

# 탄성지반을 고려한 집중질량을 갖고 면내력이 작용하는 변단면 보강후판의 진동해석

## Vibration Analysis of Tapered Thick Plate with Concentrated Mass Subjected to In-plane Force on Elastic Foundation

이 용 수† · 김 일 중\* · 오 속 경\*\*

Yong Soo Lee, Il Jung Kim and Soog Kyoung Oh

(2008년 7월 30일 접수 ; 2008년 9월 23일 심사완료)

**Key Words** : Finite Element Method(유한요소법), Natural Frequency(고유진동), Foundation Parameter(지반변수), Thick Plate(후판), Pasternak Foundation(전단탄성지반), Concentrated Mass(집중질량), Tapered Thick(변단면), In-plane Force(면내응력), Stiffened Thick Plate(보강후판)

### ABSTRACT

The purpose of this paper is to investigate natural frequencies of tapered thick plate with concentrated masses subjected to in-plane force on pasternak foundation by means of finite element method and providing kinetic design data for mat of building structures. Finite element analysis of rectangular plate is done by using rectangular finite element with 8-nodes. For analysis, plates is supported on pasternak foundation. The Winkler parameter is varied with 10, 10<sup>2</sup>, the shear foundation parameter is 5. The taper ratio is applied as 0.0, 0.25, 0.5 and the ratio of the concentrated mass to plate mass as 0.25, 0.5 respectively. As results, we can see that when stiffener's sizes or foundation parameter are larger, the natural frequency increases, and when the concentrated mass or taper ratio or in-plane stress is larger, the natural frequency decreases.

### 기 호 설 명

$\overline{a \times b}$  : 판의 크기

$D$  : 판의 휨강성

$E$  : 탄성계수

$G$  : 전단탄성계수

$h$  : 판두께

$M$  : 위치에 따른 집중질량

$SFP$  : 전단지반 파라미터

$WFP$  : Winkler 지반 파라미터

$\bar{\rho}$  : 단위 체적당 질량

$\rho$  : 단위 면적당 질량

$\nu$  : 푸아송 비

$w$  : 수직처짐

$\alpha$  : 변단면율(Taper ratio)

$\omega$  : 판의 고유진동수

$\theta_y$  : y방향 회전각

$\theta_x$  : x방향 회전각

$m_y$  : 전체 판 질량

† 교신저자 : 정희원, 원광대학교 건축학부  
E-mail : struct@wonkwang.ac.kr  
Tel : (063)850-6709, Fax : (063)846-0782

\* 정희원, 전북과학대학 건축토목계열

\*\* 정희원, 원광대학교 건축학부

## 1. 서론

건축물이 대규모화 다양화됨에 따라 지하구조물의 형상도 다양해지고 있으며 지하구조물의 경제성과 역학적인 효율성을 높이기 위해 변단면으로 시공되기도 한다. 또한 최근 지진의 발생빈도가 점차 증가됨에 따라 지진동, 기계진동 등 외력에 의한 구조물의 진동에 의한 영향이 커지고 있으며, 이에 관한 연구의 필요성이 증대되고 있다. 즉, 이러한 진동의 영향에 의해 지반-구조물간의 상호 작용에 영향을 미치는 인자에 대해 실질적인 고려가 더욱 필요하게 되었다.

1985년 Laura<sup>(4)</sup> 등은 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 비균질 지반에 지지된 판의 동적 해석을 행하였으며, 같은 해 Horenberg<sup>(5)</sup> 등은 Modal Constraint법을 이용하여 판의 동적 해석을 행하였다. 1993년 Low<sup>(6)</sup> 등은 집중질량을 받는 판의 진동 특성에 대해 발표하였으며, Sheikh<sup>(14)</sup>는 압축과 휨이 조합된 하중을 받는 보강판을 해석하였고 1999년 Celik<sup>(9)</sup>에 의해서 지반 파라미터를 고려한 판의 진동 해석법이 발표된 바 있다.

국내에서는 1996년 이용수<sup>(10)</sup>등에 의해 탄성지지원 보강판의 좌굴과 진동해석이 발표되었다. 또한 1999년 이용수<sup>(8)</sup>등은 탄성 스프링으로 지지된 보강판의 좌굴 및 진동 해석이, 2003년에는 Oh Soog-Kyong<sup>(11)</sup>에 의해 비균질 Pasternak 지반 위에 놓인 면내력을 받는 판의 자유진동해석<sup>(12)</sup>이 수행되었다. 2004년 이용수<sup>(13)</sup>등은 면내력을 받는 변단면 후판에 대한 연구결과를 발표하였다. 2007년 이병구<sup>(15)</sup>에 의해 Pasternak 지반에 기초의 휨과 자유진동해석에 대한 연구가 진행되어 발표되었으며, 이상의 연구동향을 살펴본 바에 의하면 변단면이면서 보강재를 갖는 탄성지반에 지지된 판이 면내력을 받는 경우에 대한 진동해석에 대해 기존 연구는 거의 찾아볼 수 없다.

지반과 접해 있는 바닥판은 경우에 따라 변단면 형태로 설치되거나 바닥판에 설치된 기계, 발전기 등에 의한 영향 즉, 집중질량에 의한 영향도 진동에 상당한 영향을 끼치게 된다. 탄성지반에 지지되고 변단면이면서 보강재를 갖는 판에 면내력이 가해진 경우 진동특성을 파악함으로써 지하 건축구조물의

설계에 도움을 주는 데 이 연구의 목적이 있다.

이 연구를 위해서 유한요소법을 이용하였으며 집중질량을 갖는 변단면 보강후판에 대해서는 Mindlin 판이론을 적용하고, 8절점 Serendipity 요소계를 이용하였으며 보강재는 Timoshenko의 보-기둥요소를 적용하여 면내력을 받는 보강후판의 진동해석을 행하였다. 판을 지지하는 지반은 Pasternak 지반 모형을 사용하였다.

## 2. 보강 후판의 유한요소해석

### 2.1 변단면 후판의 두께함수

판은 Fig. 1와 같이 두께  $h$ 가 판의 길이에 따라 1방향에 대해 선형적으로 변하는 변단면 후판으로 두께에 대한 함수는 다음과 같다.

$$h = h_0 f(\xi) \quad (1)$$

여기서,  $\xi = \frac{x}{a}$ ,  $f(\xi) = 1 + \alpha \xi$ ,

$\alpha = (h_1 - h_0)/h_0$  : Taper ratio

$h_0, h_1$ 은  $x=0, x=\bar{a}$ 일 때 판의 두께,

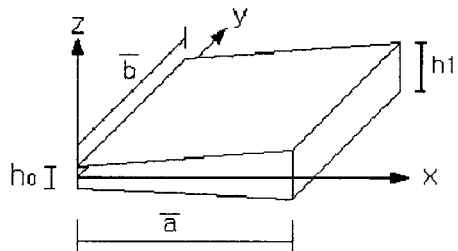


Fig. 1 Tapered thick plate

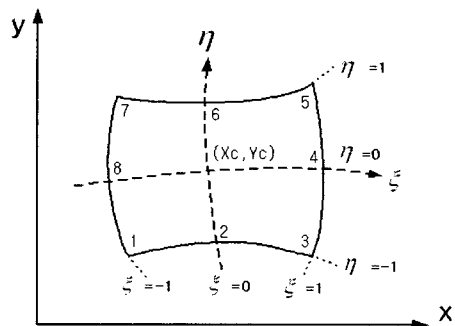


Fig. 2 8-node iso-parametric element

변단면 후판의 휨 강성은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$D = D_0 f(\xi)^3 \quad (2)$$

여기서,  $D_0 = Eh_0^3/12(1-\nu)$

$\nu$  : 푸아송 비

### 2.2 변위함수

(1) 판요소의 변위 함수

판 요소의 크기를  $2a \times 2b$ , 판 요소 중심좌표를

$x_c, y_c$ 로 정의 할 때 무차원 좌표계는  $\xi = \frac{(x-x_c)}{a}$ ,

$\eta = \frac{(y-y_c)}{b}$  이고 Fig. 2와 같이 8절점 serendipity

요소를 사용하는 경우 요소내의 임의의 위치에 대한 변위를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = [N] \{ \delta_c \} \quad (3)$$

여기서,

$w$  : 판 요소의 수직변위

$\theta_x$  : 판 요소의  $x$ 방향 회전각

$\theta_y$  : 판 요소의  $y$ 방향 회전각

$$\{ \delta_c \} = [w_1 \theta_{x1} \theta_{y1} w_2 \theta_{x2} \theta_{y2} \dots w_8 \theta_{x8} \theta_{y8}]^T$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix}$$

이 경우 8절점 요소계의 형상함수  $N_i$  다음과 같다.

$$N_1(\xi, \eta) = -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta)$$

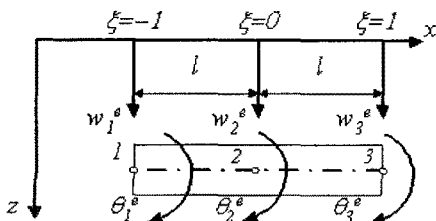


Fig. 3 Timoshenko beam-column element system

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(\xi-\eta-1)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \quad (4)$$

$$N_5(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(-1+\xi+\eta)$$

$$N_6(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta)$$

$$N_7(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(-\xi+\eta-1)$$

$$N_8(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2)$$

여기서  $\xi = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{b}$ .

(2) 보강재 변위함수

보강재 요소는 Timoshenko 보-기둥 요소의 변위 함수를 이용하였다.

Fig. 3과 같이 임의의 점의 변위와 회전각은 다음과 같은 변위함수로 정의 된다.

$$w(\xi) = [M]_b \{ w_e \} \quad (5a)$$

$$\theta(\xi) = [M]_b \{ \theta_e \} \quad (5b)$$

$$[M]_b = [N_{b1}, N_{b2}, N_{b3}] \quad (6)$$

여기서,  $N_{b1} = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi)$

$$N_{b2} = (1-\xi)(1+\xi)$$

$$N_{b3} = \frac{1}{2}\xi(1+\xi)$$

$$\{ w_e \}^T = \{ w_1^e, w_2^e, w_3^e \}$$

$$\{ \theta_e \}^T = \{ \theta_1^e, \theta_2^e, \theta_3^e \}$$

### 2.3 가상일의 원리

판 및 보 요소의 운동에너지( $T$ )와 지반에 대한 항을 포함한 변형에너지( $U$ ) 그리고 외력( $N_x$ )에 의한 일( $W$ )을 조합하고 가상일의 원리를 적용하여 고유 방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta(T - U) - \delta(W) = 0 \quad (7)$$

(1) 후판요소

판 요소의 운동에너지  $T_e$ 는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_A \rho (h\dot{w}^2 + \frac{h^3}{12} \dot{\theta}_x^2 + \frac{h^3}{12} \dot{\theta}_y^2) dA + \frac{1}{2} m_c(a_1, b_1) \dot{w}^2(a_1, b_1) \quad (8)$$

여기서

$\rho$  : 판의 단위면적당 질량밀도

$h$  : 판요소의 두께

$\dot{w}, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y$  : 판요소 변위, 회전각의 시간에 따른 변화율

$dA = dx \cdot dy$

$$\dot{w}(a_1, b_1) = \left[ \frac{\partial w}{\partial t} \right]_{y=b_1}^{x=a_1}$$

$m_c(a_1, b_1)$  :  $x = a_1, y = b_1$  위치의 집중질량

식 (3)을 이용하여 식 (7)을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$T_e = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T \int_A \rho [M]^T \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12} \end{bmatrix} [N] dA \{\delta_e\} + \frac{1}{2} \{\dot{w}_e\}^T [M_p] \{\dot{w}_e\} \quad (9)$$

$$= \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [M_e] \{\delta_e\} + \frac{1}{2} \{\dot{w}_e\}^T [M_p] \{\dot{w}_e\}$$

$$= \frac{1}{2} \{\delta\}^T [\overline{M}_e] \{\delta\}$$

여기서

$\{\delta_e\}$  : 판요소의 절점변위

$\{\dot{\delta}_e\}$  : 판요소 절점변위의 시간에 따른 변화율

$$[M_e] = \int_A \rho [M]^T \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12} \end{bmatrix} [N] dA$$

: 판요소의 질량행렬

$[M_p] = m_c(a_1, b_1) [\overline{N}]^T [\overline{N}]$  : 집중질량행렬

$[\overline{M}_e]$  : 집중질량을 포함한 질량행렬

$[\overline{N}] = [N_1, N_2, \dots, N_8]$

Winkler 지반강성과 전단지반강성을 고려한 판요소의 변형에너지  $U_e$ 는 다음과 같다.

$$U_e = \frac{1}{2} \int_A [M]^T \{\chi\} dA + \frac{1}{2} \int_A [Q]^T \{\psi\} dA + \frac{1}{2} \int_A k_w w^2 dA + \frac{1}{2} \int_A k_g \left\{ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dA \quad (10)$$

여기서

$[M]$  : 모멘트,  $[Q]$  : 전단력,

$\{\chi\}$  : 곡률,  $\{\psi\}$  : 전단변형각,

$k_w$  : Winkler 지반강성,

$k_g$  : 전단지반강성

식 (3)을 식 (10)에 대입하여 정리하면 다음과 같다<sup>(13)</sup>.

$$U_e = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [[K_{ef}] + [K_{es}]] \{\delta_e\} + \frac{1}{2} \{w_e\}^T [[W_{ef}] + [S_{ex}] + [S_{ey}]] \{w_e\} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [K_e] \{\delta_e\} + \frac{1}{2} \{w_e\}^T [K_f] \{w_e\}$$

여기서

$[K_{ef}]$  : 판요소의 휨강성행렬

$[K_{es}]$  : 판요소의 전단강성행렬

$[W_{ef}]$  : Winkler 지반강성행렬

$[S_{ex}], [S_{ey}]$  : x, y 방향 전단지반강성행렬

외력에 의한 일은 1방향압축만을 고려하면 다음과 같다.

$$W_p = \frac{1}{2} \int_A P_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dA \quad (12)$$

식 (3)과 면내력  $P_x = \sigma h$ 을 식 (12)에 대입하면 다음과 같다.

$$W_p = \frac{1}{2} \{w_e\}^T [K_{eg}] \{w_e\} \quad (13)$$

여기서  $[K_{eg}] = t \int_A [\overline{N}]^T \sigma [\overline{N}] dA$

$\sigma$  : 면내응력

(2) Timoshenko 보-기둥요소

가상의 일의 원리와 변위함수를 이용하면 Timoshenko 보-기둥요소의 변형에너지( $U_{be}$ ), 운동에너지( $T_{be}$ ), 축하중 P에 의한 일( $W_{be}$ )은 다음과 같이 쓸 수 있다<sup>(16)</sup>.

$$\begin{aligned} U_{be} &= \frac{1}{2} \{q_e\}^T [K_{eb}]_b \{q_e\} + \frac{1}{2} \{q_e\}^T [K_{ew}]_b \{q_e\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \{q_e\}^T [K_{es}]_b \{q_e\} \\ &= \frac{1}{2} \{q_e\}^T [K_e]_b \{q_e\} \end{aligned} \tag{14a}$$

$$T_{be} = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e\}^T [M_e]_b \{\dot{q}_e\} \tag{14b}$$

$$W_{be} = \frac{1}{2} \{q_e\}^T [K_{eg}]_b \{q_e\} \tag{14c}$$

여기서,

$$\{q_e\} = [w_1^e, \theta_1^e, w_2^e, \theta_2^e, w_3^e, \theta_3^e]$$

$[K_{eb}]_b$  : 보-기둥요소의 휨·전단 강성행렬

$[K_{ew}]_b$  : 보-기둥요소의 Winkler지반 강성행렬

$[K_{es}]_b$  : 보-기둥요소의 전단 지반강성행렬

$[M_e]_b$  : 보-기둥요소의 병진·회전관성에 따른 연속질량행렬

$[K_{eg}]_b$  : 보-기둥요소의 기하강성행렬

$[K_e]_b$  : 보-기둥요소의 휨·전단 및 탄성지반 강성행렬

(3) 고유치 방정식

식 (9), (11), (13)을 이용하여 전체 판요소에 대해 조립하고, 식 (14a)~(14c)를 이용하여 전체 보-기둥 요소에 대해 조립한 후 가상일의 원리를 식 (7)에 적용하면 다음과 같은 고유치 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\{[K_E] + [K_{E_b}]\} - \sigma \{[K_G] + [K_{G_b}]\} \\ &\quad - \omega^2 \{[K_M] + [K_{M_b}]\} = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

여기서

$[K_E]$  : 전체 판요소의 요소강성행렬

$[K_M]$  : 전체 판요소의 질량행렬

$[K_G]$  : 면내응력 1에 대한 전체판의 기하강성행렬

$[K_{E_b}]$  : 전체 보-기둥요소의 요소강성행렬

$[K_{M_b}]$  : 전체 보-기둥요소의 질량행렬

$[K_{G_b}]$  : 면내응력 1에 대한 전체 보-기둥요소의 기하강성행렬

$\omega$  : 판의 고유 원 진동수

식 (15)에서 좌굴응력 이하의 면내응력을 받는 집중 질량을 갖는 보강후판의 진동수  $\omega$ 를 구할 수 있다.

### 3. 검증 및 해석예제

#### 3.1 검증

검증을 위한 판의 제 계수들은 다음과 같다.

탄성계수( $E$ ) :  $2.1 \times 10^5$  kgf/cm<sup>2</sup>

변단면율  $\alpha$  : 0.2, 0.4, 0.6, 0.8

푸아송 비( $\nu$ ) : 0.167

판 지지상태 : 4변 단순지지

판의 단위체적당 질량( $\bar{\rho}$ ) :  $2.448 \times 10^{-6}$  kgf/cm<sup>2</sup>

Winkler 지반변수 :  $WFP = \frac{k_w \bar{a}^4}{D_0}$  (=0, 10, 10<sup>2</sup>, 10<sup>3</sup>, 10<sup>4</sup>)

전단 지반변수 :  $SFP = \frac{k_g \bar{a}^2}{D_0}$  (=0, 10)

Table 1은 중앙에 집중질량  $m_c = (\rho \bar{a}^2)/4$ 가 가해진 후판의 고유진동수를 Leissa<sup>(2)</sup>의 해와 비교한 것이다. Leissa는 dirac delta함수를 이용하여 판의 진동 해석을 하였으므로 고려한 함수의 항수에 따라

**Table 1** Comparison natural frequency of this study and Ref.(position of concentrated mass: center, 50 cm×50 cm,  $t=0.455$  cm, all sides simply supported)( $\lambda^2 = \omega \bar{a}^2 \sqrt{\rho/D}$ )

Ref.(9)		This study
Term	Frequency( $\lambda^2$ )	Frequency( $\lambda^2$ )
1	13.96	13.76
2	13.89	
3	13.81	
4	13.79	

값의 차이가 있을 수 있으며, 4차 항까지 고려한 Leissa의 해와 이 해와 비교한 결과 0.22%의 오차를 보였다.

Table 2는 지반이 없는 상태에서의 변단면 후판에 대해 taper ratio의 변화에 따른 이 해석에 의한 고유진동수를 참고문헌 해와 비교한 것이다. 이 경우 최대 0.56%의 오차를 나타내어 이 연구를 위한 신뢰성을 확인할 수 있었다.

Table 3은 Winkler지반 변수(WFP)와 전단지반 변수(SFP)의 변화에 따라 이 해석해를 문헌해<sup>(2)</sup>와 비교한 것이다. Table 1에 의하면 최대 0.215%의 오차를 나타내어 이 해석을 위한 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

Table 4는 보강판의 고유진동수(Hz)에 대한 이 연구의 해석해를 범용구조해석 프로그램인 SAP2000

과 비교하였다. 이 해석해와 SAP2000의 경우 5차 모드에서 최대 3.89%의 오차를 보여 이 해석 프로그램의 정확성을 알 수 있었다.

Table 5는 면내응력을 받는 판의 무차원 고유진동수비( $\bar{\omega}/\omega_c$ )에 대해 참고문헌(1)과 비교한 것이다. 면내응력이 0일 경우 즉 면내응력이 없는 경우 이 해석 해와 문헌해가 일치함을 알 수 있고 면내응력이 좌굴 응력에 가까워 질수록 문헌 해와의 오차가 커져 최대 오차 0.134%를 보이고 있다.

### 3.2 유한요소법의 적용

이 유한요소법을 적용하기 위한 탄성지반에 지지된 변단면 보강 후판의 기하학적 형상은 Fig. 4와 같다.

해석 예제에서 사용한 공통 제원은 다음과 같으며, 추가 제원은 각 Table에서 언급하였다.

**Table 2** Natural frequency of tapered thick plate ( $\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\rho/D}$ )

$\alpha$	Ref.(2)	This study	Error(%)
0.2	21.59051	21.58787	0.01
0.4	23.54861	23.45184	0.19
0.6	25.37844	25.29344	0.33
0.8	27.23463	27.08043	0.56

**Table 3** Comparison natural frequencies versus foundation parameters by this solution and Ref.(11) ( $\lambda^2 = \omega a^2 \sqrt{\rho/D}$ ) (position of concentrated mass: center, 100 cm×100 cm,  $t=20.0$  cm, all side simple supported)

SFP	WFP	Ref.(2)	This study	Error
0	0	17.4486	17.4345	0.081
	10	17.7208	17.7071	0.077
	10 <sup>2</sup>	20.0042	19.9952	0.045
	10 <sup>3</sup>	35.5028	35.5161	0.037
	10 <sup>4</sup>	98.5331	98.7452	0.215
10	0	22.2117	22.1956	0.072
	10	22.4261	22.4104	0.070
	10 <sup>2</sup>	24.2698	24.2580	0.049
	10 <sup>3</sup>	38.0638	38.0741	0.027
	10 <sup>4</sup>	99.4473	99.6619	0.216

**Table 4** Comparison natural frequency of stiffened plates(stiffener :  $\delta=0.1$ ,  $\gamma=0.4$ , plate : size=100 cm×100 cm, thick=20 cm, all simply supported,  $\nu=0.3$ )(Hz)

Mode	This study	SAP 2000	Error(%)
1	404.94	400.00	1.24
2	906.85	913.14	0.69
3	1126.55	1111.11	1.39
4	1450.91	1428.57	1.56
5	1601.89	1666.67	3.89

$$\delta = A_b/bh, \gamma = EI_b/bD,$$

$I_b$  : 보강재의 단면 2차모멘트,  $A_b$  : 보강재의 단면적

$b$  : 판의 폭,  $E$  : 탄성계수,  $D$  : 판의 휨강성,

**Table 5** The ratio of natural frequency of plate subjected to in-plane stress

In-plane stress	This study ( $\bar{\omega}/\omega_c$ )	Ref.(1)	Error
0	1	1	-
0.2ocr	0.8945	0.8944	0.001
0.4ocr	0.7747	0.7746	0.013
0.6ocr	0.6324	0.6325	0.016
0.8ocr	0.4466	0.4472	0.134

$\bar{\omega}$  : Frequency of in-plane stress

$\omega_c$  : Natural frequency of plate

탄성계수( $E$ ) :  $2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$   
 변단면율( $\alpha$ ) : 0.2, 0.25, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8  
 (변단면율은 판의 평균 두께를 일치시켜 판의 질량을 동일하게 하였다)  
 푸아송 비( $\nu$ ) : 0.167  
 판 지지상태 : 4변 단순지지  
 판의 단위체적당 질량( $\bar{\rho}$ ) :  $2.448 \times 10^{-6} \text{ kgf/cm}^3$   
 집중질량( $M$ ) = 0.05  $m_g$ , 0.1  $m_g$ , 0.15  $m_g$ , 0.2  $m_g$ ,  
 0.25  $m_g$  ( $m_g$  : 전체판 질량)  
 Winkler 지반변수 :  $WFP = \frac{k_w \bar{a}^4}{D_0}$  ( $=0, 10, 10^2$ )  
 전단 지반변수 :  $SFP = \frac{k_g \bar{a}^2}{D_0}$  ( $=5$ )  
 판의 폭 및 길이  $\bar{a} \times \bar{b} = 600 \text{ cm} \times 600 \text{ cm}$   
 $\lambda^2 = \omega \bar{a}^2 \sqrt{\rho/D_0}$  : 무차원진동수  
 면내응력 :  $0.4\sigma_{cr}$  ( $\sigma_{cr}$  : 좌굴응력)  
 보강재  $\delta = A_b/\bar{b}h$  : 0.1, 0.2  
 $\gamma = EI_b/\bar{b}D_0$  : 0.4  
 $I_b$  : 보강재의 단면 2차 모멘트,  
 $A_b$  : 보강재의 단면적

Fig. 5는 보강재 크기에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다.  $\gamma=0.4$ 일 경우  $\delta=0.02$ 까지는 고유진동수가 급격히 증가하나 이후의 고유진동수 값은 일정함을 볼 수 있다. 즉 Fig. 5는  $\delta=0.02$  보다

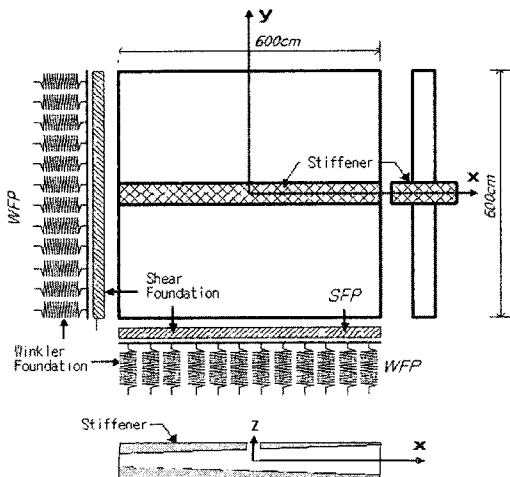


Fig. 4 Stiffened plate modelling on Pasternak foundation

적을 경우 보강재가 진동수에 영향을 미치는 주요 변수로 작용하기 때문이며  $\delta=0.02$  이상인 경우는 보강재가 거의 지지단에 가까워져 판이 양분되어 진동이 발생하는 현상이라고 판단된다.

Fig. 6의 무차원 Winkler 지반변수( $WFP$ )에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다.  $WFP=10^3$ 까지  $WFP$ 가 커질수록 고유진동수의 변화율이 증가함을 알 수 있다. 또 변단면율  $\alpha=0.25, 0.5$ 인 경우 고유진동수의 차이가 거의 없는 것으로 나타났다.

Fig. 7은 집중질량의 크기변화에 따른 보강판의 고유진동수를 비교한 것이다. 지반은  $WFP=10$ 과  $SFP=5$ 를 고려하였으며, 집중질량비가 0.05 이하일 때 변단면율  $\alpha$ 가 작은 경우 큰 고유진동수를 갖으나 집중질량비가 0.05를 초과하는 경우  $\alpha$ 가 작을수록 작은 진동수를 보이며 감소하는 것으로 나타났다.

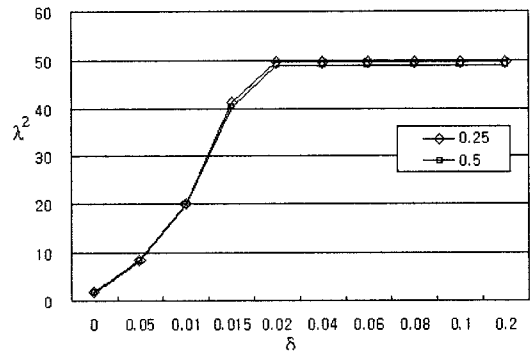


Fig. 5 Comparison of natural frequency according to variation of stiffener sizes ( $WFP=100$ ,  $SFP=5$ , mass( $M=0.25 m_g$ ), in-plane force= $0.4\sigma_{cr}$ )

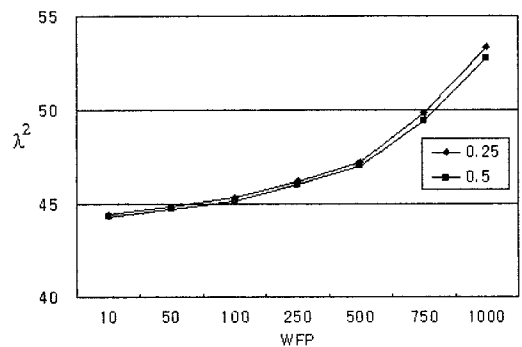


Fig. 6 Comparison of natural frequency according to variation of Winkler foundation parameter ( $\delta=0.1$ ,  $\gamma=0.4$ ,  $SFP=5$ , in-plane force= $0.4\sigma_{cr}$ )

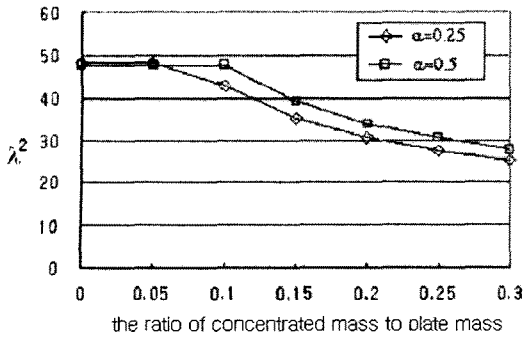


Fig. 7 Comparison of natural frequency according to variation of concentrated mass ( $\delta=0.1$ ,  $\gamma=0.4$ ,  $WFP=10$ ,  $SFP=5$ , in-plane force  $=0.4\sigma_{cr}$ )

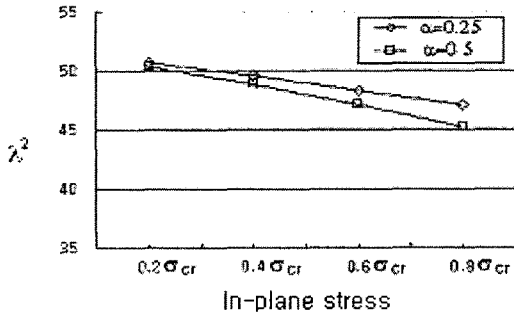


Fig. 8 Comparison of natural frequency according to variation of in-plane Force ( $\delta=0.1$ ,  $\gamma=0.4$ ,  $WFP=100$ ,  $SFP=5$ , in-plane Force  $0.2 \sim 0.8\sigma_{cr}$ )

Fig. 8은 면내응력의 크기에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. 면내응력이 커짐에 따라 고유진동수는 감소하는 것을 알 수 있고 변단면율이 커질수록 면내응력이 커짐에 따라 고유진동수 감소율이 커지는 것을 알 수 있다.

Fig. 9는 지반에 지지되지 않은 보강판에 대해 보강재의 크기에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. 그림에 의하면 보강재의 크기가 커짐에 따라 고유진동수는 일정한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한 변단면율이 커짐에 따라 고유진동수의 변화가 완만함을 보이며 변단면율이 작을수록 고유진동수가 일정한 값에 빨리 도달되는 것을 나타낸다.

Fig. 10은 지반위에 지지된 보강판에 대해 보강재의 크기에 따른 고유진동수의 변화율을 보여 준다. Fig. 9와 비슷한 양상을 나타내나 보강재의 크기에 따른 고유진동수 변화가 Fig. 9보다 급격함을 보인다.

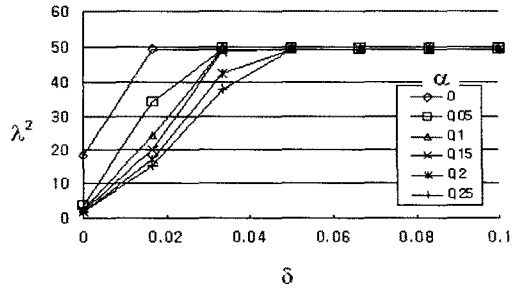


Fig. 9 Comparison of natural frequency according to variation of stiffener sizes and taper ratio ( $WFP=0$ ,  $SFP=0$ , in-plane force  $0.4\sigma_{cr}$ ,  $\alpha=0.25$ )

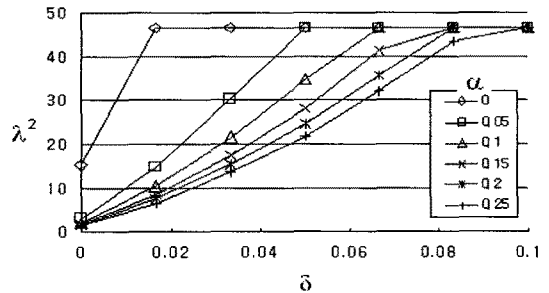


Fig. 10 Comparison of natural frequency according to variation of stiffener sizes and taper ratio ( $WFP=10$ ,  $SFP=5$ , in-plane force  $=0.4\sigma_{cr}$ ,  $\alpha=0.25$ )

#### 4. 결 론

집중질량을 갖고 면내력이 작용하는 변단면 보강 후판에 대해 진동해석을 행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 이 해석의 신뢰성 검증을 위해 중앙집중 질량을 갖는 4변 단순지지 평판, 4변 단순지지 변단면판, 지반에 지지된 집중질량을 갖는 4변 단순지지평판, 4변 단순지지 보강판 및 면내력을 받는 평판에 대해 진동해석을 한 결과 최대 3.89%의 오차를 보였다.

(2) 면내력을 받는 보강 변단면판의 진동수치해석 결과 변단면율과 면내응력이 커짐에 따라 고유진동수 감소율이 커지는 것으로 나타났다.

(3) 보강재의 크기나 지반강성이 커질수록 고유진동수는 증가하다 어느 일정한 값에 수렴을 하였다. 집중질량이나 면내응력이 커질수록 고유진동수는 감소하였다.



## 후 기

이 논문은 2007년도 원광대학교 주산 학술연구재단의 지원에 의해 연구되었음.

## 참 고 문 헌

(1) Hearmon, R. F. S., 1959, "The Frequency of Flexural Vibration of Rectangular Orthotropic Plates with Clamped or Supported Edges", J. appl. Mech. Trans. ASME, pp. 537~540.

(2) Leissa, A. W., 1973, "The Free Vibration of Plates", Journal of Sound and Vibration. Vol. 31, No. 3, pp. 257~293.

(3) Laura, P. A. A and Gutierrez, R. H., 1984, "Vibration of Plates Elastically Supported on a Non-homogeneous Foundation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 95, No. 4. pp. 531~536.

(4) Laura, P. A. A. and Gutierrez, R. H., 1985, "Transverse Vibration of Rectangular Plates on Inhomogeneous Foundations Part I: Rayleigh-Ritz Method", JSV, Vol. 101, pp. 307~315.

(5) Horenberg, J. A. G., & Kerstens, J. G. M., 1985, "Transverse Vibrations of Rectangular Plates on Inhomogeneous Foundations Part II: Modal Constraint Method", Computers and Structures, Vol. 101, pp. 317~324.

(6) Low, K. H., Ng, C. K. and Ong, Y. K., 1993 "Comparative Study of Frequencies for Carrying Mass", ASCE J.Engng Mech. ASCE, Vol. 119, No. 5, pp. 917~937.

(7) Lee, S. G., 1996, "Stability of Rectangular Plates with Cutouts", 3rd Asian-Pacific Conference on Computational Mechanics(APCOM-3), Seoul Korea, pp. 479~484.

(8) Lee, Y.-S., etc., 1999, "A Study on the Buckling and the Vibration Analysis of the Stiffened

Plates with Elastic Spring", Proceedings of the Computational Structural Engineering Institute Conference, Vol. 12, No. 2, pp. 35~42.

(9) Mecit, C. and Ahmet, S., 1999, "A Method for the Analysis of Plates on a Two-parameter Foundation", Computer and Structure, Vol. 36, pp. 2891~2915.

(10) Matsunaga, H., 2000 "Vibration and Stability of Thick Plates in Elastic Foundations", Journal of Engineering Mechanics, pp. 27~34.

(11) Oh, S. K., 2003, "Free Vibration Analysis of Thick Plate Subjected to In-plane Force on Inhomogeneous Pasternak Foundation", Korean Society of Steel Construction, Vol. 15, No. 3, pp. 291~298.

(12) Lee, Y. S. and Kim, I. J., 2005 "Free Vibration Analysis of Tapered Opening Thick Plate", Proceedings of KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 907~910.

(13) Kim, I. J., Lee, Y. S. and Oh, S. K., 2004, "Dynamic Stability Analysis of Tapered Thick Plate", Proceedings of KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 894~897.

(14) Sheikh, I. A., Elwi, A. E. and Grondin, G. Y., 2003, "Stiffened Steel plates under Combined Compression and Bending", Journal of Construction Steel Research Vol. 59, pp. 911~930.

(15) Lee, B. G., et al, 2007, " Parametric Studies of Flexural Free Vibrations of Circular Strip Foundations with Various End Constraints Resting on Pasternak Soil", The Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 9, pp. 835~846.

(16) Oh, S. K., 2004, "Stability Analysis of Stiffened Thick Plates on Pasternak Foundation", Doctor's Degree, Graduate School of Wonkwang Univ.