

## 단일 및 복합실린더에서 자진가공 해석에 관한 연구

심우성\* · 김재훈\*\* · 이영신\*\*\* · 차기업\*\*\*\* · 홍석균\*\*\*\*

### A Study on the Autofrettage Analysis in Single and Compound Cylinders

Woosung Shim\* · Jaehoon Kim\*\* · Youngshin Lee\*\*\* · Kiup Cha\*\*\*\* · Sukkyun Hong\*\*\*\*

#### ABSTRACT

In manufacturing aircraft, safety and lightness of structure are important factors. Utilizing autofrettage technique, these benefits can be obtained. This technique is most frequently applied to a single cylinder. However, the Bauschinger effect reduces the benefits of autofrettage process. Therefore, there is increasing interest in the use of compound cylinder that combine shrink fit and autofrettage. In this paper, single and compound cylinders that has same geometry were considered. It was found that compound cylinder which was autofrettaged has lower tangential hoop stress and plastic strain than single cylinder at bore. This means a reduction in the impact of the Bauschinger effect after shrink-fitting which produces the beneficial bore hoop stress.

#### 초 록

항공기 제작 시 중요한 요소는 항공기 구조의 안전성과 경량화라 할 수 있다. 자진가공 공정을 통하여 고압의 항공기 부품을 신뢰성 증대와 함께 재료의 경량화도 같이 얻을 수 있다. 이 방법은 주로 단일 실린더에 적용되었다. 그러나 바우싱거 효과에 의하여 자진가공의 유용함이 줄어든다. 바우싱거 효과를 줄이기 위한 억지 끼워맞춤과 자진가공을 이용한 복합실린더에 대한 관심이 증대하고 있다. 본 연구에서 동일한 치수를 가진 단일 및 복합실린더를 고려하였다. 복합실린더에서 억지 끼워맞춤에 의하여 경계면에서 낮은 압축 잔류응력이 유도되며, 내경에서 보다 낮은 소성 변형률이 유도된다. 이는 바우싱거 효과를 줄여, 내경에서 더욱 유용한 잔류응력을 얻을 수 있음을 의미한다.

**Key Words:** Autofrettage(자진가공), Shrink Fit(억지 끼워맞춤), Residual Stress(잔류응력), Compound Cylinder(복합실린더), Bauschinger Effect(바우싱거 효과)

\* 2008년 3월 3일 접수 ~ 2008년 8월 12일 심사완료

\*\* 학생회원, 충남대학교 기계설계공학과

\*\*\* 종신회원, 충남대학교 기계설계공학과

\*\*\*\* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과

\*\*\*\*\* 정회원, 국방과학연구소

연락처자, E-mail: kimjhoon@cnu.ac.kr

#### 1. 서 론

항공기 제작 시 중요한 요소는 항공기 구조의 안전성과 경량화라 할 수 있다. 이와 같은 요구 사항을 만족시키기 위하여 항공 부품의 물성 향

상에 의한 신뢰성 증대와 재료의 경량화가 이루 어져야 한다. 항공기 연료계통은 항공기 성능 및 운용에 필수적으로 소용되는 핵심계통으로서 엔진과 함께 항공기의 비행 성능을 좌우하는 주요 계통이다[1]. 이 중 제트펌프는 항공기 연료탱크 내에 위치하여 격막 간 또는 라인 간 연료 이송을 위하여 설치되는 핵심 부품으로 작동하는 동안 고압을 요구한다[2]. 자진가공 공정을 이용하여 이러한 고압부에 사용되는 항공부품을 보다 높은 작동압력을 얻을 수 있는 동시에 초고압을 지탱하며 무게를 최소화하는 구조체를 제작할 수 있다.

높은 내압을 받는 실린더는 여러 산업분야에서 사용되는 구조물로서 작용하중과 사용 조건 하에서도 안전하게 운전되도록 설계·제작되어야 한다[3]. 이러한 구조부재는 내경에서 가장 큰 인장 방향 접선응력이 발생하여 내경에서 균열이 생성·진전 될 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 자진가공이라는 방법을 보편적으로 사용한다. 자진가공이란 두께에 따른 불균일한 탄성회복에 의하여 내경에는 압축 잔류응력을, 외경에는 인장방향으로 잔류응력을 발생시킨다. 자진가공에 의하여 유도된 접선 방향의 압축 잔류응력을 내압에 의하여 발생하는 인장 접선응력을 상쇄하는 작용을 함으로써 사용 압력의 한도를 증가시키며, 내경에서 발생할 수 있는 균열의 생성·진전을 효과적으로 막아 피로 수명을 보다 증가시킬 수 있다[4].

또한 높은 압력을 받는 두꺼운 실린더에서 매우 높은 피로 수명을 얻고자, 단일 실린더가 아닌, 복합 실린더에 대한 설계가 Kapp 등에 의하여 제안되었다[5]. 또한 Parker 등은 자진 가공전에 억지 끼워맞춤을 하는 이전과는 다른 방법을 사용하였다[6]. 이러한 방법은 단일 실린더에서 자진 가공의 경우 일어나는 소성 변형을 약 50% 까지 감소시켜 피로 수명을 41%까지 증가시키는 유용한 방법임을 보였다.

본 연구에서는 SNCM8 고강도강의 인장 및 바우싱거 효과 실험을 하였다. 실험으로부터 얻은 기계적 특성을 이용하여, 동일한 자진가공도

에 따른 단일 실린더와 억지 끼워맞춤한 복합실린더에 대한 자진가공 해석을 수치해석 및 유한 요소 프로그램을 이용하여 수행하였다. 해석결과로부터 내경에서 유도되는 압축 잔류응력과 소성 변형률의 크기를 비교하여 단일실린더와 억지끼워맞춤을 한 복합 실린더의 자진가공 효과에 관하여 검토하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 자진가공

자진가공이란 직접적 또는 간접적으로 유압이나 기계적인 힘을 두꺼운 실린더의 내경에 일시적으로 작용한 후 제거하여 벽 두께에 따른 불균일한 탄성회복에 의하여 내경 측에 압축 잔류응력을 유도하는 방법이다. 주로 유압식이나 멘드렐을 이용한 스웨징 방식이 이용된다. 일반적으로 압력을 가한 후 제거 시 응력 분포는 Fig. 1과 같다.

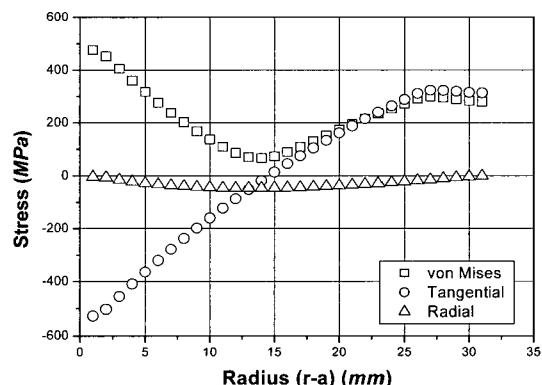


Fig. 1 Residual stresses distribution after pressure unloading

### 2.2 자진가공 압력

내압  $P_i$ 를 받는 두꺼운 실린더가 Fig. 2와 같을 때, 실린더 내에서의 응력은 다음과 같은 Lamé 식으로 표현된다.

$$\sigma_r = \frac{P_i a^2}{b^2 - a^2} \left[ 1 - \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_i a^2}{b^2 - a^2} \left[ 1 + \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (2)$$

여기서  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ 는 반경방향(radial direction) 및 접선 방향(tangential direction) 응력이고,  $a$ ,  $b$ 는 각각 실린더의 내, 외경을 나타낸다.  $P_i$ 는 실린더에 작용하는 내압,  $r$ 은 임의의 반경이다. 양 단이 뚫린 실린더의 경우에는 평면응력상태(plane stress) 조건에 의하여  $\sigma_z = 0$ 으로 가정하였다. 재료의 탄성-완전 소성거동(elastic-perfectly plastic behavior) 및 Tresca 항복 조건을 가정하면 임의의 자진도로 가공할 때 자진압력은 다음 같이 얻을 수 있다[7-9].

$$P_y = Y[\ln(\rho/a) + (b^2 - \rho^2)/2b^2] \quad (3)$$

여기서  $Y$ 는 재료의 항복강도,  $\rho$ 는 소성반경을 나타낸다. 이다. 소성변형이 시작되는(0% OS,  $\rho = a$ ) 압력과 완전 자진가공(100% OS,  $\rho = c$ )의 압력은 다음과 같다. 여기서 OS(overstrain)란 전체 두께에 대한 소성 변형된 두께의 비율을 나타낸다.

$$P_{0\%, OS} = Y(b^2 - a^2)/2b^2 \quad (4)$$

$$P_{100\%, OS} = Y \ln(b/a) \quad (5)$$

여기서  $P_{0\%, OS}$ 는 내경에서 항복이 일어나는데 필요한 압력이며,  $P_{100\%, OS}$ 는 실린더의 외경에서 항복이 일어나는데 필요한 압력이다[7]. 한편, Fig. 2와 같은 두꺼운 실린더에 큰 내압을 작용시켜 반경  $r = \rho$  까지 소성변형이 이루어진 후 그 압력이 제거되었을 때 재료의 탄-소성거동과 Tresca 항복조건을 가정하면 다음과 같은 이론적 탄-소성 해를 얻을 수 있다.

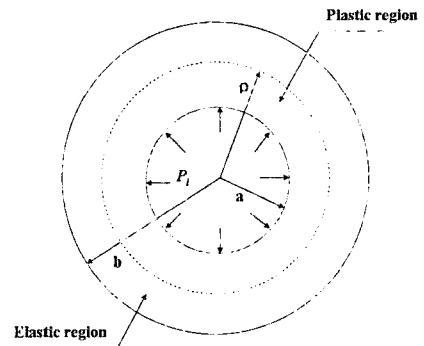


Fig. 2 Autofrettaged thick-walled cylinder

$$\sigma_\theta = \sigma_y \left\{ \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \left[ \frac{\rho^2 - b^2}{2b^2} - \ln \frac{\rho}{a} \right] + \left[ \frac{\rho^2 + b^2}{2b^2} - \ln \frac{\rho}{r} \right] \right\}$$

for  $a \leq r \leq \rho$

$$\sigma_\theta = \sigma_y \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \left[ \frac{\rho^2}{2b^2} + \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left\{ \frac{\rho^2 - b^2}{2b^2} - \ln \frac{\rho}{a} \right\} \right]$$

for  $\rho \leq r \leq b$  (6)

### 2.3 억지 끼워맞춤 압력

억지 끼워맞춤이란 금속의 온도에 따른 팽창 및 압축되는 특성을 이용하여 두 결합부간의 강력한 체결을 가능케 하는 방법이다. 복합실린더를 이용한 압력용기는 단일 실린더와 비교하여 안전성 면에서 균열의 전파가 구성 원통들 사이에서 저지되며, 구성 원통들을 최적 조건에서 사용할 수 있도록 서로 다른 재료로 만들 수 있고, 내부에 미리 압축응력을 걸어줌으로써 압력용기의 피로 수명을 더욱 증가시킬 수 있다. 동일한 재질의 두 실린더간 억지 끼워맞춤에 의한 접촉 면에서 압력은 다음과 같다[10, 11].

$$P = \frac{E\delta}{b} \frac{(b^2 - a^2)(c^2 - b^2)}{2b^2(c^2 - a^2)} \quad (7)$$

여기서,  $E$ 는 탄성계수,  $\delta$ 는 공차,  $v$ 는 푸아송의 비,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 는 각각 내반경, 중반경, 외반경을 나타내고 있다.

### 2.4 바우싱거 효과를 고려한 내경에서 잔류응력

바우싱거 효과를 고려한 내경에서의 잔류응력은 ASME Code에[12] 다음과 같이 규정되어 있다.

$$\sigma_{\theta,B}/\sigma_y = -0.4 + 0.5(\sigma_\theta/\sigma_y + 0.4) \quad (8)$$

여기서  $\sigma_\theta$ 는 이론적 접선방향 잔류응력이며,  $\sigma_{\theta,B}$ 는 바우싱거 효과를 고려하였을 경우의 접선방향 잔류응력이다. 상수 0.4는 실험결과 얻은 SNCM8강의 바우싱거 효과 계수이며, 다른 고압력용기용강과 거의 비슷한 값을 가진다.  $\sigma_\theta/\sigma_y$ 가 -0.4 보다 큰 경우 바우싱거 효과를 고려하지 않으며 -0.4 보다 작은 경우에 Eq. 8을 이용하여 내경에서 유도되는 압축잔류응력을 구한다.

### 3. 실험 및 해석방법

#### 3.1 기계적 특성

본 연구에 사용된 소재는 SNCM8 고강도강이다. Table 1은 인장시험을 통하여 얻은 기계적 특성이다. 연구에 사용된 시험기는 MTS사의 10톤 용량의 만능재료 시험기이다. 실험에 의해 얻은 데이터를 이용 가공경화를 고려하여 유한요소 및 수치해석에 이용하였다. 바우싱거 효과를 알아내기 위하여 일축 인장-압축 시험을 수행하였다. 변형률 제어 실험을 전변형률 범위 0.5%, 1%, 1.5%, 2%, 3%, 4%으로 선택적으로 수행하였다.

Table 1 Mechanical properties of SNCM8

Young's modulus, E(GPa)	202.2
Tensile strength, $\sigma_u$ (MPa)	1272
Yield strength, $\sigma_{ys}$ (MPa)	1129
Elongation, EL(%)	19
Reduction in area, RA(%)	59.2
Poisson's ratio, $\mu$	0.29

### 3.2 유한요소 모델

본 연구에서 단일 및 복합실린더의 자진가공 공정을 해석하기 위하여 ABAQUS 6.6을 사용하였다. Fig 3은 ABAQUS/Standard[13]에서 억지 끼워맞춤이 적용되는 과정을 나타내고 있다. 일 반적인 경우 실제 간섭량  $h(t) > 0$ 일 경우 부품 사이에 간섭이 존재한다. 이 경우 허용 간섭량,  $v$ 를 정의하여 Eq. 9를 이용하여 억지 끼워맞춤의 구현이 가능하다. 억지 끼워맞춤은 해석 과정에 Eq. 9를 만족하며 억지 끼워맞춤이 적용된다.

$$h(t) - v = 0 \quad (9)$$

해석에 사용된 유한요소 모델은 Fig. 4와 같다. 모델은 4절점요소를 적용하였으며 전체 6430여 개의 요소를 사용하였다.

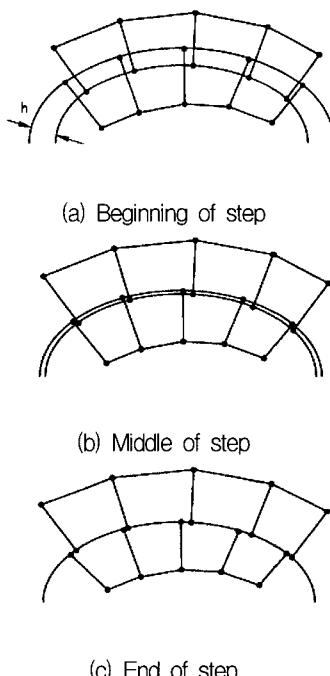


Fig. 3 Interference fit with contact surface

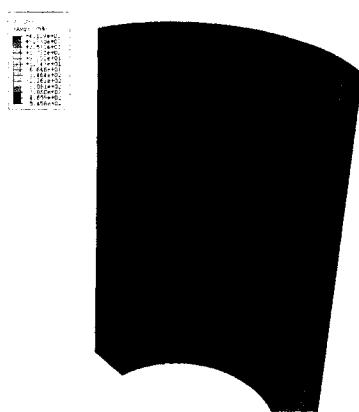


Fig. 4 Finite element modeling of compound cylinder

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 기계적 특성 및 바우싱거 효과

인장 실험으로부터 탄성계수, 항복강도, 인장 강도, 연신율 및 단면수축률 등의 다양한 기계적 특성을 얻었다. 본 결과를 이용하여 자진도에 따른 실린더의 자진가공 압력을 계산하였으며, 유한요소 해석에 이용하였다.

바우싱거 실험을 통하여 소성 변형률이 압축 항복강도의 저하에 어떠한 영향을 미치는지 알아보기 위하여 각각의 실험을 오프셋 방법을 이용하여 탄성구간과 소성구간으로 나누었다. Table. 3은 0.1% 오프셋 방법에 의하여 인장 및 압축 항복강도의 비인 바우싱거 효과계수(BEF)이다. 이들 결과 값을 이용하여 소성 변형률과 BEF와의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 0%에서 약 1.5%의 소성 변형률 구간에서 BEF는 소성 변형률에 크게 영향을 받아 소성 변형률이 증가할 수록 BEF값은 감소한다. 그러나 소성 변형률 1.5%이상의 구간에서 소성 변형률은 BEF에 큰 영향을 미치지 않고 일정함을 알 수 있다.

##### 4.2 자진가공 압력

본 연구에서 가정한 두꺼운 실린더의 형상을 단일과 복합실린더 동일한 형태로 가정하였다. 복합실린더의 경우 공차  $\delta$ 를 0.1, 0.2, 0.4 mm로

가정하여 크기가 다른 접촉 압력을 이용하였다. Fig. 6은 Eq. 3을 이용하여 계산한 자진도에 따른 자진 압력을 나타내며, von Mises 항복조건의 경우 Eq. 3에  $2/\sqrt{3}$ 의 상수를 곱하여야 한다.

Table. 3 Results of experimental data by 0.1% offset method

$\epsilon_{plastic}$	Yield strength (MPa)		BEF
	Tension	Compression	
0.448	1164	-670	0.575
1.433	1178	-483	0.41
2.433	1180	-486	0.411
3.444	1143	-433	0.378

##### 4.3 단일실린더에서 자진가공

Equation 3으로 얻은 결과를 이용하여 각각의 자진도에 따른 자진압력을 이용하여 수치해석과 유한요소 프로그램을 이용한 해석을 실시하였다. Fig. 7에 나타났듯이 자진가공 수치해석과 유한요소 해석결과는 98%이상 일치함을 확인하였다. Fig. 8, 9에서 확인할 수 있듯이 자진도가 증가에 따라 내경부에서 압축 잔류응력의 크기는 증가하고, 외경부에서 인장 잔류응력은 증가하는 경향을 가진다. Fig. 8은 내경에서 이상적인 압축잔류응력과, 바우싱거 효과를 고려한 결과를 나타낸다. 자진도가 60% 이상일 때, ASME 규정에 의하여 내경에서 압축 잔류응력과 항복강도의 비가 -0.4 이상일 경우, 바우싱거 효과에 의하여 이론식에 의한 계산 결과보다 낮은 압축 잔류응력이 유도된다. 참고문헌등에서 내·외경비가 증가할수록 바우싱거 효과가 나타나는 자진도는 낮아짐을 확인하였다[14].

##### 4.4 복합실린더에서 자진가공

복합실린더에서 자진가공 압력은 소성변형이 내부 실린더를 통하여 외부실린더까지 전파하는 경우의 자진도를 가정하였다. 공차에 의한 억지 끼워맞춤 접촉압력은 각각 27 MPa, 54 MPa, 108 MPa이다.

Figure 9-12에서 나타났듯이 바우싱거 효과를 고려하지 않은 단일실린더와 복합실린더의 경우 동일한 자간도에서 접촉압과는 상관없이 내경부에 유도되는 압축 잔류응력의 크기는 거의 동일하다. 복합실린더의 경우 경계부에서 접선방향 응력의 큰 변화가 나타나며 이는 공차에 의한 접촉압력의 크기에 의존하는 경향을 보인다. 이는 두 실린더의 억지 끼워맞춤에 의하여 내부실린더에는 압축응력이 외부실린더에는 인장응력이 유도되기 때문이다. 또한 복합실린더의 경계부에서 억지 끼워맞춤에 의한 영향으로 단일실린더보다 상대적으로 큰 압축응력이 유도된다. 이로서 판단할 때 동일한 형태와 자간도에서 억지 끼워맞춤에 의한 복합실린더가 단일실린더보다 보다 높은 사용압력의 한도를 가질 수 있을 것으로 고려된다. 그러나 억지 끼워맞춤에 의한 영향으로 외부 실린더에서 단일실린더의 경우보다 더 높은 인장잔류응력이 유도되어 복합실린더의 사용에 있어서 주의가 요구된다. Parker 등[5]은 바우싱거 효과를 고려한 복합실린더의 경우 접촉압의 증가에 따라 내경부에서 더욱 높은 압축 잔류응력이 나타남을 확인하여 억지 끼워맞춤 후 자간가공이 보다 효과적인 방법임을 보였다.

Figure 13은 100% 자간가공 시 단일실린더와 복합실린더에서 반경에 따른 소성 변형률을 보여준다. 내경에서 소성 변형률은 복합실린더보다 단일실린더가 상대적으로 높으며, 복합실린더에서 억지 끼워맞춤에 의한 접촉응력이 높을수록 낮은 값을 가진다. 동일 형상에서 억지 끼워맞춤에 의하여 소성 변형을 약 50%까지 감소시킬 수 있음을 확인하였다. Fig. 5에서 확인하였듯이 바우싱거 효과가 소성 변형률에 매우 크게 의존함을 고려할 때, 억지 끼워맞춤 이후의 바우싱거 효과의 감소로 인한 내경에서 더욱 효과적인 잔류응력 분포를 얻을 수 있을 것으로 예상된다.

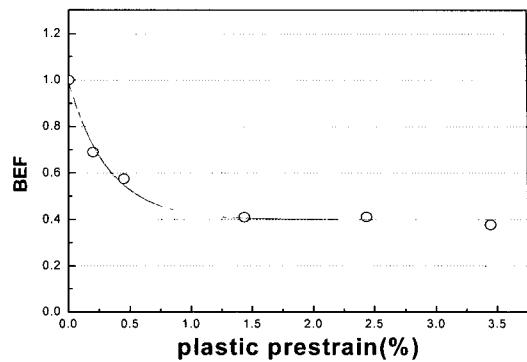


Fig. 5 Bauschinger effect factor as a function of plastic strain

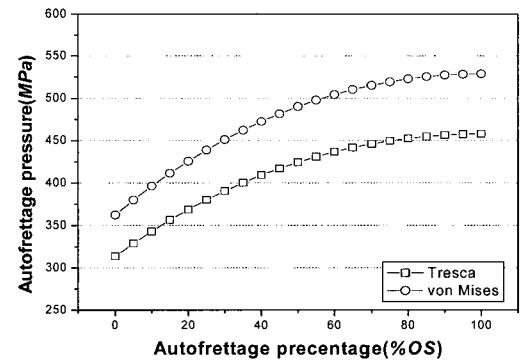


Fig. 6 Autofrettage pressure for each overstrain level

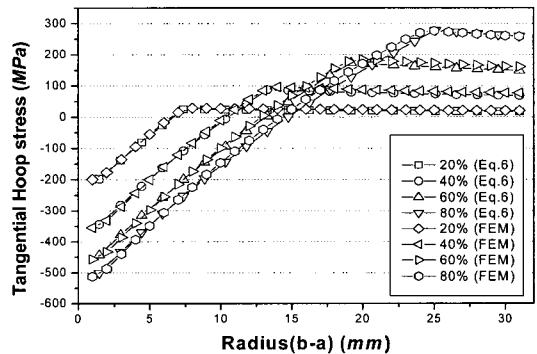


Fig. 7 Hoop residual stress distributions

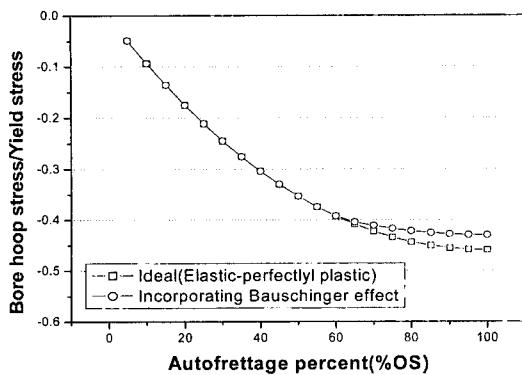


Fig. 8 Bore hoop residual stress versus autofrettage percent for ideal and Baushinger distribution

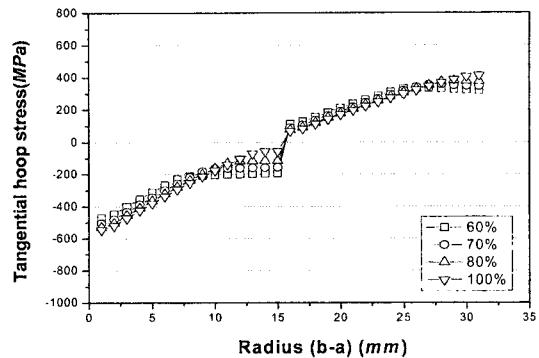


Fig. 11 Tangential residual stress distributions in an autofrettaged compound cylinders ( $\delta = 0.2$ )

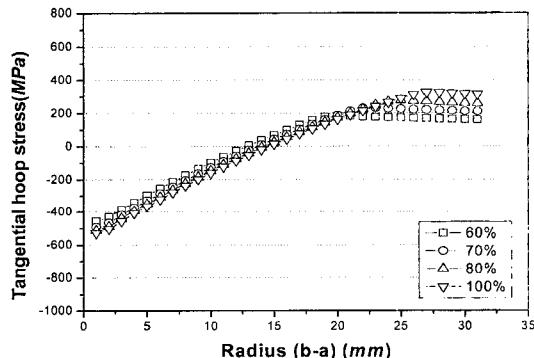


Fig. 9 Tangential residual stress distributions in a single cylinders

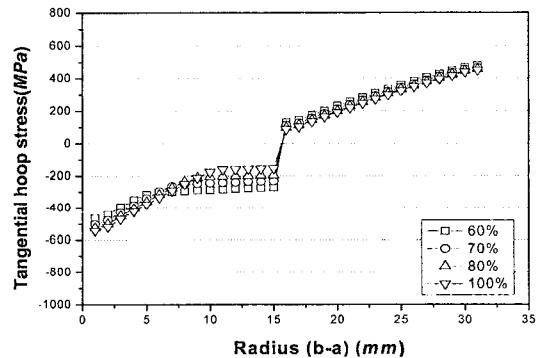


Fig. 12 Tangential residual stress distributions in an autofrettaged compound cylinders ( $\delta = 0.4$ )

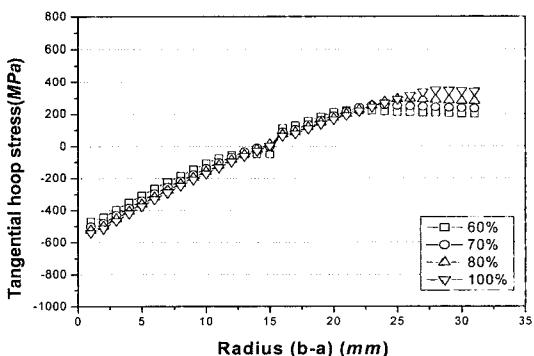


Fig. 10 Tangential residual stress distributions in an autofrettaged compound cylinders ( $\delta = 0.1$ )

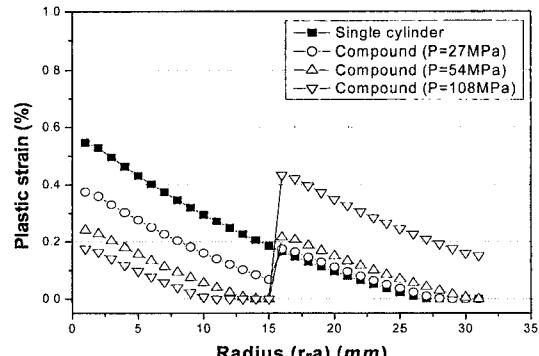


Fig. 13 Plastic strain profile at each cylinders

## 5. 결 론

SNCM8 고강도강의 기계적 특성을 이용하여, 동일한 자간가공도에 따른 단일 실린더와 억지 끼워맞춤한 복합실린더에 대한 자간가공 해석을 수치해석 및 유한요소 프로그램을 이용하여 수행하였으며 결론은 다음과 같다.

- 단일실린더에서 수치해석과 유한요소 해석결과는 거의 일치하고 있다. 자간가공 압력이 증가 할수록 내경부에서 유도되는 압축 잔류응력의 크기는 증가하고, 바우싱거 효과에 의하여 내경부에서 유도되는 압축 잔류응력은 이론보다 작게 유도되었다.
- 복합실린더의 경우 공차의 크기에 의하여 접촉부에서 압력은 27 MPa, 54 MPa, 108 MPa 을 얻었으며 내부 실린더의 내경부에서 유도되는 압축잔류응력은 단일 및 복합실린더의 경우 거의 동일하다.
- 탄소성 해석 시 억지 끼워맞춤 접촉응력의 크기에 의하여 공차의 크기에 따라 내부 및 내부 실린더의 경계면에서 접선방향 응력을 크게 변 한다. 이로 인하여 내부 실린더에서는 단일실린더보다 큰 압축잔류응력이 유도되며, 외부실린더에서는 더욱 큰 인장잔류응력이 유도된다.
- 억지 끼워맞음에 의한 복합실린더의 자간가공 시, 내부에서는 큰 압축잔류응력이 유도되고, 외부에서 큰 인장잔류응력이 유도되므로 복합실린더의 설계 시 보다 높은 주의가 요구된다.
- 바우싱거 효과가 소성 변형률에 매우 크게 의존함을 고려할 때, 억지 끼워맞춤에 의한 바우싱거 효과의 감소로 인한 더욱 효과적인 잔류응력 분포를 얻을 수 있을 것으로 예상된다.
- 자간가공 방법을 이용하면 고압부에 사용되는 항공부품에서 보다 높은 작동압력을 얻을 수 있는 동시에 초고압을 지탱하며 무게를 최소화하는 보다 효과적인 부품을 제작할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사를 드립니다. (계약번호 UD060011AD)

## 참 고 문 헌

1. 공창덕, 박종하, 한동주, "SIMULINK를 이용한 연료 이송용 제트펌프 기본 설계에 관한 연구," 한국추진공학회, 한국추진공학회지 제 10권 제1호, 2006, pp.38-43
2. 이방업, 김원훈, 구송희, 손영일 "금속재와 복합재 이종구조물로 된 압력용기의 설계이론 개발," 한국추진공학회, 한국추진공학회지 제 10권 제2호, 2006, pp.23-30
3. 박재현, 이영신, 김재훈, 차기업, 홍석균, "자간가공된 복합실린더의 기계가공 해석," 대한기계학회, 대한기계학회 논문집 A권 제 31 권 제 7호, 2007, pp.800-807
4. X. P Huang, W. C. Cui, 2006, "Effect of Baushinnger effect and Yield Criterion on Residual Stress Distribution of Autofrettaged Tube," Journal of Pressure Vessel Technology, Vol 128, Issue 2, pp. 212-216
5. Kapp, J.A., Brown, B., LaBombard, E.J., and Lorenz, H.A., 1998, "On the Design of High Durability High Pressure Vessels," Proc. ASME PVP Conference, San Diego, July 1998, ASME PVP, Vol. 371, Eds. L. Picquer, M. Kawahara, and J. Kapp, pp.85-91
6. Anthony P. Parker, David P. Kendall, 2006, "Residual stresses and Lifetimes of Tubes Subjected to Shrink Fit Prior to Autofrettage", Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 128, pp.27-210
7. G. H. Majzoobi, G. H. Farrahi and A. H. Mahmoudi, 2003, "A Finite Element simulation and an experimental study of

- autofrettage for strain hardened thick-walled cylinders," Materials Science and Engineering A, Volume 359, Issues 1-2, pp.326-331
8. Hill, R., Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, 1950
  9. Harvey, J.F. Theory and Design of Pressure Vessels, Van Nostrand Reinhold, 1991
  10. A. C. Ugural, S. K. Fenster, 1995, "Advanced Strength and Applied Elasticity," Third Edition, PTR Prentic Hall
  11. ASME Pressure Vessel and Piping Design Code, 2001, "Special Design Requirements For Layered Vessels," Division 3, Section 8, Article KD-8, pp.74-84
  12. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, 2001, Section VIII, Division 3, Appendix D.
  13. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. 2004, "ABAQUS version 6.6 User Manual,"
  14. A. Parker, J. Underwood and D. Kendall, 1999, "Bauschinger effect design procedures for autofrettaged tubes including material removal and sach's method," J Pressure Vessel Technology Issue 121, pp.430-437