

링 구조물의 맥놀이의 선명도와 맥놀이 주기 조절에 관한 연구

A Study on the Control of the Beat Clarity and the Beat Period in a Ring Structure

김 석 현* · C. X. Cui*

S. H. Kim and C. X. Cui

(2008년 9월 8일 접수 ; 2008년 10월 22일 심사완료)

Key Words : Slight Asymmetry(미소 비대칭성), Mode Pair(모드 쌍), Beat(맥놀이), Equivalent Ring(등가 링)

ABSTRACT

In this study, we propose a new method to control both the beat clarity and beat period in a ring structure. An equivalent ring which satisfies the measured mode condition is determined by using the equivalent ring theory. Theoretical analysis and finite element analysis on the equivalent ring are performed to investigate the effect of the local structural modification on the beat clarity and beat period. Beat clarity and period are improved by attaching asymmetric mass or decreasing local thickness. Through the analysis on the equivalent ring, the proper position and the amount of the local variation are determined to satisfy the required clarity and period condition. All the analysis results are compared and verified by the experiment.

1. 서 론

이 연구에서는 한국종의 소리에서 중요한 맥놀이 특성을 조절하기 위한 구조변경 기법을 제시하고, 그 타당성을 실험적으로 검증한다. 맥놀이는, 종, 타이어, 자이로 링이나 고속 회전 디스크와 같은 축대칭 구조물에서 재질의 불균일성이나 제작과정에서 발생하는 미세한 비대칭성 때문에 진동이 주기적으로 커졌다 작아지는 현상이다⁽¹⁾. 미세한 비대칭 요소는 하나의 링 모드를 매우 근접한 주파수를 갖는 진동 모드 쌍으로 분리시키는데, 이 모드 쌍이 동시에 가진다면 근접한 두 주파수 성분의 간섭에 의하여 맥놀이가 발생한다⁽²⁾. 그러나 이러한 맥놀이 효과를 극대화시키기 위해서는 맥놀이가 선명해야함과 동시에 적절한 주기를 가져야 한다. 현재까지의 연구로

부터 선명한 맥놀이를 위해서는 타격 지점(당좌)의 위치와 모드 쌍의 배치가 특정 조건을 만족시켜야 한다는 사실이 규명되었다⁽³⁾. 또한, 선명한 맥놀이의 발생지점이 원주상에서 주기적으로 분포한다는 사실도 밝혀졌다⁽⁴⁾. 선명한 맥놀이가 발생된다 하더라도, 그 주기가 적절해야만 효과를 기대할 수 있다. 그러나 맥놀이는 모델링이 어려운 미세한 비대칭 요소와, 제조과정에서 제어하기 어려운 비대칭 요소에 의하여 지배되므로, 원하는 조건을 완벽하게 구현하는 것은 불가능하다. 제조 후 맥놀이가 전혀 들리지 않거나, 주기가 적당하지 않아 역효과를 내는 경우가 빈번한데, 이 경우 비대칭성을 변화시켜 맥놀이 특성을 개선하는 작업이 필요하다. 통상적으로 종 하대의 두꺼운 부분을 조금씩 연삭하여 모드 쌍 조건을 변화시킴으로써 맥놀이 특성을 개선시킨다⁽⁵⁾. 그러나 현재까지의 연구는 요구되는 맥놀이 조건을 만족시키기 위하여 어느 지점을 어느 정도 연삭해야 하는지에 대한 정확한 정보를 주지 못하고 있다. 따라서 여러 단계에 걸친 연삭과 반복 측정에 많은 시

† 교신저자 : 정희원, 강원대학교 메카트로닉스공학부
E-mail : seock@kangwon.ac.kr
Tel : (033)250-6372, Fax : (033)257-4190

* 강원대학교 기계메카트로닉스공학부

간이 소요되었고, 원하는 맥놀이 조건을 구현시키지 못하는 경우도 있었다. 이러한 문제점을 극복하고자, 박한길 등은 다 질점을 갖는 미소 비대칭 링과 동일한 맥놀이 조건을 갖는 등가 링의 이론 모델^(6,7)을 이용하여 비대칭 질량이 맥놀이 조건에 미치는 영향을 이론적으로 검토하였다^(8,9). 그러나 가상적으로 주어진 링에 대한 이론 해석이므로, 그 결과를 실제의 맥놀이 조절에 응용하는 데에는 한계가 있었다. 이후, 실제적인 적용을 위하여 비대칭 링의 측정 데이터를 사용하여 등가링을 결정한 후, 등가링의 유한 요소 모델을 이용하여 맥놀이의 주기를 조절하는 기법이 제시되었다⁽¹⁰⁾. 이 연구는 그 후속 연구로서, 등가링을 이용하여 맥놀이의 주기 조건과 동시에 선명한 맥놀이 조건을 모두 만족시키기 위한 방안을 제시한다. 링은 중형 구조물의 링 모드에서 나타나는 맥놀이 현상을 가장 근접하게 구현할 수 있으므로, 이 연구 결과는 한국종의 맥놀이 조절에 매우 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

2. 등가 링 이론

2.1 n차 등가 링의 정의

n차 등가 링이란 주어진 n차 모드 쌍 조건을 만족시키는 링을 의미한다. 이러한 등가 링을 결정한다면, 이에 대한 구조해석을 통하여 구조 변경에 따른 모드 쌍 조건의 변화, 즉 맥놀이 특성의 변화를 예측할 수가 있으며, 나아가 요구되는 맥놀이 조건을 만들기 위한 구조변경 방안을 결정할 수도 있다.

등가 링을 구하기 위하여, 먼저 Flugge의 얇은 셸 이론에 근거한⁽¹¹⁾ 다음의 축대칭 링의 n차 고유진동수를 검토한다.

$$\omega_n = (1/R) \sqrt{E/\rho(1-\nu^2)} \left[\{(n-\alpha_n)^2 + \beta\alpha_n^2(1-n^2)^2\} / (1+\alpha_n^2) \right]^{1/2} \quad (1)$$

여기서, R은 링의 평균반경, E는 재료의 탄성계수, ρ는 밀도, ν는 푸아송 비이다. n은 링 모드의 차수이며, α_n은 원주 접선방향 변위에 대한 반경방향 변위의 진폭비로 다음 식으로 주어진다.

$$\alpha_n = \{(n^2-1)/2n\} \{1+\beta(1-n^2)\} \pm \left[\{(1-n^2)^2/4n^2\} \{1+\beta(1-n^2)\}^2 + 1 \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$\beta = h^2 / (12R^2) \quad (3)$$

여기서, h는 링의 두께이다. 식(2)에서 +부호는 링의 굽힘지배 모드(bending dominated mode)를, -부호는 인장지배 모드(extension dominated mode)를 위하여 사용된다. 그러나 음향의 맥놀이를 결정하는 진동은 굽힘 모드이므로, 이후 + 부호를 적용하는 굽힘 모드와 그 고유진동수만을 검토한다. 이러한 축대칭 링에 다수의 미세한 집중 질량 m_i가 부착되면, 링은 미세한 비대칭성 때문에 모드 쌍을 갖게 된다. 불균일 다질점 비대칭 링에 대하여 Fox는 Rayleigh-Ritz 해석을 통하여, 모드 쌍의 고유진동수와 절점 위상을 다음과 같이 결정하였다⁽⁶⁾.

$$\omega_{nL,nH}^2 = \omega_n^2 \left[\frac{1+\alpha_n^2}{(1+\alpha_n^2) + \sum_i m_i P_{i,n}} \right] \quad (4)$$

$$\tan 2n\psi_n = \frac{\sum_i m_i \sin 2n\phi_i}{\sum_i m_i \cos 2n\phi_i} \quad (5)$$

$$P_{i,n} = [(1+\alpha_n^2) \mp (1-\alpha_n^2)\cos 2n(\phi_i - \psi_n)] / M_0 \quad (6)$$

식(4)에서 고유진동수의 하첨자 L, H는 미소 비대칭성 때문에 발생하는 고유진동수 쌍에서, 미세하게 낮은 진동수와 높은 진동수를 구분하기 위하여 사용한다. 즉, 식(6)의 ∓부호 적용에 따라 미세하게 낮게 나오는 진동수를 ω_{nL}, 높은 진동수를 ω_{nH}로 표기한다. 이후 이러한 고유진동수 쌍에 해당하는 모드 쌍을 L 모드, H 모드로 표기한다. M₀는 비대칭 질량을 제외한 축대칭 링만의 질량을 의미한다. 식(5)에서 ψ_n는 n차 L모드의 절점 위상이고, φ_i는 i번째 집중 질량의 부착 위치이다. n차 모드는 원주 상에서 2n개의 절점(또는 배점)을 가지며, 모드 쌍인 L, H 모드는 서로 π/2n의 위상차를 보인다. 삼각함수의 변환 식을 이용하면 식(4)와 식(5)는 다음 식(7)과 식(8)로 대체할 수 있다.

$$\sum m_i \sin 2n(\phi_i - \psi_n) = 0 \quad (7)$$

$$\sum m_i \cos 2n(\phi_i - \psi_n) = M\lambda_n \quad (8)$$

$$\lambda_n = \frac{(\omega_{nL}^2 - \omega_{nH}^2)(1 + \alpha_n^2)}{(\omega_{nL}^2 + \omega_{nH}^2)(1 - \alpha_n^2)} \quad (9)$$

여기서, M 은 $M_0 + \sum m_i$ 로 비대칭 링의 총 질량이다.

2.2 맥놀이 주기 및 선명도 조절 이론

이전의 연구는 주어진 다 절점 비대칭 링을 대상으로 하였으나, 이 연구에서는 비대칭 요소의 분포를 알지 못하는 링 시편을 대상으로 등가 링을 결정하고자 한다. 즉, n 차 모드 쌍의 측정 결과를 만족시키는 등가 링을 결정하고, 이를 이용하여 요구되는 모드 쌍 조건을 만족시키기 위한 구조 변경 방안을 찾는다.

맥놀이 특성을 개선시키려는 링의 총질량이 M 이고, L 모드의 절점 위치가 ψ_n , 고유진동수 쌍이 ω_{nL}, ω_{nH} 로 측정되었다고 하자. 이러한 n 차 모드 쌍 조건을 만족시키는 가장 단순한 n 차 등가 링은 축대칭 링과 ϕ_{eq} 위치에 부착된 하나의 비대칭 질량 m_{eq} 로 구성된다. 이론상 주어진 모드 쌍 조건을 만족시키는 등가 링은 여러 개가 나올 수 있다. 그러나 모든 등가 링에 대한 비대칭성의 변경은 동일한 모드 쌍의 변화를 가져온다는 연구결과⁽⁹⁾에 근거하여, 이 연구에서는 1개의 비대칭 질량을 갖는 가장 단순한 등가 링을 사용한다. 이 경우, 측정된 n 차 모드 쌍 조건을 만족시키는 등가 링의 비대칭 질량의 크기 m_{eq} 와 부착 위치 ϕ_{eq} 는 식 (7)~(9)로부터 다음과 같이 결정된다.

$$m_{eq} \sin 2n(\phi_{eq} - \psi_n) = 0 \Rightarrow \phi_{eq} = \psi_n + \frac{\pi}{2n} \quad (10)$$

$$m_{eq} \cos 2n(\phi_{eq} - \psi_n) = M\lambda_n \Rightarrow m_{eq} = M\lambda_n \quad (11)$$

이 등가 링에 맥놀이 조건을 변화시키기 위하여 2차 질량 m_2 를 부착시킨다. 이 경우 변화된 고유진동수 쌍 $\omega'_{nL}, \omega'_{nH}$ 와, L 모드의 절점 위상 ψ'_n 는 식 (4)와 식 (5)를 이용하여 다음과 같이 결정된다.

$$\tan 2n\psi'_n = \frac{m_{eq} \sin 2n\phi_{eq} + m_2 \sin 2n\phi_2}{m_{eq} \cos 2n\phi_{eq} + m_2 \cos 2n\phi_2} \quad (12)$$

$$\omega'_{nL,nH}{}^2 = \omega_n^2 \left[\frac{1 + \alpha_n^2}{(1 + \alpha_n^2) + m_{eq} P_{eq,n} + m_2 P_{2,n}} \right] \quad (13)$$

여기서,

$$P_{eq,n} = [(1 + \alpha_n^2) \mp (1 - \alpha_n^2) \cos 2n(\phi_{eq} - \psi'_n)] / M_0 \quad (14)$$

$$P_{2,n} = [(1 + \alpha_n^2) \mp (1 - \alpha_n^2) \cos 2n(\phi_2 - \psi'_n)] / M_0 \quad (15)$$

식 (12)와 식 (13)에서 질량 m_2 의 크기와 부착 위치 ϕ_2 를 조절하면, 요구되는 n 차 모드의 주파수 쌍과 절점 위치 조건을 구할 수 있으며, 결과적으로 맥놀이 주기와 선명도를 조절할 수 있다.

3. 등가 링의 결정

3.1 등가 링의 제원

Fig. 1은 맥놀이 조절에 사용한 링이며, Table 1의 제원에서 총 질량 $M = 2839g$ 에는 가속도계의 질량 $2.4g$ 이 포함된다. 이 연구에서는 1차 링 모드인 $n=2$ 모드를 대상으로 맥놀이 조절을 시도한다. 링 시편을 32등분하여 구한 초기의 모드 쌍은 Fig. 2와 같다. 32번 점을 타격점으로 정할 때, L 모드 배점의 위치는 37.1° (3번과 4번 사이)와 이로부터 90° 간격으로 분포하고, H 모드의 배점은 82.1° (7번과 8번 사이) 및 이로부터 90° 간격으로 위치하였다. 등가 링 이론에 따라 현재의 링 시편은 축대칭 링의 37.1° 위치에 m_{eq} 의 비대칭 질량이 부착된 것으로 볼 수 있다. m_{eq} 의 크기는 Table 1에 주어진 주파수 쌍의 측정값을 만족시키는 조건을 사용하여, 식 (11)로부터 다음과 같이 결정된다.

$$m_{eq} = M \frac{(\omega_{nL}^2 - \omega_{nH}^2)(1 + \alpha_n^2)}{(\omega_{nL}^2 + \omega_{nH}^2)(1 - \alpha_n^2)} = 0.0363kg \quad (16)$$

결과적으로 등가 링은 링 시편과 동일한 반경을 갖는 축대칭 링의 37.1° 위치에, $0.0363kg$ 의 비대칭 질량이 부착된 링으로, 축대칭 링의 질량은 다음과 같다.

$$M_0 = M - m_{eq} = 2.803kg \quad (17)$$

비대칭 질량비 m_{eq}/M_0 은 0.0130 이며, 등가 링을 구하는 과정에서 미세하게 조정된 탄성계수는 $E = 195.3 Gpa$ 이로 결정되었다. 이 경우 축대칭 링만



Fig. 1 Ring specimen.

Table 1 Dimensions and frequencies of ring specimens

Average radius R	0.199 m	
Average thickness h	0.007 m	
Average width d	0.04 m	
Total mass M	2.839 kg	
Mass density ρ	8006.7 kg/m ³	
Young's modulus	195.3 GPa	
Poisson's ratio ν	0.3	
$n=2$ mode frequency	ω_{2L}	111.67 Hz
	ω_{2H}	112.53 Hz

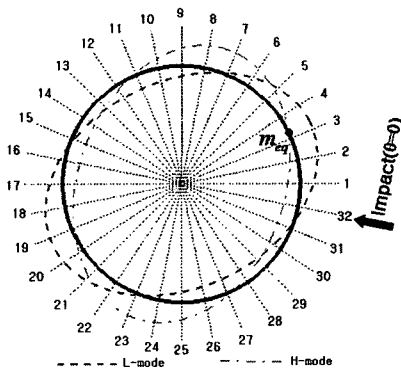


Fig. 2 Striking position and $n=2$ mode pair of the ring

의 고유진동수는 식 (1)로부터 $\omega_2 = 112.822\text{Hz}$ 로 계산되었다.

3.2 등가 링의 유한요소모델

등가 링에 대한 질량 부착 효과는 이론적으로도 예측이 가능하나, 국부적 두께 변화의 효과를 보기 위해서는 등가 링의 유한 요소모델이 필요하다. 축대칭 링만을 대상으로 360개의 선형 보요소로 모델링하여 유한요소해석을 수행하였다. 해석결과,

축대칭 링의 고유진동수는 $\omega_2 = 107.590\text{Hz}$ 로 앞

에서 구한 이론치($\omega_2 = 112.822\text{Hz}$)보다 낮게 나왔다. 다음으로 비대칭 질량을 부착하여 등가 링을 대상으로 유한요소해석을 하였을 때, 주파수 쌍은 $\omega_{2L} = 106.54\text{Hz}$, $\omega_{2H} = 107.35\text{Hz}$ 로 나왔다.

맥놀이 주파수는 0.81Hz로, 대칭 링의 고유진동수 차이에도 불구하고, 맥놀이 주파수의 측정치 0.86Hz에 근접하였다.

4. 맥놀이 조절

4.1 맥놀이 조건

링 구조의 진동응답은 다음 식으로 표시된다⁽⁴⁾.

$$\ddot{W}_n(\theta, t) = C_n e^{-\zeta_n \omega_{na} t} [\cos n(\theta^* - \psi_L) \cos n(\theta - \psi_L) \sin(\omega_{nL} t) + \cos n(\theta^* - \psi_H) \cos n(\theta - \psi_H) \sin(\omega_{nH} t)] \quad (18)$$

여기서 θ^* 는 타격지점이고 C_n 은 모드 상수이며, n 차 모드의 주파수 쌍과 감쇠비 쌍에 대하여 다음의 평균치를 사용한다.

$$\omega_{na} = (\omega_{nL} + \omega_{nH})/2 \quad (19)$$

$$\zeta_{na} = (\zeta_{nL} + \zeta_{nH})/2 \quad (20)$$

좋은 맥놀이의 첫 번째 조건은 선명한 맥놀이이다. 선명한 맥놀이는 타격지점이 L, H 모드 쌍의 절점(또는 배)의 정 가운데에 위치할 때 발생한다. 즉, 식 (18)에서 L, H 모드 쌍이 대등하게 가진되어야, L, H 주파수가 완전한 보강과 상쇄가 이루어져 산과 골이 선명한 맥놀이가 발생한다. $n=2$ 모드에서 이 조건을 만족시키려면, Fig. 2의 타격지점을 중심으로 좌우 22.5°위치에 L, H 모드의 절점이 위치하여야 한다. 그림처럼 이 조건을 만족시키지 못하는 경우, 모드 쌍의 배치를 이동시켜 그 조건을 맞추어야 한다.

두 번째 조건은 맥놀이의 주기이다. 최적의 맥놀이 주기를 정하는 것은 심리음향학적 문제로, 아직까지 이에 대한 체계적인 연구는 보고된 바 없다. 그러나, 저주파수 음의 맥놀이 주기가 너무 길면, 잘 들리지 않고, 고주파수 음의 맥놀이 주기가 너무 짧으면 급한 느낌을 준다. 한국 최고의 범종으로 꼽히는 성덕대왕신종의 경우, $n=2$ 모드의 주파수는 64Hz의 저주파수음인데, 3초 주기의 맥놀이가 오래 지

속되면서 종이 마치 숨을 쉬는 듯, 소리에 생명력을 붙여넣는다. 또한, 168 Hz의 $n=3$ 모드 음에서는 9 초 주기의 맥놀이(어~영 어~영) 하는 소리를 만들어 포효하는 듯, 곡을 하는 듯 매우 독특한 느낌을 주고 있다⁽⁴⁾. 근래에 주조하는 여러 대형 중에서도 성덕대왕신종의 맥놀이를 재현시키려는 노력이 있었으나, 아직까지는 기술적 어려움이 있다.

4.2 비대칭 질량을 이용한 맥놀이 조절

Fig. 2에서와 같이, 현재의 시편은 타격지점(32번 지점)을 타격할 때, H 모드가 더 크게 가진되어 선명한 맥놀이가 발생하지 않는다. 선명한 맥놀이를 위해서 $\pm 22.5^\circ$ 위치에 L, H 모드의 절점(또는 배)가 오도록, 식 (12)에 $\psi'_n = 22.5^\circ$ 를 대입한다. 이 조건을 만족시키는 2차 질량 m_2 의 부착 위치 ϕ_2 는 다음과 같이 결정된다.

$$m_2 = -m_{eq} \frac{\cos 2n\phi_{eq}}{\cos 2n\phi_2} \quad (21)$$

식 (21)은 부착 위치 ϕ_2 에 따라 질량 m_2 의 크기가 다르게 결정된다는 것을 의미한다. 양의 m_2 는 질량을 추가해야함을 의미하고, 음의 값은 질량을 제거해야함을 의미한다. 부착 위치별로 m_2 가 결정되면, 식 (13)으로부터 변화된 주파수 쌍이 결정되고, 이로부터 맥놀이 주기가 결정된다. Fig. 3(a)는 $\psi'_n = 22.5^\circ$ 조건을 만족시키기 위한 2차 질량의 부착 위치와 크기 관계를 보인다. 실선은 부착 위치에 따라 결정된 비대칭 질량 m_2 의 크기를 보이고, 점선은 결정된 2차 질량을 부착할 때 맥놀이 주기의 이론 예측치를 보인다. 해석과 실험결과의 비교를 위하여 원주상 5.625° 간격으로 2차 질량을 부착할 때의 맥놀이 주기의 유한요소 해석치와 실험치를 구하였다. 그림에서 맥놀이 주기의 이론적 예측치와 유한요소 예측치는 거의 일치한다. 두 해석 결과는 측정치와 약간의 차이를 보이나, 전반적으로 측정치는 해석 곡선에 거의 근접한다. Fig. 3(b)는 2차 질량의 부착에 따른 $n=2$ 의 L 모드 배점의 위치를 확인한 결과이다. 배점은 등가 링의 이론, 유한요소해석, 실험치 모두에서 $\pm 22.5^\circ$ 에 위치하고 있다. 즉, 당초의 목표대로 타격점인 32번 지점을 중심으로 $\pm 22.5^\circ$ 에 L, H 모드의 절점(또는 배점)이 위치하면서, 선명한

맥놀이가 발생한다.

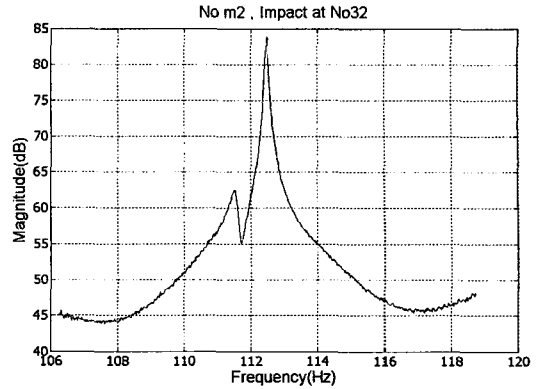
부착 효과는 90° 를 주기로 반복되므로, 90° 의 범위에서만 결과를 표시하였다. Fig. 3(a)의 곡선을 이용하면 요구되는 맥놀이 주기를 갖게 하는 2차 질량의 부착 위치와 크기를 결정할 수가 있다. 그림에서 원안에 표시된 4초 주기의 맥놀이 조건을 목표로 하여 2차 질량을 결정하고자 한다. 먼저 2차 질량을 부착하기 전, 32번 지점을 타격하고 같은 지점에서 측정된 응답을 Fig. 4(a)에 보인다. H 주파수가 훨씬 강하게 발생되어 선명한 맥놀이를 들을 수 없었고 주파수 쌍의 차이도 0.86 Hz로 약 1.2초의 빠른 맥놀이가 발생하는 상태였다. 목표로 하는 4초 주기의 맥놀이를 만들기 위해서는 비대칭성을 감소시켜 L, H 주파수의 차이를 감소시켜야 한다. 곡선에서 이 조건을 만족시키는 2차 질량의 부착 위치는 86.3° 으로 결정되었고, 식 (21)에서 그 크기는 32g으로 결정되었다. 2차 질량을 부착한 후 측정된 주파수 쌍은 Fig. 4(b)의 두 피크 주파수인 111.36 Hz와 111.59 Hz로 나왔다. 그 맥놀이 주기는 4.3초로 거의 목표치에 근접하고, 동시에 L, H 모드는 그림에서와 같이 대등하게 발생되면서 선명한 맥놀이를 만든다.

4.3 비대칭 두께변화를 이용한 맥놀이 조절

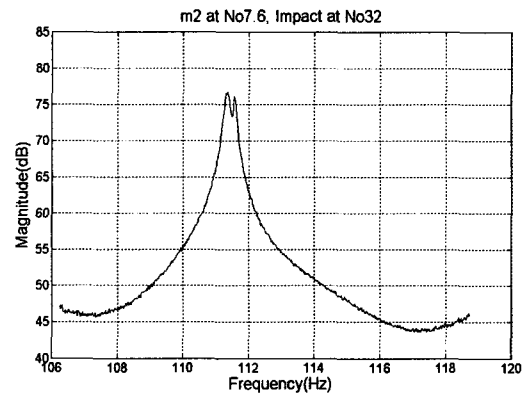
실제적으로 맥놀이 특성의 개선은 국부적인 두께 감소를 통하여 이루어진다. 국부적으로 두께를 감소시키는 것은 해당 부분의 질량과 굽힘 강성을 동시에 감소시킨다. 그러나 두께의 3층에 비례하는 굽힘 강성의 감소가 두께에 비례하는 질량의 감소보다 훨씬 크므로 고유진동수는 떨어진다. 특히, L 모드 배 위치에서의 두께 감소는 L, H 모드 쌍의 주파수 차이를 더욱 크게 만들어 맥놀이 주기를 감소시킨다.

반대로 H 모드 배 지점의 두께 감소는 모드 쌍의 주파수 차이를 감소시켜 맥놀이 주기를 증가시킨다. 이러한 결과는 2차 질량 부착 효과와 비교할 때, 정도의 차이는 있으나 그 경향은 매우 유사한 것으로 선행 연구에서 확인되었다⁽¹⁰⁾. 문제는 요구되는 맥놀이 주기를 만들기 위한 두께의 감소량을 결정하는 것이다. 이 문제는 등가 링의 유한요소 모델을 이용함으로써 해결이 가능하다. 앞에서 선명한 맥놀이 조건을 만족시키는 2차 비대칭 질량의 부착 지점 (86.3°)에 Fig. 5에서와 같이 국부적으로 두께를 감

소시켰다. 4초의 주기를 만드는 두께 감소량을 찾아 내기 위하여, 두께 감소량을 늘려가면서 맥놀이 주기와 L 모드 배점의 위치 변화를 검토하였다. 연삭은 4° 길이(링 내측 길이 13.4 mm)에 걸쳐 수행되었다. Fig. 6의 실선과 점선은 각각 두께의 감소량에 따른 맥놀이 주기와 L 모드 배점의 위치를 유한요소 해석으로 구한 결과이다. 실선은 맥놀이 주기를, 점선은 L 모드 배의 위치를 표시한다. 두께의 감소량이 커지면서 비대칭성이 감소하여 맥놀이 주기는 서서히 증가한다. 두께 감소량이 16.2%에 이를 때, 맥놀이 주파수는 4초로 목표치에 도달하였다. 동시에 L 모드의 배점은 22.5°에 위치하여 선명한 맥놀이 조건을 충족시켰다. 등가 링에 대한 유한요소해석 결과의 신뢰도를 검증하기 위하여, 링 시편을 대상으로 실험을 수행하였다. 해석에서와 동일한 조건으로 연삭량을 조금씩 늘려가면서 모드 쌍의 배치와 맥놀이 주기를 측정하는 작업을 반복하였다. 측정 결과를 Fig. 6에 해석치와 비교하여 표시한다. 그림에서 두께 감소비 15.3%(1.1 mm 연삭)와 17.2%

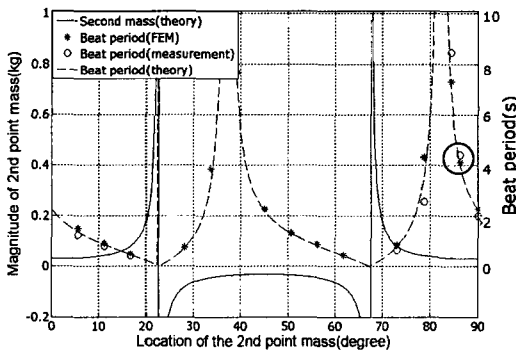


(a) Before 2nd mass attachment

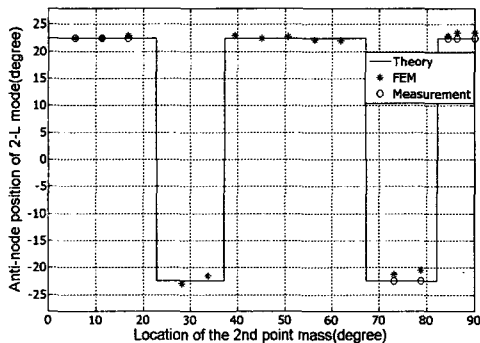


(b) After 2nd mass is attachment

Fig. 4 Frequency pair [impact and response at point 32]



(a) Beat period vs. second mass.



(b) Anti-node position vs. second mass.

Fig. 3 Second mass effect on the mode pair



Fig. 5 Local thickness decrement

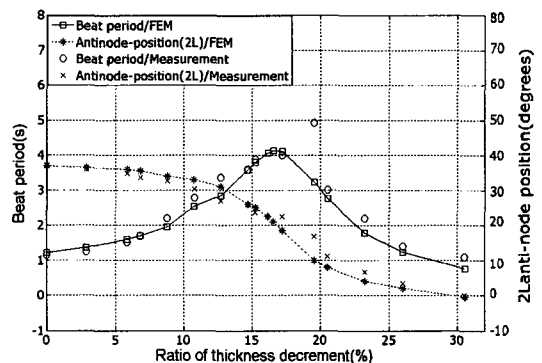


Fig. 6 Beat period and anti-node position vs. thickness decrement.

(1.2mm 연삭)에서 맥놀이 주기는 각각 3.9초와 4초로 확인되었고, L 모드 배점은 23.6°와 22.5°에 위치하였다. 이는 선명한 맥놀이 조건과 맥놀이 주기의 목표치가 동시에 충족됨을 의미한다. 또한 예측치와 실험 결과는 맥놀이 조건의 목표치 부근에서만 아니라, 다른 연삭 량에서도 전반적으로 근접하고 있다. 실제로 범종에서 중요한 $n=2$ 및 $n=3$ 모드는 범종의 종축상에서 위상변화를 갖지 않으므로 링에서와 매우 유사한 맥놀이 거동을 보인다. 따라서 등가 링의 유한요소해석 모델은 한국종에서 요구되는 맥놀이를 위한 비대칭성의 개선 방안을 찾는 데 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

3. 결 론

주어진 비대칭 링과 동일한 모드 쌍 조건을 갖는 등가 링을 구성하였다. 등가 링을 대상으로, 요구되는 맥놀이 조건을 만족시키기 위한 2차 질량의 크기와 부착 위치를 이론 및 유한요소해석으로 예측하였다. 나아가 등가 링의 유한요소모델을 이용함으로써, 요구되는 맥놀이 조건을 만족시키기 위한 국부적 두께 감소량과 그 위치를 예측할 수 있었다. 예측결과는 측정치에 매우 근접하였다. 제시된 방법을 통하여 선명함과 동시에, 요구되는 주기를 갖는 맥놀이가 나오도록 비대칭성을 효과적으로 개선할 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Rayleigh, J. W. S., 1945, "The Theory of Sound", Vol. 1, New York, Dover Publications.
- (2) Kim, S. H., Sodel, W., Lee, J. M., 1994, "Analysis of the Beating Response of Bell Type Structures", Journal of Sound Vibration, Vol. 174, No. 4, pp. 517~536.
- (3) Kim, S. H., Park, S. G., Park, G. Y. and Suh, B. S., 2002, "Beat Maps of a Slightly Asymmetric Ring", Transactions of Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 12, No. 9, pp. 685~693.
- (4) Kim, S. H., Lee, C. W. and Lee, J. M., 2005, "Beat Characteristics and Beat Maps of the King Seong-deok Divine Bell", Journal of Sound Vibration, Vol. 281, pp. 21~44.
- (5) Lee, J. M., Kim, S. H., Lee, S. J., Jeong, J. D. and Park, H. G., 2002, "A Study on the Vibration Characteristics of a Large Size Korean Bell", Journal of Sound Vibration, Vol. 257, No. 4, pp. 779~790.
- (6) Fox, C. H. J., 1990, "A Simple Theory for the Analysis and Correction of Frequency Splitting in Slightly Imperfect Rings", Journal of Sound Vibration, Vol. 142, No. 2, pp. 227~243.
- (7) Rourke, A. K., McWilliam, S., Fox, C. H. J., 2001, "Multi-mode Trimming of Imperfect Rings", Journal of Sound Vibration, Vol. 248, No. 4, pp. 695~724.
- (8) Park, H. G., Kim, S. H., and Kang, Y. J., 2008, "Dual Mode Tuning Strategy of a Slightly Asymmetric Ring", Journal of Acoustical Society of America, Vol. 123, No. 3, pp. 1383~1391.
- (9) Park H. G., Kim, S. H. and Kang, Y. J., 2007, "Analytical Method of Beat Tuning in a Slightly Asymmetric Ring" Journal of Mechanical Science and Technology Vol. 21, pp. 1226 ~1234.
- (10) Kim, S. H. and Cui, C. X., 2008, "Beat Control Method Using the Finite Element Analysis of an Equivalent Ring Model", Journal of Acoustical Society of Korea, Submitted and Accepted.
- (11) Soedel, W., 1993, "Vibrations of Shells and Plates", 2nd Ed., Marcel Dekker, Inc.