

경계조건에 따른 나노파이프의 안정성 특성

Effect of Boundary Conditions on the Stability Characteristics of Nanopipes

최 종 운* · 송 오 섭†

Jongwoon Choi and Ohseop Song

(2008년 8월 12일 접수 ; 2008년 9월 26일 심사완료)

Key Words : Carbon Nanotube(탄소나노튜브), Nanopipe(나노파이프), Flutter(플러터), Divergence(발산), Critical Flow Velocity(임계유속)

ABSTRACT

In this paper, static and oscillatory instability of nanopipes conveying fluid and modelled as a thin-walled beam is investigated. Effects of boundary conditions and non-classical transverse shear and rotary inertia are incorporated in this study. The governing equations and the three different boundary conditions are derived through Hamilton's principle. Numerical analysis is performed by using extend Galerkin method which enables us to obtain more exact solutions compared with conventional Galerkin method. Variations of critical flow velocity for different boundary conditions of carbon nanopipes are investigated and pertinent conclusion is outlined.

1. 서 론

탄소나노튜브(carbon nano tubes ; 이하 CNT)는 그 우수한 전기적, 기계적, 물리적, 화학적 특성 때문에 나노전기기계, 나노파이프, 나노센서, 나노작동기, 나노복합재료 등을 위한 구조요소로서 크게 각광받고 있다. CNT는 완벽한 중공 실린더 구조와 우수한 기계적 특성으로 인하여 가스를 저장하기 위한 나노 컨테이너와 유체를 수송하는 나노파이프(nanopipe)로서 사용될 수 있는 가능성을 지니고 있다. 특히, 나노파이프는 내부를 흐르는 유동 유체의 속도에 따라 그 거동 특성이 크게 달라지므로 이에 대한 연구가 필수적이다. 그러나 CNT의 기계적 거동에 관한 연구는 아직 활발하지 않으며, 특히 그 진동 특성들에 관한 연구는 초기 단계에 있다 할 수

있다.

나노스케일 구조에 대한 실험은 그 제어가 어려우며, 분자동력학 시뮬레이션은 큰 스케일의 시스템에 비해 많은 비용이 들고 특히 접근이 쉽지 않기 때문에, 분자구조역학법 또는 연속체 탄성모델이 정적 처짐, 좌굴, 열진동, 공진주파수와 모드 등과 같은 CNT의 기계적 거동 연구에 광범위하고 성공적으로 사용되어왔다.

Karl Sohlberg와 그의 공동 연구자들⁽¹⁾은 연속체 모델링을 CNT의 진동에 적용하여 CNT 진동 분석에 관한 방법으로서 다양하고 효과적인 대안을 제시하였으며, 분자 진동학 연구의 실효성을 위하여 연속체 방법의 필요성을 주장하였다.

Q. Wang과 V. K. Varadan⁽²⁾은 다양한 압축하중 상태에서 SWCNT 안정성 해석을 위해 탄성보와 셸 모델을 사용하였으며, J. Yoon과 그의 공동 연구자들⁽³⁾은 다중 탄성보 모델을 기초로 하며, 탄성체에 놓여진 MWCNT의 공진주파수와 그에 연관된 진동 모드에 관한 연구를 수행하였다.

† 교신저자 : 정희원, 충남대학교 기계공학과

E-mail : songos@cnu.ac.kr

Tel : (042)821-5650, Fax : (042)822-5642

* 충남대학교 기계공학과

I. R. Fernandez와 그의 공동 연구자들⁽⁴⁾은 분자 구조역학을 사용하여 구한 양단 자유 SWCNT의 결과와 EB이론에 기초한 결과를 비교하여 중횡비가 클수록, 원자수가 증가 할수록 두 방법의 결과가 유사하다는 것을 밝히고, 작은 중횡비의 CNT를 해석 할 경우, 두 방법을 이용한 결과의 상이성을 줄이기 위해 전단 변형과 회전 관성 효과를 고려하여야 함을 주장하였다.

J. Yoon과 그의 공동 연구자들은 양단 단순지지, 양단 고정 각각의 경우, 오일러 보(이하 EB) 이론을 적용하여 나노파이프 내부를 흐르는 유체가 자유진동에 미치는 영향, 나노파이프의 유체 유동에 의한 구조적 불안정성⁽⁵⁾과 외팔보 나노파이프의 유체 유동에 의한 플러터 불안정⁽⁶⁾에 관하여 연구하였다.

또한, C. M. Wang과 그의 공동 연구자들⁽⁷⁾은 작은 중횡비를 가진 나노파이프의 해석을 위해, 티모센코 보(이하 TB) 모델을 사용하여 MWCNT의 자유진동해석을 하였으며 DQ 방법(differential quadrature method)을 사용하여 중횡비와 경계 조건을 달리하며 운동방정식을 풀어 오일러 보의 결과와 비교 하였다.

나노파이프의 유체 유발 진동에 관한 연구는 상기 연구들에서 볼 수 있듯이, EB이론에 기초^(5,6,8-10)하여 수행 되었으며, 전단 변형과 회전 관성의 영향이 무시되어 작은 중횡비의 나노파이프의 경우, 그 결과의 신뢰도가 의심 된다.

상기 생각들에 기초하여 최근 외팔보 나노파이프의 유체유발진동에 의한 플러터 불안정성을 연구⁽¹¹⁾ 하였으며, 이 연구에서는 전단 변형과 회전 관성의 영향을 고려한 박판 보 모델(thin-walled beam model)^(8,12,13)에 기초하여 나노파이프의 유체 유발 진동에 관한 연구를 수행하여, 외팔보, 양단 단순 지지, 양단 고정인 경계 조건에 따른 플러터 및 다이버전스 불안정성 경향을 도출하고 그 결과를 비교, 고찰한다. 또한, 이를 EB이론에 기초한 결과와 비교 고찰한다.

2. 구조 모델링

2.1 박판 보 모델의 변위장

나노파이프 내의 한 점 A의 변위 벡터를 6개의 변위변수(kinematic variables)로 표시하면 다음과

같다.(Fig. 1)

$$\begin{aligned}
 u(s,z,t) &= u_o(z,t) - Y(s)\phi(z,t) \\
 v(s,z,t) &= v_o(z,t) + X(s)\phi(z,t) \\
 w(s,z,n,t) &= w_o(z,t) + \theta_Y(z,t) \left[X(s) + n \frac{dY}{ds} \right] \\
 &\quad + \theta_X(z,t) \left[Y(s) - n \frac{dX}{ds} \right] \\
 &\quad - \phi'(z,t) [F_w(s) + na(s)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서, $u_o(z), v_o(z), w_o(z)$ 는 각각 X, Y, Z 축 방향의 병진 변위 이며, $\theta_X(z), \theta_Y(z), \phi(z)$ 는 X, Y, Z 축에 관한 회전 변위이다. 또한 $F_w(s)$ 와 $na(s)$ 는 비틀림에 의해 발생하는 축방향 변위를 나타내는 1, 2차 외평함수를 나타낸다⁽¹³⁾. 그리고 (n, s, z) 좌표는 각각 반경방향, 원주방향, 축방향 좌표를

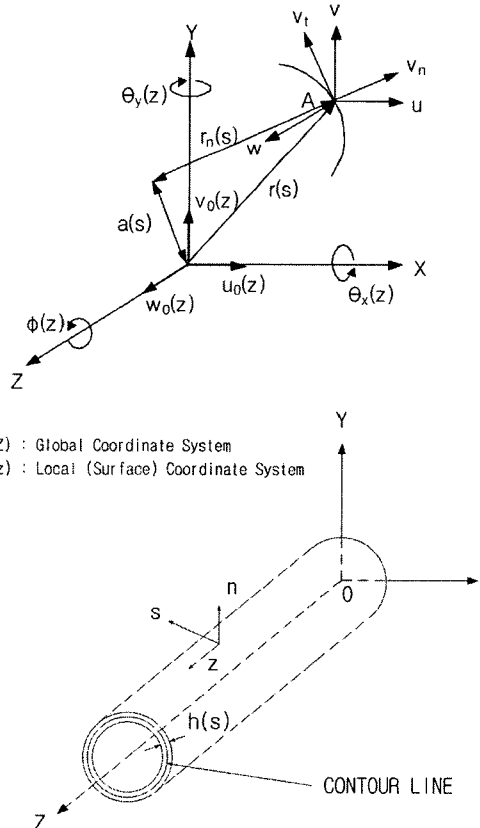


Fig. 1 Kinematic variables, coordinate system and configuration of thin-walled beam

나타낸다.

2.2 구성 방정식

나노파이프의 (n, s, z) 좌표에 관한 응력-변형률 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{nn} \\ \sigma_{nz} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \overline{Q}_{13} & \overline{Q}_{23} & \overline{Q}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{nn} \\ \gamma_{zn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{sz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

식 (2)의 3D 응력-변형률 관계로부터 2D 응력-변형률 관계식을 유도하기 위하여 3D 응력을 두계방향(n)에 대하여 적분하여 s 와 z 만의 함수인 합응력과 합모멘트를 구하며, 합응력과 합모멘트로 나타낸 구성방정식은 다음과 같다⁽¹³⁾.

$$\begin{bmatrix} N_{zz} \\ N_{sz} \\ L_{zz} \\ N_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{zz}^o \\ \gamma_{sz}^o \\ W_M \\ \epsilon_{zz}^n \\ \gamma_{nz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.3 운동방정식과 경계조건

다음과 같은 해밀턴의 변분원리를 이용하여 나노파이프의 운동방정식과 경계조건을 유도하면 다음과 같다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} (-\delta V + \delta K + \delta W_f) dt = 0 \quad (4)$$

$t = t_0, t = t_1$ 에서

$$\delta u_o = \delta v_o = \delta w_o = \delta \theta_Y = \delta \theta_X = \delta \phi = 0$$

식 (4)의 나노파이프의 변형에너지 V 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\tau \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_C [N_{zz} \epsilon_{zz}^o + L_{zz} \epsilon_{zz}^n + N_{sz} \gamma_{sz}^o \\ &\quad + N_{sz} 2 \frac{A_C}{\beta} \phi' + N_{nz} \gamma_{nz}] ds dz \end{aligned} \quad (5)$$

식 (4)에서 운동에너지 K 는 나노파이프의 운동에

너지 K_p 와 유체유동의 운동에너지 K_f 의 합으로 표현된다.

나노파이프의 운동에너지는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} d\tau \\ &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho [(\frac{\partial u}{\partial t})^2 + (\frac{\partial v}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w}{\partial t})^2] d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

파이프의 변형에 의한 2차 유동이 없다고 가정할 때, 유체의 운동은 파이프의 중심선을 따라 움직인다. 따라서 변형 후 파이프 중심선의 임의의 점에 대한 위치벡터를 \vec{R}_{pc} , 같은 점에서 유체의 위치벡터를 $\vec{R}_{f/pc}$ 라 할 때 관계식은 다음과 같다(Fig. 2).

$$\vec{R}_f = \vec{R}_{pc} + \vec{R}_{f/pc} \quad (7)$$

여기에서, \vec{R}_{pc} 와 $\vec{R}_{f/pc}$ 는 다음과 같다.

$$\vec{R}_{pc} = u\vec{I} + v\vec{J} + (z+w)\vec{K} \quad (8a)$$

$$\vec{R}_{f/pc} = x_b\vec{i}_b + y_b\vec{j}_b \quad (8b)$$

$\theta_Y, \theta_X, \phi \ll 1$ 일 때, 식 (8), (9)의 $(\vec{i}_b, \vec{j}_b, \vec{k}_b)$ 와 $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ 사이의 좌표변환식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi & \theta_Y \\ -\phi & 1 & \theta_X \\ -\theta_Y & -\theta_X & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I} \\ \vec{J} \\ \vec{K} \end{bmatrix} \quad (9)$$

그러므로 유동유체의 운동에너지는 다음과 같으며

$$K_f = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_f \vec{R}_f \cdot \vec{R}_f d\tau \quad (10)$$

식 (1)을 식 (8)에 대입한 후 이를 식 (7)에 대입하고 그 결과를 식 (10)에 대입하면 유체의 운동에너지를 병진변위와 회전변위의 함수로 나타낼 수 있다.

끝단($z=L$)에서 유속 U 에 의한 가상일(δW_f)은 비보존계이므로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta W_f &= - \int_0^{2\pi} \int_0^{(R-\frac{h}{2})} \rho_f U [(u_0 + Uu_0') \delta u_0 \\ &\quad + (v_0 + Uv_0') \delta v_0 + \dot{w}_0 \delta w_0]_{z=L} r dr d\theta \end{aligned} \quad (11)$$

나노파이프의 변형에너지식 (5), 나노파이프의 운동에너지식 (6), 유체의 운동에너지식 (10), 외력에 의한 가상일식 (11)을 해밀턴의 변분 원리식 (4)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 운동방정식과 경계조건을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\delta u_o: a_{44}(u_o'' + \theta_Y') = b_1 u_o + m_f u_o + 2m_f U \dot{u}_o' + m_f U^2 u_o'' \quad (12)$$

$$\delta \theta_Y: a_{22} \theta_Y'' - a_{44}(u_o' + \theta_Y) = (b_5 + b_{15}) \theta_Y$$

외팔보 경계조건

$$\begin{aligned} \text{at } z=0; & u_o = \theta_Y = 0 \\ \text{at } z=L; & a_{44}(u_o' + \theta_Y) = 0, a_{22} \theta_Y' = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

양단 단순 지지 경계조건

$$\text{at } z=0 \text{ and } L; u_o = a_{22} \theta_Y' = 0 \quad (14)$$

양단 고정 경계조건

$$\text{at } z=0 \text{ and } L; u_o = \theta_Y = 0 \quad (15)$$

여기에서, $(\dot{}) = \frac{\partial()}{\partial T}$, $(\prime) = \frac{\partial()}{\partial \xi}$ 이며

$$a_{44} = \int_C [K_{22} (\frac{dx}{ds})^2 + A_{44} (\frac{dy}{ds})^2] ds \quad (16a)$$

$$a_{22} = \int_C [K_{11} x^2 + K_{44} (\frac{dy}{ds})^2] ds \quad (16b)$$

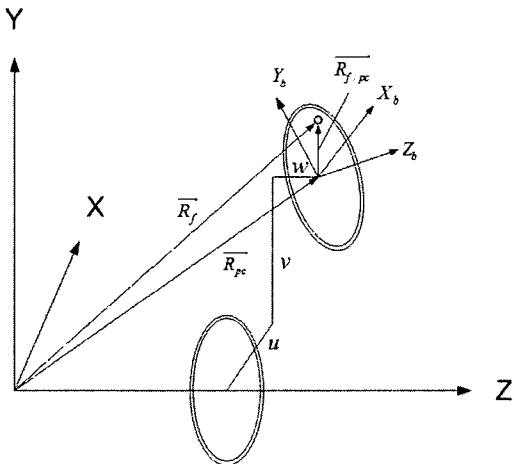


Fig. 2 Displacement of nanopipe conveying fluid

는 전단 및 굽힘 강성계수이며, $b_1, (b_5 + b_{15})$ 는 각각 나노파이프의 단위길이 당 질량과 극관성모멘트를 나타낸다⁽¹³⁾.

3. 수치 해석

3.1 무차원화(Dimensionless)

다음과 같이 무차원화된 파라미터를 가정한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{z}{L}, \bar{\eta}(\xi, T) = \frac{u_o(z, t)}{L}, \bar{\theta}_Y(\xi, T) = \theta_Y(z, t), \\ \beta &= \frac{m_f}{b_1 + m_f}, \bar{u} = \sqrt{\frac{m_f L^2}{a_{22}}} U, \sigma = \frac{a_{22}}{a_{44} L^2}, \\ T &= \sqrt{\frac{a_{22}}{b_1 + m_f}} \frac{t}{L^2}, \gamma = \left(\frac{b_5 + b_{15}}{b_1 + m_f} \right) \frac{1}{L^2} \end{aligned} \quad (17)$$

여기에서, b_1 은 나노파이프의 단위길이 당 질량이며, m_f 는 유체의 단위길이 당 질량이다.

식 (17)을 운동방정식 (12) 및 경계조건 (13~15)에 대입하면, 다음과 같은 무차원화된 식을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_Y' + \bar{\eta}'' &= \sigma \bar{\eta} + 2\sigma \bar{u} \beta^{\frac{1}{2}} \bar{\eta}' + \sigma \bar{u}^2 \bar{\eta}'' \\ \sigma \bar{\theta}_Y'' - \bar{\theta}_Y - \bar{\eta}' &= \sigma \gamma \bar{\theta}_Y \end{aligned} \quad (18)$$

외팔보 경계조건

$$\begin{aligned} \text{at } \xi=0; & \bar{\eta} = \bar{\theta}_Y = 0 \\ \text{at } \xi=1; & \bar{\theta}_Y + \bar{\eta}' = 0, \sigma \bar{\theta}_Y' = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

양단 단순 지지 경계조건

$$\text{at } \xi=0 \text{ and } 1; \bar{\eta} = \sigma \bar{\theta}_Y' = 0 \quad (20)$$

양단 고정 경계조건

$$\text{at } \xi=0 \text{ and } 1; \bar{\eta} = \bar{\theta}_Y = 0 \quad (21)$$

3.2 고유치 문제 및 모드 형상

Extended Galerkin's method를 사용하여 위의 고유치문제의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 해를 가정한다.

$$\bar{\eta}(\xi, T) = \sum_{j=1}^N a_j(T) \phi_j^{(1)}(\xi) \quad (22a)$$

$$\bar{\theta}_V(\xi, T) = \sum_{j=1}^N b_j(T) \phi_j^{(2)}(\xi) \quad (22b)$$

외팔보인 경우, 시험함수 ϕ_j 는 내부 유동유체가 없는 경우의 한단 고정, 타단 자유의 경계 조건을 만족 시키는 TB의 고유함수를 이용하여 다음과 같이 가정한다.

$$\phi_j^{(1)}(\xi) = \frac{1}{\omega_j^2} (-\phi_j^{(2)}(\xi))''' \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} \phi_j^{(2)}(\xi) = & -[q_j \text{Cosh}(q_j) + \frac{q_j^3}{p_j^2} \text{Cos}(p_j)] \text{Cosh}(q_j \xi) \\ & + [q_j \text{Sinh}(q_j) + p_j \text{Sin}(p_j)] \text{Sinh}(q_j \xi) \\ & + [q_j \text{Cosh}(q_j) + \frac{q_j^3}{p_j^2} \text{Cos}(p_j)] \text{Cos}(p_j \xi) \\ & + \frac{q_j^3}{p_j^3} [q_j \text{Sinh}(q_j) + p_j \text{Sin}(p_j)] \text{Sin}(p_j \xi) \end{aligned} \quad (23b)$$

여기에서, p_j, q_j 는 다음과 같으며, s_j 는 외팔보의 j 번째 고유치이다.

$$(p_j^2, q_j^2) = \frac{1}{2} (\pm \sigma s_j^2 + \sqrt{\sigma^2 s_j^4 + 4s_j^2}) \quad (24)$$

단순지지의 경우, 시험함수 ϕ_j 는 다음과 같이 가정한다.

$$\phi_j^{(1)}(\xi) = \text{Sin}(j\pi\xi) \quad (25a)$$

$$\phi_j^{(2)}(\xi) = \text{Cos}(j\pi\xi) \quad (25b)$$

양단 고정인 경우, 시험함수 ϕ_j 는 내부 유동유체가 없는 경우의 경계 조건을 만족 시키는 TB의 고유 함수를 이용하여 다음과 같이 가정한다.

$$\phi_j^{(1)}(\xi) = \frac{1}{\omega_j^2} (-\phi_j^{(2)}(\xi))''' \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \phi_j^{(2)}(\xi) = & q_j^3 [\text{Cosh}(q_j) - \text{Cos}(p_j)] \text{Cosh}(q_j \xi) \\ & - [q_j^3 \text{Sinh}(q_j) - p_j^3 \text{Sin}(p_j)] \text{Sinh}(q_j \xi) \\ & - q_j^3 [\text{Cosh}(q_j) - \text{Cos}(p_j)] \text{Cos}(p_j \xi) \end{aligned}$$

$$-\frac{q_j^3}{p_j^3} [q_j^3 \text{Sinh}(q_j) - p_j^3 \text{Sin}(p_j)] \text{Sin}(p_j \xi) \quad (26b)$$

여기에서, p_j, q_j 는 식 (24)와 같으며, s_j 는 양단 고정정보의 j 번째 고유치이다.

위 식 (23), 식 (25), 식 (26)을 운동방정식 (18)과 경계조건식 (19~21)에 대입한 후 $j=1$ 부터 N 까지 Extended Galerkin 적분을 행하고 행렬식으로 정리하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (27)$$

여기에서, $\{\ddot{q}\}, \{\dot{q}\}, \{q\}$ 및 $[M], [C], [K]$ 는 다음과 같다.

$$\{\ddot{q}\} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_j \\ \ddot{b}_j \end{bmatrix}, \{\dot{q}\} = \begin{bmatrix} \dot{a}_j \\ \dot{b}_j \end{bmatrix}, \{q\} = \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix}$$

$$M_{ij}^{(11)} = \sigma \int_0^1 \phi_j^{(1)} \phi_i^{(1)} d\xi$$

$$M_{ij}^{(22)} = \gamma \sigma \int_0^1 \phi_j^{(2)} \phi_i^{(2)} d\xi$$

$$C_{ij}^{(11)} = 2\beta \frac{1}{2} \sigma u \int_0^1 \phi_j^{(1)'} \phi_i^{(1)} d\xi$$

$$\begin{aligned} K_{ij}^{(11)} = & \sigma u^2 \int_0^1 \phi_j^{(1)''} \phi_i^{(1)} d\xi \\ & - \int_0^1 \phi_j^{(1)''} \phi_i^{(1)} d\xi + [\phi_j^{(1)'} \phi_i^{(1)}]_0^1 \end{aligned} \quad (28)$$

$$K_{ij}^{(12)} = - \int_0^1 \phi_j^{(2)'} \phi_i^{(1)} d\xi + [\phi_j^{(2)} \phi_i^{(1)}]_0^1$$

$$K_{ij}^{(21)} = \int_0^1 \phi_j^{(1)'} \phi_i^{(2)} d\xi$$

$$\begin{aligned} K_{ij}^{(22)} = & -\sigma \int_0^1 \phi_j^{(2)''} \phi_i^{(2)} d\xi \\ & + \int_0^1 \phi_j^{(2)'} \phi_i^{(2)} d\xi + \sigma [\phi_j^{(2)'} \phi_i^{(2)}]_0^1 \end{aligned}$$

상기 식 (27)을 상태 공간 방법으로 표현하면, 다음과 같다.

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} \quad (29)$$

여기에서, $\{Z\} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$, $[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$ 이다.

식 (29)의 해는 $e^{\lambda t}$ 형태이며 $|[A] - \bar{\lambda}[I]| = 0$ 을 만족시키는 고유치 $\bar{\lambda}_r$ 에 의해 그 거동이 결정된다. 고유치는 감쇠가 존재하는 경우 다음과 같은 복소수의 형태로 표현된다.

$$\bar{\lambda}_r = \bar{\alpha}_r \pm i\bar{\omega}_r \quad (30)$$

여기에서, $\bar{\alpha}_r$ 은 감쇠, $\bar{\omega}_r$ 은 고유진동수를 나타내며 각각의 고유진동수에 대한 계수벡터 값은 모드 형상을 나타낸다.

이 연구의 수치해석에 사용된 나노파이프 및 유체의 재료 특성과 기하학적 특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E &= 1 \text{ TPa}, & G &= 0.4 \text{ TPa}, \\ \nu &= 0.25, & \rho_{\text{out}} &= 2.3 \text{ g/cm}^3, & \rho_f &= 1 \text{ g/cm}^3, \\ R_{\text{out}} &= 40 \text{ nm}, & h &= 20 \text{ nm}, & L &= 800 \text{ nm} \end{aligned}$$

3.3 안정성

나노파이프의 안정성은 식 (30)의 고유치 $\bar{\lambda}_r$ 의 실수부인 $\bar{\alpha}_r$ 의 부호에 의해 결정된다. 즉, $\bar{\alpha}_r < 0$ 이면 안정, $\bar{\alpha}_r > 0$ 이면 불안정이다. 특히, $\bar{\alpha}_r > 0$ 인 경우 중, $\bar{\omega}_r \neq 0$ 이면 플러터(flutter) 형태의 불안정, $\bar{\omega}_r = 0$ 이면 발산(divergence) 형태의 불안정성을 나타내게 된다.

3.4 무차원 상대 유속

무차원화 된 유속의 상대비교를 위해, 상대 유속을 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{U}_{rel} = \bar{u} \bar{R} \frac{1}{L} \quad (31)$$

$$\text{여기에서, } \bar{R} = \sqrt{\frac{m_f^*}{a_{22}^*}} / \sqrt{\frac{m_f}{a_{22}}}, \quad \bar{L} = \frac{L}{L^*} \text{이며,}$$

(*)는 $h = 20 \text{ nm}$, $L = 800 \text{ nm}$, $R_{\text{out}} = 40 \text{ nm}$ 일 때의 수치이다.

4. 수치 해석 결과 및 고찰

Figs. 3, 5, 7은 $R_{\text{out}} = 40 \text{ nm}$ 로 고정하고 $R_{\text{in}}/R_{\text{out}}$ 이 0.5인 경우에 대하여, 유속 변화에 따른 TB의 처음 저장 3개 고유치의 실수부와 허수부의 변화를 나

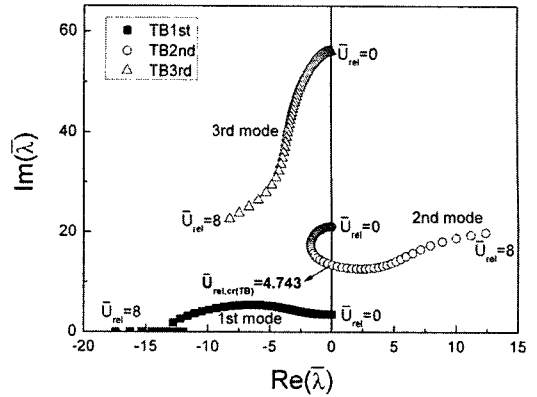


Fig. 3 Variation of $Re(\bar{\lambda})$ and $Im(\bar{\lambda})$ parts of non-dimensional eigenvalues with fluid velocity for cantilevered Timoshenko beam (TB) case ($\bar{L} = 1$, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.5$)

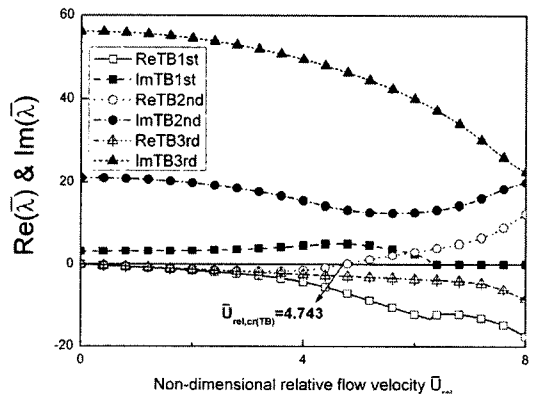


Fig. 4 Variation of $Re(\bar{\lambda})$ and $Im(\bar{\lambda})$ parts of non-dimensional eigenvalues with fluid velocity for cantilevered TB case ($\bar{L} = 1$, $R_{\text{in}}/R_{\text{out}} = 0.5$)

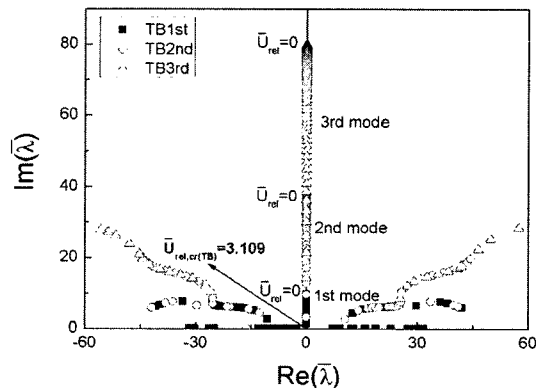


Fig. 5 Counterpart of Fig. 3 for simply supported-simply supported case

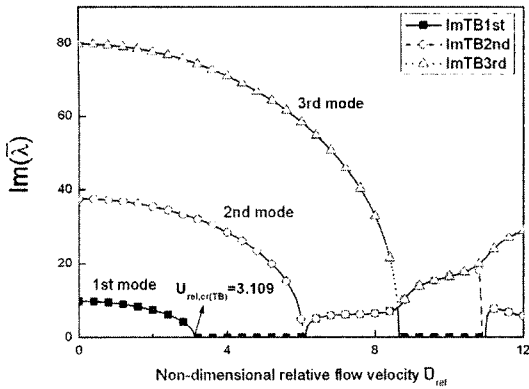


Fig. 6 Counterpart of Fig. 4 for simply supported-simply supported case

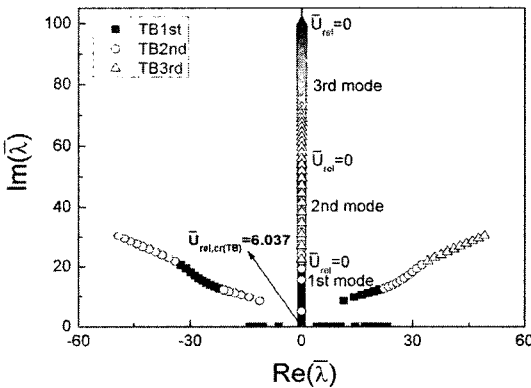


Fig. 7 Counterpart of Fig. 3 for clamped-clamped case

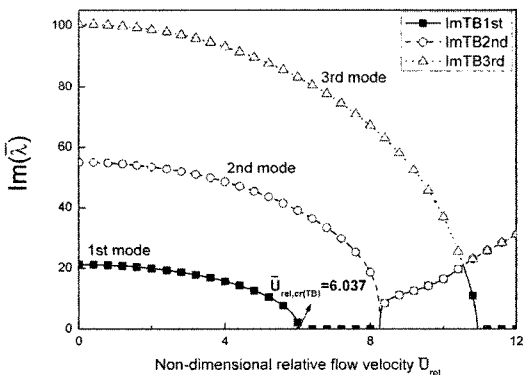


Fig. 8 Counterpart of Fig. 4 for clamped-clamped case

타낸 것으로 실수부를 x축에, 허수부를 y축에 표현하였다.

Figs. 4, 6, 8은 Figs. 3, 5, 7에 각각 대응하여 유

Table 1 Variation of relative critical velocity,

$$\overline{U_{rel,cr}} \left(\frac{R_{in}}{R_{out}} = 0.5, R_{out} = 40nm, \overline{L} = 1 \text{ fixed} \right)$$

Boundary Condition	$\overline{U_{rel,cr}}$		Difference (EB/TB-1) x100 %
	Present result		
	TB	EB	
Clamped -Free	4.743 (2nd)	4.941 (2nd)	4.17
S. Supported -S. Supported	3.109 (1st)	3.142 (1st)	1.06
Clamped -Clamped	6.037 (1st)	6.284 (1st)	4.07

속 변화에 따른 TB의 처음 저차 3개 고유치의 변화를 나타낸 것으로 유속을 x축에, 고유치의 실수부와 허수부를 y축에 표현하였다.

Figs. 3, 4는 경계조건이 외팔보인 경우로서, 실수부가 음수에서 양수로 변하는 점에서의 유속이 임계유속이 되며 이때부터 플러터가 발생한다. 이 경우, 임계유속은 2차 모드에서 발생하는 것을 알 수 있다.

Figs. 5, 6은 경계조건이 양단 단순 지지보인 경우, Figs. 7, 8은 양단 고정보인 경우로서, 허수부가 점점 감소하여 0이 되는 점에서 유속이 임계유속이 되며 이때부터 다이버전스가 발생된다. 이때, 최저 임계유속은 1차 모드에서 발생하며 양단 고정인 경우의 최저 임계유속값이 양단 단순 지지인 경우의 최저 임계유속값보다 약 2배 정도 크다는 것을 알 수 있다.

Table 1은 임계 유속을 TB와 EB의 경우로 나누어 정리한 것으로, 경계조건에 따른 임계 유속의 차이 및 TB와 EB경우에 따른 임계 유속의 차이를 나타낸다.

세 가지 경계 조건 모두에서, EB이론에 의한 임계유속값이 TB에 의한 임계유속값 보다 크다는 것을 알 수 있다.

이는 Ref. (4)에서 양단 자유보의 경우와 Ref. (11)에서 외팔보의 경우에 대하여 연구되었듯이 나노파이프의 길이가 길어질수록 그 차이가 줄어들고, 나노파이프의 길이가 짧아 질수록 그 차이가 커진다. 그러므로, 길이가 짧은 경우는 TB이론에 기초하여 해석하는 것이 EB이론에 의한 것보다 정확한 결과를 산출할 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서, 내부에 유체가 흐르는 나노파이프는 경계 조건에 따라 동적 불안정 상태인 플러터(flutter) 또는 정적 불안정 상태인 다이버전스(divergence)가 발생됨을 알았으며, 유속을 증가시키면서 임계유속을 계산하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 임계유속은 외팔보의 경우 2차 모드에서, 양단 단순 지지보, 양단 고정보의 경우에는 1차 모드에서 처음으로 발생한다.

(2) 임계유속의 크기는 양단 고정보 > 외팔보 > 양단 단순 지지보의 순서를 보인다.

(3) EB와 TB이론 사이의 임계유속 값의 차이 비율은 외팔보 > 양단 고정보 > 양단 단순 지지보의 순서를 보인다.

참 고 문 헌

(1) Sohlberg, K., Sumpter, B. G., Tuzun, R. E. and Noid, D. W., 1998, "Continuum Methods of Mechanics as a Simplified Approach to Structural Engineering of Nanostructures", *Nanotechnology*, Vol. 9, pp. 30~36.

(2) Wang, Q. and Varadan, V. K., 2005, "Stability Analysis of Carbon Nanotubes via Continuum Models", *Smart Materials and Structures*, Vol. 14, pp. 281~286.

(3) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2003, "Vibration of an Embedded Multiwall Carbon Nanotube", *Composites Science and Technology*, Vol. 63, pp. 1533~1542.

(4) Fernandez, I. R., Fangohr, H. and Bhaskar, A., 2006, "Normal Modes of Carbon Nanotubes : Similarities and Differences with their Continuum Counterpart", *Journal of Physics : Conference Series*, Vol. 26, pp. 131~134.

(5) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2005, "Vibration and Instability of Carbon Nanotubes Conveying Fluid", *Composites Science and Technology*, Vol. 65, pp. 1326~1336.

(6) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2006, "Flow-induced Flutter Instability of Cantilever Carbon Nanotubes", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 3337~3349.

(7) Wang, C. M., Tan, V. B. C. and Zhang, Y. Y., 2006, "Timoshenko Beam Model for Vibration Analysis of Multi-walled Carbon Nanotubes", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 294, pp. 1060~1072.

(8) Paidoussis, M. P., 1998, "Fluid-structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow", Vol. 1, Academic Press.

(9) Weaver Jr., W., Timoshenko, S. P. and Young, D. H., 1990, "Vibration Problems in Engineering", John Wiley & Sons, Inc.

(10) Ryu, B.-J., Jung, S.-H. and Lee, J.-W. 2000, "Effects of Attached Masses on the Instability and Vibration Suppression of a Flexible Pipe Conveying Fluid", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 10, No. 2, pp. 280~290.

(11) Choi, J. W., Gil, B. R. and Song, O. S., 2008, "Flow-induced Vibration of Carbon Nanotubes Conveying Fluid", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 6, pp. 654~662.

(12) Choi, J. W. and Song, O. S., 2001, "Stability Analysis of Composite Material Pipes Conveying Fluid", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 11, No. 8, pp. 314~321.

(13) Librescu, L. and Song, O. S., 2006, "Thin-walled Composite Beams : Theory and Application", Springer.