# 초음속 기저부 유동에서 k- E 난류 모델에 대한 와점성 계수의 영향

박 수 형<sup>\*1</sup>, 사 정 환<sup>2</sup>, 김 지 웅<sup>2</sup>, 권 장 혁<sup>3</sup>, 김 창 주<sup>1</sup>

## INFLUENCE OF EDDY VISCOSITY COEFFICIENT ON k-ε TURBULENCE MODEL FOR SUPERSONIC BASE FLOW

Soo Hyung Park,<sup>\*1</sup> Jeong Hwan Sa,<sup>2</sup> Jee Woong Kim,<sup>2</sup> Jang Hyuk Kwon<sup>3</sup> and Chang-Joo Kim<sup>1</sup>

A supersonic base flow is computed to investigate the effect of the eddy viscosity coefficient to the linear k- $\varepsilon$  turbulence models. Slight modifications to the eddy viscosity coefficient, which are based on the realizability condition, are given to the Launder-Sharma turbulence model so that present models satisfy the realizability condition. Numerical results for supersonic base flow show that turbulence models with the weaky-nonlinear eddy viscosity coefficient can lead to reasonable enhancements in the prediction of the velocity and turbulent kinetic energy profiles.

Key Words : 전산유체역학(CFD), 난류모델링(Turbulence Modeling), 와점성 계수(Eddy Viscosity Coefficient), 현실성조건(Realizability Condition)

## 1. 서 론

초음속 기저부(base) 유동은 발사체의 공기역학적 항력예측 과 직접 연관되는 문제로서 중요한 난류유동 특성을 내포하 고 있다[1,2]. 기저부 유동은 재압축 영역(recompression region) 을 형성하는 재순환 유동(recirculating flow), 강한 전단층(shear layer)과 후류(wake)로 영역을 구분할 수 있다[3]. 이러한 유동 의 정확한 예측을 위해서는 난류의 압축성 효과와 비평형 효 과를 포함하는 진보된 난류모델이 필요하다[4-6]. 최근 제시된 2 방정식 난류모델은 난류 운동에너지(turbulent kinetic energy) 의 생성을 줄이거나, 운동에너지 소산률 (dissipation rate)의 소 산을 증가시킴으로써 예측능력을 향상시키는 방법을 사용하 고 있다.

한편, 최근에는 난류모델이 물리적이지 않은 해를 제공하 지 않도록 현실성 조건을 만족하는 난류모델이 제안되어 왔

접수일: 2007년 11월 9일, 심사완료일: 2008년 8월 27일. 1 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과 2 학생회원, 건국대학교 대학원 항공우주정보시스템공학과 3 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학전공

\* Corresponding author, E-mail: pish@konkuk.ac.kr

다[7]. 난류모델에 대한 현실성 조건(realizability)은 난류 전단 응력의 수직성분이 양의 값을 가지고(-uuuí < 0), 난류의 교 란성분들이 Schwarz의 부등식을 만족해야 한다  $(\overline{(u_i^2)(u_j^2)} < \overline{(u_iu_j)^2})$ 는 것을 의미한다. 이론적으로 선형 레 이놀즈 응력-변형률(stress-strain) 모델을 사용하는 선형 난류 모델들은 현실성 조건을 많은 영역에서 만족시키지 못하기 때문에, 난류모델에 대한 현실성 조건의 적용은 응력-변형률 구성 관계식(constitutive relation)에서 레이놀즈 응력이 변형률 에 2차 이상의 비선형 관계를 가지도록 하는 비선형 와점성 (eddy viscosity) 모델에 주로 이루어져 왔다.

선형 모델에서는 강한 전단응력이 작용하는 영역에서 와점 성 계수의 크기를 줄임으로써 현실성 조건의 필요조건을 충 족시킬 수 있으며, 이는 역압력 구배(adverse pressure gradients)나 충격파와 경계층의 간섭이 존재하는 유동에서 그 유효성이 검증되었다[8-13]. *k-ա* SST[13] 모델의 와점성 계수 식은 역 압력 구배 영역에서 Bradshow 등[14]의 실험적 결과 를 이용하여 유도되었다. 평균 변형률을 이용하여 현실성 조 건을 부분적으로 충족시키고자 하는 방법의 이론적 설명은 참고문헌[9-11]에 잘 나와 있다. 이러한 방법들의 핵심은 평균 변형률(mean strain rate)이 커질 때 와점성 계수의 크기를 줄

#### 2 / 한국전산유체공학회지

여 일정 수준의 난류에너지가 유지되도록 하는 것이다.

와점성 계수 값을 줄이는 방법은 여러 성공적인 k-c 난류 모델에도 적용되어 왔다[15-17]. Craft 등[15]의 비선형 와점성 모델은 평균 변형률과 vorticity의 크기, 난류레이놀즈 수의 함 수로 설계되었다. Craft 모델의 와점성 함수는 본래 벽면효과 를 모델링하고 실험 데이터와 DNS(Direct Numerical Simulation)에 기초하여 계수들을 최적화하기 위해서 선택되었 다.

Barakos 와 Drikakis[16]는 Craft 모델의 성공이 응력 변형률 구성 관계의 비선형 3차 확장에 기인하기보다 최적화된 와점 성 계수함수에 기초한다고 주장했다. 즉, 향상된 k-c 난류모델 은 복잡한 고차정확도 구성 관계식보다 적절한 현실성 조건 의 충족에 근거한다고 볼 수 있다.본 논문에서는 널리 알려진 선형모델인 Launder-Sharma k-c 모델의 와점성 계수에 관한 수정 모델을 사용하여 현실성 조건의 영향을 살펴보고자 한 다. 본 연구에서 제안된 모델들의 성능을 확인하기 위해 초음 속 기저부 유동 문제에 대해 계산을 수행하였다.

#### 2. 지배방정식

압축성 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \frac{\partial (\boldsymbol{f}_j \cdot \boldsymbol{f}_{vj})}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

여기서 q는 유동변수이고, fj와 f<sub>i</sub> 는 각 방향의 비점성 및 점 성 유속이다.

$$\boldsymbol{q} = [\rho, \ \rho u_j, \ \rho E ]^T$$
$$\boldsymbol{f}_j = [\rho u_j, \ \rho u_i u_j + \delta_{ij} p, \ \rho u_j H]^T$$
$$\boldsymbol{f}_{vj} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{ij} + \tau_{ij}^* \\ u_i (\tau_{ij} + \tau_{ij}^*) - q_j + (\mu_l + \sigma_k \mu_l) \frac{\partial k}{\partial x_j} \end{pmatrix}$$
(2)

여기서 *p. u<sub>i</sub>, p. E. H* 는 각각 밀도, xi 축 방향의 속도성분, 압력, 총에너지 및 총엔탈피를 나타나며, *τ<sub>i</sub>* 와 *τ\*<sub>i</sub>*는 각각 층 류와 난류에 의한 점성 응력텐서(stress tensor)를, *q<sub>i</sub>*는 *j* 방향 의 열전달량을 나타내고 다음과 같이 표현된다.

$$\tau_{ij} = 2\mu_l \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right), \tau_{ij}^* = 2\mu_l \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$$
(3)

$$q_{j} = -\frac{\gamma R}{(\gamma - 1)} \left( \frac{\mu_{l}}{\Pr_{l}} + \frac{\mu_{t}}{\Pr_{t}} \right) \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( \frac{p}{\rho} \right)$$
(4)

여기서 *y*,*R* 는 비열비, 기체상수이고, *Pr*, *Pr*, 은 층류와 난류 Prandtl number이다. *µ*은 Sutherland law에 의해서 결정되 어지며, *µ*는 와점성으로 난류모델에 따라서 다르게 정의된다. *S<sub>i</sub>*는 속도 변형률 텐서이다.

#### 2.1 Launder-Sharma k-ε 모델

Launder와 Sharma에 의해서 제안된 k-e 난류모델에서 난류 방정식은 다음과 같다[13].

$$\frac{\partial q_T}{\partial t} + \frac{\partial (f_{T_j} - f_{T_{v_j}})}{\partial x_j} = S_{k\epsilon}$$
(5)

여기서  $q_T = \left[\rho k, \rho \tilde{\epsilon}\right]^T$  이고,  $f_T \mathfrak{P} f_T$ 는 대류항과 확산항을 나타내고 다음과 같다:

$$\begin{split} f_{T_{j}} &= \begin{bmatrix} \rho u_{j} k\\ \rho u_{j} \tilde{\epsilon} \end{bmatrix}, \qquad f_{T_{v_{j}}} = \begin{bmatrix} (\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}}) \frac{\partial k}{\partial x_{j}}\\ (\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\epsilon}}) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_{j}} \end{bmatrix} \tag{6} \\ S_{k\epsilon} &= \begin{bmatrix} P_{k} - D_{k}\\ P_{\epsilon} - D_{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{t} S^{2} - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} - \rho \tilde{\epsilon} + D\\ \alpha \frac{\tilde{\epsilon}}{k} \Big( \mu_{t} S^{2} - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} \Big) - \beta f_{\epsilon} \frac{\tilde{\epsilon}^{2}}{k} + E \end{bmatrix} \tag{7}$$

여기서 모델상수  $\alpha = 1.44$ 이고,  $\beta = 1.92$ 이다. S는 평균 변 형률(mean strain rate)을 의미하고, 와점성은 다음과 같이 정의 된다.

$$\mu_t = c_\mu \frac{\rho k^2}{\tilde{\epsilon}} \tag{8}$$

Launder-Sharma 모델에서 와점성 계수,  $c_{\mu}$ 는 다음과 같이 정 의된다.

$$c_{\mu}^{Launder-Sharma} = c_{\mu}^{0} \exp\left[\frac{-3.4}{\left(1+Re_{T}/50\right)^{2}}\right]$$

$$Re_{T} = \frac{\rho k^{2}}{\mu \tilde{\epsilon}}$$
(9)

여기서  $c^0_\mu = 0.09$ 이고,  $Re_T$ 는 난류 레이놀즈수이다. D와 E 항은 벽면효과로 인한 비등방성(anisotropic) 소산률을 표현한 항이고 다음과 같다.

$$D = -2\mu \left[\nabla \cdot \left(\sqrt{k}\right)\right]^2 \tag{10}$$

$$E = 2 \frac{\mu \mu_t}{\rho} \left[ \nabla^2 (\vec{V}) \right]^2 \tag{11}$$

감쇠함수(damping function)  $f_{\varepsilon}$ 는 난류레이놀즈 수의 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$f_{e} = 1 - 0.3e^{-Re_{T}^{2}} \tag{12}$$

식 (9)에 정의된 Launder-Sharma 모델의 와점성 계수는 평균 변형률이 큰 곳에서 비물리적으로 과도한 난류에너지를 생성 하게 되어 계산의 안정성과 정확도를 저하시키는 원인이 된 다. 본 연구에서는 현실성 조건의 Schwarz 부등식으로부터 유 도된 제한자를 매 반복계산마다 적용하여 소산률 변수의 최 소값을 제한하였다 (LS 모델)[12].

$$\left(\rho\tilde{\epsilon}\right)_{\min} = (\rho k)S \tag{13}$$

#### 2.2 선형 k-ε Craft 모델

Craft[16]등에 의해 제안된 와점성 모델은 Launder- Sharma 모델을 바탕으로 비선형 응력 변형률 관계를 사용하고, 무차 원화된 변형률과 와도강도에 기초한 와점성 계수 함수를 사 용한다.

$$\begin{split} c_{\mu}^{Craft} &= \frac{0.3}{1 + 0.35 \left( \max\left(\tilde{S}, \tilde{\Omega}\right) \right)^{1.5}} \\ & \cdot \left( 1 - \exp\left[ -\left( \frac{Re_T}{90} \right)^{1/2} - \left( \frac{Re_T}{400} \right)^2 \right] \right) \end{split} \tag{14}$$

$$\tilde{S} &= \frac{k}{\epsilon} \sqrt{S^2}, \qquad \tilde{\Omega} &= \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \end{split}$$

함수 c<sub>µ</sub> 는 Reynolds stress의 예측된 변화가 실험 데이터 및 DNS 결과에 잘 일치하도록 최적화되었다. 본 연구에서는 식 (14)의 와점성 계수와 일반적인 선형 응력-변형률 관계를 적 용하였다.

#### 2.3 수정된 Launder-Sharma(LS) 모델

본 연구에서는 현실성 조건을 만족시키지 못하는 식 (9)를 평균 변형률의 함수로 다음과 같이 수정함으로써 현실성 조



Fig. 1 Variation of eddy viscosity with mean strain rate at large turbulent Reynolds number.

건을 더하는 방법을 적용하였다(MLS1).

$$c_{\mu}^{ALS1} = \min\left[c_{\mu}^{Laun\,der\,-\,Sharma}, \sqrt{c_{\mu}^{0}} / \sqrt{\left(\widetilde{S}^{2} + \widetilde{\Omega}^{2}\right)/2}\right] \quad (15)$$

위 식은 참고문헌 [11,12]에서 *k-w* 모델에 적용된 와점성 계수 와 동일하며, 선형모델이 현실성 조건을 충족하기 위한 필요 조건이 된다. 식 (15)는 큰 평균 변형률(또는 와도강도)이 발 생하는 영역에서 계수 값을 줄여 난류의 생성을 제한하는 역 할을 함게 됨을 2.3절 후반에서 보일 것이다.

식 (9)의 Launder-Sharma 모델의 와점성 계수는 난류 레이 놀즈수의 함수로 표현되는 반면, 식 (14)와 (15)의 와점성 계 수는 난류 레이놀즈수와 평균 변형률의 함수로 표현된다. Fig. 1은 Craft 모델과 MLS1 모델(식 (15))의 차이를 나타낸다. 높 은 변형률에서 식 (14)의 함수  $c_{\mu}$ 가 식 (15)의 그것보다 작은 값을 갖는다. Barakos 와 Drikakis[16]에 따르면 이러한 이유로 인해서 Craft 모델은 여러 다른  $k \cdot \varepsilon$  모델보다 더 나은 거동을 보인다. 여기서 주목해야 하는 점은 Craft 모델의 함수  $c_{\mu}$  는 DNS 결과를 잘 충족시키도록 설계되었으며, 변형률이 작은 영역에서는 0.09를 초과한다는 것이다. 이 특성은 초음속 기 저부 유동에 대한 계산 결과 재순환영역의 속도분포에 긍정 적인 영향을 미침을 알 수 있었다. MLS2는 작은 평균 변형률 영역에서는 Craft 모델을 따르고, 큰 값의 영역에서는 식 (15) 를 따르도록 설계되었으며 다음과 같이 표현된다.

$$c_{\mu}^{MLS2} = \frac{2.4}{1 + 8\sqrt{\left(\tilde{S}^{2} + \tilde{\Omega}^{2}\right)/2}} \\ \cdot \left(1 - 1.375 \exp\left[\frac{-0.36}{\exp\left(-0.9\sqrt{\left(\tilde{S}^{2} + \tilde{\Omega}^{2}\right)/2}\right)}\right]\right) \quad (16) \\ \cdot \left(1 - \exp\left[-\left(\frac{Re_{T}}{90}\right)^{1/2} - \left(\frac{Re_{T}}{400}\right)^{2}\right]\right)$$



Fig. 2 Pressure coefficient distributions on the base with radial distance from centerline.



Fig. 3 U velocity distributions along the centerline.

Craft 모델에서 함수  $c_{\mu}$ 가  $\max(\tilde{S}, \tilde{\Omega})^{1.5}$ 의 역수에 비례하 는데 반해, 본 연구에서는 함수  $c_{\mu}$  가  $\sqrt{(\tilde{S}^2 + \tilde{\Omega}^2)/2}$ 의 역 수에 비례하도록 설계되었다. 이러한 차이가 난류 운동에너지 의 생성에 미치는 영향을 살펴보기 위해 현실성 조건의 잠재 적 향상을 탐구한 Thivet 등[18]의 분석을 따랐다. 1차원 유동 이 x 방향으로 흘러갈 경우 변형률은 다음과 같이 근사된다.

$$S^2 \sim \frac{4}{3} \left(\frac{\Delta U}{\Delta x}\right)^2 \qquad , \qquad S \sim \left(\frac{\Delta U}{\Delta x}\right) \qquad (17)$$

Cell volume에 대해서 식 (9)를 사용하여 적분한 생성항(*P<sub>k</sub>*)은 다음과 같다[18].



Fig. 4 Base pressure distributions with grid resolution.



Fig. 5 U velocity along the centerline.

$$\int \left( \mu_T S^2 - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} \right) dV$$

$$\sim \frac{4}{3} c_{\mu}^0 \frac{\rho k^2}{\epsilon} \frac{(\Delta U)^2}{\Delta x} - \frac{2}{3} \rho k \Delta U$$

$$= \frac{2}{3} \rho k \Delta U \left[ \sqrt{3} c_{\mu}^0 \tilde{S} - 1 \right]$$
(18)

위 식은 함수  $c_{\mu}$ 가 일정할 때, 난류 생성항은 평균 변형률에 비례함을 보여준다. 충격파 경계층 간섭 영역 또는 강한 전단 류 영역 등 큰 평균 변형률이 발생하는 영역에서 과도한 난 류의 생성을 야기할 수 있음을 의미한다. 이러한 문제는 식 (14)와 식 (15)에서처럼 현실성 조건에 기초한 함수  $c_{\mu}$ 를 적용 함으로써 완화될 수 있다.



Fig. 6 Axial velocity profiles at X/R=1.26.

$$\int \left(\mu_T S^2 - \frac{2}{3}\rho k S_{kk}\right) dV \sim \frac{2}{3}\rho k \Delta U \left[\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{\tilde{S}}} - 1\right]$$
(19)

$$\int \left( \mu_T S^2 - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} \right) dV \sim \frac{2}{3} \rho k \Delta U \Big[ 2 \sqrt{3c_{\mu}^0} - 1 \Big]$$
 (20)

결과적으로 Craft모델의 경우 평균 변형률이 큰 영역에서 난류 운동에너지가 평균 변형률에 반비례하여 작아짐을 보여 준다. 한편, 본 연구의 수정된 Launder-Sharma모델의 난류생성 은 평균 변형률과 무관하게 일정한 값을 가지게 된다.

#### 3. 수치 해석 기법

계산을 위해 지배방정식을 물리적 좌표계에서 일반좌표계 로 변환하고, 격자중심 유한 체적법으로 이산화 하였다. 비점 성 유속에 대해 2차의 정확도를 얻기 위해서 HLLE+[19]와 3 차의 MUSCL기법과 minmod 제한자가 사용되었다. 점성 유속 은 중심차분에 의해 계산되었다. 난류변수에 대해서는 Navier-Stokes 방정식과 동일한 2차 정확도의 MUSCL 기법을 적용하였다!12].

정상해를 구하기 위해 근사 인자화와 대각화를 동시에 적 용하여 내재적 연산자 행렬을 스칼라(scalar) 형태의 삼대각 행렬(tridiagonal matrix)로 변환하여 해석하는 DADI 방법을 사 용하였다. 비점성 유속은 상사변환을 이용해 대각화할 수 있 으나 점성유속의 경우에는 대각화가 불가능하므로, 점성유속 Jacobian의 최대 고유치(spectral radius)를 이용해 고유치를 보 정하고 내재적 부분에 추가된다. 각각의 난류 모델의 원천 벡 터는 생성항과 소멸항으로 구분할 수 있다. 난류 소멸항은 내



Fig. 7 Radial velocity profiles at X/R=1.26.

재적 부분에 포함되는 반면, 생성항은 외재적으로 처리된다 [12].

경계조건으로는, 벽면에서는 속도가 0으로 설정하였고, 밀 도와 에너지는 영역 내부에서 외삽 하였다. 벽면에서 k와  $\tilde{\epsilon}$ 은 0으로 설정하였다. 입구조건은 주어진 마하수와 온도조건 에 맞게 Wilcox의 EDDYBL 코드를 이용하여 생성하였다[20].

#### 4. 수치 해석 결과

난류 모델의 성능을 시험하기 위해 초음속 축대칭 기저부 유동 문제를 계산하였다. 입구조건은 마하수가 2.46이고 자유 류 속도 기준으로 레이놀즈수가 5.2×10<sup>7</sup>/m이다. 형상 및 기타 조건들은 참고문헌[1]에 잘 나와 있다. 계산은 4가지 2-방정식 난류 모델들에 대하여 이루어 졌다. 계산에 사용된 모 델은 제한자를 갖는 Launder-Sharma *k-ε* 모델, 식 (13), 선형 Craft 모델, 식 (14), 변형 와점성 계수를 가지는 Launder-Sharma(MLS1) 모델, 식 (15), Craft 모델의 와점성 계 수를 수정한 MLS2 모델, 식 (16)이다.

Fig. 2는 기저부 벽면을 따른 압력계수의 변화이다. 재순환 영역 내부이므로 압력 평형을 이루어 일정한 값을 가진다. LS 모델에 의해서 예측된 기저부 압력은 상대적으로 큰 변화 를 보여주는 반면, 다른 모델에 의한 결과는 실험치 보다 작 은 값을 예측하였으나 상대적으로 작은 변화를 나타낸다. Fig. 3은 중심선을 기준으로 한 흐름 방향 속도분포이다. 모든 모 델이 재부착 지점(reattachment point)을 거의 동일하게 예측하 고 있다. 박리순환 영역에서 역방향 속도의 분포를 Craft 모델 이 가장 잘 예측하고 있으며, LS 모델이 가장 좋지 못한 결 과를 주고 있다. 한편, LS모델과 MLS1 모델은 실험치에 비해 큰 역방향 속도를 예측한고 있다. 순환 영역 내부에서는 평균



Fig. 8 TKE profiles: (a) X/R=0.079, (b) X/R=1.26, (c) X/R=2.67

변형률이 크지 않기 때문에, 실험과 DNS 결과를 반영하여 와 점성 계수 값이 0.09보다 클 수 있도록 허용하는 Craft 모델과 MLS2 모델이 좋은 결과를 제시함을 보여주고 있다.

Fig. 4와 5는 Craft 모델과 MLS2 모델에 성긴 격자와 조밀 한 격자를 적용한 결과이다. 계산을 위해 2가지 조밀 격자 (33×65,321×213)와 성긴 격자(21×51,201×150)를 구성하였다. 각 각의 격자는 두 개의 블록으로 구성되어 있다. 흐름방향 속도 와 압력계수에서 격자에 따른 차이가 거의 없음을 볼 수 있 다.

Fig. 6과 Fig. 7은 흐름방향으로 X/R=1.26인 곳에서의 흐름 방향 속도와 수직방향 속도를 나타낸다. Craft 모델이 약간 더 좋은 결과를 보여준다. 난류 모델에 따른 난류 운동에너지 분 포는 Fig. 8에 나타난다. r/R=1.0 근처에서 벽에서 박리된 경 계층으로 인해 강한 전단층이 형성되는데, 이로 인해 난류 운 동에너지가 급격히 생성됨을 실험에서 볼 수 있다. 계산결과 에서도 이러한 경향성은 확인되지만, 그 크기는 충분하지 않 다. 현실성 조건으로부터 유도된 식 (13)을 사용하지 않는 LS 모델은 r/R=1.0 근처에서 급격히 생성되는 난류 운동에너지를 적절히 제어하지 못하기 때문에 계산결과를 얻을 수 없었다. Craft모델이 다른 모델들 보다 X/R=0.079, 1.26에서 순환 영역 내부의 난류 운동에너지를 적게 예측함을 확인 할 수 있다. 이것은 함수  $c_{\mu}$ 가  $\max(\tilde{S}, \tilde{\Omega})^{1.5}$ 의 역수에 비례하도록 설계 되었기 때문이다. 반면, MLS2 모델은 재순환 영역에서 난류 운동에너지를 대체로 잘 예측하고 있음을 볼 수 있다. 식 (18-20)의 근사 해석과 Fig. 8(a)에서 볼 수 있듯이 평균 변형 률의 함수로 표현되는 와점성 계수는 난류 운동에너지의 생 성에 직접적인 영향을 미친다. 또한, 난류 운동에너지의 생성 과 속도분포를 종합하면 재순환 영역에서 역방향 속도의 최 대값은 난류 운동에너지에 직접 비례함을 Fig. 3과 Fig. 8(a)에 서 확인할 수 있다.

#### 5. 결 론

본 연구에서는 초음속 기저부 유동에 대하여 *k-ɛ* 모델의 성능을 시험하기 위해 변형된 Launder-Sharma *k-ɛ* 모델과 선 형화된 Craft 모델을 적용하였다. 와점성 계수가 평균 변형률 의 함수가 됨으로써 현실성 조건의 필요조건을 충족할 수 있다는 이론에 기초하여, 다양한 형태의 와점성 계수를 사용하여 비교하였다. 근사 해석과 수치해석을 통해 평균 변형률에 반비례하는 와점성 계수 모형은 변형률이 큰 영역에서 과도한 난류 생성을 제어할 수 있음을 보였다. 또한, 재순환 영역의 난류 운동에너지의 생성과 속도분포의 계산 능력을 향상 시킬 수 있음을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 2007년도 과학기술부의 재원으로 국제과학기술 협력재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (과제번호:2007-A002-0049).

### 참고문헌

- 1993, Herrin, J.L. and Dutton, J.C., "Supersonic Base Flow Experiments in the Near Wake of a Cylindrical Afterbody," *AIAA Paper 93-2924.*
- [2] 1994, Sahu, J., "Numerical Computations of Supersonic Base Flow with Special Emphasis on Turbulence Modeling," *AIAA Journal*, Vol.32, No.7, pp.1547-1549.
- [3] 1997, Krishnamurty, V.S. and Shyy, W., "Study of Compressibility Modifications to the k-ε Turbulence Model," *Physics of Fluids*, Vol.9, No.9, pp.2769-2788.
- [4] 1992, Sarkar, S., "The Pressure-Dilatation Correlation in Compressible Flows," *Physics of Fluids A*, Vol.4, pp.2674-2682.
- [5] 2003, 박창환, 박승오, "Ristorcelli의 압축성 난류 모형을 이용한 초음속 유동의 계산," 한국전산유체공학회지, 제8 권, 제 3호, pp.1-6.
- [6] 1997, Ristorcelli, J.R., "A Pseudo-Sound Constitutive Relationship for the Dilatational Covariances in Compressible Turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.347, pp.37-70.
- [7] 2001, Merci, B., De Langhe, C., Vierendeels, J. and Dick, E., "A Quasi-Realizable Cubic Low-Reynolds Eddy-Viscosity Turbulence Model with a New Dissipation Rate Equation," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol.66, pp.133-157.
- [8] 2006, Celic, A. and Hirschel, E.H., "Comparison of Eddy-Viscosity Turbulence Models in Flows with Adverse Pressure Gradient," *AIAA Journal*, Vol.44, No.10, pp.2156-2169.
- [9] 1983, Coakley, T. J., "Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Paper* 83-1693.

- [10] 1996, Durbin, P.A., "On the k-ε Stagnation Point Anomaly," International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol.17, No.1, pp.89-90.
- [11] 2002, Thivet, F., "Lessons Learned from RANS Simulations of Shock-Wave/Boundary-Layer Interactions," *AIAA Paper* 2002-0583.
- [12] 2004, Park, S.H. and Kwon, J.H., "Implementation of k-ω Turbulence Models in an Implicit Multigrid Method," AIAA Journal, Vol.42, No.7, pp.1348-1357.
- [13] 1994, Menter, F.R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal, Vol.32, No.8, pp.1598-1605.
- [14] 1967, Bradshaw, P., Ferriss, D.H. and Atwell, N.P., "Calculation of Boundary-Layer Development Using the Turbulent Energy Equation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.28, No.3, pp.593-616.
- [15] 1974, Launder, B.E. and Sharma, B.I., "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flows near a Spinning Disk," *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol.1, pp.131-138.
- [16] 1996, Craft, T.J., Launder, B.E. and Suga, K., "Development and Application of a Cubic Eddy-Viscosity Model of Turbulence," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.17, pp.108-115.
- [17] 2000, Barakos, G. and Drikakis, D., "Numerical Simulation of Transonic Buffet Flows using Various Turbulence Closures," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.21, pp.620-626.
- [18] 2001, Thivet, F. Knight, D.D., Zheltovodov, A.A. and Maksimov, A.I., "Insights in Turbulence Modeling for Crossing-Shock-Wave/Boundary-Layer Interactions," *AIAA Journal*, Vol.39, No.6, pp.985-995.
- [19] 2003, Park, S.H., and Kwon, J.H., "On the Dissipation Mechanism of Godunov-Type Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol.188, No.2, pp.524-542.
- [20] 1998, Wilcox, D.C., "Turbulence Modeling for CFD, 2<sup>nd</sup> edition," DCW Industries, La Canada, CA.