

고고도 모사용 초음속 디퓨저의 시동압력에 대한 연구

윤상규* · 염효원* · 김진곤** · 성홍계*** · 김용욱**** · 오승협****

Study on Starting Pressure of Supersonic Exhaust Diffusers to Simulate high Altitude Environment

SangKyu Yoon* · Hyo-Won Yeom* · Jinkon Kim** · Hong-Gye Sung*** · YongWook Kim**** · SeungHyup Oh****

ABSTRACT

Theoretical and numerical approaches were conducted in order to study supersonic exhaust diffusers to simulate high altitude performance of rockets on the ground. A physical model of concern includes a rocket motor, vacuum chamber, and diffuser, which have axisymmetric configurations. An analysis was conducted to investigate operation characteristics of supersonic exhaust diffusers from a flow-development point of view. Emphasis was placed on theoretical formulation to predict the starting pressure of diffusers, the effect of the vacuum chamber size, and the minimum starting pressure of the rocket motor to start the diffuser.

초 록

고고도에서 작동하는 로켓의 작동 환경을 지상에서 모사하기 위한 초음속 디퓨저의 연구를 위하여 이론적 접근과 수치적 접근을 수행하였다. 물리적 모델은 축대칭 형상을 갖는 디퓨저, 진공챔버, 로켓모터로 구성 하였으며, 유동 발달 측면에서 초음속 디퓨저 작동특성에 관한 연구를 수행하였다. 본 논문은 디퓨저의 시동압력 예측모델, 진공챔버 크기의 효과, 디퓨저 시동을 위한 로켓모터의 최소 시동압력에 대한 연구내용을 수록하였다.

Key Words: Supersonic Diffuser(초음속 디퓨저), High Altitude(고고도), Starting Pressure(작동 압력), Vacuum Chamber(진공 챔버)

Nomenclature

† 2008년 5월 7일 접수 ~ 2008년 8월 3일 심사완료
 * 학생회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
 ** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
 *** 종신회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
 **** 정회원, 한국항공우주연구원 추진기관 체계그룹
 연락처, E-mail: hgsung@kau.ac.kr

A_d	: 디퓨저 내부 단면적
A_{dc}	: 디퓨저 출구 단면적
A_c	: 로켓 모터 노즐 출구 단면적
A_t	: 로켓 모터 노즐목 단면적
$(L/D)_d$: 디퓨저의 길이-직경비
M	: 마하수
P_a	: 대기압
P_c	: 진공챔버 압력
P_o	: 로켓 모터 연소 압력
P_e	: 디퓨저 출구 압력
$(P_o/P_a)_{st}$: 시동 압력비
T	: 온도
\dot{m}	: 질량유동률
γ	: 비열비
F	: 힘
T_t	: 전온도
C_f	: 마찰계수

1. 서 론

고고도에서 작동하는 로켓 모터(인공위성 발사체용 2단 로켓, 군사용 고공 발진 유도탄 등)와 같이 작동 고도의 대기압이 지상에서의 대기압에 비하여 매우 낮은 고고도 환경 하에서 작동하도록 설계된 로켓은 효율적인 추력 발생을 위해 큰 노즐 팽창비(A_c/A_t)를 필요로 한다. 이러한 로켓 모터가 지상에서 실험되면, 노즐 내부에서 유동 박리가 발생하여 정확한 성능을 검증할 수 없다. 따라서 고고도에서 작동하는 로켓 모터의 정확한 성능 검증을 위해서는 지상시험에서 충분히 낮은 압력환경을 조성해 주어야 하는데, 이를 위하여 고고도 환경 모사 지상연소 시험장치가 필요하다.

고고도 환경의 낮은 대기압 조성을 위한 방법으로 일반적으로 초음속 디퓨저와 이젝터를 이용하는 방법이 있다[1~11]. 이 중 초음속 디퓨저만을 사용하여 고고도를 모사하는 방법이 가장 간단한 방법이다. 초음속 디퓨저는 축대칭의 덕

트로서 로켓 모터 노즐 출구에 인접하게 위치하며 진공챔버와 연결되어 있다. 로켓의 배기제트를 디퓨저 벽면에 부딪히게 하고, 디퓨저의 통로로 고속으로 분출시킴으로 노즐 주위의 압력을 떨어뜨린다. 이러한 방법만으로도 약 20 km의 고도에 해당하는 대기압(약 0.1기압)까지의 환경 조성이 가능하며, 그 이상의 고도를 모사하기 위해서 이젝터와 같은 별도의 배기 장치로 주위 압력을 낮추어야 한다[2].

초음속 디퓨저는 디퓨저를 시동시키기 위한 별도의 장치가 없으므로 구조가 간단하고, 비교적 저렴하다는 장점을 가지고 있으나, 로켓 배기제트의 모멘텀 만으로 고고도 환경을 구현하므로 고도 모사에 한계가 있고, 시동 특성이 모터 작동 환경에 영향을 많이 받는다는 단점이 있다.

디퓨저 설계에 있어서 가장 기본적인 문제는 디퓨저의 작동여부인데, 이는 설계 단계에서 검증되어야 하므로 이에 대한 예측기법이 매우 중요하다. 본 논문에서는 수직 충격과 이론과 모멘텀 이론에 기반을 둔 시동특성 이론모델을 연구하고, 수치해석과 실험데이터를 통해 검증하여 초음속 디퓨저의 시동압력 특성을 도출하였다. 디퓨저의 성능 및 내부 유동은 추진기관에서 배출되는 배기가스의 경계면과 디퓨저의 벽면과의 충돌관계에 따라 다양한 특성이 나타나며, 특히 진공 챔버를 수반하는 디퓨저 시스템에서의 유동 특성은 정체 속도에서 초음속까지 공존하므로 광범위한 마하수에서 안정된 수렴이 가능한 수치해석 기술을 사용하였다.

2. 이론모델

디퓨저의 시동현상은 Fig. 1을 통해 설명될 수 있다. 영역(1)에서는 로켓모터의 유량이 작으므로 노즐내 유동의 박리가 발생하여 노즐과 디퓨저 모두 시동되지 않는다. P_o/P_a 가 점차 증가함에 따라 로켓모터의 유량이 증가하므로 영역(2)에서 노즐은 완전 발달 유동이 되지만 노즐에서 분출되는 제트가 디퓨저 벽면에 부딪히기에는

부족한 유량에 해당된다. 따라서 디퓨저가 시동되지 않는 영역은 두 경우로 나눌 수 있다. 첫 번째는 노즐 내에서 유동이 박리되는 경우이며, 두 번째는 노즐 출구까지 유동이 발달하지만 디퓨저 벽면에는 부딪히지 못하는 경우이다. P_0/P_a 가 증가하여 최소시동압력비, $(P_0/P_a)_{st,min}$ 이상 증가하게 되면 디퓨저내 유동이 완전히 발달하게 되고 충격파 시스템이 덕트 내에 완전하게 발달된다(영역(3)). 이 영역에서는 노즐에서 과소 팽창된 초음속 제트가 디퓨저 벽면에 충돌하게 되어 노즐 주위의 압력이 떨어지므로 디퓨저가 시동되었다고 할 수 있다.

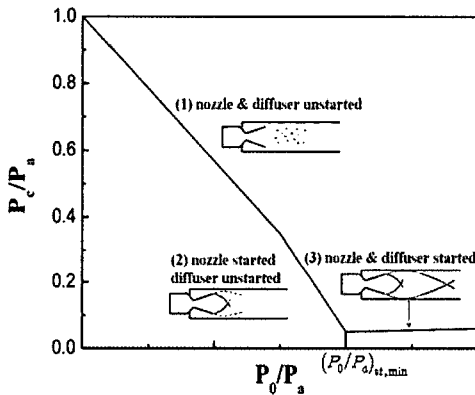


Fig. 1 Typical supersonic exhaust diffuser characteristic curve[8]

디퓨저가 시동되면 디퓨저 내부에 경사충격파와 수직 충격파가 형성이 되며, 수직 충격파 이전에는 초음속 영역으로서 낮은 압력구간이 형성이 되고, 수직 충격파 이후에는 아음속 영역으로서 압력이 대기압 상태로 회복된다. 초음속 디퓨저는 이러한 원리를 사용하여 로켓의 노즐 주위의 압력을 떨어뜨려 고고도에서 작동하는 로켓의 고고도의 대기압 환경을 모사하는 장치이다.

2.1 수직 충격파 이론

디퓨저는 작동 로켓 배기가스의 강한 모멘텀을 이용하여 노즐의 배압을 강하시킨 후, 디퓨저

내 적정한 위치에 수직 충격파를 발생시켜 안정된 고고도 환경을 모사한다. 수직 충격파 이론 모델에서는 수직 충격파 상류의 전압력을 로켓 모터의 노즐 출구 전압력으로, 수직 충격파의 하류를 대기 압력으로 가정하여 상류의 전압력을 계산하여 디퓨저 시동압력을 예측한다. 마찰 등의 손실을 무시하고 노즐로부터 디퓨저 벽면까지 유동의 전압력이 동일하다면 등엔트로피 관계식에 의해 수직 충격파 상류의 압력과 마하수를 계산할 수 있다. 시동 압력비, $(P_0/P_a)_{st}$ 는 Eq. 1과 같이 디퓨저 내부에서 수직 충격파가 발생하고 디퓨저 출구까지 등엔트로피 유동으로 가정하여 계산할 수 있다(Fig. 2 참조).

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_0}{P_a}\right)_{st} &= \left(\frac{P_0}{P_1}\right)\left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(\frac{P_2}{P_a}\right) \\ &= \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}}{\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)} \quad (1) \end{aligned}$$

위 식에 의하면 시동압력은 디퓨저-노즐목 면적비(A_d/A_t), 디퓨저 내면-출구 면적비(A_{de}/A_d)와 로켓모터 가스의 비열비(γ)에 의하여 결정됨을 알 수 있다.

2.2 모멘텀 이론 모델

디퓨저 시동조건에서 로켓의 배기가스는 디퓨저 벽면에 충돌하고 압축과 팽창을 반복하는데, 이는 단면의 평균압력이 대기 압력과 유사하게 될 때까지 반복한다. 디퓨저 시동 압력은 노즐과 디퓨저 출구면 사이에 일차원 모멘텀 보존방정식으로 계산할 수 있다. Fig. 2는 디퓨저의 개략도를 보여주고 있다. 위치①은 노즐출구이며 위치②는 노즐출구로부터 배출된 배기제트가 디퓨저 벽면과 부딪히는 위치이고, 위치③은 디퓨저 출구이다. 보존방정식의 해를 단순하게 하기 위해 다음과 같이 가정한다. 1) 정상상태 단열유동, 2) 완전기체, 3) 일차원 유동, 4) 진공챔버 내 속도는 무시, 5) 위치①에서 위치②까지는 자유제트 구간으로서 마하수 분포는 선형적으로 가정하여

계산되고, 위치②에서 위치③까지 마찰계수는 일정, 6) 위치③에서 정압력은 출구압력, P_e 와 동일하다.

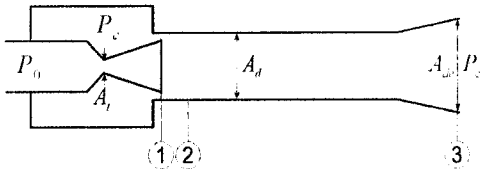


Fig. 2 Conceptual schematics of a diffuser

위의 가정을 사용하여 ②-③위치에서의 마찰력과 ①-③위치 사이의 힘 평형 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\sum F}{m\sqrt{RT_1}} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{2C_f(L/D)_d}{M_3 - M_2}} \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma-1} + M_3^2} - \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} + M_2^2} \right] + \frac{1 + \gamma M_3^2}{M_3 \sqrt{\gamma \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right)}} \quad (2)$$

배기 압력의 최대치는 질량유동 보존방정식으로부터 아래와 같이 계산될 수 있다.

$$P_t = m\sqrt{RT_1} / \left[A_d M_3 \sqrt{\gamma \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right)} \right] \quad (3)$$

배기압의 최대치를 대기압으로 설정하면 노즐목의 마하수를 1로 정의하여 모터 압력을 구할 수 있다. 따라서 시동압력비는 $(P_0/P_u)_{st} = P_0/P_t$ 관계로 계산할 수 있다.

3. 수치모델

3.1 지배 방정식

질량, 운동량, 에너지 방정식을 직교 좌표계에 대해서 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j + p \delta_{ij})}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial ((\rho E + p) u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (6)$$

표준 $k-\epsilon$ 모델은 높은 레이놀즈수의 난류 유동에 대해서 제안된 모델로써, 복잡한 형상을 포괄하는 일반적인 벽함수를 정의할 수 없다는 단점이 있고, 댐핑 함수에 이용하는 y^+ 는 박리가 발생하는 문제에 적용할 수 없다는 문제가 있다 [12,13]. 이에 대한 대안으로 벽근처 난류 거동을 Kolmogorov의 시간스케일을 이용하여 표현하는 time-scale-based $k-\epsilon$ 모델이 제안되었다[12]. 이 모델은 난류 시간스케일의 하한값을 새롭게 정의된 Kolmogorov 시간스케일로 제한하기 때문에 벽면에서 에너지 소산을 방정식의 특이성 (singularity)을 피할 수 있고, 벽근처 댐핑을 위해 y^+ 대신 레이놀즈수를 이용하기 때문에 박리 유동에 대한 적용성이 높아, 본 논문에서는 Yang and Shih(1993)과 압축성 Sarkar의 $k-\epsilon$ 모델[14]을 적용하였다.

3.2 수치 모델

초음속 디퓨저는 낮은 마하수부터 높은 마하수까지 널리 분포하고 있다. 광범위한 마하수가 존재하는 유동문제는 유동 속도와 음향파 속도 사이의 크기 면에서 큰 차이 때문에 시간전진 기법의 수렴성과 정확성에 심각한 문제가 발생한다. 따라서 낮은 마하수에서 시간전진 기법의 수렴가속을 위해 예조건화 기법을 적용한 이중 시간전진 기법(Dual-time stepping method)을 사용하였다[15]. 내부 반복계산에서는 예조건화 기법을 통해 계산하고, 물리적 시간에 대하여 시간전진하도록 하였다. 물리적 시간항은 2차 정확도를 갖도록 차분하였다. 시간적분을 위해 LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel) 기법을 적용하였다. 셀 경계에서 플럭스 계산을 위해

AUSMPW+ 기법을 이용하였고, 유동변수에 대한 MUSCL 외삽 기법을 이용하여 고차의 공간 정확도를 갖게 하였다. 합리적인 계산시간을 위하여 다중블록을 구성하였으며, message passing interface(MPI)을 사용한 병렬 계산 기법을 사용하였다.

4. 해석결과

4.1 시동압력

디퓨저 시동압력은 디퓨저-노즐목 면적비가 클수록 그리고 로켓모터 가스의 비열비가 클수록 디퓨저의 시동압력이 증가한다(Fig. 3).

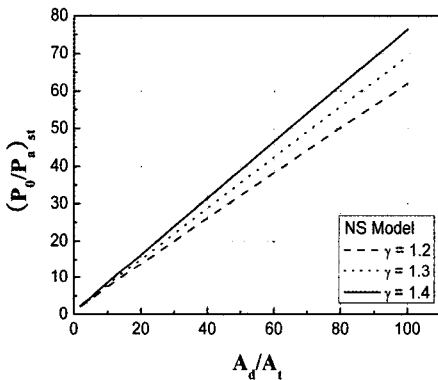


Fig. 3 Starting pressure ratio based on the normal shock theory

면적비 A_d/A_t 가 클수록 시동압력비는 선형적으로 증가하는데, 이는 디퓨저의 유로면적이 증가 하면 배기가스의 유량을 증가 시켜야 로켓의 배기제트가 디퓨저의 벽면에 부딪힐 수 있으며, 제트의 유량은 로켓 모터의 연소실 압력과 디퓨저의 단면적에 선형적으로 비례하기 때문이다. 주어진 면적비 A_d/A_t 에서 시동압력은 비열비가 커질수록 증가하는데 이는 디퓨저의 개발자에게 유용한 정보를 제공한다. 실제 고온의 연소 가스는 비열비(γ)가 1.2 정도이므로, A_d/A_t 를 일정하게 유지하면 cold flow 모델 시험에서 작동하는 디퓨저는 실제 연소시험에서도 시동됨을 의미하기 때문이다.

4.2 초음속 디퓨저의 시동특성 예측 및 분석

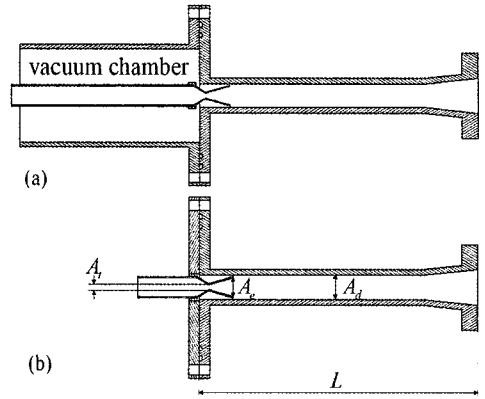


Fig. 4 Schematics of a test-model diffuser; (a) with a large vacuum chamber, (b)with a small vacuum chamber

Figure 4는 시험모델 디퓨저의 개략도이다. 첫 번째 모델은 진공챔버가 큰 경우이며, 두 번째 모델은 진공챔버가 작은 경우로서 디퓨저의 제원은 Table 1 과 같다. 작동유체는 두 경우 모두 기체 질소($\gamma=1.4$)를 사용하였다.

Table 1. Specification of model diffusers[16]

Vacuum Chamber	Nozzle		Diffuser			A_d/A_t
	D_t (mm)	A_c/A_t	L (mm)	D (mm)	L/D	
Fig. 4(a)	2.8	35.02	260	21	12.38	56.25
	3.2	26.81				43.07
	4.34	14.58				23.41
Fig. 4(b)	4.34	14.58				23.41

Figure 5는 디퓨저의 각 면적비에 대한 디퓨저의 시동 압력비를 나타낸다. A_d/A_t 가 커질수록 시동 압력비가 선형적으로 증가한다. 수직 충격파 및 모멘텀 이론모델 결과는 cold flow 실험 결과가 매우 유사함을 알 수 있다.

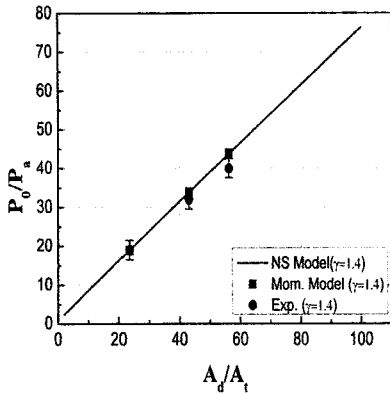


Fig. 5 Starting pressure ratio of diffuser vs. A_d/A_t

Figure 6은 모터의 압력에 따라 디퓨저가 시동이 되는지 판별하기 위하여 실험 데이터와 수치 계산결과를 비교하였다. 실험 결과와 수치해석 결과는 모두 이론모델에 의해 예측된 시동 압력비에 해당하는 압력 이상으로 압력을 높여주면 디퓨저가 시동됨을 알 수 있다. 진공챔버의 압력이 50 torr 이하로 떨어졌는데, 이는 초음속 디퓨저만으로 고도 약 20~25 km에 해당하는 대기압을 모사 할 수 있음을 보여주고 있다. 또한, 공급 모터 압력을 증가 시켜도 진공챔버의 압력은 거의 변화가 없는 것으로 나타났다. 따라서 과도한 시험장치 설계가 되지 않도록 정확한 시동 압력의 예측이 중요함을 알 수 있다.

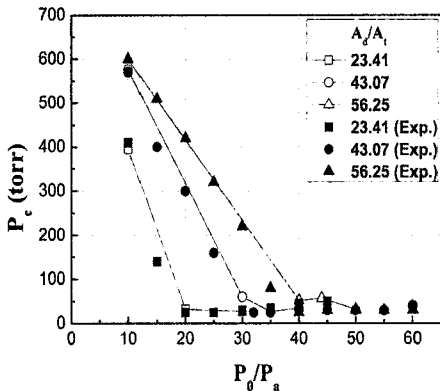


Fig. 6 Vacuum chamber pressure vs. P_0/P_a with different A_d/A_t

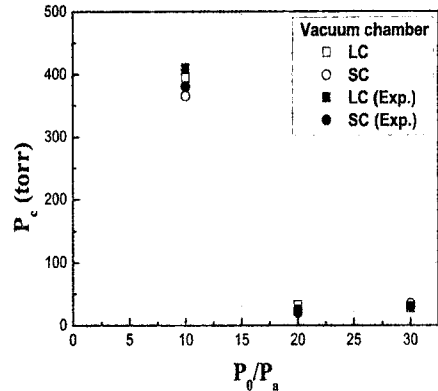


Fig. 7 Vacuum chamber pressure vs. P_0/P_a with different vacuum chamber size

Figure 7은 진공챔버의 크기에 대한 실험과 수치결과를 보여주고 있다. 진공챔버의 크기가 다른 경우 진공챔버 내의 압력에는 큰 차이가 없는 것으로 나타났다. 진공챔버의 크기는 진공챔버 압력에 영향을 미치지 않는다고 판단된다. 하지만, 진공챔버가 작은 경우는 제트로 흡입되어야 하는 공기량이 작으므로 큰 경우 보다 빠르게 정상상태에 도달한다. 또한 진공챔버가 큰 경우 정상상태 도달시간이 오래 걸리므로 로켓모터의 작동시간을 크게 해야 하므로 불필요하게 큰 진공챔버는 효율적이지 못하다고 판단된다. 그러나 실제 시험 장비에서는 보통 test cell이 진공챔버의 역할을 하고 추력성능 검증을 위해 test cell 내에서 추력을 측정하기 때문에 이를 감안해서 진공챔버의 크기를 설계하여야 한다.

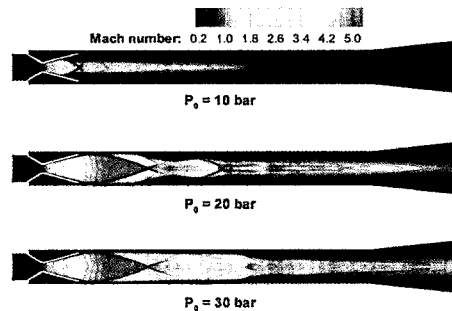


Fig. 8 Mach number contours in case of a small vacuum chamber

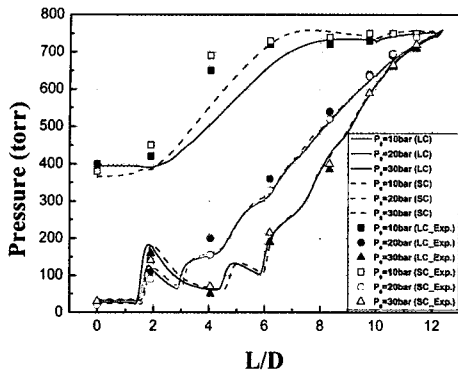


Fig. 9 Pressure distribution along the wall of diffuser with different size of vacuum chamber

Figure 8은 진공챔버가 작은 경우에 로켓 모터의 압력이 10, 20, 30 bar일 때의 디퓨저 내 마하수 분포를 나타낸다. 10 bar에서는 로켓 모터 노즐 내에서 유동이 박리되므로 노즐과 디퓨저 모두 작동이 안 됨을 알 수 있다. 그러나 20 bar와 30 bar에서는 배기 제트가 디퓨저 벽면에 부딪힘을 보여준다. 디퓨저 내부에서의 압력 분포에서도 10 bar에서는 디퓨저가 작동되지 못하며 반면에 30 bar에서 두 번 부딪힘을 알 수 있다 (Fig. 9). 디퓨저 작동시(20, 30 bar)에는 디퓨저 내의 유동 특성이 진공 챔버의 크기가 영향을 없음을 알 수 있다.

5. 결과 및 고찰

초음속 디퓨저의 작동압력 특성을 연구하기 위하여 일차원 해석 모델인 충격파 모델, 모멘텀 모델과 time-scale-based 압축성 $k-\epsilon$ 난류 모델을 적용한 수치해석결과와 실험결과를 비교 분석하였다.

- 시동 압력비에 대한 일차원 모델을 통한 해석결과와 수치결과는 실험결과와 잘 일치하였다.
- 디퓨저의 시동을 위한 로켓 모터의 특정 압력(시동압력)이 존재하며 디퓨저 면적비가 커질수록 요구되는 시동 압력이 커진다.

- 시동 압력이상의 압력을 공급하여도 진공도에는 큰 변화가 없으며, 디퓨저만으로 약 20~25 km에 해당하는 고도를 모사할 수 있다.
- 비열비가 작을수록 시동압력이 감소하므로 같은 면적비의 경우 cold flow 시험에서 작동하는 디퓨저는 실제 연소시험에서도 충분히 작동됨을 알 수 있었으며, 이는 cold flow 시험의 유용성을 의미한다
- 진공챔버의 크기는 작은 경우가 보다 빠르게 정상상태에 도달하지만 디퓨저 시동 및 디퓨저 내 유동 형태는 진공챔버의 크기에 민감하지 않는 것으로 나타났다.
- 로켓 모터의 연소실 압력이 디퓨저의 시동압력보다 작거나, 고도모사 범위가 20~25 km를 벗어난다면 고고도 모사를 위하여 초음속 디퓨저는 적절하지 않으며, 이젝터를 사용하는 것이 바람직하다.

참고문헌

1. Sivo, J.N., Meyer, C.L. and Peters, D.J., "Experimental Evaluation of Rocket Exhaust Diffusers for Altitude Simulation," NASA-TN-D-298, 1960
2. Goethert, B.H., "High Altitude and Space Simulation Testing," ARS Journal, 1962, pp.872-882
3. Massier, P.F. and Roschke, E.J., "Experimental Investigation of Exhaust Diffusers for Rocket Engines," JPL-TR-32-210, 1962
4. German, R.C., Bauer, R.C. and Panesci, J.H., "Methods for Determining the Performance of Ejector-Diffuser Systems," Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 3, No. 2, 1966, pp.193-200
5. Wojciechowski, C.J. and Anderson, P.G., "Parametric Analysis of Diffuser Requirements for High Expansion Ratio Space Engine," LMSC-HREC-TR-D784489,

- NASA-CR-161924, 1981
6. McAmis, R. and Bartlett, C., "Aerodynamic Free-Jet Nozzle Performance Augmentation Using An Exhaust Diffuser," AIAA Paper 91-2270, 27th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Sacramento, CA, 1991
 7. Stephens, S.E., "Experimental and Computational Data from a Small Rocket Exhaust Diffuser," AIAA Paper 93-1860, 29th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Monterey, CA, 1993
 8. Annamalai, K., Visvanathan, K., Sriramulu, V., Bhaskaran, K.A., "Evaluation of the performance of supersonic exhaust diffuser using scaled down models," Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 17, Issue 3, July, 1998, pp.217-229
 9. Quebert, L. and Garcia, Y., "Theoretical and Experimental Design of an Exhaust Diffuser for an Upper Stage Engine of a Ballistic Missile," AIAA Paper 2001-3382, 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Salt Lake City, Utah, 2001
 10. Otterstatter, M.R., Meyer, S.E., Heister, S.D., Dambach, E.M., "Design of an Altitude-testing Facility for Lab-Scale Propulsion Devices," AIAA Paper 2007-5323, 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Cincinnati, OH, 2007
 11. 이지형, 오종윤, 변종렬, "소형 초음속 디퓨저를 이용한 고고도환경 모사에 대한 시험적 연구," 한국군사과학기술학회지, 제7권 4호, 2004, pp.138-145
 12. Wilcox, D.C., Turbulence Modeling for CFD, 2nd ed., DCW Industries, Inc., 1998
 13. Yang, Z. and Shih, T.H., "New Time Scale Based $k-\epsilon$ Model for Near-Wall Turbulence," AIAA Journal, Vol. 31, No. 7, 1993, pp.1191-1197
 14. Sarkar, S., Erlebacher, B., Hussaini, M., and Kreiss, H., "The analysis and Modeling of Dilational Terms in compressible Turbulence." Journal of Fluid Mechanics, Vol. 227, 1991, pp.473-493
 15. Venkateswaran, S., Li, D. and Merkle, C. L., "Influence of Stagnation Regions on Preconditioned Solutions at Low Speeds," 2003, AIAA 2003-435
 16. 이양석, 양재준, 고영성, 김유, 김용욱, 오승협, "고공 환경 모사용 디퓨저 설계에 관한 실험적 연구," 우주발사체심포지움, 2007. 2