韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2008. 11. 제 47권, 제 4호, 421-436

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
November. 2008, Vol. 47, No. 4, 421-436

초등 수학 평가를 위한 개방형 문제의 활용 결과 분석

이 대 현 (광주교육대학교)

Ⅰ. 연구의 필요성 및 목적

수학 평가는 학생들의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제공하여 학생 개개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고, 교사의 교수 활동과 수업 방법을 개선하는 데 활용되어야 한다. 따라서 수학 평가는 학습의 결과뿐만 아니라, 과정도 중시하여야 한다(교육인적자원부, 2007).

그렇지만 학교 현장에서 수학 평가에 대한 우리의 관심은 점수나 석차와 같은 양적 결과에 치중하고 있으며, 대부분의 교사들과 학생들은 이것이 평가의 전부인 것처럼 잘 못 인식하고 있다(한국교육과정평가원, 1999). 수학 평가 결과의 양적 점수화에 대한 부담은 결국 수학 평가에서 채점에 대한 투명성 확보, 즉 객관성 확보를 우선 목표로 삼게 되었다. 그리고 이를 위해 많은 교사들은 오직 하나의 정답만이 미리 정해지며, 답이 분명한 선다형 문제나 주관식 단답형 문제와 같은 표준화된 문제를 선호하게 되었다.

수학 교실에서 주로 다루어 온 표준화된 문제는 교사나 교과서에 의해 제시되어 왔으며, 너무나 잘 형식화되어서 답이 맞거나, 혹은 틀리는데 관심을 두었다. 또한, 이러한 문제는 학생들의 현실 세계를 반영하기보다는 인위적으로 조작된 가공의 세계를 반영하며, 주로 문제해결의 경로가 정형화되고 문제해결 과정과 결과가 유일하다는 특징을 가지고 있다. 이러한 문제에 익숙한 학생들은 획일화된 사고의 고착화로 인하여 다양하고 확산적인 수학적 사고를 개발하지 못하게 되었다. 이로 인해 학교 수학에서 획득한 문제해결 전략이 사회에서 부딪치는 많은 문제를 해결할 수 없다는 단점을 나타내게 되었다.

또한 이러한 문제를 이용한 평가 체제 하에서는 단편적인 지식의 기억과 회상 능력을 평가할 수 있지만, 지식 기반 정보화 사회에서 요구하는 창의성이나 문제해결력과 같은 고차원적인 사고 능력을 평가하기는 어렵다. 수학 교사는 표준화된 문제를 위해 가르치고, 교과서 저자는 이러한 시험을 위해 집필하며, 시험이 우리가 학생들이 배우기를 원하는 것을 측정하지 못한다면, 학생들이 고등사고능력을 기를 수 있을 것이라고 기대할 수 없을 것이다(Willoughby, 1990). 따라서 과거에 주로 이용되어 온 평가 문제와는 다른 유형의 수학 문제를 학생들에게 제공하여, 학생들의 수학 학습을 촉진하고 창의적인 문제해결능력을 신장시켜 전인적인 발달을 꾀하도록 해야 한다.

학생들의 창의적인 수학적 사고력을 평가하기 위하여 다양한 평가 방안이 제기되어 왔다. 교육인적자원부(2007)에서는 수학 평가에서 획일적인 평가 방법을 지양하고, 지필평가, 관찰, 면담, 자기평가 등의 다양한 평가 방법을 통해 수학 교수-학습을 향상시킬 수 있게 해야 한다고 권고하고 있다. 한편 새로운 방향으로 평가의 전환을 위해서는 평가 방법에서만의 변화가 아니라, 평가 내용과 평가 문제에서의 변화가 동시에 이루어져야 한다. 수학 교실이 수학적인 아이디어를 이용하여 가치 있는 수학 문제를 계속적으로 탐구하고 해결하는 장소가 되도록 하기 위하여 가장 중요한 것은 좋은 문제(problem)를 제공하는 것이다. 그리고 문제는 전형적인 학교 수학에서 강조되는 연습 문제(exercise)와 구별된다(Lenchner, 1983). 좋은 문제는 학생들이 문제해결을 위한 정보를 수집하고, 이를 분석하고, 비교하고 종합하여, 타당한 결과를 산출하는 창의적인 문제해결 능력을 기를 수 있게 해 준다.

---

* 2008년 7월 투고, 2008년 10월 심사 완료
* 본 논문은 2007학년도 광주교육대학교 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.
* ZDM분류: D63
* MSC분류: 97D60
* 주제어: 수학 평가, 개방형 문제, 유창성, 융통성, 독창성

개방형 문제(open-ended problem)는 학생들의 수학적 사고력과 문제해결력을 신장시키기 위한 좋은 문제로 여겨진다. 특히 개방형 문제는 다양한 수준의 수학적 능력을 가진 학생들이 자신의 수학적 능력에 따라 문제에 다양하게 반응하기 때문에 학생들의 수학적 능력을 충분히 발휘할 기회를 제공함과 동시에 다양한 수학적 사고를 이끌어 낼 수도 있다(Cline, 2005; Wang, 2006).

학생들은 개방형 문제를 해결하기 위해 그들 스스로 다양한 문제해결 전략을 선택하고, 그에 따라 다양한 해법을 제시하게 된다. 학생들은 개방형 문제를 해결하기 위하여 교사의 설명에 의존하기보다는 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 상호작용을 통한 탐구와 반성 활동에 초점을 맞추게 된다. 이런 면에서 개방형 문제는 학생 자신의 아이디어나 풀이를 설명하고 정당화하며, 다른 학생들의 아이디어와 풀이를 이해하려고 노력해야 한다는 최근의 교수-학습관과도 부합한다.

여러 개의 해법으로 가지고 있는 개방형 문제는 학생들이 문제를 분석하고 모델링을 하여 문제를 해결하도록 한다. 따라서 개방형 문제는 학생들의 능력을 배양하고, 응용을 향상시키기 때문에 옹호되어지고 있다(Wang, 2006). 또한 개방형 문제는 다양한 해에 대한 접근 방법과 여러 수준의 해법을 제공하기 때문에 비록 부진아라 할지라도 학습 능력이 우수한 학생들과 함께 문제에 반응할 수 있게 해 준다. 따라서 모든 수준의 학생들이 개방형 문제를 통하여 개개인의 성공을 경험할 수 있다(권오남 외 3, 2005; Kabiri & Smith, 2003).

그렇지만 개방형 문제의 특성상 학교 현장에서 개방형 문제를 개발하여 적용하고, 그 결과를 처리하는 데는 여러 가지 어려움이 따른다. 특히 평가의 효율성과 타당성, 객관성 확보라는 측면에서는 더욱 그러하다. 이러한 문제점은 다른 나라의 경우에도 마찬가지이다. Wang(2006)은 중국에서 개방형 문제를 이용한 평가가 융통성 있는 평가체제의 결여라는 외적 요인과 사고 과정을 조절하는데 있어서의 복잡성과 어려움이라는 내적 요인 때문에 실행에 어려움이 있다고 밝히고 있다.

따라서 본 연구에서는 초등학교에서 개방형 문제를 활용한 평가 방안을 모색하고자 한다. 이를 위해 초등학교 수학 평가에 활용할 개방형 문제를 개발하고, 개발한 개방형 문제를 이용하여 수학 평가를 실시하고자 한다. 그리고 개방형 문제에 대한 학생들의 반응을 분석하여 평가 결과를 산출하고, 개방형 문제에 대한 평가 결과와 일반적인 수학 학업성취도와의 상관관계를 분석하여 수학 평가도구로서 개방형 문제의 가치를 확인해 보고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

수학 수업에 자주 사용된 전통적인 문제들은 오직 하나의 정답만을 가진다는 것과 문제들이 너무 형식화되어서 해답이 맞거나 혹은 틀리며, 정답은 유일하다는 비판을 받아 왔다. 학생들이 전통적인 문제에 익숙해지게 되면, 수학의 모든 문제들은 오직 하나의 옳은 해결 경로를 거쳐 오직 하나의 결과에 이르게 된다는 바람직하지 못한 신념을 형성하게 된다. 또한 학생들이 전통적인 문제에 익숙해지면 사고의 틀이 수렴적으로 형성되어, 다양하고 확산적인 사고를 길러 주는 데에도 어려움이 따르게 된다.

이러한 문제점에 대한 대안으로 개방형 문제는 학생들의 의미 있는 수학적 활동과 사고를 이끌어 낼 수 있는 도구로 제시될 수 있다. 특히 다양한 수준의 수학적 능력을 가진 학생들이 자신의 수학적 능력에 따라 개방형 문제에 다양하게 반응하기 때문에 개방형 문제는 학생들의 수학적 능력을 충분히 발휘할 기회를 제공함과 더불어 학생들의 다양한 수학적 사고를 이끌어 낼 수도 있다(Cline, 2005; Wang, 2006). 또한, 수학수업에서 수학 교사들은 개방형 문제에 대한 학생들의 반응을 이용하여, 학생들의 기존의 지식, 기능, 그리고 수학적 사고 방법을 학생들의 새로운 경험과 조합함으로써 새로운 것을 가르치는데 이용할 수 있다. 이런 면에서, 개방형 문제의 장점으로는 다음과 같은 것을 들 수 있다(Sawada, 1997).

① 학생들은 문제해결에 적극적으로 참여하고, 자신들의 생각을 더욱 잘 표현한다.

② 학생들은 자신들의 지식과 기능을 광범위하게 사용할 기회를 더 많이 가진다.

③ 비록 부진아일지라도 문제에 대하여 자신에게 유의미한 방식으로 반응할 수 있다.

④ 학생들은 본질적으로 증명하도록 동기화 된다.

⑤ 학생들은 발견하는 기쁨을 누리게 되고, 동료 학생들의 인정을 받게 된다(pp. 23-24).

개방형 문제에 대한 관심은 1970년대 초반에 일본에서 Shimada를 중심으로 한 연구진들이 고등사고력 측정을 위한 방법으로써 개방형 문제의 효과를 실증하는데서 출발하였다. 이 연구진들은 개방형 문제에 기초한 수업이 수학적 능력 향상에 훨씬 잠재력을 가지고 있음을 알고, 개방형 문제를 활용한 수업을 개방형 교수법(the open-ended approach)으로 규정하였다(Shimada, 1997). 개방형 교수법에서는 개방형 문제(미완결 문제, incomplete problem)가 제시되고 주어진 문제에 대한 정답을 이용하여 수업을 진행한다. 이 과정에서 학생들은 자신의 지식, 기능, 사고 방법을 결합함으로써 새로운 것을 발견하는 경험을 하게 된다(Shimada, 1997). 개방형 교수법에서 개방형 문제가 수업의 구조와 운영 방식을 변화시키고 이를 통해 학생들의 폭 넓은 사고를 자극할 수 있다는 것은 학생들의 수학적 능력을 확인하는 도구로 개방형 문제를 활용할 수 있는 가능성을 제시한다고 볼 수 있다.

한편, 수학 평가가 단순히 지식의 습득이나 기능의 숙달을 확인하는 측면을 넘어, 사고의 방법과 유연성, 창의적인 문제해결력과 같은 고차원적인 수학적 사고 능력을 측정하고자 한다면 이에 맞는 평가 도구가 필수적으로 요구된다. 개방형 문제는 다양한 수학적 사고와 창의적 사고력을 길러 주는데 유용한 도구라 판단된다.

개방형 문제에 대한 정의와 분류에도 연구자마다 약간의 차이를 보이고 있다. Pehkonen(1995)은 개방형 문제와 닫힌 문제(closed problem)를 서로 대비시켜 정의하였다. 그는 닫힌 문제란 문제의 출발 상황과 목표 상황이 분명하여 다른 상황을 생각할 가능성을 주지 않는 문제를 의미하며, 열린 문제란 출발 상황과 목표 상황 중 어느 하나라도 다양한 가능성을 열어 놓은 문제를 의미한다고 하였다(권오남 외 3, 2005 재인용). Wang(2006)은 개방형 문제를 하나 이상의 해를 가지고 있어, 학생들이 문제를 분석하고 모델을 구축하며 문제를 해결하도록 요구하는 문제라고 하는데 많은 학자들이 동의하고 있다고 제시하고 있다. Leatham & Lawrence, & Mewborn(2005)은 개방형 문제를 다양한 해결 전략과 다양한 해를 가지고 있어 학생들이 추론하고 문제를 해결하며, 의사소통하는 기술을 이용하도록 요구하는 문제라고 정의하고 있다.

정동권(1996)은 개방형 문제를 문제(P)에 대하여 옳은 답(A1, AA2, A3, ・・・Ak)이 있는 경우로 정의하였다. 이러한 정의들은 개방형 문제를 답이 하나로 결정되지 않는 문제를 일컫는다는 점에서 공통점을 가지고 있다(권오남 외 3, 2005). 즉 개방형 문제는 문제에 대한 풀이 과정이나 답이 유일하지 않아 학생들의 능력이나 개인의 특성에 따라 다양한 반응이 가능한 문제를 의미한다.

한편, 개방형 문제에 대한 정의가 서로 다르듯이, 개방형 문제를 분류하는 방식에서도 연구마다 다르게 나타내고 있다. 개방형 문제의 분류에서 Sawada(1997)는 개방형 문제를 관계 찾기, 분류하기, 수량화하기로 나누고 있다. 관계 찾기는 학생들이 수학적 규칙이나 관계를 발견하도록 요구하는 문제이고, 분류하기는 학생들이 서로 다른 속성에 따라 분류하도록 요구하는 문제로 수학적 개념을 형성하는데 유용한 문제이다. 마지막으로 수량화하기는 학생들이 어떤 현상의 수치를 구하도록 요구하는데, 공기돌이 흩어진 정도를 어떻게 수량화하여 나타낼 것인가를 요구하는 문제가 이에 해당한다.

坪田耕三(1993)은 개방형 문제의 유형을 관계나 법칙을 찾아내는 문제, 분류하는 문제, 수량화 문제, 역 문제, 조건불비의 문제, 구성활동적 문제로 제시하였다(문성길, 2001 재인용). 관계나 법칙을 찾아내는 문제는 표에 나타난 규칙을 찾는 것과 같이 수량사이의 함수 관계가 내재하도록 만들어진 문제를 의미하며, 분류하는 문제는 동일한 범주에 속하는 서로 다른 구체적인 예를 많이 제시하고, 그 중 하나의 대상을 정하여 그것과 같은 특성을 갖는 예를 찾아보도록 하는 문제를 말한다. 수량화 문제는 정도의 차이가 나는 수학적 장면을 주고 그 정도의 차이를 수량화하도록 하는 문제로, 순위를 결정하는 다양한 방법을 생각하는 문제를 의미한다. 역 문제는 조건과 결론을 거꾸로 구성하여 답이 유일하게 결정되지 않도록 만들어진 문제를 의미한다. 조건불비의 문제는 답을 생각할 때 주어질 수 있는 가능한 조건을 다양하게 고려하여 각 경우마다 답을 찾아야 하는 문제로, 예를

들면 5000이란 수가 원래 어떤 수였는가를 결정하는 문제이다. 마지막으로 구성 활동적 문제는 학생들이 어떤 것을 만들어 보도록 하는 문제로 입체의 전개도를 가지고 각자 자유롭게 면을 잘라 어떤 입체를 구성해 보는 활동지향적인 문제이다(문성길, 2001). 한편 Wang(2006)은 개방형 문제를 열린 조건 유형(open-condition type), 열린 결론 유형(open-conclusion type), 그리고 열린 조건과 열린 결론 유형(open-condition and open-conclusion type)의 세 가지로 제시하고 있다.

국내 연구에서는 개방형 문제 중심의 프로그램을 이용한 창의력 평가에 관한 연구에서 개방형 문제를 고착화 깨기, 다양한 답, 다양한 전략, 전략 탐구하기, 문제만들기, 활동적 탐구과제, 논리적 사고 훈련의 유형으로 제시하였다(권오남 외 3, 2005).

개방형 문제의 분류에 차이가 있으나, 기본적으로 개방형 문제를 만드는 데에는 개방형 문제가 모든 학생들에게 적합해야 한다는 것과 수학적 사고에 적합해야 한다는 것을 원칙으로 삼을 수 있다. 즉 문제는 학생들에게 친숙한 주제, 흥미로운 내용이어야 하며, 문제를 해결해야 할 필요성이 있어야 하고, 해결 후 성취감을 느끼고 학생들의 수준에 따라 변화 가능해야 한다. 그리고 문제는 일반화가 가능하고 다양한 수준의 해답이 가능해야 하며, 수학적 표현이 포함되어야 하고 수학화가 가능해야 한다(권오남 외 3, 2005). 개방형 문제가 갖추어야 할 이러한 조건은 추후에 개방형 문제를 개발하는 준거가 될 수 있다.

최근까지 개방형 문제와 관련된 선행연구는 주로 개방형 문제를 이용한 개방형 교수법에 관한 것이 주를 이루고 있다(문성길, 2000; 류시구, 1995; 이용길, 1998; Becker & Shimada, 1997; Cline, 2005). 또한, 개방형 문제를 이용하여 학생들의 창의력이나 문제해결력을 측정한 연구들도 있었다(권오남 외 3, 2005; 변은진 외 1, 2001; 최정남 외 2, 2001; Cai, 1995). 그리고 개방형 문제 해결과정에서 나타나는 소집단 구성원의 담화를 분석하거나 문제해결 과정을 분석한 연구도 있었다(김민경, 2004; 박우자 외 1, 2003).

학생들의 수학적 능력을 향상시키기 위한 수단으로 개방형 문제를 이용하기 위하여 일선 현장에서 활용 가능한 평가 도구의 개발과 활용 방안에 대한 연구가 필요하다. 개방형 문제의 개발에 대한 연구가 수행되어 왔으며(김정희, 1996; 변은진 외1, 2001), 개방형 문제를 이용하여 평가를 실시할 수 있는 방안을 제시한 연구도 있었지만(Conway, 1999), 개방형 문제를 평가에 접목하여 활용하는 구체적인 방안에 대한 연구는 미흡한 상황이다. 따라서 기존의 결과 중심의 선다형 평가에 대한 대안으로 개방형 문제를 활용하는 방안에 대해 관심을 가질 필요가 있다. 특히 평가 도구로 활용할 개방형 문제의 개발과 평가의 타당성과 객관성을 확보하여 개방형 문제를 이용한 평가가 신뢰를 얻을 수 있는 실제적 측면의 노력이 요구된다.

Ⅲ. 개방형 문제 개발

수학 평가에 활용할 개방형 문제를 개발하기 위하여 본 연구에서의 개방형 문제의 정의, 개방형 문제의 개발의 준거와 개발할 문제의 유형을 결정할 필요가 있다. 먼저 본 연구에서는 개방형 문제를 '다양한 문제해결 전략이나 다양한 해가 존재하는 문제로, 문제해결자의 수학적 능력이나 특성에 따라 다양한 반응이 가능한 문제'라 정의하였다. 그리고 개방형 문제를 개발하기 위하여 개방형 문제의 본질과 특성, 수학 평가의 지향 점, 수학 교육의 강조점 등을 바탕으로 문제 개발의 준거를 다음과 같이 설정하였다.

① 개방형 문제는 학생들의 수학 학습을 촉진하고 창의적인 문제해결력을 신장시키는데 적합해야 한다. Shimada(1997)는 개방형 교수법에서 개방형 문제가 수업의 구조와 운영 방식을 변화시키고, 이를 통해 학생들의 폭 넓은 사고를 자극할 수 있다는 것을 밝히고 있다. 또한 NCTM(1989)도 유치원과정에서 12학년까지의 모든 학년에서 수학 학습에 개방형 문제의 이용을 권고하고 있는바, 개방형 문제가 그들이 제안하는 규준의 목표를 달성하는데 이용될 수 있다고 하였다. 따라서 개발된 개방형 문제는 이를 이용한 교수 방법의 개선이나 학생들의 창의적인 문제해결력을 신장시키는데 적합해야 한다.

② 개방형 문제는 학업 성취 수준에 관계없이 모든 학생들이 유의미한 답을 산출할 수 있는 유연한 난이 수준을 갖추어야 한다. 개방형 문제의 특징은 문제해결자

의 수학적 능력에 따라 자신의 실력에 맞는 해답을 찾을 수 있다는데 있다(권오남 외 3, 2005; Kabiri & Smith, 2003). 따라서 개방형 문제는 수학적 지식의 소유나 실력의 차이에 관계없이 자기 수준에 적합한 의미 있는 해를 산출할 수 있는 다양한 해법이 존재하는 열린 문제로 구성되어야 한다.

③ 개방형 문제는 답을 산출하는 과정에서 논리적 사고뿐만이 아니라, 직관적 사고, 유추적 사고 등 다양한 사고 활동을 요구해야 한다. 즉 개방형 문제는 문제해결자의 다양한 사고를 자극시키는데 적합해야 한다. 수학 학습에서는 주로 주어진 정보를 이용하여 인과관계라는 입장에서 전제로부터 결론을 이끌어 내는 논리적 사고를 강조해 왔으며, 학교에서 다루어지는 문제도 그러한 사고를 요구하는 문제로 구성되어 왔다. 그렇지만 개방형 문제는 단계적인 사고 과정을 거치지 않고서도 사고의 대상에서 즉각적으로 전체를 감지할 수 있는 직관적 사고에 의한 문제해결을 요구하기도 한다. 특히 다른 학생과는 다른 독창적인 아이디어를 산출하는 배경에는 문제해결의 실마리가 갑작스럽게 떠오르는 통찰의 경험을 통해 문제의 해결 방법을 인식하게 되는 직관적 사고가 바탕이 되는 것이다. 이와 같이 개방형 문제는 문제를 해결하는 과정에서 논리적 사고와 직관적 사고에 의한 다양한 해결이 가능한 문제여야 한다.

④ 개방형 문제는 인위적이고 정형화된 문제보다는 일상생활에서 부딪치는 실제적이고 실용적인 소재를 활용하고, 학생들이 자신의 수학적 지식과 기능을 여러 측면에서 활용할 수 있도록 다양한 영역을 포함해야 한다. 일반적으로 학교에서 다루어지는 많은 문제는 표준화된 시험에 적합하도록 구안되어 있다. 따라서 문제의 내용은 인위적으로 조직되고, 제시된 자료는 계산이 용이하도록 정선되어 있다. 따라서 학생들이 경험하는 수학은 일상과는 다른 교과서만의 수학을 경험하게 되는 문제를 야기한다. 이런 면에서 개방형 문제는 실제적이고 실용적인 소재를 활용하여 문제해결자가 문제해결을 지루해 하거나 수학에 흥미를 잃지 않도록 개발되어야 한다.

선행연구에서 개방형 문제의 분류 기준은 문제를 해결하는 방법이나 전략에 따르거나, 문제의 구성 성분의 제시 형태에 따랐다. 본 연구에서는 문제를 이루는 열린 대상에 따라 개방형 문제를 구분하고, 열린 과정 문제, 열린 결과 문제, 문제설정 문제, 열린 의사결정 문제로 유형을 구분하였다.

열린 과정 문제는 답은 유일하지만, 문제해결 전략에 따라 문제를 해결하는 방법이 다양한 문제를 의미하고, 열린 결과 문제는 한 문제에 여러 개의 정답이 존재할 수 있으며, 그 정답을 얻기 위한 다양한 방법이 가능한 문제를 뜻한다. 문제설정 문제는 문제에 주어진 조건의 일부나 전부를 바꾸어 새로운 문제를 만들고 해결하는 문제를 의미하고, 열린 의사결정 문제는 주어진 자료나 조건을 바탕으로 합리적인 판단을 위한 타당한 기준과 그에 따른 판단을 요구하는 문제로 과정과 답이 열린 문제를 의미한다.

이 유형에 따라 초등학교 6학년 가-단계 수학 학습 내용에 맞추어 학생들의 수학 평가에 적합한 개방형 문제를 유형별로 각각 2문제씩 개발하였다. 개방형 문제의 내적 타당도를 확보하기 위하여 수학교육 전문가와 현장 교사의 자문을 받아 완성한 후에, 사전 검사를 통해 문제 수정의 절차를 거쳐 최종적인 문제를 개발하였다[1]. 개발된 문제의 내용은 다음 <표 1>과 같고, 그에 따른 문제는 <부록 2>에 제시하였다.

<표 1> 개방형 문제 내용

문제 번호	문제 유형	문제 내용
1	열린 과정 문제	다양한 문제해결 전략 이용
2	열린 과정 문제	할인율의 비교 방법 찾기
3	열린 결과 문제	수의 배열에서 다양한 규칙 찾기
4	열린 결과 문제	입체도형 자르기
5	문제 설정 문제	문제만들기(1)
6	문제 설정 문제	문제만들기(2)
7	열린의사결정문제	돈 분배하기
8	열린의사결정문제	순위 결정하기

1) 문제의 진술이나 용어 등에 수정이 이루어졌다 예를 들면 열린 과정 문제인 ②에서는 '어느 것을 더 많이 할인해 주는가'라는 표현이 절대적인 양의 비교를 나타내는 의미가 있을 수 있어, '어느 것의 할인율이 더 높은가'와 같이 상대적인 양의 비교가 되도록 수정하였다.

개발된 문제 중 몇 가지 문제를 살펴보면 다음과 같다. (문제 1)은 '열린 과정 문제'로 여러 가지 문제해결 전략을 사용하여 주어진 문제를 해결하는 문제이다. 학생들은 학교에서 배운 다양한 문제해결 전략을 이용하여 문제를 해결할 수 있다. 또한 학생들은 모든 동물이 '오리'이거나 '토끼'라는 가정법을 이용하는 직관적 방법과 같은, 학교에서 배우지 않은 전략을 이용하여 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있다.

(문제 3)은 '열린 결과 문제'로 주어진 수의 배열에서 다양한 규칙을 발견할 수 있는 문제이다. 이 문제에서 학생들은 간단한 수의 배열의 규칙에서부터 복잡한 수의 배열의 규칙을 발견할 수 있다. 또한 학생들은 4개의 수로 이루어진 정사각형 안의 수들의 규칙도 그들의 수준에 따라 발견할 수 있다.

(문제 5)는 '문제 설정 문제'로 제시된 문제의 조건을 일부나 모두 바꾸어 가능한 많은 방법으로 새로운 문제를 만들어 보는 문제이다 학생들은 문제에 포함된 정보를 다양하게 변형시켜 새로운 문제를 구성할 수 있다. 또한 학생들은 문제를 만들기 위하여 제시된 문제와 관련된 다양한 수학적 지식을 활용하여 확산적으로 사고할 수 있다.

(문제 7)은 '열린 의사결정 문제'로 주어진 정보를 바탕으로 현명하게 의사결정을 하도록 요구하는 문제이다. 학생들은 도표에 주어진 정보를 선택하여 합리적으로 돈을 분배하도록 하며, 그에 합당한 이유를 정확히 제시할 수 있어야 한다. 그리고 학생들은 분배를 위해 제시된 조건을 한 가지만 이용하거나 여러 개를 조합하여 의사결정 할 수 있다.

본 연구에서 개발된 개방형 문제는 '다양한 문제해결 전략이나 다양한 해가 존재하는 문제로, 문제해결자의 수학적 능력이나 특성에 따라 다양한 반응이 가능한 문제'라는 본 연구의 개방형 문제의 정의에 부합하도록 구성하였다. 학생들은 개발된 개방형 문제에 다양하게 반응함으로써 그들의 수학적 능력을 충분히 발휘하도록 하였다.

Ⅳ. 연구 방법

본 연구는 개방형 문제를 활용한 평가 방안을 모색하기 위해 개방형 문제를 이용하여 수학 평가를 실시하고 결과를 분석하는 것이다. 이를 위하여 지필 검사를 실시하였다. 지필 검사와 같은 실천연구는 수학교육에 관련된 구체적이고 실천적인 지식을 산출하고, 수학교육 실천에 대하여 탐구하는 과정에 그 의의를 둔다(우정호 외 6, 2006). 지필 검사에는 본 연구에서 개발한 개방형 문제를 이용하였고, 학생들은 검사 문항에 자유롭게 반응하도록 하였다.

1. 연구 대상 및 절차

지필 검사의 대상으로 광주·전남 지역 초등학교 6학년 2개 학교 1반씩을 선정하였다. 연구자는 해당 학교의 일정을 고려하여 광주·전남 지역 초등학교를 임의로 선정하였고, 대상 학급을 단순무선표집하여 선정하였다. 연구에 참여한 학생들이 개방형 문제를 이용한 평가에 익숙하도록 하기 위하여 선행 연구에서 이용된 개방형 문제를 각 유형별로 2문제씩 이용하여<부록 1> 가능한 많은 답을, 다양한 범주에서, 다른 학생과는 다른 독특한 아이디어를 제시할 수 있도록 안내하였다.

본 평가에 이용된 문제는 8문항으로 각 문제별로 10분씩 배정하여 4문제를 이용하여 1차시에 평가를 실시하고, 다음 차시에 4문제를 이용하여 평가를 더 실시하였다. 학생들이 한 문제에 집착하는 것을 방지하기 위하여 감독 교사는 문제별로 시간을 제한하여 다음 문제를 해결하도록 유도하였다. 학생들이 자유롭게 자신의 생각이나 답을 충분히 기술할 수 있도록 하기 위하여 답지는 백지를 이용하였다.

2. 자료 분석

자료 분석은 지필 검사를 실시한 두 학교를 대상으로 개방형 문제 유형에 따라 유창성, 융통성, 독창성 영역으로 나누어 이루어졌다. 그리고 실험에 참여한 학생들이 학교에서 자체적으로 실시한 2번의 시험 성적의 평균으로 산출된 학업성취도와 개방형 문제에 대한 점수와의 상관관계를 비교·분석하였다.

지필검사에 대한 채점을 위하여 각 문제에 따라 채점 기준표를 사전에 마련하고, 평가 후 학생들의 반응을 분

석하여 채점기준표를 수정·완성하였다. 유창성, 융통성, 독창성으로 나누어 다음과 같은 방법으로 채점 기준을 설정하였다(Conway, 1999; Sawada, 1997).

· 유창성(fluency): 학생 개개인이 얼마나 많은 옳은 답을 했는가? 학생의 옳은 반응에 따라 1점씩을 부여한다.

· 융통성(flexibility): 학생들이 서로 다른 범주의 수학적 아이디어를 얼마나 산출했는가? 학생의 옳은 반응의 범주의 수에 따라 1점씩을 부여한다.

· 독창성(originality): 학생들의 아이디어가 얼마나 독창적인가? 학생들의 반응이 얼마나 참신하며 독창적인가에 따라 가중치를 부여하며, 학생들의 반응에 따라 상대적 빈도가 학생 수의 10% 이하인 경우에는 1점씩 부여한다.

위에서 제시한 유창성, 융통성, 독창성의 점수의 합을 개방형 문제에 대한 평가 결과로 산출하였다. 채점의 객관성을 확보하기 위하여 예상 답안과 각 문제에 대한 학생들의 답지를 분석하여 채점기준표를 작성하여 채점하였고, <표 2>는 (문제 1)에 대한 채점기준표의 예이다. <표 2>와 같이 유창성은 옳은 답의 개수 별로 1점을 부여하여 점수를 산출하였고, 융통성은 6개의 범주에 따라 각 범주별로 1점을 부여하였다. 독창성은 답지 분석 결과 모두 토끼나 오리라고 가정하고 문제를 해결하는 가정법과 연립방정식을 이용한 해결 방법을 활용한 학생 수가 극히 작아 각각의 경우에 1점을 부여하였다.

<표 2> (문제 1)에 대한 채점기준표의 예

번호	유창성	융통성	독창성
1번	문제해결에 맞는 방법을 사용하여 **정답을 구한 개수별로 1점 부여**	**각 유형별로 1점 부여** ① 표 만들기 ② 예상하고 확인하기 ③ 그림그리기 ④ 모두 토끼라고 가정하고 계산하기 ⑤ 모두 오리라고 가정하고 계산하기 ⑥ 대수식으로 해결	④, ⑤, ⑥인 답지에 각각 1점 부여

V. 결과 분석

1. 개방형 문제를 이용한 평가 결과 분석

이 절에서는 개방형 문제를 이용한 평가에서 연구에 참여한 학생들이 보인 평가 결과를 문제 유형에 따라 유창성, 융통성, 독창성 영역으로 나누어 각각의 점수를 산출하였다. 이것은 개방형 문제를 활용한 평가가 종전의 평가 방법과는 다르기 때문에 우리나라 학생들이 개방형 문제에 어느 정도 답을 할 능력을 가지고 있으며, 답하는 패턴을 분석해 보는 과정을 통하여 평가 도구로서 개방형 문제의 활용 가능성을 탐색해 보는데 그 의의가 있다.

유창성 점수는 학생들이 답한 정답의 수의 평균으로, 융통성은 학생의 반응에서 서로 다른 범주에 속하는 범주의 수의 평균으로, 독창성은 학생들의 반응의 상대적 희귀성과 참신성을 반영하여 부여한 가중 점수의 평균으로 산출하였다. 한편, 개방형 문제를 이용한 평가 결과의 분석에서는 각 문제 유형별로 한 문제씩 학생들의 대표적인 반응을 제시하였다.

<표 3> 문제유형별, 채점기준별 결과

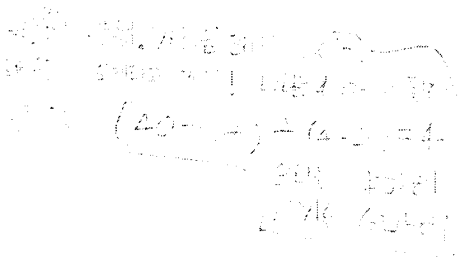
유형		유 창 성				융 통 성				독 창 성			
		Y교	T교	평균2)		Y교	T교	평균		Y교	T교	평균	
과정	①	1.25	1.25	1.25	1.07	1.19	1.25	1.22	1.01	0.06	0.14	0.10	0.10
	②	0.81	0.94	0.88		0.75	0.86	0.81		0.06	0.14	0.10	
결과	③	4.59	4.11	4.34	2.91	2.47	2.25	2.35	**1.82**	0.03	0.22	0.13	0.11
	④	1.44	1.53	1.49		1.25	1.33	1.29		0.03	0.14	0.09	
설정	⑤	3.75	1.86	2.75	**2.92**	1.03	1.28	1.16	1.43	0.09	0.14	0.12	**0.15**
	⑥	4.38	1.94	3.09		1.78	1.64	1.71		0.13	0.25	0.19	
의사	⑦	3.19	1.31	2.19	1.65	1.16	0.67	0.90	0.93	0.06	0.03	0.04	0.07
	⑧	1.13	1.08	1.10		0.94	1.00	0.97		0.13	0.06	0.09	
전체평균		2.57	1.75	2.14		1.32	1.28	1.30		0.07	0.14	0.11	

(1) 열린 과정 문제: 문제해결의 과정이 열려 있는 열린 과정 문제의 경우에 유창성은 1.07로 다른 문제 유형에 비해 제일 낮게 나타났다. 융통성과 독창성은 각각

2) 평균은 Y교와 T교의 평가 결과에 대한 산술평균이 아니라, 두 학교의 모든 학생의 옳은 반응에 대한 평균을 의미한다.

1.01과 0.10으로 열린 의사 결정 문제 다음으로 낮게 나타났다. 이 유형의 경우에 유창성과 융통성의 점수가 거의 비슷하게 나타났음을 알 수 있는데, 각각의 문제해결 방법이 서로 다른 범주에 속하며 하나의 문제해결 전략에 따른 전형적인 풀이 방법을 선택한 결과로 해석된다.

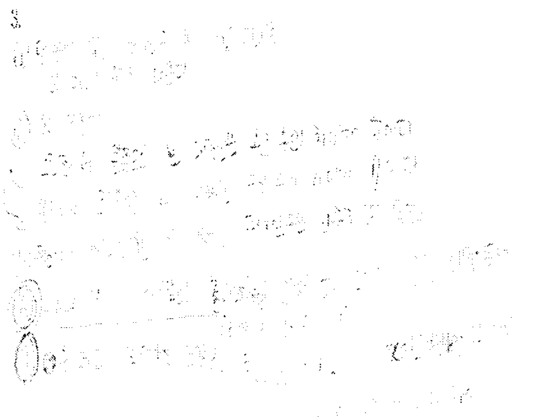
열린 과정 문제의 한 예로 ①번 문제의 경우에 학생들은 표 만들기, 예상하고 확인하기와 같은 학교 수업시간에 익힌 문제해결 전략을 주로 이용하여 답을 하였다. 학생들의 독창적인 반응으로는 동물이 모두 오리이거나 토끼라고 가정하여 남는 다리의 수나 부족한 다리의 수를 이용하여 결과를 산출한 것을 들 수 있다<그림 1>. 특히 한 학생의 답지에서는 대수식을 이용한 연립방정식 풀이를 이용하여 답을 한 것도 발견되었다.



<그림 1> 개방형 문제에 대한 학생의 반응(1)

(2) 열린 결과 문제: 문제해결의 결과가 열려 있는 열린 결과 문제의 경우에 유창성은 2.91로 다른 문제 유형에 비해 높게 나타났다. 융통성은 1.82로 가장 높게 나타났으며, 독창성은 0.11로 문제 설정 문제 다음으로 낮게 나타났다. 열린 결과 문제 중 수의 배열에서 규칙 찾기 문제는 유창성과 융통성에서 특히 높은 반응을 나타내었다.

열린 결과 문제의 한 예로 ③번 문제의 경우에 학생들은 주로 수평, 수직, 대각선 수열의 규칙성을 발견하거나, 수직 방향의 지그재그로 배열된 수열의 규칙성을 제시하였다. 이 문제의 경우에 독창적인 반응으로는 4개의 수로 구성되는 정사각형안의 대각선의 수들의 합이 같거나, 1-6, 2-5, 3-4행의 수의 합이 같다는 것을 제시한 것을 들 수 있다. 다음 <그림 2>는 ③번 문제에 대한 한 학생의 답이다.



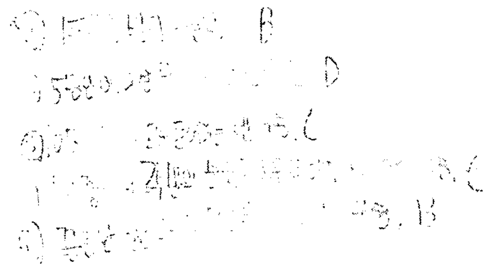
<그림 2> 개방형 문제에 대한 학생의 반응(2)

(3) 문제 설정 문제: 문제 설정 문제의 경우에 유창성은 2.92로, 독창성은 0.15로 다른 문제 유형에 비해 제일 높게 나타났다. 융통성은 1.43으로 열린 결과 문제에 이어 두 번째 높은 결과를 나타내었다.

열린 문제 설정 문제의 한 예로 ⑤번 문제의 경우에 학생들은 무게를 소수, 분수, 자연수 등으로 바꾸거나, 무게를 부피, 넓이, 길이 등으로 바꾸어 문제를 설정한 경우가 대부분이었다. 그 외에 독창적인 문제 설정의 예로는 %를 적용한 결과를 이용하여 비교하는 경우, 단위를 환산하여 비교하는 경우, 분수의 곱을 적용한 결과로 비교하는 경우 등을 들 수 있다.

(4) 열린 의사결정 문제: 열린 의사 결정 문제의 경우에 유창성은 1.65로 다른 문제 유형에 비해 낮게 나타났다. 또한 융통성과 독창성에서도 각각 0.93, 0.07로 제일 낮은 점수를 나타내었다. 열린 의사결정 문제의 경우 주어진 자료나 조건을 이용하여 합리적 판단을 위한 기준을 스스로 만들어야 하기 때문에 옳게 반응한 답지 수나 독창적인 반응이 적은 것으로 판단된다.

열린 의사 결정 문제의 한 예로 ⑧번 문제의 경우에 학생들은 1등을 한 반을 우승 반으로 하거나, 특정한 등수 안에 많이 들어간 반을 우승 반으로 할 수 있다. 또 모든 학생들의 등수에 수를 부여하여 그 합으로 우승 반을 결정할 수 있다. 다음 <그림 3>은 ⑧번 문제에 대한 한 학생의 답이다.



<그림 3> 개방형 문제에 대한 학생의 반응(3)

개방형 문제를 활용한 평가 결과, 학생들은 종전의 평가와는 다른 방식의 평가 방식에 익숙해지는데 사전 경험이 필요함을 알 수 있었다. 특히 전통적인 문제를 활용한 평가 체제에서 주어진 문제에 대한 한 가지 정확한 답을 찾는 것에 익숙한 학생들은 다양한 문제해결과정과 결과가 있음에도 불구하고 전형적인 답만으로 문제해결을 마치는 학생들의 답지를 발견할 수 있었다. 이것은 <표 3>에서와 같이 우리나라 학생들의 유창성, 융통성, 독창성 점수가 낮다는 사실에서 알 수 있다. 따라서 개방형 문제를 활용한 평가 방법의 도입을 위해서는 지속적으로 이러한 문제해결을 경험할 수 있는 교수학적 처치가 필요함을 알 수 있다.

그렇지만 학생들의 개방형 문제에 대한 반응은 그들의 다양한 사고를 이끌어 낼 평가도구로서 활용 가능성을 확인 할 수 있는 자료가 되었다. 특히 학생들은 문제에 따라서 평균 4개 이상의 유창성을 보여 개방형 문제의 활용 가능성을 확인할 수 있었다.

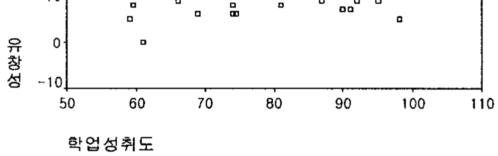
또한, 문제해결 과정을 말로 글로, 수식으로, 그림으로 나타내야 하는 개방형 문제의 풀이에서 수학적으로 세련된 표현을 구사하는 능력을 길러줄 필요를 알 수 있었다. 표현은 NCTM(2000)에서도 강조하는 핵심 요소이다. 평가 결과 학생들은 자신의 수학적인 생각을 표현하는데 익숙하지 못하여 자신의 생각을 충분히 제시하지 못하는 경우가 많이 발견되었다. 따라서 자신의 생각을 수학적으로 세련되게 표현하는 능력을 길러줄 필요가 있으며, 개방형 문제의 평가 기준으로 세련성(elegance)을 한 범주로 제시하는 것도 고려할 필요가 있음을 알 수 있었다.

2. 학업성취도와 개방형 문제해결 능력과의 상관관계 분석3)

이 절에서는 실험 대상 학교에서 실시한 평가 결과인 학업성취도와 개방형 문제에 의한 평가 결과와의 상관관계가 어떠한가를 분석하였다. 이것은 새로운 평가 방식의 하나로 제시한 개방형 문제를 활용한 평가와 학생들의 일반적인 학습 능력에 의한 성취 정도와의 관련성을 확인하고, 교육의 수혜자들이 요구하는 평가의 객관성과 타당성 확보라는 면에서 중요하기 때문이다.

이를 위해 실험에 참여한 학생들이 학교에서 자체적으로 실시한 2번의 시험 성적의 평균으로 산출된 학업성취도와 개방형 문제에 대한 점수와의 상관관계를 비교·분석하였다. 분석은 학업성취도와 유창성, 융통성과의 상관관계를 분석하였다.

학업성취도와 유창성, 융통성과의 상관관계 분석은 본 연구에서 제시한 8개의 개방형 문제에 대한 유창성과 융통성의 전체 점수를 산출하여 이루어졌다. 또한 개방형 문제에 대한 평가 결과 독창성에서는 독창성의 기준에 적합한 유의미한 반응의 수가 매우 적어서 상관관계의 분석은 하지 않았다(<표 3> 참조).



<그림 4> 학업성취도와 유창성에 대한 산점도

먼저, 학업성취도와 개방형 문제에 대한 유창성과의 관계를 나타내는 산점도는 <그림 4>와 같다. 산점도를 이용하면 여러 형태의 두 변수의 상관관계를 파악할 수

3) 학업성취도란 학교에서 자체 실시한 시험 결과를 의미한다.

있으며(원태연, 정성원, 2001), 자료가 흩어진 정도를 직관적으로 파악하는데 용이하다. 산점도에서 학업성취도와 유창성과의 관계는 직선(선형)관계로 나타남을 알 수 있으며, 두 변수 간에 상관관계가 있다고 할 수 있다.

상관관계 중에서 직선 관계를 수치적으로 표현한 것이 피어슨 상관계수이다. 상관계수의 값은 -1에서 1사이에 있으며, 절댓값이 클수록 직선적인 상관관계가 있음을 의미한다(김병수 외 4, 2005). <표 4>에서와 같이 학업성취도와 유창성과의 상관계수는 0.437로 뚜렷한 양적 선형관계가 있음을 알 수 있다. 결론적으로 산점도와 상관계수를 이용한 분석 결과에 따르면 학업성취도와 유창성은 양적 상관관계가 있다.

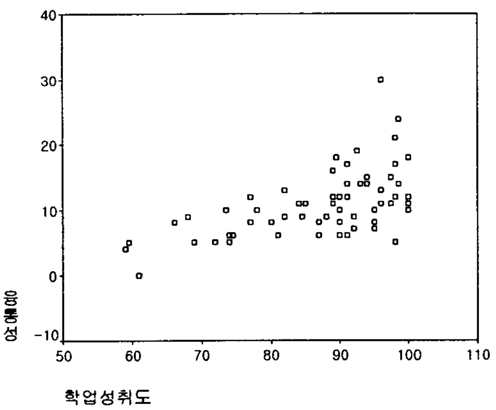
<표 4> 학업성취도와 유창성에 대한 상관계수

상관계수

		유창성	학업성취도
유창성	Pearson 상관계수	1	.437**
	유의확률 (양쪽)	.	.000
	N	66	66
학업성취도	Pearson 상관계수	.437**	1
	유의확률 (양쪽)	.000	.
	N	66	66

**. 상관계수는 0.01 수준(양쪽)에서 유의합니다.

학업성취도와 개방형 문제에 대한 융통성과의 관계를 나타내는 산점도는 <그림 5>와 같다. 산점도에서 학업성취도와 융통성과의 관계는 직선(선형)관계로 나타남을 알 수 있으며, 두 변수 간에 상관관계가 있다고 할 수 있다.



<그림 5> 학업성취도와 융통성에 대한 산점도

<표 5>에서와 같이 학업성취도와 유창성과의 상관계수는 0.573으로 뚜렷한 양적 선형관계가 있으며, 유창성에 비해 더 강함을 알 수 있다. 결론적으로 산점도와 상관계수를 이용한 분석 결과에 따르면 학업성취도와 융통성은 양적 상관관계가 있다.

<표 5> 학업성취도와 융통성에 대한 상관계수

상관계수

		학업성취도	융통성
학업성취도	Pearson 상관계수	1	.573**
	유의확률 (양쪽)	.	.000
	N	66	66
융통성	Pearson 상관계수	.573**	1
	유의확률 (양쪽)	.000	.
	N	66	66

**. 상관계수는 0.01 수준(양쪽)에서 유의합니다.

개방형 문제를 이용한 평가 결과에서 다음과 같은 결론과 시사점을 얻을 수 있다. 먼저, <표 3>에서 알 수 있는 바와 같이, 우리나라 학생들의 개방형 문제에 대한 반응 정도가 낮다는 것이다. 따라서 개방형 문제를 평가에 적극 활용하도록 하고, 채점기준표에 의한 평가 결과 분석을 통하여 평가의 객관성을 확보하도록 해야 한다. 개방형 문제를 수행평가의 한 유형으로 활용하는 것도 교육 현장에서 개방형 문제를 평가에 실질적이고 점진적으로 이용하는 방안이 될 수 있다.

둘째, 개방형 문제를 활용한 평가는 종전의 표준화된 평가의 단점을 보완할 수 있다. 표준화된 평가가 교육 현장에서 널리 활용되고 있는 것은 경제성과 채점의 객관성 확보를 보장받기가 용이하기 때문이다. 그렇지만 표준화된 평가는 이원론적 사고를 요구하고, 문제해결의 경로가 정형화되고 문제해결 과정과 결과가 유일하여 학생들의 획일화된 사고를 요구한다는 단점을 가지고 있다. 이에 개방형 문제는 문제해결 과정과 결과가 열려 있어 학생들의 다원론적 사고를 조장하기 때문에 표준화된 평가의 단점을 보완할 수 있다. 특히 유창성과 융통성, 독창성과 같은 평가 기준은 다양한 사고를 장려하고 지원하는 평가 체제를 통하여 학생 개개인의 고유의 특성을 파악할 수 있는 바탕이 된다. 또한 본 연구에서 학업성취도와 개방형 문제에 대한 유창성과 융통성의 상관관계에 따르면, 개방형 문제에 대한 유창성과 융통성 정도가 높을수록 수학 학습 능력이 높다는 것을 알 수 있

다. 이러한 결과를 살펴볼 때, 개방형 문제를 활용한 평가 체제는 학생들의 학습 능력을 평가하는 도구로서 적합하며, 전통적인 평가 방법의 단점을 보완할 수 있다.

셋째, 개방형 문제를 활용한 평가에 대한 학생들의 반응에서 알 수 있는 바와 같이, 학생들의 수학적 의사소통 능력과 표현 능력의 신장을 위해 개방형 문제를 활용할 수 있다. 최근에 강조되고 있는 수학적 의사소통 능력과 표현 능력은 학생들이 자신의 생각을 다양한 수학적 방법을 이용하여 나타내는데서 길러질 수 있다. 본 연구에서 학생들은 글로, 그림으로, 수식 등을 이용하여 자신의 사고 과정을 다양하게 나타내는 것을 알 수 있었다. 학생들은 이러한 개방형 문제해결에 대한 경험을 통하여 수학적으로 의사소통하는 능력과 수학적으로 표현하는 능력을 기를 수 있다.

넷째, 개방형 문제를 활용하면 학생들의 학습 내용과 학습 내용의 이해 정도에 대한 정보를 상세히 파악할 수 있다. 표준화된 평가가 한 가지 옳은 답을 산출하도록 요구하기 위하여 특정 학습 내용에 대한 이해 정도만을 국소적으로 평가할 수밖에 없다. 그러나 개방형 문제는 다양한 답을 산출하기 위하여 학생들이 소유하고 있는 다양한 지식을 활용하여 답을 하게 한다. 본 연구에서 2번 문제의 경우에 학생들은 문제에 주어진 정보를 분석하여 비, 비율, 백분율, 수직선, 모형 등 다양한 수학적 내용과 방법을 활용하여 문제를 해결하는 것을 볼 수 있었다. 이것은 한 가지 답을 요구하는 문제 형태에서는 파악하기 어려운 정보이다. 이와 같이 개방형 문제를 통하여 교사는 문제와 관련된 연계 지식과 내용에 대한 학생들의 통합적인 이해 정도와 상세한 정보를 얻을 수 있어 수업의 자료로 활용할 수 있다.

마지막으로 개방형 문제와 같은 다양한 유형의 문제를 해결해 볼 수 있는 기회를 제공하는 교육이 되도록 해야 할 것이다. 수학교육의 중요한 목적 중 하나인 문제해결력의 신장을 위해서 기존의 평가 방법에 대한 대안의 모색이 필요하다. 수학적 사고력과 창의력은 개방형 문제를 포함한 다양한 유형의 문제에 대한 해결 경험을 통해 길러진 문제해결력이 바탕이 될 것이기 때문이다.

VI. 결 론

학교 수학 평가는 학생들의 발달 상태와 학업 성취도를 파악하여, 학생 자신에 맞는 교육 활동을 통해 교육과정 목표에 도달하도록 해야 한다. 또한 교사는 학생들의 평가 결과를 바탕으로 자신의 교수 방법에 대한 반성의 기회를 가져야 하며, 학생들에게 적절한 피드백을 제공하여야 한다(NCTM, 1995). 평가가 궁극적으로 지향하는 방향이 학생들의 창의적인 수학적 사고력 증진이라는 점을 고려할 때, 답이 한 가지로 결정되는 종전의 평가 문제로는 그 목적을 적절히 달성할 수 없을 것이다.

개방형 문제는 다양한 수준의 수학적 능력을 가진 학생들이 자신의 능력에 따라 문제에 여러 가지로 반응하도록 구안된다. 따라서 개방형 문제를 통해 학생들은 자신의 수학적 능력을 충분히 발휘할 기회와 다양한 수학적 사고를 이끌어 낼 수 있는 기회를 가지게 된다. 이런 면에서 개방형 문제는 수렴적 사고를 요구하는 전통적인 평가 도구의 대안으로 제시될 수 있다.

이 논문에서는 개방형 문제의 장점에 근거하여 평가 도구로 개방형 문제를 활용하는 방안에 대해 알아보았다. 먼저, 수학 평가에 활용할 개방형 문제 개발의 준거를 결정하고, 수학 평가에 활용할 개방형 문제의 유형을 문제를 이루는 열린 대상에 따라 열린 과정 문제, 열린 결과 문제, 문제설정 문제, 열린 의사결정 문제로 구분하였다. 그리고 이 유형에 따라 초등학교 6학년 가-단계 수학 학습 내용에 맞추어 학생들의 수학 평가에 적합한 개방형 문제를 유형별로 각각 2문제씩 개발하였다.

개발한 개방형 문제를 이용하여 광주·전남 지역 초등학교 6학년 2개 학교 1반씩을 실험 대상으로 선정하여, 2차시에 걸쳐 평가를 실시하였다. 채점은 유창성, 융통성, 독창성으로 나누어 실시하였다.

개방형 문제를 이용한 평가 결과 유창성에서는 2.14, 융통성에서는 1.30, 독창성에서는 0.11의 반응을 나타내었다. 문항 유형별로는 유창성은 문제설정 문제, 열린 결과 문제, 열린 의사결정 문제, 열린 과정 문제 순으로 반응이 나타났으며, 융통성은 열린 결과 문제, 문제설정 문

제, 열린 과정 문제, 열린 의사결정 문제 순으로 반응이 나타났다. 독창성은 학생들의 반응에 따라 상대적 빈도가 학생 수의 10% 이하인 경우에는 1점씩 부여하는 채점 기준을 이용하였는데, 전체적으로 반응률이 아주 낮았다.

또한 본 연구에서는 학업성취도와 개방형 문제에 대한 성취 정도가 어떤 관계가 있는가를 분석하였다. 산점도와 상관계수를 이용한 분석 결과에 따르면, 학업성취도와 유창성, 융통성은 모두 양적 상관관계가 있다는 결과를 얻을 수 있었다.

개방형 문제는 다양한 성취 수준의 학생들에게 자신의 수학적 능력에 따라 문제에 다양하게 반응하게 함으로써 수학적 사고력과 창의력을 길러 주는데 적합하다. 또한 개방형 문제는 의미 있는 수학적 과제를 제공함으로써 유의미한 수학적 개념을 획득하고 다양한 상황에 수학을 적용할 수 있는 힘을 기를 수 있게 해준다.

본 연구에서 개방형 문제의 범주로 설정한 4가지 유형에 더하여 새로운 유형의 개방형 문제를 개발할 수 있을 것이며, 더 많은 문제를 개발할 필요가 있다. 또한 수학평가의 내실화를 꾀하기 위하여 다양한 배경을 가진 학생들에게 개방형 문제를 확대하여 적용해 볼 필요가 있다.

그리고 본 연구에서는 초등학교 2개 반 학생만을 대상으로 지필 검사를 실시하였기 때문에 우리나라 초등학생의 개방형 문제에 대한 일반적인 반응으로 해석하기에는 무리가 따른다. 따라서 더 많은 학생을 대상으로 검사를 확대 실시하여 연구 결과의 일반화를 추구할 필요가 있다. 덧붙여 여러 학년과 수학 내용 영역에 대한 개방형 문제를 개발하여 수학평가에 적용해 보는 것도 필요하다.

참 고 문 헌

교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정 <교육인적자원부 고시 제 2007-79호[별책 8]>. 교육인적자원부.

권오남 · 박정숙 · 박지현 · 조영미 (2005). 개방형 문제 중심의 프로그램이 수학적 창의력에 미치는 효과. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, **44(2)**, pp.307-323.

김민경 (2004). 넓이관련 열린 문제에 관한 문제해결 과정 분석. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, **43(3)**, pp.275-289.

김병수 · 배화수 · 석경하 · 조대현 · 최국렬 (2005). SPSS를 이용한 통계학. 서울: 교우사.

김정희 (1996). 초등학교 5학년 학생의 탐구형 문제 개발: 학생들의 반응 및 오류 형태 분석. 한국교원대학교석사학위논문.

류시구 (1995). 수학교육에 있어서 탐구적인 어프로치의 실천적 연구. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, **34(1)**, pp.73-81.

문성길 (2000). 개방형 교수법에 의한 수학 지도가 문제해결력과 신념형성에 미치는 효과. 한국교원대학교석사학위논문.

______ (2001). 개방형 교수법을 통한 문제해결력 신장. 학교수학교육학회 논문집, **1**, pp.57-85.

박우자 · 전평국 (2003). 개방형 문제 해결 과정에서 나타난 소집단 구성원의 합의 패턴 분석. 초등수학교육, **7(2)**, 117-129.

변은진 · 이석희 (2001). 개방형 문제(open-ended problem)개발 및 창의력 측정. 학교수학교육학회지, **3**, pp.201-219.

우정호 · 정영옥 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 나귀수 · 임재훈 (2006). 수학교육학연구방법론. 서울: 경문사.

원태연 · 정성원 (2001). 통계조사 분석. 서울: SPSS아카데미.

이용길 (1998). 다답형 문제의 개발 · 활용을 통한 발전적인 생각의 육성. 인천교육대학교대학원석사학위논문.

최정남 · 문성길 · 우광식 (2001). 개방형 문제(open ended problem)를 이용한 창의력 평가. 학교수학교육학회지 <수학교육 워크샵>, **3**, pp.111-131.

정동권 (1996). 아동의 발전적 사고력을 기르기 위한 Open-ended Problem의 활용. 인천교육대학교논문집, **29(2)**, pp.225-236.

한국교육과정평가원 (1999). 고등학교 수학과 수행평가의 이론과 실제. 서울: (사)교육진흥연구회.

Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston: NCTM.

Cai, J. (1995). Exploring gender difference in solving open-ended mathematical problems. *The Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychological of Mathematics Education.*(ERIC Document Reproduction Service No. ED 389 586)

Cline, K. S. (2005). Numerical Methods Through Open-ended Projects. *Primus: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies: West Point*, 15(3), pp.274.

Conway, K. D. (1999). Assessing Open-ended Problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(8), pp.510

Kabiri, M. S., & Smith, N. L. (2003). Turning traditional textbook problems into open-ended problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3), pp.186.

Leatham, K. R; Lawrence, K., & Mewborn, D. S. (2005). Getting started with open-ended assessment. *Teaching Children Mathematics*, 11(8), pp.413.

Lenchner, G. (1983). *Creative Problem Solving in School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_____ (1995). *Assessment standards for school mathematics*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_____ (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Shimada, S. (1997). The Significance of an Open-ended Approach. In Becker, J. P., & Shimada, S.(Eds.), *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*(pp.1-9). Reston: NCTM.

Sawada, T. (1997). Developing Lesson Plans. In Becker, J. P., & Shimada, S.(Eds.), *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*(pp.23-35). Reston: NCTM.

Wang, D. (2006). Application and Consideration on Open-ended Problems in Mathematics Tests of Shanghai Senior Middle School Entrance Examination. *Research in Mathematical Education*, 10(3), pp.215-227.

Willoughby, S. S. (1990). Trends: Mathematics. *Educational Leadership*, 47(7), pp.91-92.

A Study on the Results of Use of Open-ended Problems for Evaluation in Elementary Mathematics

Lee, Dae Hyun

Department of Mathematics Education, Gwangju National University of Education,
1-1, Punghyang-dong, Buk-ku, Gwangju 110-230, Korea.
E-mail: leedh@gnue.ac.kr

Mathematics assessment doesn't mean examining in the traditional sense of written examination. Mathematics assessment has to give the various information of grade and development of students as well as teaching of teachers. To achieve this purpose of assessment, we have to search the methods of assessment. This paper is aimed to develop the open-ended problems that are the alternative to traditional test, apply them to classroom and analyze the result of assessment.

4-types open-ended problems are developed by criteria of development. It is open process problem, open result problem, problem posing problem, open decision problem. 6 grade elementary students who are picked in 2 schools participated in assessment using open-ended problems. Scoring depends on the fluency, flexibility, originality.

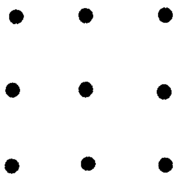
The result are as follows; The rate of fluency is 2.14, The rate of flexibility is 1.30, and The rate of originality is 0.11. Furthermore, the rate of originality is very low. Problem posing problem is the highest in the flexibility and open result problem is the highest in the flexibility. Between general mathematical problem solving ability and fluency, flexibility have the positive correlation. And Pearson correlational coefficient of between general mathematical problem solving ability and fluency is 0.437 and that of between general mathematical problem solving ability and flexibility is 0.573. So I conclude that open ended problems are useful and effective in mathematics assessment.

* ZDM Classification: D63
* 2000 Mathematics Subject Classification: 97D60
* Key Words: mathematics assessment, open-ended problem, fluency, flexibility, originality

<부록 1> 연습용 개방형 문제

1. 가능한 여러 가지 방법을 이용하여 $\frac{4}{5}$와 $\frac{5}{6}$의 크기를 비교하여라.

2. 아래 9개의 점은 가로, 세로 방향으로 한 칸이 각각 1㎝로 이루어져 있다. 9개의 점 안에 넓이가 2㎠ 인 도형을 가능한 많이 그리고, 그린 도형의 넓이가 2㎠ 인 이유를 써라.

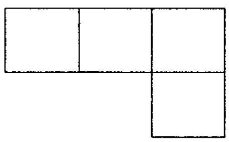


3. 다음에 제시된 수의 배열 표를 보고, 배열 표에서 발견할 수 있는 가능한 많은 규칙을 찾아라.

1	2	3	4	…
2	4	6	8	…
3	6	9	12	…
4	8	12	16	…
:	:	:	:	…

4. 아래 그림과 같은 방법으로 정사각형 색종이 4장을 이용하여 색종이의 변끼리 어긋나지 않고 붙여서 만들 수 있는 여러 가지 모양을 가능한 많이 그려라(단, 아래 제시된 그림은 제외한다.)

(예)



5. 다음에 제시된 문제의 조건을 일부나 모두 바꾸어 가능한 많은 방법으로 새로운 문제를 만들어 보아라.

연속되는 3개의 자연수 합이 105라고 한다. 3개의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

(예) 연속되는 3개의 자연수 합이 33이라고 한다. 3개의 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

6. 다음에 제시된 문제의 조건을 일부나 모두 바꾸어 가능한 많은 방법으로 새로운 문제를 만들어 보아라.

1, 2, 3, 4가 각각 쓰인 4장의 카드로 네 자리의 수를 만들 수 있는 방법의 수를 구하여라.

7. 다음은 교내 마라톤 경기에 1, 2, 3반에서 각 10명씩 30명이 달린 경기 결과를 나타낸 표이다. 우승 반을 결정하기 위한 방법을 가능한 많이 찾아 써라. 그리고 그 방법에 따라 우승 반을 결정하여라.

순위	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
반	1	2	1	3	2	2	3	1	3	3
순위	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
반	3	2	1	1	2	2	3	1	3	2
순위	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
반	3	2	2	1	3	1	1	1	3	2

8. 다음 □안에 어떤 규칙에 맞도록 수를 써 넣으려고 한다. 가능한 많은 규칙을 찾아 규칙을 쓰고, 그 규칙에 맞는 수를 써 넣어라.

□ - □ - □ - 8 - □ - □ - □

<부록 2> 개발된 개방형 문제

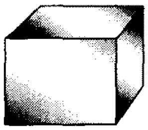
1. 농장에 오리와 토끼가 모두 10마리 있는데, 오리와 토끼의 다리는 모두 32개였다. 농장에 있는 오리와 토끼가 몇 마리씩 있는가를 여러 가지 방법을 써서 구하여라.

2. 아침햇살 문구점에서는 500원인 연필을 40원 할인하여 팔고, 800원인 공책을 60원 할인하여 판다고 한다. 연필과 공책 중 어느 것의 할인율이 더 높은가를 여러 가지 방법을 써서 구하여라.

3. 아래에 제시된 수의 배열에는 여러 가지 규칙이 있다. 가능한 많은 규칙을 찾아 써라.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	…

4. 아래 그림과 같은 정육면체를 자르는 면이 평면이 되도록 여러 방향으로 잘라 두 개의입체도형으로 나누어 보자. 예를 들어 한 변에 평행하게 정육면체를 자르면 두 개의 직육면체가 만들어진다. 자르는 면에 따라 만들어지는 두 입체도형의 이름을 가능한 많이 써라.



5. 다음에 제시된 문제의 조건을 일부나 모두 바꾸어 가능한 많은 방법으로 새로운 문제를 만들어 보아라.

'A제품의 무게는 0.63kg이고, B제품의 무게는 $\frac{5}{8}$kg이다. 어느 제품이 무거운지 구하여라.'

6. 다음에 제시된 문제의 조건을 일부나 모두 바꾸어 가능한 많은 방법으로 새로운 문제를 만들어 보아라.

'한 면의 넓이가 5㎠인 정육면체의 겉넓이를 구하여라.'

7. 아래 표는 세 사람의 나이, 가족 수, 업무 경력과 세 사람이 어떤 사업을 함께 하는데 이용한 업무 시간, 업무에 대한 기여도를 나타낸 것이다. 이 사업에 대한 대가로 300만원을 받았을 때 돈을 분배할 수 있는 방법을 가능한 많이 써 보아라.

	갑이	을이	병이
나이	24세	26세	28세
가족 수	2명	4명	3명
업무 경력	3년	4년	6년
업무 시간	40시간	36시간	34시간
업무 기여도	30%	35%	35%

8. 다음 표는 4개 반에서 각각 3명씩 모두 12명의 선수가 학교 마라톤 대회에서 얻은 성적을 나타낸 것이다. 우승 팀을 결정하기 위한 방법을 가능한 많이 쓰고, 각각의 방법에 따른 우승팀을 써라.

순위	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
반	B	C	A	D	D	C	A	C	B	A	D	B