

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2008.32.2.127

# 공기 유동 효과를 고려한 회전 디스크의 진동 특성 (I) - 이론적 해석 -

이 승엽<sup>†</sup> · 임 호 석<sup>\*</sup>

(2007년 9월 13일 접수, 2008년 1월 3일 심사완료)

## Vibration Characteristics of Rotating Disks with Aerodynamic Effect (I) - Theoretical Analysis -

Seung-Yop Lee and Hyosuk Lim

**Key Words:** Critical Speed(임계속도), Flutter Speed(플러터 속도), Fluid Induced Vibration(유체유발진동), Rotating Disk(회전 디스크), Fluid-Structure Interaction(유체-구조물 연성), Optical Disk(광디스크), Natural Frequency(고유진동수)

### Abstract

The aerodynamically excited vibration and natural frequency of rotating disks are analytically studied in this paper. The theoretical analysis uses a fluid-structure model where the aerodynamic effects are represented in terms of elastic, lift and drag forces. The explicit expressions on natural frequencies of the air coupled disk are obtained as functions of the aerodynamic coefficients. for the three cases where the disk rotates in three different cases (in vacuum, in open air without enclosure, and close to rigid wall). The theoretical results give that the natural frequencies of rotating disks in air are smaller than those in vacuum, because the effect of the added fluid mass decreases the frequencies. This paper also proposes an analytical method to predict the flutter speed of a rotating disk.

### 1. 서 론

최근 디지털 정보의 양이 급격하게 증가되면서 더 많은 정보를 저장하기 위한 정보저장기술 개발을 위한 치열한 경쟁이 이루어지고 있다. 하드 디스크와 광디스크 등 회전 디스크를 사용하는 정보저장기기에서는 저장밀도의 증가를 위해서는 트랙밀도(TPI)와 선밀도(BPI)가 증가되어야 하고, 정보전달률을 증가시키기 위해서 디스크의 회전

속도의 증가가 요구된다. 하드디스크는 매년 70% ~ 100%의 저장용량 증가가 이루어지고 있으며 광디스크에서는 4.7 GByte 용량의 DVD를 대체하는 차세대 HD급 영상 저장을 위한 블루레이와 AOD 진영의 치열한 표준화 경쟁이 이루어지고 있다.

현재 CD와 DVD의 경우는 임계속도 이상의 초임계 속도에서 회전하기 때문에 외부의 충격에 의해 발생하는 디스크 진동이 광픽업의 트랙킹 및 포커싱 오차를 유발하게 된다. 또한 고속 회전시 공기와의 연성으로 인해 디스크 플러터 불안정성이 발생하게 된다. 공기 유동에 의한 회전 디스크의 진동 특성에 대한 많은 연구가 있어 왔는데 Pelech and Shapiro<sup>(1)</sup>는 하부의 벽 근처에서 회전하는 굽힘강성을 고려하지 않은 디스크와 축

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과  
E-mail : sylee@sogang.ac.kr  
TEL : (02)705-8638 FAX : (02)712-0799  
<sup>\*</sup> 서강대학교 대학원 기계공학과

대칭의 정상유동에 대한 Navier-Stokes 방정식을 고려한 연성해석과 실험적인 증명을 하였다. Benson and Bogoy<sup>(2)</sup>는 굽힘강성을 고려한 Kirchhoff 판 이론을 적용하여 해석시 굽힘강성이 고려되어야 함을 밝혔다. Adams<sup>(3)</sup>는 굽힘강성을 고려한 지배방정식과 레이놀즈 방정식을 축대칭으로 선형화하여 수치해석을 하였고 Yasuda, et al<sup>(4)</sup>는 덮개가 없는 상태에서 회전 시 공기유동에 의한 영향을 점성 감쇠력과 양력으로 고려하여 공기의 영향에 의한 디스크 불안정성에 대한 기준을 제시하였다. Chonan<sup>(5)</sup>은 압력을 공기의 필름에 의한 탄성효과로 고려하여 안정성을 해석하였다. 또한 Renshaw<sup>(6)</sup>는 고정된 벽 근처에서 회전하는 디스크의 안정성 해석을 Lyapunov 방법을 사용하여 연구하였으며 공기유동에 의한 플러터 불안정성이 발생하는 회전속도가 고유진동수가 제로가 되는 임계속도의 4배에서 10배 정도가 됨을 보였다. 최근에 Lee, et al<sup>(7,8)</sup>은 ASMO 디스크를 사용하여 플러터 불안정성이 발생할 때 모드의 고유진동수가 진공상태의 고유진동수와 일치함을 이론적인 해석과 실험으로 증명하였다. 본 논문에서는 공기유동에 의한 고유진동수의 변화를 진공 상태 및 덮개가 없이 디스크가 회전하는 경우와 고정된 벽 가까이에서 디스크가 회전하게 될 때 고유진동수의 변화와 진동 특성을 이론적인 해석을 통하여 연구하고자 한다.

## 2. 운동방정식

### 2.1 공기 유동이 없는 경우

공기 유동을 고려하지 않고 회전하는 원판의 횡방향 진동에 대한 운동방정식을 구하자. Fig. 1과 같이 디스크 내부의 변형은 축대칭이며 정상적이고 반경의 길이에 비해 두께의 길이가 충분히 작으므로 z방향으로 작용하는 응력은 무시하고 재료는 등방성의 탄성재료로 가정한다. 회전 디스크가  $\Omega$ 의 각속도로 회전하게 되는 경우 운동방정식은 Kirchhoff 판 이론과 von Kalman 변형률 이론을 이용하여 디스크의 위치에너지와 운동 에너지를 구하고 헤밀턴 정리를 적용하여 구할 수 있다.<sup>(9)</sup>

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^4 w - \Omega^2 L(w) = 0 \quad (1)$$

여기에서  $\rho$ 와  $h$ 는 각각 디스크 밀도와 디스크

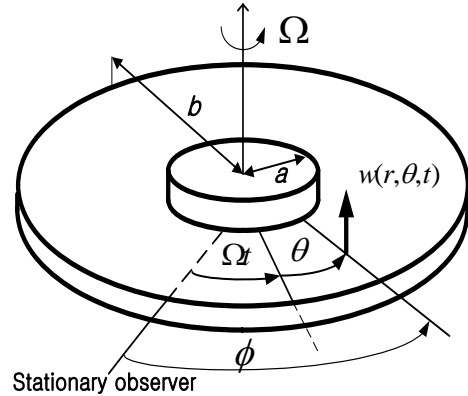


Fig. 1 Schematic diagram of rotating disk

두께이고 굽힘강성  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ 이고  $E$ 와  $\nu$ 는 각각 디스크의 탄성 계수와 푸아송 비이다.

또한  $\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ 이고

$L(w) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r Q_r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} Q_\theta \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)$ 이다. 여기서

$$Q_r = \frac{1}{8} \rho h \left\{ -(3+\nu)r^2 + c_1 + c_2 \frac{1}{r^2} \right\}$$

$$Q_\theta = \frac{1}{8} \rho h \left\{ -(1+3\nu)r^2 + c_1 - c_2 \frac{1}{r^2} \right\}$$

$$c_1 = \frac{(1+\nu)(3+\nu)a^4 + (1-\nu^2)b^4}{(1-\nu)b^2 + (1+\nu)a^2}$$

$$c_2 = a^2 b^2 \frac{(1-\nu)(3+\nu)a^2 - (1-\nu^2)b^2}{(1-\nu)b^2 + (1+\nu)a^2} \text{이다.}$$

내부 반경은 고정단이며 외부반경은 자유단으로 놓으면 경계조건은  $r=a$ 에서 다음과 같다.

$$w = \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

또한  $r=b$ 에서는

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \nabla^2 w + \frac{1}{r} (1-\nu) \frac{\partial}{\partial r} \left( -\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} \right) &= 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left( \frac{\partial w}{r \partial r} + \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

위의 운동방정식을 만족하는 수직변위에 해당하는 해인  $w(r, \theta, t)$ 를 변수분리하고 계산의 용이성을 위해 반경방향에 대한 함수를 경계조건을 만족하는 다항식의 형태의 유사함수로 표현하여 고유진동수를 구하면 다음과 같이 표현할 수 있

다.<sup>(7)</sup>

$$\omega_{0n}^2 = \omega_{sn}^2 + \Omega^2(\alpha_n + n^2\beta_n) \quad (4)$$

여기서  $\omega_{sn}$ 는 디스크가 정지하고 있을 때의 고유진동수이고  $n$ 은 절직경이며  $\alpha_n$ 과  $\beta_n$ 은 회전에 의한 반경과 원주방향 응력에 생기는 값으로 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega_{sn} = [\pi D \int_a^b (\nabla_n^4 \Phi_n) \Phi_n r dr]^{1/2}$$

$$\alpha_n = \pi \rho h \int_a^b Q_r \left( \frac{d\Phi_n}{dr} \right)^2 r dr$$

$$\beta_n = \pi \rho h \int_a^b Q_\theta \frac{\Phi_n^2}{r} dr$$

### 2.2 공기 유동을 고려하는 경우

다음으로 공기유동을 고려하는 경우의 디스크의 운동방정식을 구하고 이를 이용하여 고유진동수를 구하는 과정을 살펴보도록 하자. 우선 공기 유동을 무시하는 식 (1)의 운동방정식을 정규화하기 위하여 다음과 같이 무차원 변수를 정의한다.

$$r' = \frac{r}{b}, \quad t' = \frac{t}{b^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \quad \chi = \frac{a}{b}$$

$$w' = \frac{w}{h} \sqrt{12(1-\nu^2)}, \quad \Omega' = \Omega b^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}$$

이 무차원 변수들을 식 (1)에 대입하여 정리하고 무차원 변수 표시인 위 첨자를 제거하면 다음과 같이 정규화된 운동방정식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t'^2} + \nabla^4 w - \Omega'^2 L(w) = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 정규화 된 식에서 Fig. 2와 같이 공기유동에 의한 효과를 점성 감쇠력(viscous damping force)과 원주방향 기울기와 회전 속도에 비례하는 양력(lift force)으로 고려하고 디스크 주변의 벽과 회전하는 디스크 사이의 간격으로 인한 공

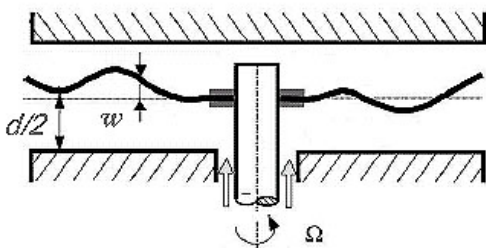


Fig. 2 Schematic diagram of a rotating disk near stationary walls

기필름의 압축효과를 탄성력으로 모델링하면 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>(4,5)</sup>

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_D \frac{\partial w}{\partial t} + \nabla^4 w - \Omega^2 L(w) - C_L \Omega \frac{\partial w}{\partial \theta} = P'(r) \quad (6)$$

여기에서  $C_D$ 와  $C_L$ 은 점성 감쇠와 양력계수이고

$$P'(r) = \frac{b^4 \{12(1-\nu^2)\}^2}{E h^4} P(r) \text{이다. 압력 } P(r) \text{은}$$

레이놀즈 방정식과 연성하여 방정식을 풀어야 하는데 레이놀즈 식을 단순화하여 공기 유동이 축대칭이며 점성이 상수이고 비압축성 유동으로 가정하여 고정된 벽과 디스크의 정상상태의 압력은 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>(1)</sup>

$$\frac{dP}{dr} = \frac{3}{10} \rho_a \Omega^2 r - \frac{6\mu Q}{\pi r s^3} \quad (7)$$

여기에서  $\rho_a$ ,  $Q$ ,  $\mu$  그리고  $s$ 는 각각 공기의 밀도, 동점성 계수, 유동량 그리고 공기층의 두께를 나타낸다. 식 (7)에서 변수  $r$ 에 대해 적분하면 다음과 같다.

$$P(r) = \frac{3}{20} \rho_a \Omega^2 (r^2 - a^2) - \frac{6\mu Q}{\pi s^3} \ln \frac{r}{a} \quad (8)$$

공기필름의 변화에 따른 압력의 변화는 다음과 같이 표현된다.

$$k' = -\frac{2\delta P}{\delta s} = -\frac{36\mu Q}{\pi s^4} \ln \frac{r}{a} \quad (9)$$

여기서  $k'$ 은 공기필름의 강성계수를 나타내고 정상상태에 대한 공기필름의 평균 강성계수를 정규화시키기 위해 무차원화시켜  $k$ 으로 놓고 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$k = \frac{576\mu Q}{\pi a^4} \left( \frac{b^2}{a^2 - b^2} \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{b^4 \{12(1-\nu^2)\}^{3/2}}{E h^3} \quad (10)$$

이를 이용하여 식 (6)의 운동방정식을 다시 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_D \frac{\partial w}{\partial t} + \nabla^4 w - \Omega^2 L(w) - C_L \Omega \frac{\partial w}{\partial \theta} + kw = 0 \quad (11)$$

식 (11)을 만족하는 일반해는 다음과 같다.

$$w(r, \theta, t) = (\Phi(r) \cos n\theta + \bar{\Phi}(r) \sin n\theta) e^{st} \quad (12)$$

여기에서  $\bar{\Phi}(r)$ 는  $\Phi(r)$ 의 켈레 복소수이다. 식 (12)을 식 (11)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & s^2\Phi + C_D\Phi_S + \nabla^4\Phi \\
 & - \Omega^2 L(\Phi) - C_{LN}\Omega\bar{\Phi} + k\Phi = 0, \\
 & s^2\bar{\Phi} + C_D\bar{\Phi}_S + \nabla^4\bar{\Phi} \\
 & - \Omega^2 L(\bar{\Phi}) + C_{LN}\Omega\Phi + k\bar{\Phi} = 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

식 (13)의 모드함수를 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned}
 \Phi(r) &= \sum_{k=1}^{\infty} q_k u_k(r), \\
 \bar{\Phi}(r) &= \sum_{k=1}^{\infty} \bar{q}_k u_k(r)
 \end{aligned} \tag{14}$$

Galerkin 방법을 이용하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 s^2 q_i + \mu_i^4 q_i - \Omega^2 \sum_{k=1}^{\infty} q_k \int_a^b L(u_k) r u_i dr \\
 + C_{DS} q_i - C_{LN}\Omega \bar{q}_i + k q_i = 0,
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 s^2 \bar{q}_i + \mu_i^4 \bar{q}_i - \Omega^2 \sum_{k=1}^{\infty} \bar{q}_k \int_a^b L(u_k) r u_i dr \\
 + C_{DS} \bar{q}_i + C_{LN}\Omega q_i + k \bar{q}_i = 0
 \end{aligned}$$

각각  $N$ 항까지 합하여 행렬형태로 표현하면 다음과 같은 고유치 문제가 된다.

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{A} - kI) \mathbf{q} + C_{LN}\Omega \bar{\mathbf{q}} &= (s^2 + C_{DS}) \mathbf{q}, \\
 (\mathbf{A} - kI) \bar{\mathbf{q}} - C_{LN}\Omega \mathbf{q} &= (s^2 + C_{DS}) \bar{\mathbf{q}}
 \end{aligned} \tag{16}$$

여기에서  $\mathbf{A}$ 와  $\mathbf{q}$ 와  $\bar{\mathbf{q}}$ 는 각각

$$\mathbf{A} = [A_{ij}] = -\delta_{ij} \mu_i^4 + \Omega^2 \int_a^b L(u_j) r u_i dr,$$

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_2, \dots, q_N]^T$$

$$\bar{\mathbf{q}} = [\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_N]^T \text{ 이다.}$$

공기유동을 고려하지 않을 경우의 고유치와 모드벡터를 각각  $s_0$ 와  $\mathbf{q}_0$ 라 하면 다음이 성립한다.

$$\mathbf{A} \mathbf{q}_0 = s_0^2 \mathbf{q}_0 \tag{17}$$

이를 이용하여 식 (16)을 정리하면 다음과 같다.

$$s^2 + C_{DS} - s_0^2 + k = +iC_{LN}\Omega \tag{18}$$

$$s^2 + C_{DS} - s_0^2 + k = -iC_{LN}\Omega \tag{19}$$

이때 모드벡터는  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0$ ,  $\bar{\mathbf{q}} = \pm i \bar{\mathbf{q}}_0$ 가 된다. 식 (18)의 해를 구하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s_1 = \lambda_b + i\omega_n, \quad s_2 = \lambda_f - i\omega_n \tag{20}$$

또한 고유치  $s_1$ 과  $s_2$ 에 관련된 모드 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_1 = \Phi_0, \quad \Phi_2 = \Phi_0, \quad \bar{\Phi}_1 = i\Phi_0, \quad \bar{\Phi}_2 = i\Phi_0 \tag{21}$$

같은 방법으로 식 (19)의 해와 고유치  $s_3$ 과  $s_4$ 에 관련된 모드 함수는 다음과 같다.

$$s_3 = \lambda_b - i\omega_n, \quad s_4 = \lambda_f + i\omega_n \tag{22}$$

$$\Phi_3 = \Phi_0, \quad \Phi_4 = \Phi_0, \quad \bar{\Phi}_3 = -i\Phi_0, \quad \bar{\Phi}_4 = -i\Phi_0 \tag{23}$$

각각의 고유치와 모드함수를 이용하여 디스크의 횡방향의 진동은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 w(r, \theta, t) &= (\Phi_2(r) \cos n\theta + \bar{\Phi}_2(r) \sin n\theta) e^{s_2 t} \\
 &+ (\Phi_4(r) \cos n\theta + \bar{\Phi}_4(r) \sin n\theta) e^{s_4 t} \\
 &= \Phi_0 e^{\lambda_b t} \cos(\omega_n t - n\theta)
 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 w(r, \theta, t) &= (\Phi_1(r) \cos n\theta + \bar{\Phi}_1(r) \sin n\theta) e^{s_1 t} \\
 &+ (\Phi_3(r) \cos n\theta + \bar{\Phi}_3(r) \sin n\theta) e^{s_3 t} \\
 &= \Phi_0 e^{\lambda_b t} \cos(\omega_n t + n\theta)
 \end{aligned} \tag{25}$$

이를 통해서 디스크의 수직방향의 진동은 전진파와 후진파의 형태로 나타남을 알 수 있다. 디스크 진동의 동적 안정성은 고유치의 실수부의 부호에 따라 달라지므로 각각의 고유치  $s_1$ 과  $s_2$  그리고  $s_3$ 와  $s_4$ 를 각각 식 (18)과 식 (19)에 대입하여 실수부와 허수부를 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 & (\lambda_b^2 + C_{D\lambda_b} - \omega_n^2 + \omega_{0n}^2 + k) \\
 & + i(2\lambda_b \omega_n - C_{LN}\Omega + C_D \omega_n) = 0, \\
 & (\lambda_f^2 + C_{D\lambda_f} - \omega_n^2 + \omega_{0n}^2 + k) \\
 & - i(2\lambda_f \omega_n + C_{LN}\Omega + C_D \omega_n) = 0
 \end{aligned} \tag{26}$$

### 2.2.1 개방된 상태에서 회전하는 경우

앞에서 유도한 공기 유동을 고려하는 경우에서 먼저 디스크 위의 덮개가 없이 개방된 상태에서 디스크가 회전하는 경우의 고유진동수를 알아보도록 하자. 고정된 벽과의 간격인  $d$ 의 값이 무한대가 되므로 공기필름의 압축효과를 무시할 수 있게 되고 탄성계수  $k=0$ 이 되어 공기유동에 의한 효과는 점성감쇠력과 양력으로만 나타낼 수 있다. 식 (26)을 적용하여 고유치의 허수부를 표현하면 다음과 같다.

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 + \lambda_f^2 + C_D \lambda_f, \quad (27)$$

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 + \lambda_b^2 + C_D \lambda_b$$

또한 고유치의 실수부는 다음과 같다.

$$\lambda_f = -\frac{1}{2} C_L n \frac{\Omega}{\omega_n} - \frac{1}{2} C_D, \quad (28)$$

$$\lambda_b = \frac{1}{2} C_L n \frac{\Omega}{\omega_n} - \frac{1}{2} C_D$$

식 (28)의  $\lambda_b$ 와  $\lambda_f$ 를 식 (27)에 대입하여 각각을 정리하면 다음과 같다.

$$\omega_n^4 - (\omega_{0n}^2 - \frac{C_D^2}{4})\omega_n^2 - \frac{1}{4} C_L^2 n^2 \Omega^2 = 0 \quad (29)$$

이로부터 고유진동수의 해를 구하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_{0n}^2 - \frac{C_D^2}{4}) + \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_{0n}^2 - \frac{C_D^2}{4})^2 + C_L^2 n^2 \Omega^2} \quad (30)$$

### 2.2.2 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우

디스크가 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우에서 공기유동에 의한 효과를 점성 감쇠와 양력 그리고 탄성력으로 고려하게 된다. 앞의 개방된 상태에서 유도한 방식과 유사하게 고유치의 허수부와 실수부를 표현하면 다음과 같다.

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 + \lambda_f^2 + C_D \lambda_f + k, \quad (31)$$

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 + \lambda_b^2 + C_D \lambda_b + k$$

$$\lambda_f = -\frac{1}{2} C_L n \frac{\Omega}{\omega_n} - \frac{1}{2} C_D, \quad (32)$$

$$\lambda_b = \frac{1}{2} C_L n \frac{\Omega}{\omega_n} - \frac{1}{2} C_D$$

또한 고유진동수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega_n^2 = \frac{1}{2} (\omega_{0n}^2 + k - \frac{C_D^2}{4}) + \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_{0n}^2 + k - \frac{C_D^2}{4})^2 + C_L^2 n^2 \Omega^2} \quad (33)$$

위의 식 (30)과 식(33)을 비교해 보면 각각의 계수  $k$ 와  $C_D$  및  $C_L$  값의 변화에 따라 고유진동수가 변하게 되는데 식 (33)에서 알 수 있듯이  $k$ 와  $C_L$ 의 증가와  $C_D$ 의 감소는 고유진동수를 증가시킨다. 공기의 유동을 고려하지 않을 경우의 회전 디스크의 고유진동수  $\omega_{0n}$ 와 개방된 경우에서 회전하는 경우의 고유진동수  $\omega_n$ 을 비교해보자. 실제의 실험을 통해 고유진동수를 측정된 결

과 진공 상태의 고유진동수가 공기 유동 효과를 고려한 경우의 고유진동수보다 높은 값을 확인할 수 있다.<sup>(10)</sup> 이것은 일반적으로 “부가 유체 질량(added fluid mass)” 효과라 불리는데 공기 중에서 회전하는 디스크는 주위 공기를 회전시킴으로써 유체 질량이 부가되는 효과를 나타냄으로써 결과적으로 디스크의 고유진동수는 감소하게 된다. 식 (30)에서  $C_D$  값에 의한 고유진동수 감소의 영향이  $C_L$  값의 고유진동수 증가의 영향보다 크게 나타남을 알 수 있다. 또한 개방된 경우와 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우를 비교해 보면 식 (10)에서 알 수 있듯이 고정된 벽과의 간격이 증가할수록 탄성계수  $k$ 는 감소하게 되어 고유진동수 감소효과를 내고 항력계수  $C_D$ 는 감소하게 되어 고유진동수 증가의 효과를 낸다.<sup>(11)</sup>

또한 양력계수  $C_L$  값은 전체적으로는 감소하는 경향을 보이다가 수렴하게 되어 고유진동수의 감소의 효과를 내게 되지만 벽과의 간격과 속도에 따라서 반대로 증가하는 구간도 존재한다.<sup>(12)</sup> 이와 같은 계수들의 변화를 살펴보면 고정된 벽과의 간격의 증가에 따른 고유진동수의 변화는  $C_D$  값의 감소로 인한 고유진동수 증가의 효과가  $C_L$  값의 변화보다 더 큰 영향을 미치게 되어 고유진동수가 증가할 것으로 예상되지만 탄성계수  $k$ 의 첨가로 인한 고유진동수가 감소되는 영향도 고려되어야 한다. 실험에 의한 후진과 고유진동수의 결과를 통해 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우의 고유진동수가 개방된 상태에서 회전하는 경우의 고유진동수보다 작게 나타남을 확인할 수 있다.<sup>(7)</sup> 따라서  $C_D$  값의 변화에 의한 영향이 다른 두 계수의 변화에 의한 영향보다 크다는 것을 알 수 있다.

### 3. 임계속도(Critical speed)

식 (5)와 식 (33)은 회전좌표계에서의 고유진동수를 나타내는데 이를 정지된 절대좌표계에서 관측한 고유진동수로 나타내면 디스크의 회전에 의해 각각 전진파(forward) 및 후진파 고유진동수(backward natural frequency)로 나누어지고 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega_n^b = \omega_n - n\Omega, \quad \omega_n^f = \omega_n + n\Omega \quad (34)$$

디스크의 회전속도가 증가하면서 후진과의 고유진동수는 감소하여서 제로가 되는데 이때의 각속도를 임계속도(critical speed)라 한다. 임계속도 이상의 속도에서는 면외 방향 외력이나 충격 또는 질량중심의 편심으로 인해 좌굴(buckling) 불안정성이 발생할 수 있다. 실제 사용되고 있는 회전디스크인 HDD의 경우는 임계속도의 30% 정도의 속도에 해당하지만 CD와 DVD의 경우는 초임계속도에서 작동하고 있어 외력이 가진다면 디스크의 신호를 재생 시 광픽업의 트래킹 및 포커싱 오차를 유발하게 된다.<sup>(8)</sup>

3.1 공기유동을 무시하는 경우

식 (34)에서 후진과의 고유진동수가 제로가 되도록 즉 식 (5)에서  $\omega_n = n\Omega$ 을 대입하여 정리하면 다음과 같이 임계속도를 표현할 수 있다.<sup>(8,13)</sup>

$$\Omega_n^{cr} = \frac{\omega_{sn}}{\sqrt{n^2(1-\beta_n) - \alpha_n}} \quad (35)$$

3.2 개방된 상태에서 회전하는 경우

식 (29)를 이용하여 위와 같은 방법으로 정리하면 다음과 같이 임계속도를 구할 수 있다.

$$\Omega_n^{cr} = \sqrt{\frac{\omega_{sn}^2 + \frac{1}{4}(C_L^2 - C_D^2)}{n^2(1-\beta_n) - \alpha_n}} \quad (36)$$

위의 식 (36)에서 항력계수  $C_D$ 와 양력계수  $C_L$ 의 영향으로 진공에서 회전하는 경우와는 다른 임계속도를 얻게 된다. 고유진동수의 변화에서의 결과와 같이  $C_L$  값의 고려로 인한 고유진동수 증가의 영향보다  $C_D$  값의 고려로 인한 고유진동수 감소의 영향이 더 크게 나타난다. 이로 인해 개방된 상태에서 회전하는 경우의 임계속도는 진공에서 회전하는 경우의 임계속도보다 작은 값을 갖게 된다.

3.3 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우

위와 같은 방법으로 식 (33)을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Omega_n^{cr} = \sqrt{\frac{\omega_{sn}^2 + k + \frac{1}{4}(C_L^2 - C_D^2)}{n^2(1-\beta_n) - \alpha_n}} \quad (37)$$

위의 식 (37)에서  $k$ 의 증가는 임계속도를 증가시키는 역할을 하게 되지만 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우의 고유진동수의 경향에서 확인 할

**Table 1** Changes of natural frequency and critical speed by aerodynamic coefficients

Gap size ↓	$k$	$C_D$	$C_L$
Natural frequency	↑	↓	↑
Critical speed	↑	↓	↑

수 있었던 것처럼  $C_D$  값의 증가로 인한 임계속도 감소의 효과가 더 크게 나타난다. 또한 개방된 경우에서 회전하는 경우보다 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우가 임계속도가 낮게 됨을 실험결과에서도 확인 할 수 있었다.<sup>(10)</sup>

고정된 벽과의 간격이 줄어들 때 공기유동과 관련된 세 가지 변수의 변화와 이에 따른 고유진동수와 임계속도의 변화를 Table 1에 정리하였다.

4. 플러터 속도(Flutter speed)

디스크가 회전할 경우 주변의 공기는 디스크의 진동을 줄여주는 탄성 스프링과 같은 역할을 하게 된다. 하지만 디스크의 회전속도가 증가하면서 디스크 주변에 있는 공기와의 연성에 의해 공기유동이 디스크를 가진하게 되는데 이를 플러터 불안정성(Flutter instability)이라고 한다. 플러터가 발생하는 플러터 속도는 공기유동을 무시하는 경우의 디스크 임계속도의 4배에서 10배정도가 된다.<sup>(7)</sup> 따라서 디스크 플러터로 인한 진동은 정보저장기기의 경우는 정보를 기록 및 재생이 불가능하게 할 뿐 아니라 디스크와 헤드/픽업과의 충돌로 인해서 심각한 손상을 유발한다.

4.1 개방된 상태에서 회전하는 경우

식 (28)의 고유치의 실수부에서  $\lambda_f$ 는 항상 음수이므로 전진과는 시간에 따라 감소함을 알 수 있다. 그러나  $\lambda_b$ 는 회전속도가 증가하면서 양수가 될 수 있는데 이때 디스크의 플러터 불안정성이 발생한다. 따라서  $\lambda_b$ 의 값이 제로가 되는 경우의 속도를 플러터 속도라 하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\Omega = \frac{C_D}{nC_L} \omega_n \quad (38)$$

플러터를 구하는 또 다른 방법으로는 식 (27)에  $\lambda_b = 0$  를 대입하여 정리하면  $\omega_n^2 = \omega_{0n}^2$ 이 되는데

이는 회전 좌표계에서의 모드의 고유진동수와 진공에서 측정된 고유진동수가 같게 되는 경우를 말하며 이를 통해서 실험적으로 플러터 속도를 용이하게 구할 수 있다.<sup>(10)</sup>

#### 4.2 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우

고유치의 실수부는 탄성력의 변화에 관계가 없고  $C_D$ 와  $C_L$  및  $\Omega$ 에 따라 달라지므로 플러터 속도는 식 (31)과 식 (32)의 식에 의해서 다음과 같이 각각 표현할 수 있다.

$$\Omega = \frac{C_D}{nC_L} \omega_n \quad (39)$$

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 + k \quad (40)$$

위의 식 (39)의 경우는 개방된 상태에서 회전하는 경우와 동일한 식으로 표현되지만 이는 동일한 플러터 속도를 의미하지 않는다. 고정된 벽과의 간격으로 인해 개방된 상태에서의 계수 값에 비해  $C_L$  값과  $C_D$  값이 증가하게 되는데  $C_D$ 의 증가 요인이 충분히 더 크기 때문에 고유진동수  $\omega_n$ 의 감소요인에도 불구하고 개방된 경우에서 회전하는 경우보다 더 높은 속도에서 플러터가 발생하게 된다. 또한 식 (40)을 통해서도 플러터가 일어나는 후진파 고유진동수는 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우가 개방된 경우보다 크다는 것을 확인할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문은 공기 유동조건에 따른 회전 디스크의 동특성을 해석하기 위해 공기 유동의 효과를 점성 감쇠력(viscous damping force)과 원주방향 기울기와 회전 속도에 비례하는 양력(lift force)과 탄성력으로 고려하였다. 공기 유동 조건은 진공 상태와 개방된 상태 그리고 고정된 벽 근처에서 회전하는 경우 등 세 가지 경우를 고려하였다. 이론적 해석에서는 세 가지 경우에 대한 고유진동수와 임계속도 그리고 플러터 속도를 구하였다. Table 1에서 볼 수 있듯이 고정된 벽과의 간격이 증가할수록 탄성계수와 양력계수 및 항력계수가 감소하는 경향을 보이게 되는데 그중 항력계수의 영향이 가장 크다. 따라서 진공 상태의 고유진동수와 임계속도가 공기 유동을 고려한 개방된 경우의 값들 보다 작게 나타난다. 또한 플러터 속도를 구하는 경우에는 회전디스크의 경

우 실험적으로 양력계수와 항력계수를 구하는 데에 어려움이 있기 때문에 진공에서 얻은 후진파 고유진동수 값을 이용하여 플러터 속도를 예측할 수 있다.

### 후 기

이 논문은 2006년도 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었습니다(KRF-2006-005-J02301).

### 참고문헌

- (1) Pelech, I. and Shapiro, A. H., 1964, "Flexible Disk Rotating on a Gas Film Next to a Wall," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, pp. 577~584.
- (2) Benson, B. C. and Boggy, D. B., 1978, "Deflection of a Very Flexible Spinning Disk due to a Stationary Transverse Load," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 45, pp. 636~642.
- (3) Wu, R. Y. and Adams, G. G., 1994, "The Effects of Baseplate Warpage and Skew on the Configuration of a Spinning Flexible Disk," *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 514~520.
- (4) Yasuda, K., Torii, T. and Shimizu, T., 1992, "Self-excited Oscillations of a Circular Disk Rotating in Air," *JSME International Journal*, Vol. 35, pp. 347~352.
- (5) Chonan, S., Jiang, Z. W. and Shyu, Y. J., 1992, "Stability Analysis of a 2-inch Floppy Disk Drive System and the Optimum Design of the Disk Stabilizer," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 283~286.
- (6) Renshaw, A. A., 1998, "Critical Speed for Floppy Disks," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 65, pp. 116~120.
- (7) Lee, S.-Y., Yoon, D.-W. and Park, K., 2003, "Aerodynamic Effect on Natural Frequency and Flutter Instability in Rotating Optical Disks," *Microsystem Technologies*, Vol. 9, No. 5, pp. 369~374.
- (8) Lee, S.-Y., Kim, J. and Kim, S., 2002, "Critical and Flutter Speed of Optical Disks," *Microsystem Technologies*, Vol. 8, No. 2, pp. 206~211.
- (9) Lamb, H. and Southwell, R. V., 1921, "The

- Vibration of a Spinning Disk," *Proceeding of the Royal Society*, Vol. 99, pp. 272~280.
- (10) Lim, H. and Lee, S.-Y., 2007, "Vibration Characteristics of Rotating Disks with Aerodynamic Effect; II. Experimental Verifications," *Trans. of the KSME (A)* (in press)
- (11) David, A. M. J., 1989, "Stokes Drag on a Disk Sedimenting toward a Plane or with Other Disks; Additional Effects of a Side Wall or Free Surface," *Phys. Fluids*, Vol. 2, pp. 301~312.
- (12) Mellor, G. L., Chapple, P. J. & Stokes, K., 1968, "On the Flow between a Rotating and a Stationary disk," *J. Fluid Mech.*, Vol. 31, part 1, pp. 95~112.
- (13) Kim, J. and Lee, S.-Y., 2000, "Vibration Characteristics of a New Optical Disk with Initial Stress," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 24, No. 10, pp. 2513~2519.