

## 손상역학에 의한 레일의 구름접촉피로 연구

강 성 수†

(원고접수일 : 2008년 3월 20일, 원고수정일 : 2008년 7월 10일, 심사완료일 : 2008년 7월 10일)

### A Study on Rolling Contact Fatigue of Rail by Damage Mechanics

Sung-Soo Kang†

**Abstract** : The rail/wheel rolling contact affects the microstructure in the surface layer of rail. Recently, continuum damage mechanics allows us to describe the microprocesses involved during the straining of materials and structures at the macroscale. Elastic and plastic strains, the corresponding hardening effects are generally accepted to be represented by global continuum variables. The purpose of continuum damage mechanics is to introduce the possibility of describing the coupling effects between damage processes and the stress-strain behavior of materials. In this study, the continuum damage mechanics caused by elastic deformation was briefly introduced and applied to the fatigue damage of the rails under the condition of cyclic loading. The material parameter for damage analysis was first determined so that it could reproduce the life span under the compressive loading in the vicinity of fatigue limit. Some numerical studies have been conducted to show the validity of the present computational mechanics analysis.

**Key words** : Rolling contact fatigue(구름접촉피로), Material damage(재료손상), Continuum damage mechanics(연속체손상역학), Rail(레일)

#### 1. 서 론

연속체역학에 의한 구조물의 응력변형해석에 있어서는 재료 내부에 존재하는 마이크로크랙과 마이크로보이드의 발생 및 이들의 성장과 합체에 따른 크랙의 진전, 파단 등의 재료손상과 파괴현상은 일반적으로 고려되지 않았다<sup>[1]</sup>. 그러나, 최근 연속체 역학의 관점에서 손상, 피로파괴, 파단 등의 역학적 특성을 모델링하여 고려할 수 있는 연속체손상

역학(Continuum damage mechanics)이 개발되어<sup>[2],[3]</sup>, 이에 기초를 둔 구성방정식을 도입한 유한요소해석법인 국소적 파괴해석법(Local analysis to fracture)에 의해, 구조해석과 손상·파괴해석을 융합한 수치해석이 가능하게 되었다<sup>[4]</sup>. 이 방법의 실용화를 위해선, 재료정수의 결정을 포함한 모델링, 해의 요소크기 의존성 등, 현시점으로선 몇 가지 문제점이 있지만, 응력변형해석과 재료 파괴해석의 통합화에 대한 유력한 접근방

† 교신저자(전주대학교 기계자동차공학과, E-mail: sskang@jj.ac.kr, Tel: 063)220-3077)

법이라고 이해되고 있다.

한편, 철도차량과 레일에 대한 적절한 유지보수 및 관리를 위해, 반복하중의 작용을 받아 재료손상 및 열화를 받는 구조 요소의 수명 평가법의 확립이 요구되고 있다<sup>[5]</sup>. Fig. 1과 같은 셸링 손상은 레일 상단면에 빈번하게 발생하는 구름접촉피로 현상의 하나로, 단독으로 발생하는 결함이 아니라 차륜의 접촉에 의한 마멸과 반복된 하중으로 인해 광범위에 걸쳐 수평균열 및 횡균열 등의 피로손상을 발생시킨다<sup>[6]</sup>. 방치해 두면, 균열의 성장에 따른 레일의 파단을 발생시킬 수 있기 때문에, 지속적인 유지보수를 통하여 레일 표면층을 깎아내어 균열 발생을 억제하고 있다. 이와 같이 레일 상단부 표면 또는 표면 바로 아랫면을 기점으로 하는 구름접촉 피로균열의 성장 메커니즘에 관한 연구가 이뤄지고 있지만, 실제 발생하는 상황을 충분히 설명하기에는 아직 부족하다<sup>[7]</sup>.

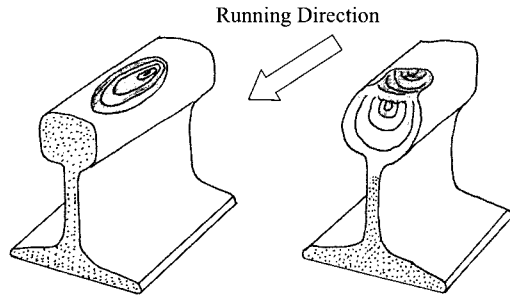


Fig. 1 Crack initiation by shelling damage (Left : Horizontal type, Right : Vertical type)

본 연구에서는 국소적 파괴해석법을 이용하여, 구름접촉으로 인해 레일 상단면에 발생하는 셸링손상 등의 피로손상문제로의 적용에 관하여 고찰하였다

## 2. 국소적 파괴해석법에 따른 피로손상해석

연속체손상역학에 있어서 손상의 정도를 나타내는 상태변수인 손상변수를 도입함에 따라, 마이크로크랙 또는 마이크로보이드 등의 미시적 손상 효과가 연속체역학의 범주 내에서 고려할 수 있게 되

었다. 손상역학에 관한 이론은 크게 스칼라 손상 변수를 이용하는 등방성 이론과 벡터 또는 텐서 손상 변수를 사용하는 이방성 이론으로 나눌 수 있다. 본 장에서는 레일의 피로 손상 문제에 적용하기 위해, 손상역학과 유한요소법에 의한 국소적 파괴해석법에 의한 완전연성해석과 부분연성해석의 개요를 설명한다<sup>[2]</sup>.

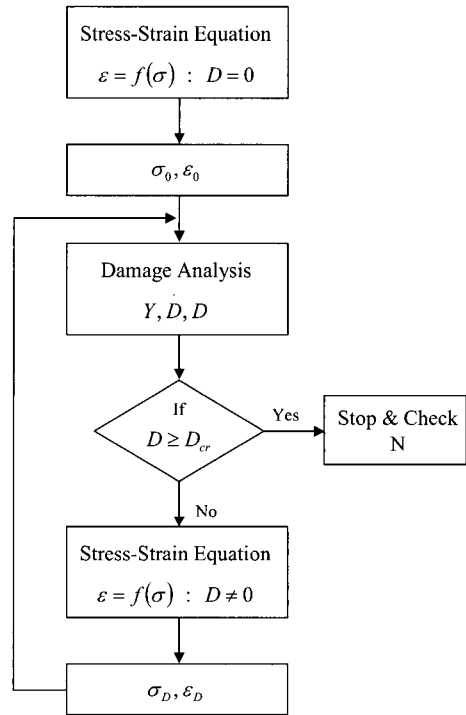


Fig. 2 Computational procedure of locally-coupled damage analysis

Fig. 2는 변형해석과 손상해석을 고려한 해석과정을 나타내고 있다. 여기서,  $f$ 는 손상  $D$ 를 고려한 응력-변형률 구성방정식이며,  $\sigma_0$ 와  $\epsilon_0$ 는 각각 손상이 발생하지 않은 상태에서의 응력과 변형률이며,  $\sigma_D$ 와  $\epsilon_D$ 는 각각 손상이 발생한 상태에서의 응력과 변형률을 나타낸다.

### 2.1 완전연성해석

손상 발전을 고려한 크리프 소성 등방경화이론에 의한 점소성 변형률 속도 벡터 $\{\dot{\epsilon}^{ip}\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\dot{\epsilon}^{vp}\} = \frac{3}{2} p \frac{\{\sigma^d\}}{\sigma_{eq}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \left( \frac{2}{3} \{\dot{\epsilon}^{vp}\}^T \{\dot{\epsilon}^{vp}\} \right)^{1/2} \\ &= \left\langle \frac{\sigma_{eq}/(1-D) - R - k}{K} \right\rangle^N \end{aligned} \quad (2)$$

$$R = Q_1 p + Q_2 [1 - \exp(-bp)] \quad (3)$$

이 식은 Chaboche와 Russelier에 의한 점소성 구성식<sup>(8)</sup>을, 손상발전을 고려한 클리프 소성등방경화모델로 확장한 것이다<sup>(9)</sup>. 여기서,  $\dot{p}$ ,  $\{\sigma^d\}$  및  $\sigma_{eq}$ 는 각각 누적 상당점소성변형률의 변화율, 편차 응력 및 Mises의 상당응력이다.  $D$ 는 손상변수이며, 6개의 파라미터  $K, N, k, Q_1, Q_2, b$ 는 재료정수이며,  $\langle \rangle$ 는 Macauley괄호이다.

등방성손상발전식으로서 다음 식을 이용한다<sup>(10)</sup>.

$$\begin{aligned} \dot{D} &= \left( -\frac{Y}{S} \right)^s \dot{p} \\ -Y &= \frac{1}{2E(1-D)^2} \times \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left[ \frac{2}{3}(1+\nu)\sigma_{eq}^2 + 3(1-2\nu)\sigma_H^2 \right] \quad (5)$$

여기서,  $Y, E, \nu$  및  $\sigma_H$ 는 각각 탄성에너지 해방율 및 영의 계수, 프와송비 및 정수압 응력이며,  $S$  및  $s$ 는 재료정수이다. 누적 점소성변형률이 한계치  $\epsilon_{pd}$ 를 넘게 되면, 식(4)에 의해 손상이 진전하게 된다. 즉,

$$\dot{D} = 0 \quad : \quad p < \epsilon^{pd} \quad (6-1)$$

$$\dot{D} > 0 \quad : \quad p \geq \epsilon^{pd} \quad (6-2)$$

변형률등가가설에 따르면, 응력변형률 벡터와 탄성변형률 벡터의 관계는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \{\dot{\sigma}\} &= (1-D)\{\dot{\bar{\sigma}}\} - \dot{D}\{\bar{\sigma}\} \\ &= (1-D)[D_e]\{\{\dot{\epsilon}\} - \{\dot{\epsilon}^{vp}\} - \{\dot{\epsilon}^T\}\} - \dot{D}\{\bar{\sigma}\} \\ &= [\bar{D}_e]\{\{\dot{\epsilon}\} - \dot{D}\{\bar{\sigma}\} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\{\dot{\bar{\sigma}}\}, \{\dot{\epsilon}\}, \{\dot{\epsilon}^T\}$ 는 각각 유효응력변화율 ( $\{\dot{\bar{\sigma}}\} = \{\sigma\}/(1-D)$ ), 전변형률속도 벡터 및 열변형률속도 벡터이며,  $[D_e], [\bar{D}_e]$ 는 각각 등방성탄성 재료 및 손상탄성재료에 대한 응력·변형률 행렬이다. 점소성변형률과 손상의 진전을 이러한 식에 의해 고려함으로써, 증분형 유한요소 강성방정식이 아래와 같이 주어진다.

$$[k_o]\{\Delta u\} = \{\Delta f\} + \{\Delta f_{app}\} \quad (8)$$

$$\{\Delta f_{app}\} = \{\Delta f_{vp}\} + \{\Delta f_T\} + \{\Delta f_D\}$$

여기서,

$$[k_o] = \int_V [B_o]^T [\bar{D}_e] [B_o] dV \quad (9)$$

$$\{\Delta f_{vp}\} = \int_V [B_o]^T [\bar{D}_e] \{\Delta \epsilon^{vp}\} dV \quad (10)$$

$$\{\Delta f_T\} = \int_V [B_o]^T [\bar{D}_e] \{\Delta \epsilon^T\} dV \quad (11)$$

$$\{\Delta f_D\} = \int_V [B_o]^T \Delta D \{\bar{\sigma}\} dV \quad (12)$$

식 중에 사용된 기호는 다음과 같다. 미소변형에서의 증분강성행렬:  $[k_o]$ , 절점변위벡터:  $\{\Delta u\}$ , 외력증분벡터:  $\{\Delta f\}$ , 점소성변형률 증분벡터  $\{\Delta \epsilon^{vp}\} (= \{\dot{\epsilon}^{vp}\} \Delta t)$ 에 의한 결보기 외력 증분 벡터:  $\{\Delta f_{vp}\}$ , 열변형률 증분벡터  $\{\Delta \epsilon^T\} (= \{\dot{\epsilon}^T\} \Delta t)$ 에 의한 결보기 외력 증분 벡터:  $\{\Delta f_T\}$ , 손상증분  $\Delta D (= \dot{D} \Delta t)$ 에 의한 결보기 외력 증분 벡터:  $\{\Delta f_D\}$ , 초기유효응력벡터:  $\{\bar{\sigma}\}$ , 미소변형에서의 변형률·절점변위행렬:  $[B_o]$ . 계산 정도와 안정성의 관점으로, 일반적으로는 점선강성법이 비선형유한요소해석에 적합하지만<sup>(11)</sup>, 온도 의존의 재료 비선형문제에 대한 복잡한 정식화와의 이에 따른 코딩을 피하기 위해, 본 해석에서는 식(8)~(12)에서 보인바와 같이 초기 변형률법을 이용하였다.

식(8)~(12)를 전체 요소에 걸쳐 더함으로써 전체 계에 대한 증분형 강성방정식을 시간에 대해 적분하면, 주어진 구조부재의 탄점소성 손상해석이

가능해진다. 수치적 안정성과 정도향상을 위해, 문헌<sup>[12]</sup>과 같은 시간적분 공식으로 중심차분법을 이용하였으며, 이상의 방법은 손상을 고려한 구성방정식을 직접 유한요소해석에 집어넣은 계산법이며, 완전연성해석법이라고 한다.

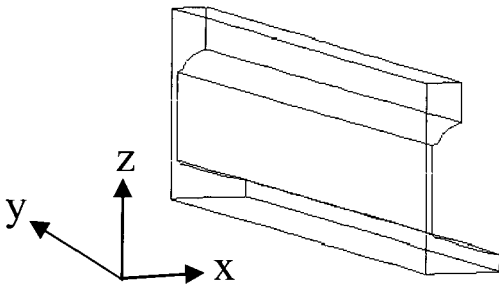


Fig. 3 1/2 rail model

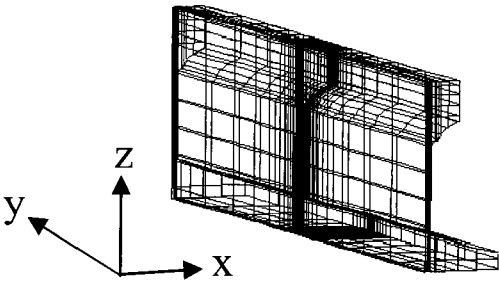


Fig. 4 3-dimensional finite element mesh

2.2 부분연성해석

피로손상해석에는 극히 다수의 하중 사이클(저사이클 피로: 10,000회 이하, 고사이클 피로: 100,000회 이상)에 대한 반복계산이 필요하기 때문에, 2.1절의 완전연성해석법을 실제의 구조부재에 그대로 적용하는 것은, 저사이클 피로의 경우를 제외하고는 거의 불가능하므로, 다음과 같은 부분연성해석법의 계산순서를 따른다.

먼저, 유한요소법에 의한 구조부재의 탄성해석 또는 탄점소성해석에 의해, 반복하중 1사이클에 대한 구조부재내의 응력과 변형률 이력을 구한다. 동시에, 계산된 응력 값 내지 변형률 값에 의해, 손상 평가점(특정요소 내의 특정 수치적분점)을 결정한다. 손상 평가점에 대한 하중 1사이클분의 응력과

변형률 이력을, 식(1)~(7)의 손상을 고려한 탄점소성 구성방정식에 반복 입력함으로써, 평가점에서의 손상 이력을 계산한다.

이 때, 최초로 계산된 응력 또는 변형률이 항복값을 넘어 소성영역에 있는 경우는 저사이클 문제가 되어, 점소성변형을 고려한 2.1절의 정식화를 그대로 이용하면 되지만, 탄성 범위 내에 있는 경우는 고사이클 피로 문제가 되기 때문에, 아래와 같은 수정이 필요하다. 먼저, 식(4), (6-1), (6-2)에서의 누적상당 점소성 변형률  $p$ 는 누적상당 전변형률로 치환된다. 즉,

$$\dot{\epsilon} = \left( \frac{2}{3} \{\dot{\epsilon}^e\}^T \{\dot{\epsilon}^e\} \right)^{1/2} \tag{13}$$

또한, 식(6-1), (6-2)의 손상 진전조건에 다음식이 추가된다.

$$\sigma_{eq} \geq \sigma_f \tag{6-3}$$

이와 같은 계산에 의해 평가점인 수치적분점에서의 손상 이력인 손상변수 값이 다음 조건을 만족할 때, 해당 평가점 근방이 매크로 파괴가 발생했다고 판정한다.

$$D = D_{cr} \tag{14}$$

손상변수  $D$ 의 이론상 최대치는 1이지만, 실제 1미만의 한계치  $D_{cr}$ 에서 재료는 파괴된다.  $D_{cr}$ 은 일

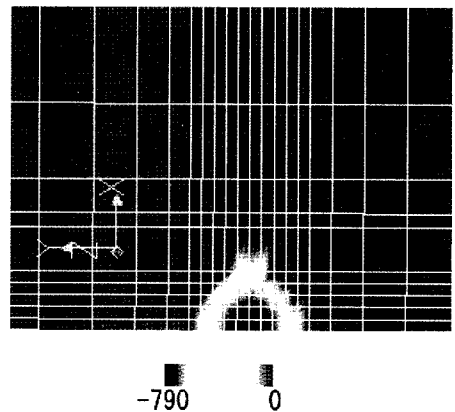


Fig. 5 Stress distribution by vertical direction load(MPa)

반적으로 응력변형을 이력에 의존한다고 볼 수 있지만, 같은 하중 조건에서의 시험결과로부터 이를 결정함을 전제로, 동일 강재에 대해  $D_{cr}$ 은 일정치를 취한다고 가정한다.

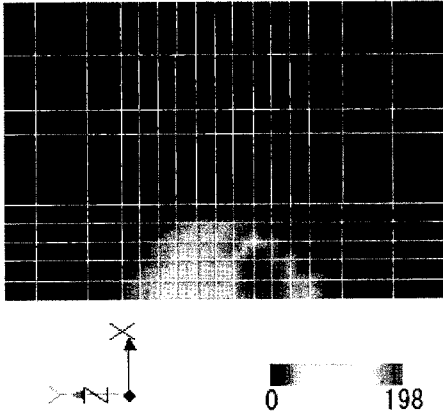


Fig. 6 Stress distribution by horizontal direction load(MPa)

반복된 동일 재하 시에 손상 평가점이 동일 응력 이력을 받지 아니면 동일 변형을 이력을 받는지 는 물리적 판단에 따른다. 차량 중량을 받는 레일 상단면 근방 등에 대해서는 동일 응력 이력을 보인다고 가정할 수 있고, 일반적인 소규모 손상상태에 대해서는 동일 변형을 이력을 보인다고 가정할 수 있다.

### 3. 부분연성해석을 이용한 레일의 피로손상해석

본장에서는 손상을 무시한 유한요소해석 결과로부터 구한 응력 이력을, 손상을 고려한 구성방정식 등에 입력하여, 피로 손상에 대한 부분연성 해석을 실시하였다. Fig. 3은 본 해석에 이용한 레일 모델이며, 실제 레일의 형상을 기본으로 하였다. y방향 길이는 600mm, z방향 높이는 172mm이며, 경계 조건으로 레일 아랫면을 완전고정으로 하였다. Fig. 4는 3차원 6면체요소(1절점 3자유도)에 의한 유한요소분할도로, 특히 차륜과 접촉되어 집중 하중을 받는 레일 중앙부분을 세밀하게 분할하였으

며, 총 요소는 3060개, 총 절점은 4095개이다.

차량 중량은 차륜과 레일의 접촉면을 통하여 레일에 전달되는데, 이러한 차륜과 레일의 상호 작용력은 Kalker에 의해 제안된 이론<sup>[13]</sup>이 보편적으로 사용되며, Fig. 5와 Fig. 6은 각각, Kalker의 접촉이론에 따라 계산한 수직 접촉력과 수평 접촉력이 작용할 경우의 응력 분포도이다. 수직 방향으로 최대 790MPa 정도의 접촉압력과 수평 방향으로 198MPa 정도의 전단응력이 부하되고 있음을 알 수 있다.

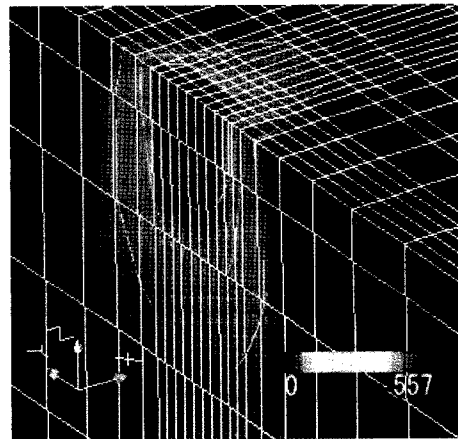


Fig. 7 Equivalent stress distribution(MPa)

Fig. 7은 계산된 접촉력을 외력으로 하여, Fig. 3의 유한요소모델에 재하한 경우의, Mises상당응력 분포도이다. 최대 응력치는 557MPa 정도이며, 접촉면 근방을 포함한 전 레일 영역이 탄성응력 상태에 있다고 볼 수 있다(실제 레일 강재의 항복 응력은 708MPa).

Fig. 8~Fig. 10은 각각 길이 방향으로의 레일 중앙단면과 레일 상단면에 가장 가까운 수치적분점 ( $x=0.2325\text{mm}$ ,  $y=300\text{mm}$ ,  $z=171.15\text{mm}$ )에 대한 1사이클 하중에 대한 에너지해방율과 누적 상당 변형률, 레일 길이 방향에 따른 상당응력 분포도이다. 차량이 레일 상단면을 통과할 때, 각 수치적분점은 이와 같은 응력이력을 받게 되며, 이와 같이 응력이 반복하여 적용될 때, 레일 상단면 근방에서의 피로 손상 정도를 2.2절에서 서술한 부분연성해석법에 따라 계산하였다.

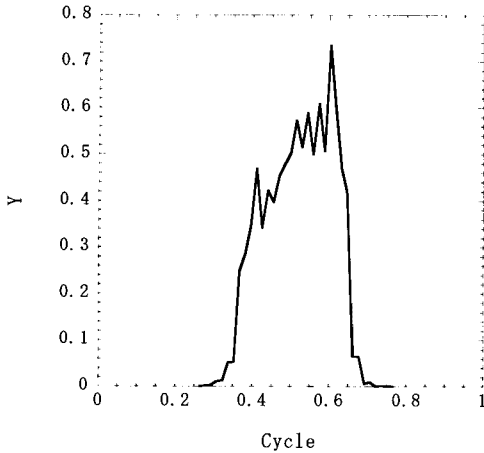


Fig. 8 Energy release rate for 1 cycle

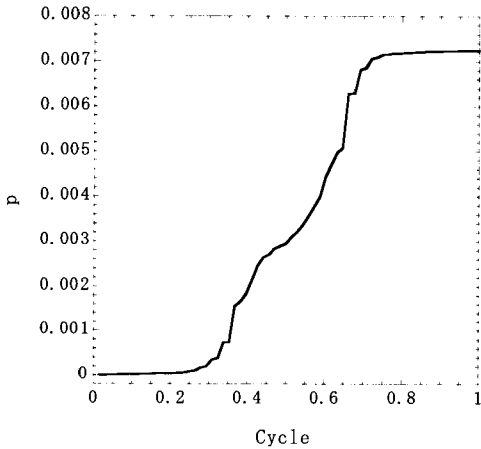


Fig. 9 Accumulated equivalent strain for 1 cycle

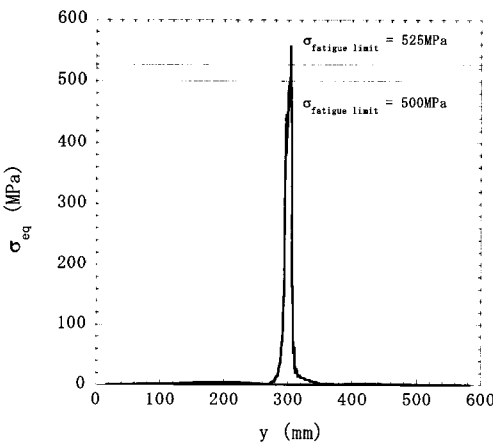
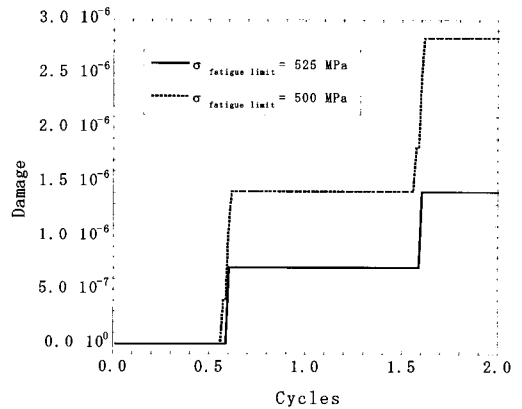
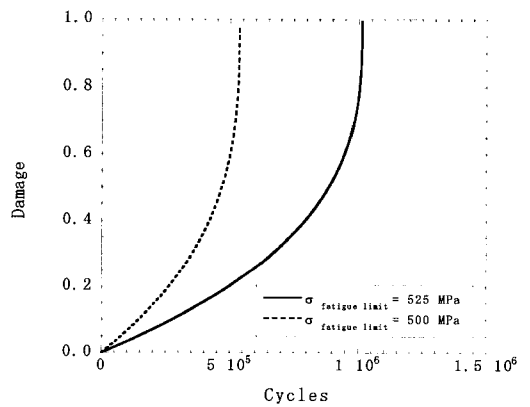


Fig. 10 Equivalent stress curve at surface of rail along long direction

피로한계응력으로서, Fig. 10에 보인 바와 이 500MPa과 525MPa의 2가지 레벨을 가정하였다. Fig. 11(a)는 피로하중을 각각 500MPa과 525MPa로 했을 경우, 초기 하중 사이클에 따른 손상의 발전 정도를 나타내고 있으며, Fig. 11(b)와 같이, 각각의 피로한계응력 하에서, 하중 사이클에 따른 손상의 진전이 빨라지고, 높은 피로한계응력에 대해서는 손상의 진전이 늦어지는 결과를 얻을 수 있었다. 이상과 같은 계산 순서에 의해, 차량 통과에 따른 반복하중을 받는 레일 상단면 근방에서의 손상진전을 평가할 수 있다. 이러한 계산의 정량적인 신뢰도를 높이기 위해, 구성방정식 중의 재료 정수의 결정, 요소 크기에 따른 수치 오차의 제어 등에 대한 검토가 필요하다.



(a) For initial state



(b) For long time

Fig. 11 Damage evolution

#### 4. 결 론

본 연구에서는 철도용 레일의 피로손상 평가를 위해, 손상역학과 유한요소법에 따른 국소적 파괴 해석법의 개략, 즉 완전연성해석법과 부분연성해석법의 계산순서를 제시하였고, 부분연성해석법을 이용한 차량과 레일의 접촉하중에 의한 피로손상에 관한 해석을 실시하여, 에너지 해방율, 누적등가변형률, 등가응력 및 손상의 발전 정도를 파악하였다. 향후 연구과제로서, 계절별 온도변화가 심한 환경에서의 레일에 발생하는 응력변동을 고려한 손상해석 등과 같이, 재료 시험 결과를 충분히 계산에 반영한 실제 손상사례와 비교 검토함으로써 보다 실용적인 피로손상 평가 수법을 확립하고자 한다.

#### 참고문헌

[1] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, "The Finite element method," McGraw-Hill, 4th edition, 1989.  
 [2] J. Lemaitre, "A course on damage mechanics," Springer, 2nd edition, 1996.  
 [3] D. Krajcinovic, "Damage mechanics" North-Holland, 1996.  
 [4] J. Skrzypek and W. Ganczarski, "Modelling of Material Damage & Failure of Structures (Theory and Applications)", Springer, 1999.  
 [5] 서사범, "레일 손상의 예방 대책", 한국철도학회지, 제8권, 제1호, pp.33-37, 2005.  
 [6] 김철수, 여운기, 김영균, "저온하에서 레일강의 피로균열진전거동", 한국철도학회, 2003년도 추계학술대회논문집(III), pp.85-90, 2003.  
 [7] Y. Inoue, Y. Satoh and K. Kashiwaya, "Crystallographical Elucidation in Deformed Layers under Running Surface of Rail," Railway Technical Research Institute(RTRI) Report, Vol.

6, No. 12, pp.59-68, 1992.

[8] J. L. Chaboche and G. Rousselier, "On the plastic and viscoplastic constitutive equations (Part I: Rules developed with internal variable concept)," Journal of Pressure Vessel Technology (Transactions of ASME), 150, pp.153-158, 1983.  
 [9] F. P. E. Dunne and D. R. Hayhurst, "Continuum damage based constitutive equations for copper under high temperature creep and cyclic plasticity," Proceedings of R. Soc. Lond. A, 437, pp.545-566, 1992.  
 [10] L. Lemaitre and J. L. Chaboche, "Mechanics of solid materials," Cambridge university press, 1990.  
 [11] D. J. R. Owen and E. Hinton, "Finite element in plasticity (Theory and practice)," Pineridge press, 1980.  
 [12] Y. Toi, K. Kobashi and T. Iezawa, "Finite element analysis of thermal elasto-plastic behaviors of bridge girders in hot-dip galvanization," Computers and structures, Vol. 53, No. 6, pp.1307-1316, 1994.  
 [13] J. J. Kalker, "Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact," Kluwer Academic Publisher, 1990.

#### 저 자 소 개



#### 姜성수(姜成洙)

1972년 9월생, 1998년 부산대학교 기계설계공학과 졸업(학사), 2000년 동경대학교대학원 환경해양공학과 졸업(석사), 2003년 동경대학교대학원 환경해양공학과 졸업(박사), 현재 전주대학교 기계자동차공학과 조교수