조건 적용 가능성을 검토할 예정이다.

감사의 글

교육과학기술부와 한국산업기술재단의 지역혁신인력양성사업과 지역혁신센터의 연구결과임.

참고문헌

- [1] Tae Yong Kim and Wan-Young Chung, "Analysis of Micro Flow Sensor using Excel spreadsheet," Proc. of the SICE-ICASE Int. Joint Conference 2006, pp. 73-80, October 2006.
- [2] 정완영, 김태용, 서용수, "다단계 온도 감지막을 가진 고영역 흐름 측정용 마이크로 흐름센서," 제어자동화시스템공학논문지, 제12권, 제1호, pp. 85-92, 2006.
- [3] Wan-Young Chung and Tae Yong Kim, "A 2-Dimensional Micro Flow Sensor Properties," Rare Metal Materials and Engineering, vol. 35, no. z2, pp. 590-594, December 2006.
- [4] J. P. Holman, Heat Transfer 7th ed., McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1992.
- [5] S. Kamiyama and A. Satoh, *Monte Carlo Simulation*, Asakura Pub.(Japanese ed.), 1997.
- [6] Oliver C. Ibe, *Fundamentals of Applied Probability and Random Processes*, Elsevier Academic Press, 2005.
- [7] MATTHEW N. O. Sadiku, "Monte Carlo Methods in an Introductory Electromagnetic Course," IEEE Trans. on Education, vol. 33, no. 1, pp. 73-80, February 1990.

저자소개



차경환(Kyung-Hwan Cha)

1985년 부경대학교 전자통신공학과
(공학사)
1990년 부경대학교 전자통신공학과
(공학석사)

1996년 부경대학교 전자공학과(공학박사)
1995년~현재 동서대학교 컴퓨터정보공학부 교수
※관심분야: 임베디드시스템, 디지털신호처리



김태용(Tae Yong Kim)

1993년 부경대학교 전자공학과
(공학사)
1997년 오카야마대학 전기전자
공학과(공학석사)
2001년 오카야마대학 자연과학연구과(공학박사)
2002년~현재 동서대학교 컴퓨터정보공학부 교수
※관심분야: 무선통신, 수치해석, 미들웨어 응용