

3차원 MT 탐사 모델링에서 2차원 경계조건의 적용

한누리¹ · 남명진² · 김희준^{3*} · 이태종⁴ · 송윤호⁴ · 서정희⁵

¹서울대학교 에너지시스템공학부

²Department of Petroleum and Geosystems Engineering, The University of Texas at Austin, USA

(이전, 한국지질자원연구원 지하수지열연구부)

³부경대학교 에너지자원공학과

⁴한국지질자원연구원 국토지질연구본부

⁵별세, 서울대학교 지구환경시스템공학부

Application of Two-Dimensional Boundary Condition to Three-Dimensional Magnetotelluric Modeling

Nuree Han¹, Myung Jin Nam², Hee Joon Kim^{3*}, Tae Jong Lee⁴, Yoonho Song⁴, and Jung Hee Suh⁵

¹Department of Energy Systems Engineering, Seoul National University

²Department of Petroleum and Geosystems Engineering, The University of Texas at Austin, USA
(Formerly, Groundwater and Geothermal Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources)

³Department of Energy Resources Engineering, Pukyong National University

⁴Geological Research Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources

⁵Deceased, Formerly Department of Civil, Urban and Geosystem Engineering, Seoul National University

요약: MT 모델링에서는 송신원을 고려하지 않으므로, 평면파에 대한 배경 매질의 반응을 경계값으로 설정하는 Dirichlet 경계조건을 이용할 때에 그 경계값의 정확한 계산이 매우 중요하다. 이 연구에서는 1차원 배경 매질만을 가정하던 기존의 모델링 알고리즘을 2차원 배경 매질을 고려할 수 있도록 발전시켰다. 1차원 배경매질의 경우 경계값은 해석적으로 계산할 수 있으나, 2차원 구조가 존재하는 경우에는 2차원 모델링을 통해 경계값을 계산하여야 한다. 2차원 모델링의 TM (transverse magnetic) 및 TE (transverse electric) 모드는 3차원 모델링의 입사 전기장의 분극 방향과 2차원 구조의 주향에 따라서 결정된다. 전기장을 셀 모서리에 정의하는 기존의 3차원 모델링 알고리즘과 잘 부합하도록 2차원 모델링에서도 모서리에서 전기장을 계산하였다. 2차원 모델링을 통해 계산된 값을 3차원 모델링의 경계값으로 활용한 결과, 단층 모형 혹은 한 면에 바다를 포함한 모형에 대해 보다 정확한 걸보기비저항 및 위상을 얻을 수 있었다.

주요어: 3D, MT, 모델링, 경계조건

Abstract: Assigning an exact boundary condition is of great importance in three-dimensional (3D) magnetotelluric (MT) modeling, in which no source is considered in a computing domain. This paper presents a 3D MT modeling algorithm utilizing a Dirichlet condition for a 2D host. To compute boundary values for a model with a 2D host, we need to conduct additional 2D MT modeling. The 2D modeling consists of transverse magnetic and electric modes, which are determined from the relationship between the polarization of plane wave and the strike direction of the 2D structure. Since the 3D MT modeling algorithm solves Maxwell's equations for electric fields using the finite difference method with a staggered grid that defines electric fields along cell edges, electric fields are calculated at the same place in the 2D modeling. The algorithm developed in this study can produce reliable MT responses for a 3D model with a 2D host.

Keywords: 3D, MT, modeling, boundary condition

2008년 10월 1일 접수; 2008년 11월 18일 채택

*Corresponding author

E-mail: hejkim@pknu.ac.kr

Address: Department of Energy Resources Engineering,

Pukyong National University,

599-1, Daeyeon 3-Dong, Nam-Gu, Busan 608-737, Korea

서 론

자기지전류(magnetotelluric; MT) 탐사는 대략 0.0001 Hz에서 수십 kHz 범위의 자연 전자기장을 송신원으로 하여 지하 매질의 전기적 구조를 규명하는 탐사 방법이다. 특정 지하 구조에 대한 MT 반응을 이해하고, 탐사 결과로부터 지하 매질을 정확히 추정하기 위해서는 MT 탐사에 대한 3차원 모델링이 선행되어야 한다. MT 탐사는 아주 먼 곳에서 발생한 자연 전자기장을 송신원으로 하기 때문에 모델링 영역에서 송신원을 고려하지 않는다. 자연 전자기장은 공기와 지구의 엄청난 전기전도도 차이로 인해 입사각에 관계없이 지하에서는 수직으로 전파되므로, 모델링에서는 크기와 위상이 동일한 평면파가 탐사 영역에 수직 입사한 것으로 가정할 수 있다(McNeill and Labson, 1991). 대부분의 3차원 MT 모델링에서는 평면파에 의한 배경매질에서의 전기장 혹은 자기장을 계산하여 Dirichlet 경계조건으로 이용한다(e.g., Mackie *et al.*, 1994; Sasaki, 1999; Newman and Alumbaugh, 2000; Siripunvaraporn *et al.*, 2005; Nam *et al.*, 2007). 이 논문에서는 3차원 모형의 여섯 개 경계면에 모두 Dirichlet 경계조건을 적용하는 모델링에 한정하여 보다 정확한 경계값의 계산에 대해서 알아본다.

정확한 Dirichlet 경계조건의 적용을 위해서는 계산 영역의 경계를 내부의 이상체로부터 충분히 멀리하여 이상체가 경계에서의 전자기장 값에 영향을 미치지 않는다는 가정 하에 경계값을 계산한다. 경계값을 계산하는 배경매질은 보통 1차원 혹은 2차원 매질로 설정한다. 예를 들어, 수평 층서구조가 우세한 지역에 대한 모델링에서는 배경매질을 층서구조로 설정하여 1차원 해석해를 경계값으로 대입한다. 한편, 지질 특성상 배경매질에 뚜렷한 2차원 구조가 존재하는 경우에는 배경매질을 2차원 구조로 설정하고 이에 대한 MT 반응을 경계값으로 이용해야 보다 정확한 3차원 모델링 결과를 얻을 수 있다. 이때, 임의의 2차원 모형에 대해서 해석해를 구하기 어려우므로 2차원 모델링을 이용하여 경계값을 계산한다. 한 예로, 포항과 같이 동쪽에 바다가 존재하는 지역에서 MT 탐사를 수행하는 경우에는 전기전도도가 매우 높은 바닷물이 저주파수의 자료에 큰 영향을 미치므로 이를 적절히 고려하기 위해서는 모델링을 수행할 때 동쪽에 바다를 포함하여야 한다. 이처럼 배경매질에 명백한 2차원 구조가 존재하는 경우에는 경계값도 2차원 MT 모델링으로 계산한 값을 대입해야 보다 정확한 3차원 모델링이 가능하다.

최근 국내에서 MT 탐사 자료의 역산에 가장 많이 이용하는 (Lee *et al.*, 2007a, 2007b) Sasaki (2004)의 3차원 역산 알고리즘은 전기장에 대한 3차원 모델링(Sasaki, 1999)을 기반으로 하고 있으며, Dirichlet 경계조건의 적용을 위해서 1차원 배경매질을 가정한다. 앞서 언급한 포항과 같은 곳에서 획득한 MT 자료의 보다 정확한 해석을 위해서, 이 연구에서는 Sasaki (1999)의 3차원 모델링 알고리즘을 2차원 배경매질에 대해 계

산한 값을 경계조건으로 활용하도록 발전시키고자 한다.

3차원 MT 모델링의 지배방정식 및 경계조건

시간 의존성을 $\exp(i\omega t)$ 로 가정하고 송신원을 고려하지 않은 경우 주파수 영역에서 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E}, \quad (2)$$

여기서 \mathbf{E} 는 전기장, \mathbf{H} 는 자기장, σ 는 매질의 전기전도도, ω 는 각주파수, μ 는 매질의 투자율로 보통 진공에 대한 값 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 를 사용한다. (1)식과 (2)식을 전기장 혹은 자기장에 대해 정리하면 다음과 같은 벡터 Helmholtz 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + i\omega\mu_0\sigma\mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} + i\omega\mu_0\mathbf{H} = 0. \quad (4)$$

대부분의 MT 모델링에서 Dirichlet 경계조건을 이용하여 경계면에서의 전기장 혹은 자기장을 고정시킨다. 이 때 경계값은 내부의 이상체로부터 경계면이 충분히 멀리 떨어져 있다는 가정에 간단한 배경매질에 대한 평면파 반응을 계산하여 이용한다. 송신원 없이 경계조건만으로 수치해를 구하게 되므로, MT 모델링에서는 정확한 경계값의 계산이 매우 중요하다.

Sasaki (1999)는 (3)식을 유한차분법을 이용하여 풀기 위해서 전기장을 모서리에 정의하고 자기장을 면에 수직한 방향에 정의하는 staggered grid (Yee, 1966)를 이용하였으므로, Dirichlet 경계조건에서 전기장을 경계값으로 할당한다. 이 연구는 Sasaki (1999)의 알고리즘을 기반으로 하므로 앞으로 경계값의 계산은 전기장에 대해서만 고려하도록 한다.

3차원 모델링에서 경계에서의 전기장은 입사 평면파의 분극 방향에 따라 달라진다. 입사 평면파의 전기장이 x 방향으로 분극된 경우를 xy 분극, y 방향으로 분극된 경우를 yx 분극이라 하자. 각각의 분극에서 전자기장의 전파방향이 침도방향(z 방향)이 되도록 전기장 및 자기장을 할당한다. 배경매질이 1차원인 경우에 xy 분극에서는 E_x 만 발생하는데, E_x 는 xy 경계면과 xz 경계면에서 정의되고(Fig. 1a), 이와 반대로 yx 분극에서는 E_y 만이 발생하는데 이 값은 xy 경계면과 yz 경계면에서 정의된다(Fig. 1b).

이 연구에서는 모델링 영역의 한쪽 면에 바다가 존재하는 경우와 같이 배경매질에 2차원 구조가 존재하는 경우에 정확한 경계값을 설정하기 위해서, 경계면에서 2차원 모델링을 수행하고 그 결과를 3차원 모델링의 Dirichlet 경계값으로 활용하고자 한다. MT 탐사에서 2차원 모델링은 전자기장의 분극 방향에 따라 전기장이 주향에 수직인 TM (transverse magnetic) 모드와 전기장이 주향에 평행한 TE (transverse electric) 모드

로 나누어 생각할 수 있다(McNeill and Labson, 1991). 배경매질의 주향이 y 방향일 때 xz 경계면을 생각해보면, xy 분극에서는 전기장이 주향에 가로지르므로 TM 모드가 되고(Fig. 2a), yx 분극에서는 전기장이 주향에 평행하므로 TE 모드가 된다(Fig. 2b). TM 모드에는 두 성분의 전기장(E_x , E_z)이 존재하는데, 3차원 모형의 xz 경계면에서 2차원 TM 모드 모델링을 통해 이들을 계산한다. 계산된 E_x 는 3차원 모형의 xz 경계면과 xy 경계면에 경계값으로 할당하고, E_z 는 3차원 모형의 xz 경계면과 yz 경계면에 경계값으로 할당한다(Fig. 2a). 한편 TE 모드에는 전기장이 E_y 만 존재하므로, xz 경계면에서 2차원 TE 모드 모델링을 통해 계산된 E_y 를 yz 경계면과 xy 경계면에 경계값으로 할당한다(Fig. 2b).

2차원 MT 모델링을 이용한 경계값의 계산

2차원 MT 모델링에 대해서는 이미 많은 연구가 있었지만(e.g., Swift, 1971; Rody, 1976; Wannamaker *et al.*, 1986; 신동훈, 2000), 여기서는 Sasaki (1999)의 3차원 모델링 알고리즘에 2차원 경계조건 적용하기 위해서 유한차분법에 기초한 2차원 TM 및 TE 모드 모델링에 대해 다시 한번 점검해보고자 한다. 이 연구의 궁극적인 목적은 2차원 모델링으로 계산한 값을 3차원 모형의 경계값으로 활용하는 것이므로, 3차원 모델링에서의 xy 분극과 yx 분극을 기준으로 2차원 경계값 모델링

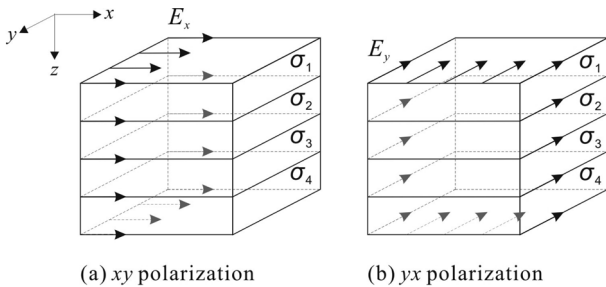


Fig. 1. Boundary values for a 1D model. Electric fields obtained analytically for the model are assigned to the xy and xz boundary planes as E_x in the xy polarization (a), while to the xy and yz boundary planes as E_y in the yx polarization.

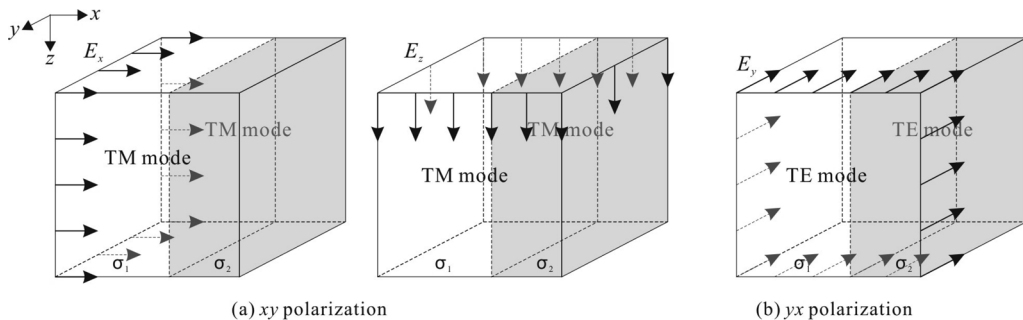


Fig. 2. A 2D model whose strike direction is parallel to the y axis. The xy polarization is equivalent to TM mode (a) while the yx polarization to TE mode (b). In TM mode (a), E_x is assigned to the xy and xz planes as boundary values (left) and E_z to the xz and yz planes (center), while in TE mode (b), E_y is assigned to the xy and yz planes.

을 설명한다. 또한, 주향이 각각 x , y 방향인 경우에 반응은 서로 대칭이 되므로 논의의 단순화를 위해 주향이 y 방향인 경우만 고려한다.

xy 분극에서의 경계값 계산

먼저 입사 평면과의 전기장이 x 방향으로 분극된 xy 분극의 경우를 살펴본다. 주향이 y 방향이므로 xy 분극에서는 전기장이 주향에 가로지르게 되어 2차원 TM 모드에 해당하므로(Fig. 2a), 경계면에 2차원 구조를 가지고 있는 두 개의 xz 평면에서 TM 모드 모델링을 수행한다.

xz 경계면: y 축에 수직한 경계면

TM 모드에서는 전기장이 주향에 수직으로 입사하므로 2차원 매질의 경계면에서 불균형적 전하축적에 의해 E_z 가 발생하며, H_z 는 발생하지 않는다(McNeill and Labson, 1991). 따라서 TM 모드에서는 E_x , E_z , H_y 성분만 존재하고, 전기장 E_x 와 E_z 가 3차원 모델링에서 경계값이 된다(Fig. 2a). (1)식과 (2)식을 이 세 가지 성분에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -i\omega\mu H_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\sigma E_x, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \sigma E_z. \end{aligned} \quad (5)$$

TM 모드에서 전기장은 두 성분, 자기장은 한 성분이 존재하므로 계산상의 편의를 위해서 보통 (5)식은 자기장에 대해 풀다. (5)식을 자기장에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) = i\omega\mu H_y. \quad (6)$$

(6)식을 staggered grid를 이용하여 유한차분법으로 풀기 위해서 자기장은 격자의 중앙에, 전기장은 모서리에 정의하였다(Fig. 3). 이와 같은 전자기장의 배치는 3차원 모델링에서 전기

장을 모서리에, 자기장을 면에 수직한 방향에 정의한 것과 같은 개념이다. 이와 같은 전자기장의 배치를 이용해서 (6)식을 차분식으로 전개하면 아래와 같다.

$$i\omega\mu H_y(i,k) = -\frac{1}{\Delta x_i \sigma_L} \frac{H_y(i,k) - H_y(i-1,k)}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} + \frac{1}{\Delta x_i \sigma_R} \frac{H_y(i+1,k) - H_y(i,k)}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} - \frac{1}{\Delta z_k \sigma_T} \frac{H_y(i,k) - H_y(i,k-1)}{\frac{1}{2}(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} + \frac{1}{\Delta z_k \sigma_B} \frac{H_y(i,k+1) - H_y(i,k)}{\frac{1}{2}(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \quad (7)$$

여기서 Δx , Δz 는 각각 x 방향, z 방향 격자의 길이이고 아래첨자는 격자의 위치를 나타낸다. σ_L , σ_R , σ_T , σ_B 는 $H_y(i,k)$ 가 정의된 격자의 좌(L), 우(R), 위(T), 아래(B)의 네 모서리에서 정의된 평균 전기전도도로서(Fig. 3), 인접한 두 격자의 전기전도도의 조화평균으로 계산한다. 한 예로 σ_L 는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_L = \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{\Delta x_i} \frac{(\Delta x_{i-1} + \Delta x_i) \sigma(i-1,k) \sigma(i,k)}{\sigma(i,k) + \sigma(i-1,k)} \quad (8)$$

(7)식의 우변 네 개 항은 차례로 $H_y(i,k)$ 가 정의된 격자의 $x = i$ (좌), $x = i+1$ (우), $z = k$ (위), $z = k+1$ (아래)의 네 모서리에서 정의된 자기장의 미분을 차분식으로 나타낸 것이다. 따라서 모형의 경계에 접한 격자에서 자기장 계산 시에는 경계에 해당하는 모서리에서의 미분을 경계조건을 이용하여 적절한 값으로 바꿔주어야 한다. 이에 대해서는 다음 절에서 자세히 알아본다.

-2차원 TM 모드 모델링의 경계조건

일반적으로 TM 모드의 모델링에서는 모델링 영역에 공기를 포함시키지 않는다. 이는 공기중에서 전기전도도가 0 이므로 자기장이 지하 매질의 영향을 받지 않고 일정하기 때문이다. 그러나 이 연구에서 다루는 3차원 모델링에서는 공기중에서의 전기장도 경계값으로 필요하므로 TM 모드 모델링에서도 TE

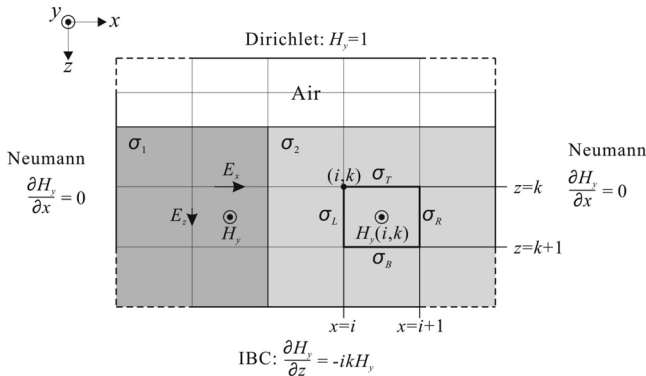


Fig. 3. Two-dimensional model for TM mode modeling. Electric fields are defined along cell edges while magnetic fields at the centers of cell faces in staggered grid. Positions of average conductivities, σ_L , σ_R , σ_T , and σ_B , surrounding $H_y(i,k)$ are presented, and boundary conditions for the four boundary edges are described.

모드와 마찬가지로 공기를 고려하여야 한다(Fig. 3). 이 때 공기층의 전기전도도는 일반적인 3차원 모델링에서와 같이 매우 작은 값($\sigma = 10^{-10}$ S/m)을 가정한다.

2차원 TM모드 모델링에서, 영역의 상부 경계에서 자기장이 (1, 0) A/m가 되는 Dirichlet 조건을 적용한다(Fig. 3). TM 모드에서 자기장은 격자의 중앙에 정의되어 있으므로 엄밀히 말해서 모형 상부로부터 $\Delta z/2$ 만큼 아래의 자기장을 (1, 0) A/m로 정의한 것이지만, TM 모드에서 공기층의 자기장은 거의 변화하지 않으므로 이를 모형 상부에서 자기장 값으로 간주할 수 있다. 따라서 $k=2$ 에서 자기장을 계산 시에는 식이 다음과 같이 바뀐다.

$$i\omega\mu H_y(i,k) = -\frac{1}{\Delta x_i \sigma_L} \frac{H_y(i,k) - H_y(i-1,k)}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} + \frac{1}{\Delta x_i \sigma_R} \frac{H_y(i+1,k) - H_y(i,k)}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} - \frac{1}{\Delta z_k \sigma_T} \frac{H_y(i,k) - 1}{\frac{1}{2}(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} + \frac{1}{\Delta z_k \sigma_B} \frac{H_y(i,k+1) - H_y(i,k)}{\frac{1}{2}(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \quad (9)$$

한편 2차원 영역의 좌, 우 경계에서 경계조건은 자기장에 대해 Neumann 조건을 적용하였다(Fig. 3). 즉, 두 매질의 경계로부터 모형이 좌, 우로 충분히 확장되어 있다면 경계면은 1차원이 되어 $E_z=0$ 이 되므로, (5)식으로부터 $\partial H_y/\partial x = 0$ 을 경계조건으로 이용하였다. 이 조건에 따라 모형의 왼쪽 모서리에 인접한 격자에서 자기장 계산 시에는 (7)식의 우변 첫 번째 항이 0이 되고, 오른쪽 모서리에 인접한 격자에서 자기장 계산 시에는 (7)식의 우변 두 번째 항이 0이 된다.

모델링 영역의 하부에는 전기비저항이 서로 다른 매질의 경계가 있어서 Dirichlet나 Neumann 조건으로 경계조건을 설정하기에는 어려움이 있기 때문에 impedance boundary condition (IBC; Smith and Booker, 1991)을 이용한다(Fig. 3). 모델링 영역이 심부로 충분히 연장되었다면 모형의 심부에서 전자기장은 반무한 공간에서와 같이 반응할 것이고, 모형 아래로 무한히 연장된 반무한 공간이 존재하는 것으로 가정할 수 있다. 따라서 모형의 하부 경계에서 자기장은 심도에 따라 지수적으로 감쇠하는 다음의 식을 따른다.

$$H_y = A \cdot \exp(-ikz), \quad (10)$$

여기서 A 는 임의의 상수, k 는 전파상수이다. (10)식을 z 방향으로 미분하면,

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -ikH_y. \quad (11)$$

(11)식에서 자기장은 모형의 하부 경계에 정의된 값이지만 격자의 중앙에서 자기장을 정의하는 지금의 전자기장 배치에는 모형 하부 경계에 정의된 자기장이 존재하지 않는다. 따라서, 모형의 심부에서 전자기장이 반무한 공간에서와 같이 반응한다는 가정 하에 모형의 가장 하부 격자의 중앙에 정의된 자기장으로부터 경계에서의 자기장을 근사한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y(i, k + \frac{1}{2})}{\partial z} &= -ikH_y(i, k + \frac{1}{2}) \\ &= -ikH_y(i, k) \exp(-ik\Delta z_k/2). \end{aligned} \quad (12)$$

모형의 하부 격자에서 자기장 계산 시에는 (12)식을 (7)식의 우변 네 번째 항에 대입한다.

$$\begin{aligned} i\omega\mu H_y(i, k) &= -\frac{1}{\Delta x_i \sigma_L} \frac{H_y(i, k) - H_y(i-1, k)}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} + \frac{1}{\Delta x_i \sigma_R} \frac{H_y(i+1, k) - H_y(i, k)}{\frac{1}{2}(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \\ &\quad - \frac{1}{\Delta z_k \sigma_T} \frac{H_y(i, k) - H_y(i, k-1)}{\frac{1}{2}(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} + \frac{1}{\Delta z_k \sigma_B} (-ikH_y(i, k) \exp(-ik\Delta z_k/2)). \end{aligned} \quad (13)$$

2차원 모형의 네 귀퉁이에서와 같이(Fig. 3에 점선으로 표시) 두 개의 경계에 인접한 격자에서 자기장 계산 시에는 위에서 설명한 상, 하, 좌, 우의 네 가지 경계에 대한 설명 중 해당하는 경계에서의 경계조건을 동시에 적용해야 한다.

이와 같이 경계조건을 적용하여 (7)의 차분식을 풀면 2차원 TM 모드에서의 격자 중앙에 정의된 자기장이 얻어진다. 이 자기장을 (5)식에 대입하면 모서리에서 정의된 E_x 와 E_z 를 구할 수 있으며, 이 값을 3차원 모형의 xz 경계면에 경계값으로 대입한다. 한편, xz 경계면에서 E_y 는 (0, 0) V/m가 된다.

yz 경계면: x축에 수직인 경계면

3차원 xy 분극은 주향이 y 방향인 2차원 구조가 존재할 때의 TM 모드에 해당하게 되고, 그 결과 두 성분의 전기장(E_x , E_z)이 존재한다. 따라서, 3차원 모형의 두 개의 yz 경계면에는 경계값으로 E_z 만 필요하고, $E_y = (0, 0)$ V/m가 된다. 이미 xz 경계면에서 2차원 TM 모드 모델링을 통해 E_z 를 계산하였으므로, yz 경계면에서는 xz 경계면과 인접한 두 개의 모서리에 정의된 E_z 값으로부터 전체 경계면에서의 값을 보간법을 통해 계산하고 이 값을 경계값으로 할당한다.

xy 경계면: z축에 수직인 경계면

앞서 설명한 yz 경계면에서와 같은 방식으로 xy 경계면에는 경계값으로 E_x 만 필요하고, $E_y = (0, 0)$ V/m가 된다. 여기서도 xz 경계면에서 TM 모드 모델링을 통해 E_x 를 계산하였으므로, xy 경계면에서는 xz 경계면과 인접한 두 개의 모서리에 정의된 E_x 값을 기준으로 전체 평면에서의 값을 보간법을 통해 계산하고, 이를 경계값으로 한다.

yx 분극에서의 경계값 계산

입사 평면파의 전기장이 y 방향으로 분극된 yx 분극은 주향이 y 방향인 경우 전기장이 주향에 평행하므로 2차원 TE 모드가 된다(Fig. 2b). 따라서, 경계면에 2차원 구조를 가지고 있는 두 개의 xz 경계면에서 TE 모드 모델링을 수행한다.

xz 경계면: y축에 수직인 경계면

TE 모드에서는 2차원 매질의 경계면에서 H_z 가 발생한다(McNeill and Labson, 1991). 그 결과 TE 모드에서는 E_y , H_x , H_z 성분만 존재하고, 이 세 가지 성분에 대해서 (1)식과 (2)식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \sigma E_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega\mu H_x, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -i\omega\mu H_z \end{aligned} \quad (14)$$

TE 모드에서는 전기장이 한 개 성분만 존재하므로 (14)식을 E_y 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = i\omega\mu\sigma E_y. \quad (15)$$

TM 모드와는 달리 TE 모드에서는 전기장을 계산하므로 (15)식을 유한차분법으로 풀기 위해 staggered grid를 설정할 때 전기장을 격자점에 정의하고, 자기장은 모서리에 수직인 방향으로 정의한다(Fig. 4).

TE 모드에서 공기층의 전기장은 지하 매질의 영향을 받으므로 지하 매질의 영향이 감소될 만큼 공기층을 충분히 두껍게 설정하고, 그 상부에서 자기장이 (1, 0) A/m가 되도록 하는 Neumann 경계조건을 적용한다. 즉, (14)식에서 전기장의 z 방향 미분이 다음과 같이 되므로

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu, \quad (16)$$

(15)식을 차분식으로 전개할 때에 적절한 위치에 (16)식을 대입한다. 한편, 2차원 모형의 좌, 우 경계에는 TM 모드에서와 마찬가지로 Neumann 조건을 적용하고, 모형의 하부에서는 TM 모드에서와 같은 이유로 전기장에 대한 IBC를 적용한다. TE 모드에서 전기장은 격자점에 정의되기 때문에 TM 모드와는 경계조건의 적용에서 약간의 차이가 있지만 그 원리는 동일하므로 자세한 전개는 생략한다. 이렇게 두 개의 xz 경계면

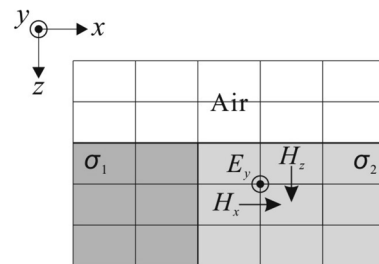


Fig. 4. Two-dimensional model for TE mode modeling and staggered grid where electric fields are defined at nodes while magnetic fields across cell edges.

에서 TE 모드 모델링을 통해 계산된 E_y 는 xy 경계면 및 yz 경계면에 경계값으로 대입된다. xz 경계면에서는 E_y 가 존재하지 않으며, $E_x = E_z = (0, 0)$ V/m가 된다.

yz 경계면: x축에 수직한 경계면

xz 경계면에서 TE 모드 모델링으로 계산된 E_y 로부터 yz 경계면에서의 값을 계산한다. xz 경계면과 인접한 두 개의 모서리에 정의된 E_y 값으로부터 yz 경계면 전체에서의 E_y 값을 거리에 따른 내분을 통해 계산하고 이를 경계값으로 한다. 한편, yz 경계면에서 $E_z = (0, 0)$ V/m가 된다.

xy 경계면: z축에 수직한 경계면

yz 경계면에서와 마찬가지로 xy 경계면에서의 E_y 도 xz 경계면과 인접한 모서리에서의 E_y 로부터 거리에 따른 내분을 통해 계산하고, $E_x = (0, 0)$ V/m가 된다.

이상에서 배경매질에 주향이 y 방향인 2차원 구조가 있는 3차원 모형의 경계값 계산에 대해 알아보았다. 한편, 배경매질에 주향이 x 방향인 2차원 구조와 주향이 y 방향인 2차원 구조가 동시에 존재하는 경우에는 3차원 xy 분극과 yx 분극을 단순히 2차원 TM 모드, TE모드로 연결지어 생각할 수 없다. 즉, xy 분극에서 3차원 모형의 xz 경계면에서는 TM 모드와 같은 반응이 일어날 것이고, yz 경계면에서는 TE 모드와 같은 반응이 일어날 것이다. 이 연구에서는 계산의 편의를 위해 x 방향과 y 방향의 2차원 구조가 동시에 존재하는 경우에는 모든 계산을 TE 모드로 한정시켰다. 즉, xy 분극에서는 두 개의 yz 경계면에서 TE 모드 모델링을 통해 계산한 E_x 를 경계값으로 이용하고 $E_y = E_z = (0, 0)$ V/m가 되고, yx 분극에서는 두 개의 xz 경계면에서 TE 모델링을 통해 계산한 E_y 를 경계값으로 이용하고 $E_x = E_z = (0, 0)$ V/m로 한다.

수치 실험

알고리즘 검증

2차원 배경 매질을 고려한 3차원 MT 모델링 알고리즘을 확인하기 위해서 좌측은 1,000 ohm-m, 우측은 10 ohm-m 매질로 이루어진 단층 모형(Fig. 5)에 대해 모형의 중앙을 지나며 x 축에 평행한 축선에서 1 Hz에서의 반응을 계산한다. 계산 결과는 이 연구에서 설명한 방법과 유사하게 2차원 모델링을 통해 계산한 값을 경계값으로 설정하는 Mackie *et al.* (1994)의 결과와 비교하였다.

먼저 축선에서 xy 분극과 yx 분극에서의 전자기장을 Fig. 6에 나타내었다. xy 분극에서 경계값은 2차원 TM 모드 모델링을 통해 계산하고, yx 분극에서는 2차원 TE 모드 모델링을 통해 계산한다. 여기서는 전자기장의 시간의존성을 $\exp(i\omega t)$ 로 하고, Mackie *et al.* (1994)는 이를 $\exp(-i\omega t)$ 로 하므로 전자기장의 허수 성분은 부호가 반대가 되지만 그 절대값은 잘 일치한다. xy 분극에서 전기장은 두 매질의 경계에서 급격한 변화를 보이고 있으며 이는 2차원 TM 모드에서의 반응과 매우 유

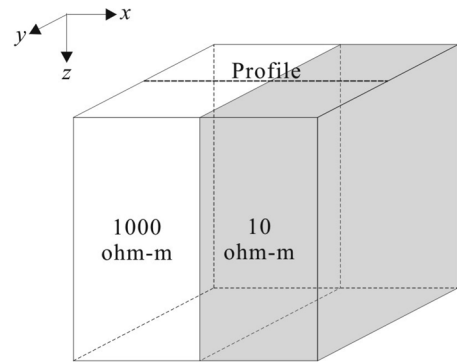


Fig. 5. A 3D model having the y -directional vertical contact of 1,000 ohm-m and 10 ohm-m. MT responses are calculated along the profile line across the center of the vertical contact.

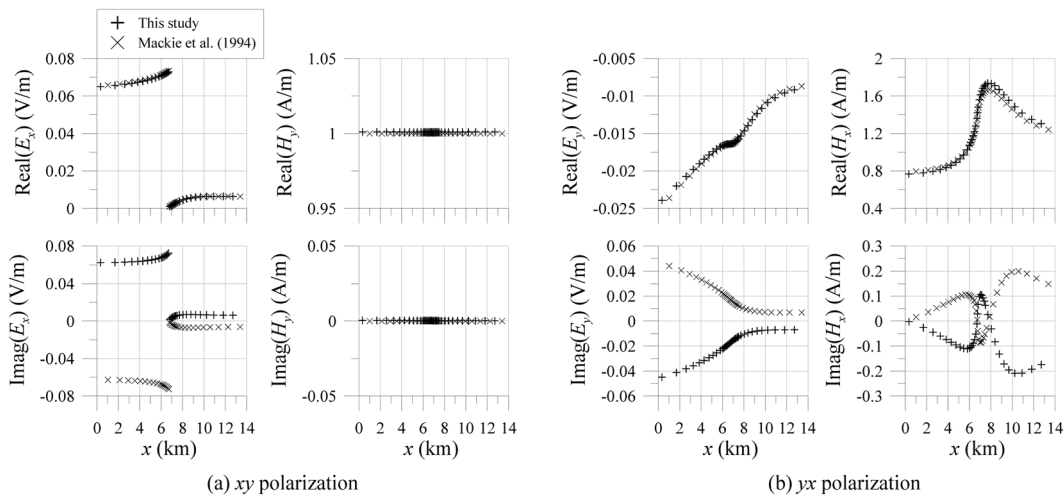


Fig. 6. Comparisons of electric and magnetic fields in the xy (a) and yx (b) polarizations along a center line parallel to the x -axis at 1 Hz. Pluses (+) represent electric and magnetic fields calculated in this study while crosses (x) from Mackie *et al.* (1994).

사하다(Fig. 6a). 반면 y_x 분극에서 전기장은 매질의 경계에서 비교적 부드럽게 변화하며 이는 2차원 TE 모드의 반응과 매우 유사하다(Fig. 6b). TM 모드에서 자기장은 이론적으로는 모형 상부에 설정한 값인 (1, 0) A/m가 되어야 하지만, 공기에 매우 작은 전기전도도 값을 설정하였으므로 이 알고리즘으로 계산한 값은 엄밀히 (1, 0) A/m은 아니다. 하지만, 그래프 상에서는 육안으로 그 차이를 확인할 수 없을 만큼 (1, 0) A/m에 가까운 것을 고려하면 알고리즘이 충분히 정확하다고 판단된다(Fig. 6a).

Z_{xy} 모드와 Z_{yx} 모드에서 겉보기비저항과 위상은 모두 Mackie *et al.* (1994)의 결과와 잘 일치하였다(Fig. 7). Fig. 5와 같이 2차원 구조만 존재하는 3차원 모형은 실질적으로 2차원 모형과 동일한데, Z_{xy} 모드는 2차원의 TM 모드에 해당하고 Z_{yx} 모드는 2차원의 TE 모드에 해당한다. Z_{xy} 모드의 경우 두 매질의 경계에서 겉보기비저항이 급격히 변화하는 것은 TM 모드의 반응을 잘 나타내고 있으며, Z_{yx} 모드에서 변화가 완만한 것은 TE 모드의 반응을 잘 나타내고 있다. 이로부터 2차원 경계조건이 3차원 모델링에 잘 적용되었음을 확인할 수 있다.

1차원 경계조건과의 비교

이 연구에서 적용한 2차원 경계조건의 유용성을 확인하기 위하여 같은 모형(Fig. 5)에 대해 1차원 경계조건을 적용한 경우와 2차원 경계조건을 적용한 경우의 겉보기비저항과 위상을 Z_{xy} 모드에서 비교하였다(Fig. 8). 0.1, 1, 10 Hz의 세 개 주파수에서 비교 결과, 10 Hz에서는 경계값에 관계없이 해가 잘 일치하였으나, 1 Hz에서는 1,000 ohm-m 매질에 해당하는 부분에서 위상에 약간의 차이가 생기기 시작하고, 0.1 Hz에서는 위상에서 큰 차이가 있음은 물론 겉보기비저항에도 1000 ohm-m

매질에서 차이가 보인다. 즉, 주파수의 감소에 따라 경계값의 영향을 크게 받는 양상이 나타나는데, 이는 주파수 및 매질의 전기비저항에 따라 달라지는 skin depth (Vozoff, 1991)로 설명할 수 있다. 주파수가 감소하면 skin depth가 증가하므로, 동일한 모델링 영역을 사용하면 측선과 경계면 사이의 거리가 상대적으로 짧아지게 된다. 따라서, skin depth가 큰 0.1 Hz에서는 경계면이 상대적으로 가까이 위치하는 것이 되어 경계값이 정확하지 않으면 정확한 모델링이 불가능하다. 하지만 skin depth가 작은 10 Hz에서는 경계면이 충분히 멀리 떨어져 있으므로 경계값이 정확하지 않더라도 모형 중앙의 측선에는 큰 영향을 미치지 않을 수 있다. 한편, 1 Hz에서는 1,000 ohm-m

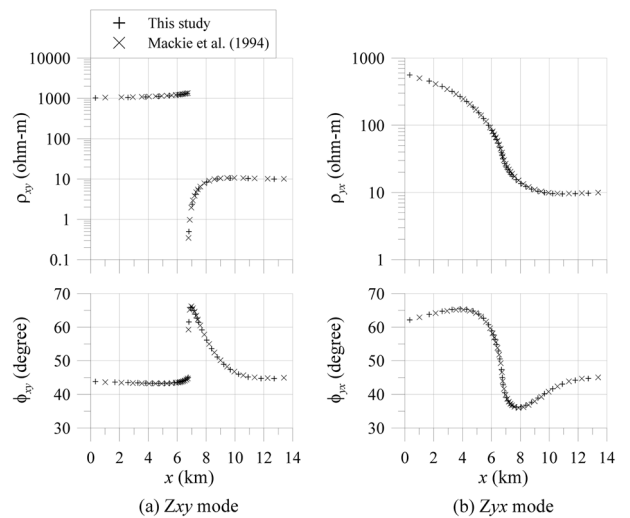


Fig. 7. Comparisons of apparent resistivities (upper) and phases (lower) along a center line parallel to the x -axis at 1 Hz in the Z_{xy} (a) and Z_{yx} (b) modes. Pluses (+) represent MT responses calculated in this study while crosses (x) from Mackie *et al.* (1994).

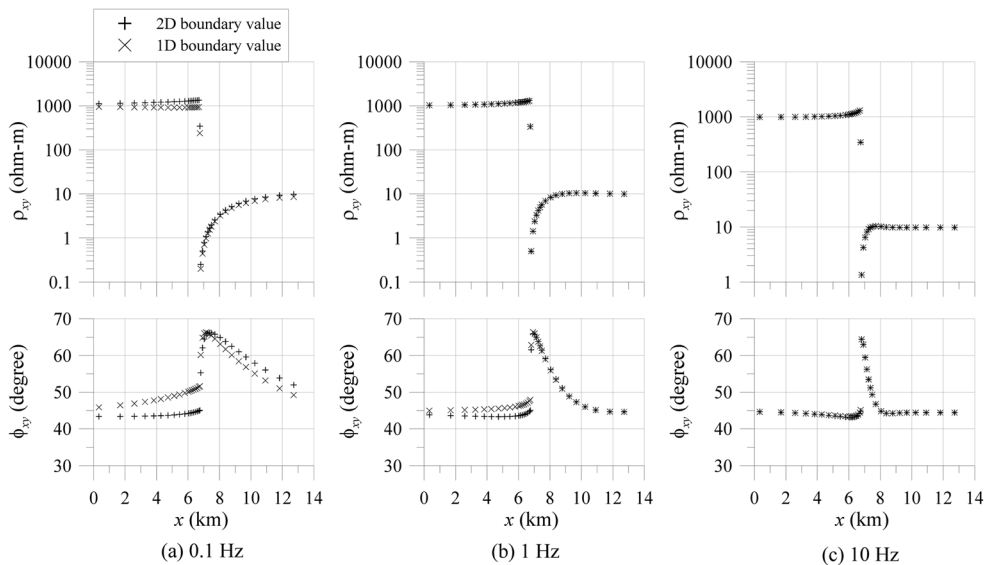


Fig. 8. Comparisons of apparent resistivities (upper) and phases (lower) along a center line parallel to the x -axis at 0.1 (a), 1 (b), and 10 Hz (c) in the Z_{xy} mode. Pluses (+) represent when 2D boundary condition is employed while crosses (x) when 1D boundary condition is employed.

매질에서 skin depth 가 10 ohm-m 매질에서보다 10배만큼 크기 때문에 상대적으로 경계값의 영향을 많이 받게 되어 위상에 차이가 생긴다. Z_{yx} 모드에서도 동일한 반응이 나타나므로 그림은 생략하였다. 이 결과로부터 배경매질에 2차원 구조가 존재하는 경우, 보다 정확한 3차원 모델링을 위해서 2차원 모델링을 통한 정확한 경계값의 계산이 필수적임을 확인하였다.

결 론

2차원 구조를 포함하는 모형에 대해 보다 정확한 3차원 모델링을 위해, Sasaki (1999)의 3차원 모델링 알고리즘에서 Dirichlet 경계조건 적용 시 경계값을 2차원 모델링을 통해 계산하는 방안을 연구하였다. 기존의 3차원 모델링 알고리즘이 전기장을 변수로 하고 있으므로 2차원 모델링에서도 경계에서의 전기장 계산에 초점을 맞추었다. 3차원 모델링의 입사 전기장의 분극 방향과 2차원 구조의 주향에 따라 2차원 모델링의 TM 모드 및 TE 모드 모델링이 결정된다. TM 모드 모델링에서는 격자 중앙에 정의된 자기장을 변수로 하여 모델링을 수행하는데, 상부 경계에는 Dirichlet 경계조건을 이용하여 자기장을 1로 고정하고, 좌, 우 경계에는 Neumann 경계조건을, 하부 경계에는 IBC를 적용하였다. 계산된 자기장으로부터 Maxwell 방정식을 이용하여 모서리에 정의된 전기장을 도출하고, 이 값을 3차원 모형의 경계값으로 할당한다. TE 모드 모델링에서는 격자점에 정의된 전기장을 변수로 하므로 2차원 모델링을 통해 계산된 값을 바로 3차원 모형의 경계값으로 할당한다. 이 때, 2차원 모형의 상부 경계에는 자기장이 (1, 0) A/m가 되도록 하는 Neumann 경계조건을 이용하고, 좌, 우 경계에는 Neumann 경계조건을, 하부에는 IBC를 이용한다. 3차원 단층모형에서 두 매질의 경계를 수직으로 가로지르는 축선에서 전자기장의 반응을 살펴보고, 겔보기비저항 및 위상을 계산하여 Mackie *et al.* (1994)의 결과와 비교 분석하였다. 이 연구에서 계산한 전자기장과 겔보기비저항, 위상이 Mackie *et al.* (1994)의 결과와 매우 잘 일치하는 것으로부터 2차원 배경매질을 고려한 3차원 모델링 알고리즘이 매우 정확한 해를 제공함을 확인하였다. 또한, 1차원 경계값을 이용한 경우와의 비교를 통해 보다 정확한 3차원 모델링을 위해서 2차원 배경매질에 대한 고려가 필수적임을 확인하였다.

사 사

이 연구는 2006년 교육인적자원부의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원(KRF-2006-311-D00985)과 한국지질자원연구원 기본사업인 '지열수 자원 실용화 기술 개발'의 지원, Brain Korea 21 Project의 지원을 받아 수행되었다. 보다 나은 글을 위해 조언을 아끼지 않은 이기하 박사님과 다른 한분의 심사위원께 감사드린다.

참고문헌

- 신동훈, 2000, 지형효과를 고려한 2차원 지자기 지전류 역산, 석사학위논문, 서울대학교.
- Lee, T. J., Song, Y., and Uchida, T., 2007a, Three-dimensional magnetotelluric surveys for geothermal development in Pohang, Korea, *Exploration Geophysics*, **38**; *Butsuri-Tansa*, **60**; *Mulli-Tansa*, **10**, 44-49.
- Lee, T. J., Lee, S. K., Song, Y., Nam, M. J., and Uchida, T., 2007b, Three-dimensional interpretation of MT data from mid-mountain area of Jeju Island, Korea, *4th International Symposium on Three-Dimensional Electromagnetics, Freiberg, Germany*, 203-206.
- Mackie, R. L., Smith, J. T., and Madden, T. R., 1994, Three-dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: The magnetotelluric example, *Radio Science*, **29**, 923-935.
- McNeill, J. D., and Labson, V. F., 1991, Geological mapping using VLF radio fields, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetics in Applied Geophysics - Applications, Part B, Vol II*, Soc. Expl. Geophys., 521-640.
- Nam, M. J., Kim, H. J., Song, Y., Lee, T. J., Son, J. S., and Suh, J. H., 2007, 3D magnetotelluric modelling including surface topography, *Geophysical Prospecting*, **55**, 277-287.
- Newman, G. A., and Alumbaugh, D. L., 2000, Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients, *Geophysical Journal International*, **140**, 410-424.
- Rody, W. L., 1976, A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **44**, 483-506.
- Sasaki, Y., 1999, Three-dimensional frequency-domain electromagnetic modeling using the finite-difference method, *Butsuri-Tansa*, **52**, 421-431. (in Japanese with English abstract)
- Sasaki, Y., 2004, Three-dimensional inversion of static-shifted magnetotelluric data, *Earth Planets Space*, **56**, 239-248.
- Siripunvaraporn, W., Egbert, G., Lenbury, Y., and Uyeshima, M., 2005, Three-dimensional magnetotelluric inversion: data-space method, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **150**, 3-14.
- Smith, J. T., and Booker, J. R., 1991, Rapid inversion of two- and three-dimensional magnetotelluric data, *Journal of Geophysical Research*, **96**, 3905-3922.
- Swift, C. M. Jr., 1971, Theoretical magnetotelluric and turam response from two-dimensional inhomogeneities, *Geophysics*, **36**, 38-52.
- Vozoff, K., 1991, The magnetotelluric method, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, Vol. II, Society of Exploration Geophysicists, 641-711.
- Wannamaker, P. E., Stodt, J. A., and Rijo, L., 1986, Two-dimensional topographic responses in magnetotellurics modeled using finite elements, *Geophysics*, **51**, 2131-2144.
- Yee, K. S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equation in isotropic media, *IEEE Trans. Anten. Prop.*, **AP-14**, 302-307.