

응력이완 거동의 예측에 대한 이동경화법칙의 역할

호광수[#]

On the Role of Kinematic Hardening Rules in Predicting Relaxation Behavior

Kwangsoo Ho

(Received September 3, 2008)

Abstract

Numerous experimental investigations on metallic materials and solid polymers have shown that relaxation behavior is nonlinearly dependent on prior strain rate. The stress drops in a constant time interval nonlinearly increase with an increase of prior strain rate. And the relaxed stress associated with the fastest prior strain rate has the smallest stress magnitude at the end of relaxation periods. This paper deals with the performance of three classes of unified constitutive models in predicting the characteristic behaviors of relaxation. The three classes of models are categorized by a rate sensitivity of kinematic hardening rule. The first class uses rate-independent kinematic hardening rule that includes the competing effect of strain hardening and dynamic recovery. In the second class, a stress rate term is incorporated into the rate-independent kinematic hardening rule. The final one uses a rate-dependent format of kinematic hardening rule.

Key Words : Viscoplasticity, Relaxation, Kinematic Hardening rule, Inelastic Deformation, Unified Constitutive Equations

1. 서론

재료의 비탄성 거동은 고온뿐만 아니라 상온에서도 속도 의존성을 나타내며, 이러한 특성은 일반적으로 온도가 증가할수록 커지게 된다. 그러므로 기계구조물의 수명평가 및 생산공정의 설계를 위해서는 속도에 의존적인 비탄성 거동을 정확하게 설명하고 예측할 수 있는 구성방정식에 대한 연구와 개발이 필요하다.

재료 시험을 통해 단축과 다축 하중 하에서 유동응력의 속도 민감도(rate sensitivity), 크리프, 응력이완 등의 비탄성 거동 특성 및 반복 하중 하에서 반복 경화(hardening) 또는 연화(softening), 라체팅(ratcheting) 그리고 이들 상호간의 영향을 살펴보기 위한 많은 연구가 수행되어왔다. 이러한 시험적 연구에 근거하여 통합형 점소성이론

(unified viscoplastic constitutive equations)은 속도에 독립적인 비탄성 거동과 의존적인 비탄성 거동을 하나의 비탄성 변형률을 사용함으로써 통합적으로 설명한다. 통합형 점소성이론의 범주에서 다양한 구성적 모델들이 개발되어왔으며, 이들은 상태변수의 하나인 역응력(back stress)의 성장식으로 Armstrong-Frederick이 제안한 비선형 이동 경화 규칙(nonlinear kinematic hardening rule)을 수정함으로써 비탄성 거동을 더욱 정확하게 설명할 수 있도록 발전되어왔다[1,2]. 그러나 변형률속도 제어 하에서 유동응력 영역의 변형률까지 하중을 가한 후, 변형률을 일정하게 유지하면서 응력의 변화를 고찰하는 응력이완 거동을 정확하게 설명할 수 있는 구성방정식에 대한 연구는 아직도 미흡하여 체계적인 연구가 더 필요되는 실정이다[3~9].

응력이완 거동에서 응력의 변화량은 응력시행

[#] 교신저자 : 계명대학교 기계자동차공학부,
E-mail:hok@kmu.ac.kr

이전에 경험된 변형률속도에 비선형적으로 비례한다. 또한 일정 기간 동안 시험된 응력이완의 종점에서 이완된 응력의 크기는 경험된 변형률속도가 클수록 작은 값을 갖게 된다[10~11]. 이러한 두 가지 특성의 관점에서 점소성의 구성적 모델들을 세 종류로 분류하여 서로 비교 및 평가하는 것이 본 연구의 목적이다. 다양한 모델들은 사용된 비선형 이동경화 규칙의 속도 의존성과 독립성의 성질에 의해 분류될 수 있으며, 속도 독립성의 경우에는 항상 독립성을 갖는 모델과 응력속도 항을 내포함으로써 응력이완 시험의 조건에서만 속도에 의존적인 특성을 보이는 모델로 분류된다.

2. 구성적 모델

등방성 및 비압축성의 비탄성 거동을 가정하면 변형률속도는 탄성과 비탄성 변형률속도의 합으로 정의된다:

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{e}}^e + \dot{\mathbf{e}}^m \quad (1)$$

편차(deviatoric) 탄성 및 비탄성 변형률속도는 각각 다음과 같이 정의된다:

$$\dot{\mathbf{e}}^e = \frac{1+\nu}{E} \dot{\mathbf{s}} \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{e}}^m = \frac{3}{2} \dot{\phi} \frac{(\mathbf{s} - \mathbf{g})}{J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G})} \quad (3)$$

여기서 E 는 탄성계수, ν 는 프와송비, \mathbf{s} 와 \mathbf{g} 는 응력 $\boldsymbol{\sigma}$ 와 역응력 \mathbf{G} 의 편차를 각각 나타낸다. $J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G}) = \sqrt{(3/2) \text{tr}[(\mathbf{s} - \mathbf{g})(\mathbf{s} - \mathbf{g})]}$ 은 과응력 불변량(invariant)이고 $\dot{\phi} = \sqrt{(2/3) \text{tr}(\dot{\mathbf{e}}^m \dot{\mathbf{e}}^m)}$ 은 유효 비탄성 변형률속도이다.

재료의 속도의존적인 비탄성 거동을 정성적 및 정량적으로 더 정확하게 설명하기 위하여 다양한 구성적 모델들이 개발 되어왔으며, 그들의 주요 차이점은 사용된 역응력 성장식의 변화에 기인한다. 점소성 이론의 다양한 구성적 모델들을 역응력 성장식의 속도 의존성에 따라 세가지 종류로 분류하고, 속도 의존성의 특성을 나타내는 응력이완 거동에 대한 이들의 영향을 평가하고자 한다.

2.1 속도독립성 모델

변형률 경화와 동적회복의 영향을 포함하는 비선형 이동경화 규칙은 Armstrong-Frederick에 의해 제안되었으며 속도에 독립적인 특성을 나타낸다.

점소성 이론의 상태변수인 역응력에 대한 성장식으로 사용되는 이 규칙은 응력-변형률 곡선 및 라체팅 거동 등을 보다 정확하게 설명하기 위하여 많은 연구자들에 의해 수정되어왔으며, 대표적인 수정 모델로는 Chaboche모델과 Ohno-Wang모델이 있다.

Nonlinear kinematic hardening (NLK)모델의 역응력은 다음의 성장식으로 표현된다[2]:

$$\dot{\mathbf{g}} = \frac{2}{3} C \dot{\mathbf{e}}^m - \gamma \mathbf{g} \dot{\phi} \quad (4)$$

유효 비탄성 변형률속도는 Macauley의 브래킷 $\langle \rangle$ 을 사용하여 $\dot{\phi} = \langle [J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G}) - Q]/K \rangle^m$ 으로 정의된다; C , γ , Q , K 와 m 은 재료상수이다.

모델의 특성을 고찰하기 위하여 단축인장 하중의 조건을 적용하면 구성방정식은

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^m = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \dot{\phi} \quad (5a)$$

$$\dot{G} = C \dot{\varepsilon}^m - \gamma G \dot{\phi} \quad (5b)$$

으로 표현된다. 여기서 $\dot{\varepsilon}$ 은 전체 변형률속도이고, $\dot{\phi} = \dot{\varepsilon}^m$ 이다. 유동응력 영역에서의 역응력은

$$G = \frac{C}{\gamma} [1 - \exp(-\gamma \varepsilon^m)] \quad (6)$$

으로 유도되며 하중 속도에 독립적인 특성을 나타낸다. 상당량의 비탄성 변형이 진행된 후, 역응력의 점근치는 $\{G\} = C/\gamma$ 이다. 유동응력 영역까지 일정한 변형률속도에서 하중을 가한 후 응력이완 시험의 조건인 $\dot{\varepsilon} = 0$ 을 적용하면, 식 (5b)는 $\dot{\varepsilon}^m = -\dot{\sigma}/E$ 을 사용하여

$$\dot{G} = \frac{E_t}{E} |\dot{\sigma}| \quad (7)$$

으로 표현된다. 여기서 비탄성계수는 $E_t = C - \gamma G$ 으로 정의된다. 유동응력 영역에서는 $E_t \ll E$ 이 성립하므로, 응력이완 시험동안 역응력의 변화는 무시할 수 있을 정도로 매우 작다. 그리고 응력의 이완은 식 (5a)로부터 $\sigma = G + Q$ 의 조건에서 멈추게 된다. G 와 Q 는 모두 속도에 독립적이므로, 응력이완 시험에서 일정 시간의 경과 후 이완된 응력의 크기는 경험된 하중 속도에 영향을 받지 않고 같은 값을 갖게 된다. 그러나 응력이완 시험 이전에서의 유동응력은 하중속도에 비례하였으므로, 이완 시험 동안에 발생한 응력의 변화량은 경험된 하중속도가 클수록 큰 값을 갖는다.

다양한 비탄성 거동을 정확하게 예측하기 위하여 NLK모델의 역응력에 대한 성장식을 여러 개

로 중첩시켜 사용하는 대표적인 구성적 모델로는 Chaboche 모델과 Ohno-Wang 모델이 있다[12~13].

$$\mathbf{g} = \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_i \quad (8)$$

응력-변형률 곡선을 더욱 정확하게 설명하기 위하여 제안된 Chaboche 모델의 성장식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{g}}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\mathbf{e}}^m - \gamma_i \mathbf{g}_i \dot{\phi} \quad (9)$$

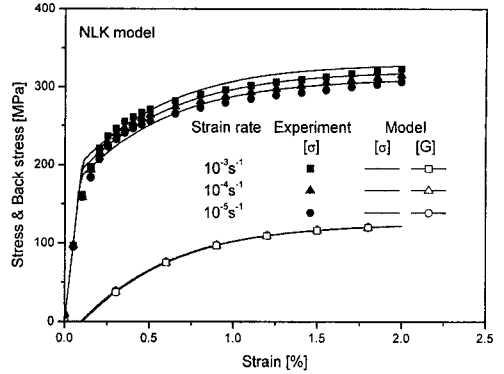
여기서 $\dot{\phi} = \{ [J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G}) - Q]/K \}^m$ 으로 정의된다. 단축 인장 시 역응력의 점근치는 $\{G_i\} = C_i/\gamma_i$ 으로 하중 속도에 독립적이다. 또한 라체팅 거동을 더욱 정확하게 예측하기 위하여 임계 상태에서만 역응력의 성장에 영향을 주는 동적회복 항을 하나 더 도입한 Ohno-Wang 모델의 성장식은

$$\dot{\mathbf{g}}_i = \zeta_i \left[\frac{2}{3} r_i \dot{\mathbf{e}}^m - \mu_i \mathbf{g}_i \dot{\phi} - L(f_i) \lambda_i \dot{\mathbf{g}}_i \right] \quad (10)$$

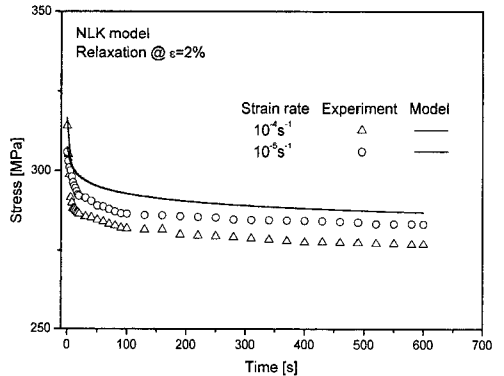
이다. L 는 Heaviside 함수, 임계면을 정의하는 $f_i = (3/2)tr(\mathbf{g}_i \mathbf{g}_i) - r_i^2$, $\lambda_i = tr[\dot{\mathbf{e}}^m(\mathbf{g}_i/r_i)] - \mu_i \dot{\phi}$ 그리고 $\dot{\phi} = B \sinh\{ [J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G}) - Q]/K \}$ 이 사용된다. 단축 인장의 유동응력 영역에서 역응력은 $\{G_i\} = r_i$ 으로 속도에 독립적인 특성을 갖는다. 유동응력 영역에서 응력이완 동안 상기 모델들의 역응력은 $\dot{G} = (E_i/E)\dot{\sigma}$ 으로 표현되며, $E_i \ll E$ 을 사용하면 역응력의 변화는 매우 작아 무시되어질 수 있다.

상온에서 변형률속도 제어의 304 스테인리스강에 대한 응력-변형률곡선 및 응력이완의 시험 결과가 Fig. 1 에 나타나있다[19]. 여기서 모델링은 NLK 모델($E = 196GPa, K = 151MPa, Q = 92MPa, m = 24, C = 25GPa, \gamma = 200$)의 결과이다.

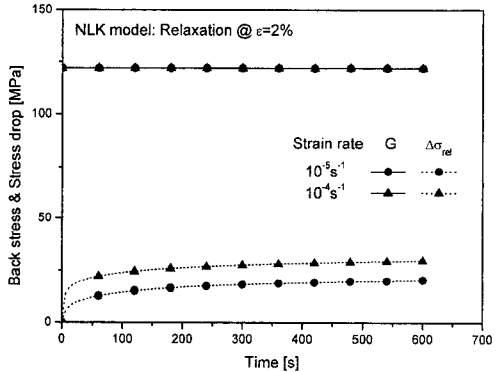
Fig. 1(a)는 $10^{-5} \sim 10^{-3} s^{-1}$ 의 일정한 변형률속도 제어에서 응력은 변형률속도가 증가함에 따라 증가하는 양의 속도민감도 보여주며, 역응력은 식 (6)에서 예측된 바와 같이 변형률속도에 독립적인 특성을 나타내고 있다. Fig. 1(b)는 $\epsilon = 0.02$ 까지 하중을 가한 후, 600s 동안 변형률을 일정하게 유지시킨 응력이완 시험의 결과이다. 이완 시험의 종점에서 이완된 응력의 크기는 응력이완 시험 이전에 경험된 변형률속도에 의존하여 다른 크기를 갖는다. 그러나 NLK 모델은 이러한 의존성을 예측하지 못하고 종점에서 같은 크기의 이완된 응력 값을 갖게 되는데, 이것은 Fig. 1(c)에 보여진 바와 같이 역응력이 응력이완 동안 변하지 않고 일정하게 유지되는 것에 기인한다. 물론 모델은



(a) Stress and back stress versus strain



(b) Stress versus relaxation time



(c) Back stress and stress drop during relaxation

Fig. 1 Simulations of NLK model

응력이완 거동 동안 발생한 응력의 변화량이 경험된 변형률속도가 클수록 커지는 특성을 Fig. 1(c)에 나타난 바와 같이 잘 예측할 수 있다.

2.2 응력속도 항을 갖는 속도독립성 모델
작은 변형률의 준탄성(quasi-elastic) 영역에서 응력-변형률 곡선을 보다 정확하게 모델링하기 위하여

여 응력속도의 항을 역응력의 성장식에 도입한 것이 VBO 모델이다[14].

$$\dot{\mathbf{g}} = \frac{\psi}{E} \dot{\mathbf{s}} + \psi \left[\frac{2}{3} \dot{\mathbf{e}}^m - \frac{(\mathbf{g} - \mathbf{h})}{A} \dot{\phi} \right] + \left(1 - \frac{\psi}{E} \right) \dot{\mathbf{h}} \quad (11a)$$

$$\dot{\mathbf{h}} = \frac{2}{3} E_i \dot{\mathbf{e}}^m \quad (11b)$$

여기서 $E_i \ll \psi < E$ 와 A 는 재료상수, \mathbf{h} 는 편차 이동응력, $\dot{\phi} = B[J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G})/K]^m$ 이다. 이동응력 \mathbf{h} 는 변형률이 큰 영역에서 응력-변형률 곡선의 일정한 기울기를 모델링하기 위하여 도입된 상태변수이다. 이의 성장식은 비탄성계수 E_i 를 사용하여 Prager 에 의해 제안된 선형 이동경화 규칙에 준하여 식 (11b)로 정의되며 하중 속도에 독립적인 특성을 갖는다.

단축 인장의 조건에서

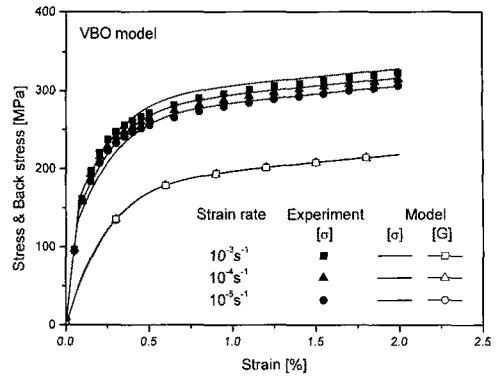
$$\{G - H\} = A \quad (12)$$

의 관계가 성립하며, 앞의 2.1 절에서 논의된 세 모델들과 마찬가지로 역응력은 유동응력 영역에서 하중속도에 독립적이다. 응력이완 거동에서 역응력의 변화는

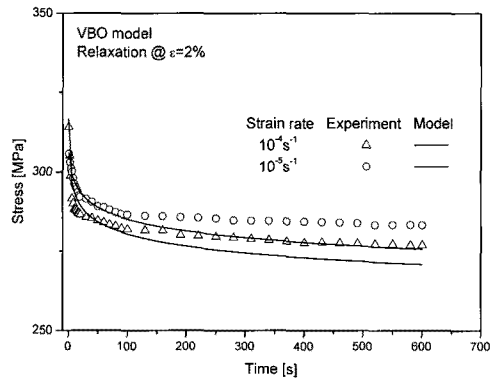
$$\dot{G} = - \left[\frac{\psi}{E} \left(\frac{G-H}{A} + \frac{E_i}{E} \right) - \frac{E_i}{E} \right] |\dot{\phi}| \quad (13)$$

으로 표현된다. $E_i/E \ll 1$ 와 $(G-H)/A \approx 1$ 을 사용하면 $\dot{G} \approx -[(\psi - E_i)/E] |\dot{\phi}|$ 의 결과를 얻는다. 따라서 역응력은 응력이완 동안 앞에서 논의된 속도독립성 모델들과는 다르게 그 크기가 감소하게 된다. 또한 $\dot{\mathbf{e}} = 0$ 의 조건으로부터 $|\dot{\phi}|$ 는 $J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G}) = \sigma - G$ 에 비례하고 응력과 역응력의 차로 정의되는 과응력은 유동응력 영역에서 변형률 속도에 비례하므로, 역응력은 응력이완 시험 이전에 경험된 변형률속도가 클수록 더 빠르게 감소하게 된다. 응력의 이완은 식 (5a)와 유효 비탄성 변형률속도의 정의로부터 $\sigma - G = 0$ 의 조건이 만족될 때 정지하게 된다. 그러므로 응력이완 시험에서 일정 시간의 경과 후 이완된 응력의 크기는 경험된 변형률속도가 클수록 작은 값을 갖게 된다.

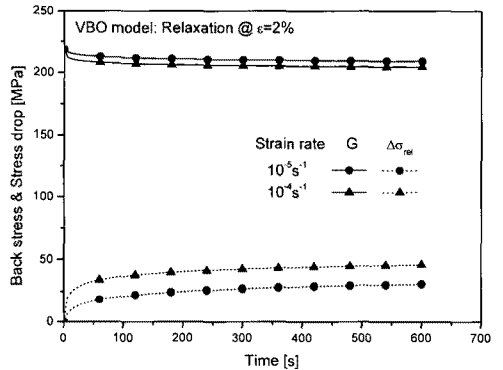
VBO 모델($E = 196\text{GPa}$, $B = 1 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$, $m = 20$, $A = 180\text{MPa}$, $E_i = 2100\text{MPa}$, $K = 110\text{MPa}$, $\psi = 65\text{GPa}$)의 결과가 Fig. 2 에 나타나있다. 하중상태의 유동응력 영역에서 역응력은 앞에서 설명된 속도독립성 모델과 마찬가지로 하중속도에 독립적이지만, 응력이완 거동 중의 역응력은 Fig. 2(c)에 보여진 바와 같이 일정하지 않고 경험된



(a) Stress and back stress versus strain



(b) Stress versus relaxation time



(c) Back stress and stress drop during relaxation

Fig. 2 Simulations of VBO model

변형률속도에 대하여 음성의 속도민감도를 갖는다. 바로 이러한 특성에 의해 VBO 모델은 Fig. 2(b)의 경험된 변형률속도에 의존하는 응력이완의 거동 및 Fig. 2(c)의을 잘 예측할 수 있게 된다. 그러나 역응력의 성장식에 응력속도 항을 포함하는 이러한 모델은 열역학 제 2 법칙을 만족시키지 못하는 단점이 있다[16,20].

2.3 속도의존성 모델

재료의 동적 변형시효(dynamic strain aging)에서 유동응력에 대한 음성의 속도민감도(negative rate sensitivity)를 설명하기 위하여, 속도에 독립적인 비선형 이동경화 규칙을 속도에 의존적인 특성을 갖도록 수정된 구성방정식이 본 저자에 의해 제안된바 있다[15~20]. 초기 모델[16]의 구성방정식은 전체 형식(total formulation)에서 정의되었으며, 최근의 모델에서는 이를 편차 형식으로 수정되었다. 편차 형식의 모델에서는 순수 탄성변형을 설명하기 위하여 항복면의 개념이 도입된 것[17,18]이 있으나, 본 연구에서는 탄성에서 비탄성 변형으로의 점진적인 천이 거동에 대한 모델링을 개선하기 위하여 항복면을 사용하지 않는 구성방정식이 사용된다[19~20].

$$\dot{\mathbf{g}} = \psi \left[\frac{2}{3} \dot{\mathbf{e}}^m - \frac{(\mathbf{g} - \mathbf{h})}{R} \dot{\phi} \right] + \dot{\mathbf{h}} \quad (14a)$$

$$\dot{\mathbf{h}} = \frac{2}{3} E_t \dot{\mathbf{e}}^m \quad (14b)$$

$$R = r_c + \sqrt{\frac{3}{2} tr(\mathbf{r}\mathbf{r})} \quad (14c)$$

여기서 $\mathbf{r} = [A + \beta J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G})](\mathbf{s} - \mathbf{g})/J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G})$ 이며 ψ , E_t , r_c 와 A 는 재료상수이다. 유효 비탄성 변형률속도는 $\dot{\phi} = B[J(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{G})/K]^m$ 이다. β 는 모델 변수로서 다양한 비탄성 거동을 설명하기 위하여 누적 비탄성 변형률 및 유효 비탄성 변형률속도의 함수로 정의될 수 있지만[15], 본 주제에서는 편의상 상수로 가정된다.

점근해석[16,19]을 통해 단축인장 하중에서

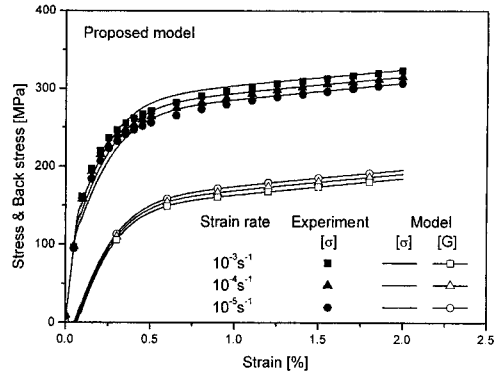
$$\{G\} = \{H\} + \{R\} \quad (15a)$$

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{H\} + r_c + A + (1 + \beta)\{\boldsymbol{\sigma} - G\} \quad (15b)$$

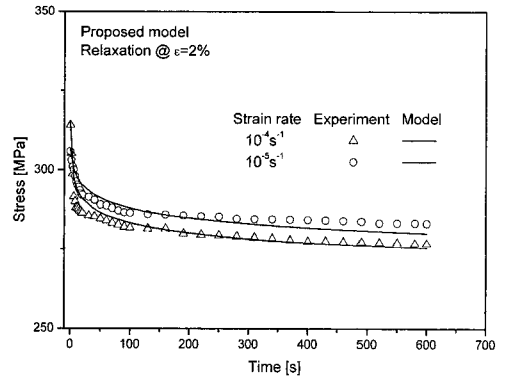
$$\{\dot{\mathbf{e}}^m\} = \hat{E} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}; \quad \hat{E} = E/(E + E_t) \quad (15c)$$

$$\{\boldsymbol{\sigma} - G\} = K(\hat{E} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}/B)^{1/m} \quad (15d)$$

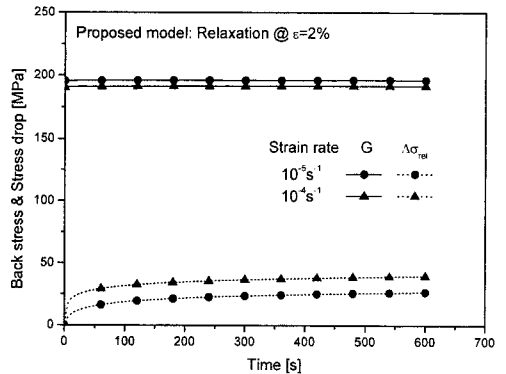
의 관계식들을 얻는다. 여기서 $A + \beta\{\boldsymbol{\sigma} - G\} \geq 0$ 의 가정이 사용되었으며, $\{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\} = \{\dot{H}\}$ 및 식 (5a)와 식 (14b)을 사용함으로써 식 (15c)이 유도되었다. $\{R\} = r_c + A + \beta\{\boldsymbol{\sigma} - G\}$ 은 $\beta < 0$ 에 대하여 음성의 속도민감도의 특성을 가지므로, 역응력의 점근치는 하중속도에 음성의 속도민감도를 갖게 된다.



(a) Stress and back stress versus strain



(b) Stress versus relaxation time



(c) Back stress and stress drop during relaxation

Fig. 3 Simulations of proposed model

또한 유동응력은 $\beta < -1$ 의 조건에서 음성의 속도의존성, $\beta = -1$ 에서 속도에 대한 독립성 그리고 $\beta > -1$ 일 때 양성의 속도의존성을 나타내게 된다. 응력이완 거동에서의 응력 및 역응력에 대한 변화는

$$\dot{\sigma} = -EB \left(\frac{\sigma - G}{K} \right)^m \quad (16a)$$

$$\dot{G} = \left[\frac{\psi}{E} \left(1 - \frac{(G-H)}{R} \right) + \frac{E_t}{E} \right] |\dot{\sigma}| \quad (16b)$$

이다. $E_t/E \ll 1$ 와 $(G-H)/R \approx 1$ 의 관계가 성립하므로 응력이완 시험에서의 역응력에 대한 변화는 무시될 수 있을 정도로 매우 작게 된다.

제안된 모델 ($E=196GPa$, $\beta=-0.38$, $m=20$, $\psi=100GPa$, $E_t=2100MPa$, $B=1 \times 10^{-3}s^{-1}$, $K=140MPa$, $A=198MPa$, $r_c=1MPa$)의 결과는 Fig. 3에 나타나있다. 역응력은 Fig. 3(a)와 Fig. 3(c)에서 보는 바와 같이 하중 시 그리고 응력이완 거동 동안 항상 음성의 속도민감도를 갖는다. 응력이완은 식 (16a)에 의해 $\sigma=G$ 가 만족될 때 정지하게 되며, 응력의 변화량은 식 (15d)에 의해 경험된 변형률속도가 클수록 큰 값을 갖게 된다. 그러므로, Fig. 3(b)와 같이 응력이완 종점에서 응력의 크기는 경험된 변형률속도가 클수록 작은 값을 갖게 된다.

3. 결론

재료의 응력이완은 경험된 변형률속도에 의존적인 특성을 보인다. 이러한 비탄성 거동에 대한 구성적 모델을 통합된 점소성 이론의 범주에서 역응력 성장식의 속도 의존성에 따라 분류하여 체계적으로 고찰하였다.

세 종류로 분류된 모델들은 응력이완의 조건에서 응력 크기의 변화된 양은 경험된 변형률속도가 클수록 큰 값을 갖게 되는 특성을 모두 잘 예측하지만, 응력이완 시험의 종점에서 이완된 응력의 변형률속도에 대한 의존성을 예측하는데 있어서는 정성적으로 다른 경향을 나타낸다. 하중 및 응력이완 시험 모두에서 역응력이 속도에 독립적인 특성을 나타내는 속도 독립성 모델은 응력이완의 경험된 변형률속도에 대한 의존성을 본질적으로 설명할 수 없다. 응력이완 시험에서만 역응력이 속도에 의존적인 특성을 보인 응력속도 항을 갖는 속도 독립성 모델과 역응력이 항상 속도에 의존성을 갖는 제안된 모델이 실제적인 응력이완 거동을 설명할 수 있으며, 이것은 응력이완 거동에서 나타나는 역응역의 음성의 속도 민감성에 기인한다.

참고 문헌

- [1] J. Lemaitre, 2001, Materials behavior models, Academic Press, San Diego.
- [2] J. Lemaitre, J. L. Chaboche, 1994, Mechanics of solid materials, Oxford University Press, Cambridge.
- [3] E. Krempl, 1979, An experimental study of room-temperature rate sensitivity, creep and relaxation of AISI Type 304 stainless steel, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 27, pp. 363~375.
- [4] P. S. Majors, E. Krempl, 1994, The isotropic viscoplasticity theory based on overstress applied to the modeling of modified 9Cr-1Mo steel at 538°C, Mat. Sci. and Eng., Vol. 186, pp. 23~34.
- [5] M. Yaguchi, Y. Takahashi, 1999, Unified constitutive model for modified 9Cr-1Mo steel incorporating dynamic strain aging effect, JSME Int. J (Series A), Vol. 42, pp. 1~10.
- [6] M. Yaguchi, M. Yamamoto, T. Ogata, 2002, A viscoplastic constitutive model for nickel-base superalloy, part 2: modeling under anisothermal conditions, Int. J. Plasticity, Vol. 18, pp. 1111~1131.
- [7] C. M. Bordonaro, E. Krempl, 1992, Effect of strain rate on the deformation and relaxation behavior of 6/6 Nylon at room temperature, Poly. Eng. And Sci., Vol. 32, pp. 1066~1072.
- [8] E. Krempl, F. Khan, 2003, Rate (time)-dependent deformation behavior: an overview of some properties of metals and solid polymers, Int. J. Plasticity, Vol. 19, pp. 1069~1095.
- [9] A. Khan, B. Farrokh, 2006, Thermo-mechanical response of nylon 101 under uniaxial and multi-axial loadings: Part I, Experimental results over wide ranges of temperatures and strain rates, Int. J. Plasticity, Vol. 22, pp. 1506~1529.
- [10] E. Krempl, T. Nakamura, 1998, The influence of the equilibrium stress growth law formulation on the modeling of recently observed relaxation behaviors, JSME Int. J. (Series A), Vol. 41, pp. 103~111.
- [11] E. Krempl, 2001, Relaxation behavior and modeling, Int. J. Plasticity, Vol. 17, pp. 1419~1436.
- [12] J. L. Chaboche, D. Nouaihas, 1989, A unified constitutive model for cyclic viscoplasticity and its applications to various stainless steel, J. Eng. Mat. Tech., Vol. 111, pp. 424~430.

- [13] N. Ohno, M. Abdel-Karim, 2000, Uniaxial ratcheting of 316FR steel at room temperature-Part II: constitutive modeling and simulation, *J. Eng. Mat. Tech.*, Vol. 122, pp. 35~41.
- [14] O. U. Colak, E. Krempl, 2003, Modeling of uniaxial and biaxial ratcheting behavior of 1026 Carbon steel using the simplified viscoplasticity theory based on overstress (VBO), *Acta Mech.*, Vol. 160, pp. 27~44.
- [15] K. Ho, 2000, Modeling of positive, negative and zero rate sensitivity by using the viscoplasticity theory based on overstress (VBO), *Mechanics of Time-Dependent Mat.*, Vol. 4, pp. 21~42.
- [16] K. Ho, 2001, Modeling of nonlinear rate sensitivity by using an overstress model, *Comp. Model. Eng. Sci.*, Vol. 2, pp. 351~364.
- [17] K. Ho, 2004, A study on strain rate sensitivity by unified viscoplasticity, *Trans. of Materials Processing*, Vol. 13, pp. 600~607.
- [18] K. Ho, 2006, Unified constitutive equations of viscoplastic deformation: development and capabilities, *JSME Int. J. (Series A)*, Vol. 49, pp. 138~146.
- [19] K. Ho, 2007, The rate dependent deformation behavior of AISI type 304 stainless steel at room temperature, *Trans. of Materials Processing*, Vol. 16, pp. 101~106.
- [20] K. Ho, 2008, Effect of the rate dependence of nonlinear kinematic hardening rule on relaxation behavior, *Int. J. Solids structures*, Vol. 45, pp. 821~839.