

## 케이블-막구조물의 요소이동(slip)에 관한 연구

### A Study on the Slipping Problem for Cable-Membrane Structures

김재열\*  
Kim, Jae Yeol

강주원\*\*  
Kang, Joo-Won

박상민\*\*\*  
Park, Sang-Min

#### 요약

본 논문에서는 케이블-막구조의 요소이동을 고려한 해석 기법을 제시하기 위하여 초기평형형상해석 및 응력해석과 요소이동성을 고려한 해석으로 구분하여 연구함으로써 이론적인 접근을 통해 요소이동성을 평가하였으며, 요소이동을 고려한 해석으로 ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 유한요소법을 이용하여 작성된 알고리즘을 제시하여 다양한 예제의 검증을 통해 제안방법을 평가하였다.

#### Abstract

The objective of this study is find out the stressed condition, slipped direction and slipped dimension when some elements of cable-membrane structures are slipped from it's initially designed coordinates by external loads as wind or non uniform load and so on. In order to search the slipped behaviors of cable-membrane structures, a ALE finite element formulation is introduced. In these procedures, a stiffness matrix related with ALE concept is formulated and a FE analysis program for cable-membrane structures with slipped elements is developed.

키워드 : ALE 유한요소, 케이블구조, 요소이동

Keywords : Arbitrary Lagrangian Eulerian Finite Element, Cable Structures, Element Slipping

## 1. 서론

시공이 된 구조물에 있어서 당초 정확히 건설된 케이블 구조물일지라도 비대칭하중(그림 1), 외부의 충격, 시공 오차 혹은 바람과 같은 여러 가지 자연 현상에 의해 위상이 변하게 되는 상황을 고려하지 않을 수 없다. 즉, 막 및 케이블 사이에 어느 정도의 요소이동(element slip)이 발생할 수 있다. 이러한 요소이동에 의해 초기 설계시 주어졌던 막과 케이블의 접촉점은 변하게 될 것이며, 이로 인해 막 및 케이블 요소의 기하 및 재료상태가 바뀌어 질 수 있다. 그러나 현재는 이러한 미끄러짐을 전혀 고려하지 않고 초기에 주어진 좌표만을 사용하고 있다. 그

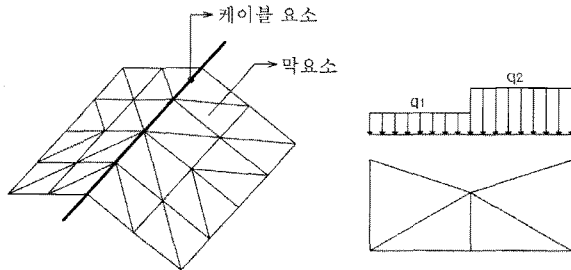
러므로 케이블 보강 막 구조물에서 케이블 및 막 요소가 시공 후 혹은 시공 중의 물리적인 요인에 의하여 초기의 위치로부터 어느 정도 이탈이 생겼을 때의 기하 및 재료상태를 고려하여 재해석하는 기법을 개발할 필요가 있다.

본 연구의 주목적은 다음과 같다. 첫째, 상기에서 설명한 요인들에 의해 요소이동이 발생할 때, 당초 해석시 가정되었던 좌표나 응력상태의 변화에 대해 막과 케이블 사이에 발생하는 요소이동의 방향이나 크기의 산정, 둘째, 요소이동이 발생한 후 응력상태의 변화, 셋째, 요소이동이 잘 일어나지 않는 구조물 등을 규명하는 것이다.

위의 목적을 달성하기 위해서 먼저 케이블 보강 막구조물의 요소이동 문제를 해석하기 위한 이론적 배경인 ALE 유한요소법의 개념을 간단히 소개하도록 한다. 다음은 참고문헌<sup>12)</sup>를 기초로 하여 ALE 개념이 도입된 케이블-막구조물에서의 요소이동을 고

\* 정희원 · 협성대학교 건축공학과 조교수  
\*\* 정희원 · 영남대학교 건축학부 부교수  
\*\*\* 교신저자, 영남대학교 건축학부 조교수  
(Tel : 053-810-2599 Fax : 053-810-4625)  
E-mail : iitpark@ynu.ac.kr

려한 강성매트릭스를 작성하며, 이 강성매트릭스를 가지고 기존의 기하학적 비선형 해석법을 이용하여 해석 프로그램을 개발한다.



<그림 1> 케이블 보강 막구조물의 slip이 발생하는 예

## 2. ALE 유한요소법을 이용한 케이블 요소이동 해석법

### 2.1 강성매트릭스 구성

케이블-막 구조물의 기하학적 비선형해석에 있어서, 시각  $t$ 까지의 상태(변형 및 응력)  ${}^tC$ 를 알 수 있고, 시각  $t+\Delta t$ 의 상태  ${}^{t+\Delta t}C$ 를 구다. 미끄러짐에 수반되는 형의 경우, 최초 같은 위치  ${}^t x$ (즉, 좌표가 같음)에 있는 절점 및 그 절점에 있는 물질점이 변형 후 각각  ${}^{t+\Delta t} \hat{x}$ ,  ${}^{t+\Delta t} x$ 의 다른 위치로 변한다. 이  ${}^{t+\Delta t} x$ 와  ${}^{t+\Delta t} \hat{x}$ 와의 상대증분 변위는  $\bar{u}$ 이다.  $\bar{u}$ 는 절점 위치에 대응하는 미끄러짐의 변위를 나타낸다.  ${}^{t+\Delta t} \hat{x}$ ,  ${}^{t+\Delta t} x$  및  $u$ 는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^{t+\Delta t} x = {}^t x + u \tag{1}$$

$${}^{t+\Delta t} \hat{x} = {}^t \hat{x} + \hat{u} \tag{2}$$

$$u = \hat{u} + \bar{u} \tag{3}$$

본 논문에서는 식(3) 대신 다음의 식을 도입했다.

$$u = \hat{u} + \Delta X \tag{4}$$

$\Delta X$ 는 <그림 3>에서 알 수 있듯이 요소이동에 의한  ${}^tC$ 에 있어서 케이블-막요소 영역내에 포함되어 있는 물질점 집합의 변화를 나타낸다. 이  $\Delta X$ 는 미지의 식이고, 식 (3)의  $\bar{u}$ 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\bar{u} = F_t^{t+\Delta t} \Delta X \tag{5}$$

여기에서  $F_t^{t+\Delta t}$ 는 시각  $t$ 의 위치를 기준으로 하는 시각  $t+\Delta t$ 의 변형구배를 나타낸다. 여기서 식(4)의 우변 2항의  $\hat{u}$ 와  $\Delta X$ 를 미지변수로 하고, 각각 절점변위의 라그랑지안(L)과 오일러(E) 부분이라고 하면, L 부분은 물체의 변형, E부분은 미끄러짐에 의한 요소 내에 포함되는 물질점 집합의 변화를 나타낸다. 요소 이동을 나타내는 절점변위의 E부분을 현시각의 위치  ${}^tC$ 를 이용하여 <그림 3>에서와 같이  $s_1-s_2-s_3$ 좌표계에서 정의하는 것은 요소이동의 현상에서부터 생각하는 것이 보다 적절하다.

따라서 해석상  $\Delta X$ 성분 대신에  $s_1, s_2$ 를 미지변수로 도입한다.  $\Delta X$ 의 요소국소좌표계의 성분  $\Delta X(i=1,2)$ 와  $S_a(a=1,2)$  사이에 다음의 관계가 있다.

$$\Delta X_i = \tilde{e}^T S_a s_a \tag{6}$$

<그림 2>와 <그림 3>의  $\Delta X$ 와  $s_a$ 의 정의에서부터 알 수 있듯이 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\Delta X_3 = 0, s_3 = 0 \tag{7}$$

식 (6)과 (7)을 식 (5)에 대입하여, 성분을 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} u_1 &= \hat{u}_1 + \tilde{e}^T S_a s_{a1} \\ u_2 &= \hat{u}_2 + \tilde{e}^T S_a s_{a2} \\ u_s &= \hat{u}_s \end{aligned} \tag{8}$$

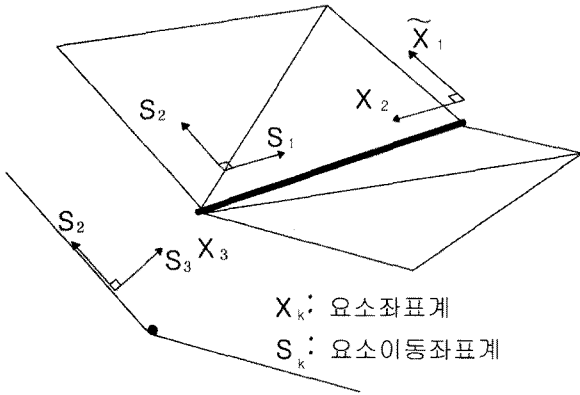
식 (8)을 다음의 가상일법의 증분식에 대입하고

$$\begin{aligned} &\int_V \delta {}_i C_{ijkl} {}^t u_{ki} d^t V + \int_V \delta {}^t u_{ki} \tau_{ij} {}^t u_{kj} d^t V \\ &= \delta {}^{t+\Delta t} P - \int_V \delta {}^t u_{ij} \tau_{ij} d^t V \end{aligned} \tag{9}$$

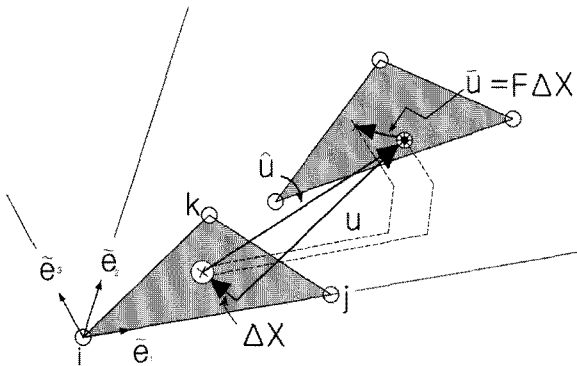
유한요소법으로 이산화하면 다음과 같다.

$$({}^t \hat{K}_L + {}^t \hat{K}_{NL}) \hat{u} = {}^{t+\Delta t} \hat{P} - {}^{t+\Delta t} \hat{F} \tag{10}$$

여기서,  $KL$ 은 탄성강성매트릭스,  $KNL$ 은 기하강성 매트릭스,  $P$ 는 외력벡터,  $F$ 는 내부력 벡터를 각각 나타낸다.



<그림 2> Slip과 요소의 국부좌표계



<그림 3> 요소이동변위와 요소이동변위에 관련된 상대변위

### 3. 요소이동 모델

#### 3.1 케이블의 요소이동

오일러안 변위를 이용한 요소이동 문제는 <그림 4>와 같은 간단한 1차원 케이블 모델에 의해서 설명할 수 있다. 무한한 길이를 갖는 케이블의 왼쪽 끝단은 강하게 지지시키고, 임의의 길이를 갖도록 우측편으로 한 지점을 만들되 우측의 지점은 케이블에 일정한 마찰합력  $R^f$ 를 전달하며 어느 정도 미끄러짐이 허용되는 조건으로 하였다. 따라서 미끄러짐이 발생하는 표면은 케이블과 우측지점 사이의 접촉영역이 되며 케이블의 처음 요소는 지점으로 되어 있는 두 절점에 의한 단순요소로 범위를 규정

할 수 있고 파라메트릭 좌표  $\xi$ 는 요소에 의해 정의된다.

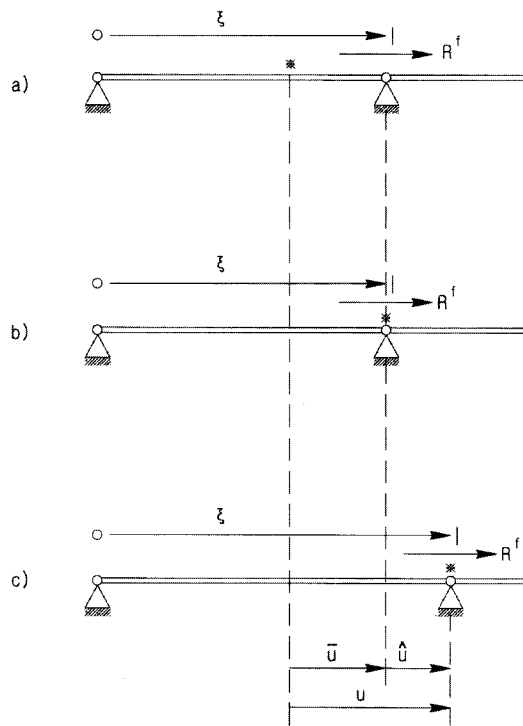
<그림 4(a)>는 케이블의 초기형상을 나타내며 “\*”는 재료점의 위치를 표시한다. <그림 4(b)>는 순수 오일러안 변위가 발생된 후의 구조형태를 나타낸다. 오일러안 변위량은  $\bar{u}$ 로서 초기형상에서 표시된 재료점은 초기위치에서 오른쪽 지점의 위치로 이동되었으며 초기형상의 파라메트릭 좌표도 적절하게 바뀌게 되었다. 그러나 오른쪽 지점이 이동되지 않으므로 이 형태에서 요소좌표시스템의 변형은 발생되지 않으며  $\bar{u}$ 는 변형전후의 절점에서 나타나는 재료점의 변위가 됨을 알 수 있다. <그림 4(c)>는 추가적으로 라그란지안 변위가 발생된 후의 구조형태이다. 재료점과 절점 모두 변위  $\hat{u}$ 만큼 함께 이동되었다. 따라서 요소좌표시스템의 변형이 발생되나 재료점의 좌표와 절점이 같이 이동됨으로 재료점의  $\xi$  좌표는 변하지 않는다. 따라서 재료점의 전체변위는 식11과 같은  $u$ 가 되며 식12과 같은 오일러안과 라그란지안 요소의 합으로 요소 내 변형분배 모델에 이용된다.

$$\hat{J} = \det \left[ \frac{\partial^{t+\Delta t} x_i}{\partial^0 \chi_j} \right] \quad (11)$$

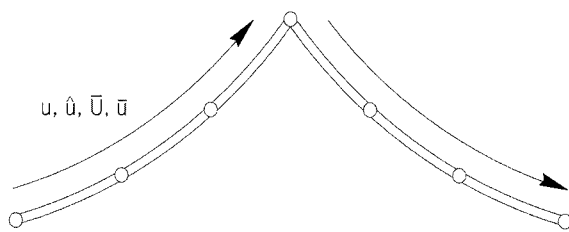
$$u = \bar{u} + \hat{u} \quad (12)$$

오일러안 변위요소는 접선을 따라 작용되는 미끄러짐이며 마찰과 관련된 외부일은 단순히  $\bar{u} \times R^f$ 가 된다.

<그림 5>은 3차원 공간상에서 케이블의 해석을 위한 오일러안-라그란지안 모델을 나타낸다. 요소의 경계와 비틀리는 위치가 같은 기하형태를 갖는 케이블 모델은 등매개 변수 요소이다. 원호길이의 매개 변수  $\bar{u}$ 는 오일러안 변위인  $\bar{u}$ 와 일치하며 케이블의 전체 길이를 따라 케이블에 접선으로 정의된다. 원호길이 매개 변수는 축방향의 오일러안과 라그란지안 변위들이 식12에서와 같이 직접적으로 합해질 수 있는 1차원 시스템의 케이블과 같이 표현될 수 있다. 그러나 이러한 조건은 급격히 휘어진 부분에서 나타날 수 있는 케이블 이동 문제는 제외되어졌다.



<그림 4> 일차원 오일러안-라그랑지안 요소이동 모델



<그림 5> 케이블의 접선방향 요소이동 모델

### 3.2 막의 요소이동

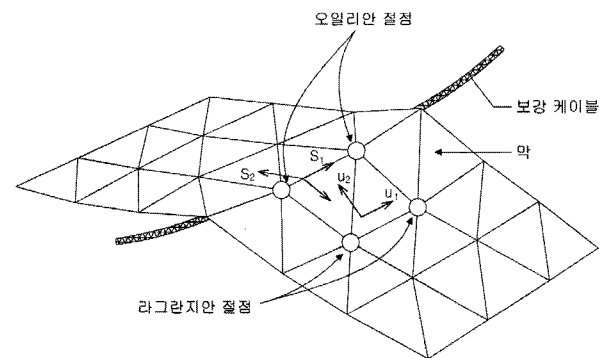
<그림 6>은 두방향으로 요소이동이 발생하는 막 구조물에 대한 유한요소 모델이며 케이블 보강 막 구조의 형태에서 많이 발생된다. 요소가 미끄러지는 경계면은 케이블과 막사이의 접촉부분이 된다. 케이블은 이 경계면을 따라 길이방향으로 미끄러짐이 발생하며, 막은 케이블을 기준으로 길이방향과 횡축의 양방향으로 미끄러짐이 발생된다.

구조물에 지지되지 않은 모든 절점은 막 표면의 기하학적 변화를 표현하는 3개의 라그랑지안 자유도를 갖는다. 또 요소이동 영역에 있는 각 절점에서 케이블 근처의 막요소는 하나는 케이블에 접선방향이고 다른 하나는 막 표면에서 케이블에 횡축인 2

개의 오일러안 요소이동 자유도를 가진다.

막의 재료적 성질인 이방성을 고려할 경우에는 국부 요소좌표계를 사용하게 되나 요소이동에 의한 변위방향과는 일치하지 않게 된다. 이 경우는 순수 변위만이 평가되며 두 좌표시스템의 상대적인 방향성이 대변형으로 인해 변할 수 있기 때문에 좌표시스템을 정의하는 시스템적인 방법이 요구된다. 요소이동 자유도(Lagrangian Nodes)를 갖지 않는 두절점은 각 요소에 대한 재료적 방향을 정의하는데 사용되어 질 것이다. 요소이동 영역상(Eulerian Nodes)에 있는 두 절점은 각 요소에 대한  $s_1$  방향을 정의하는데 이용된다.  $s_2$  방향은  $s_1$  방향과 직각을 이루고 요소표면에 접선이 된다.

$s_2$  방향은 양방향 변위를 유지할 수 있어야 하며, 연속성 조건 즉 인접한 요소와의 연속이 되어야 한다. 이런 조건이 이중곡률을 갖는 막을 평면요소로 모델함으로서 정확하게 일치시킬 수 없으며, 해석에서 약간의 오차를 발생시킨다. 이런 오차는 거의 선형적인 관계를 갖도록 충분히 작은 요소를 사용함으로서 줄일 수 있다.



<그림 6> 2방향 요소이동을 갖는 막의 유한요소모델

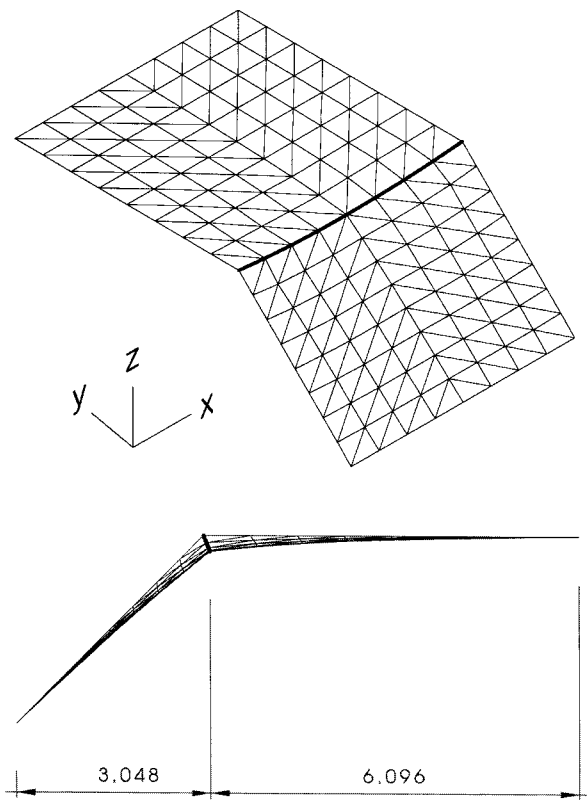
## 4. 이동단을 갖는 케이블-막구조 해석

### 4.1 예제해석 I

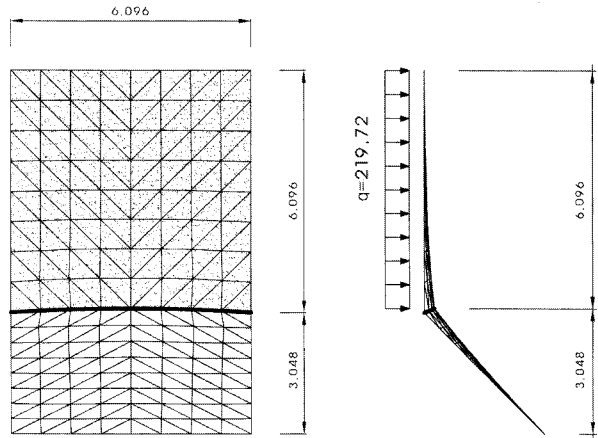
<그림 7>은 케이블을 따라 막에서 2방향으로 요소이동이 발생되며 부재간의 마찰은 없는 것으로 가정하였으며 요소간의 이동을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우로 구분하여 각각 해석하였다. 모델의 구성을 살펴보면 막은 수평 수직의 2부분으로 구성되어

있으며 수평과 수직막의 경계에 보강 케이블이 설치되어있다. 수평부분 막의 크기는 6.096×6.096m의 정방형이고, 수직부분의 막은 6.096×3.048m의 장방형이며 수직으로는 3.048m의 높이로 구성되었다. <그림 8>은 막에 738.189kg/m, 케이블에는 6803.85kg의 초기응력을 가하여 해석한 형상해석의 결과 및 해석제원을 각각 나타내고 있다. 하중조건은 그림8에서와 같이 막의 수평부분 즉 상부부분의 막에만 등분포하중으로 균등하게 219.72kgf/m<sup>2</sup>로 적용하였다.

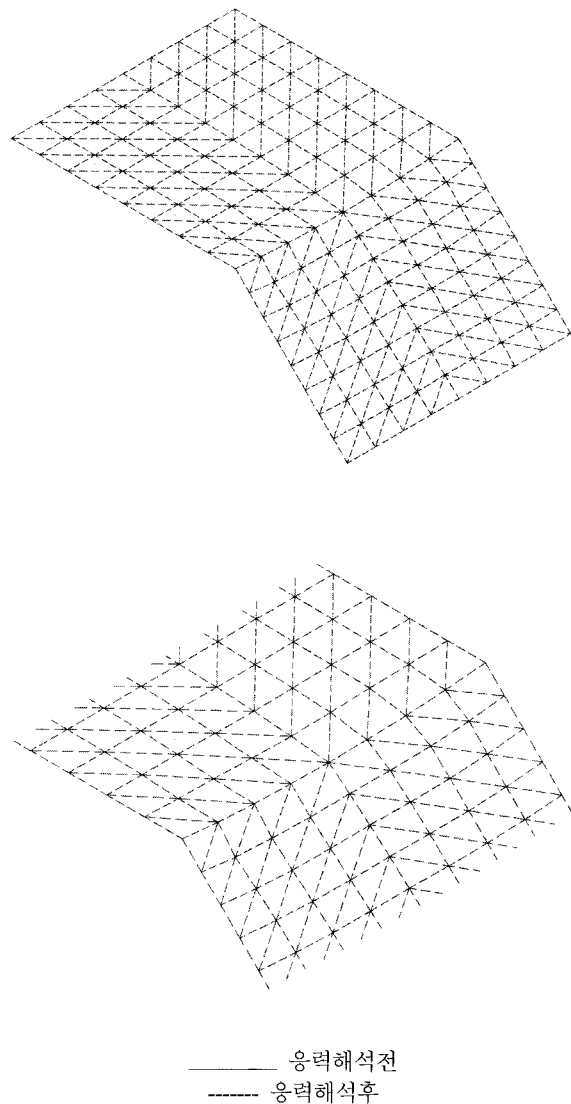
<표 1, 2, 3>에서 알 수 있듯이 <그림 7>에 대한 해석결과를 살펴보면, 좌표 이동량 및 케이블의 응력 변화량에 있어서 참고문헌<sup>12)</sup>와 1% 미만의 차이가 있음을 알 수 있었다. 즉, 절점의 최대 요소 이동량은 케이블의 직각 방향인 s<sub>2</sub>방향에서 살펴볼 때 단부쪽에서는 0.04m, 중앙부에서는 -0.10m로 나타났다. 참고문헌의 결과치와 비교할 경우 오차율은 0.3%로 나타났다. <표 2>에서 N-11은 x방향장력을, N-22는 y 방향장력을, N-12는 전단력을 나타낸다.



<그림 7> 예제 1의 모델형상 (단위:m)



<그림 8> 예제 1의 제원 및 하중재하 (단위:m, kg)



<그림 9> 요소이동을 고려한 해석 전후 형상

<표 1> 예제 1의 절점변위 및 요소이동량 결과비교

(단위:feet, 괄호 안은 m)

절 점		요소 이동을 고려한 경우		요소 이동을 고려하지 않은 경우		요소 이동 양			오차 (%)
		해석치	Haber <sup>12)</sup>	해석치	Haber <sup>12)</sup>	해석치		Haber <sup>12)</sup>	
						S1	S2		
2 (단부)	X	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0
	Y	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000				
	Z	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000				
55	X	0.0296	0.0261	-0.0869	-0.0931	-0.0214	0.1460 (0.04m)	-0.1465	0.3
	Y	0.0185	0.0196	0.0041	0.0002				
	Z	-0.2070	-0.2045	-0.1650	-0.1654				
54	X	0.0536	0.0471	-0.1510	-0.1619	-0.0207	0.2510		
	Y	0.0281	0.0232	0.0057	0.0017				
	Z	-0.3660	-0.3622	-0.2930	-0.2975				
53	X	0.0687	0.0609	-0.1910	-0.2030	-0.0069	0.3160		
	Y	0.0139	0.0148	0.0040	0.0016				
	Z	-0.4670	-0.4665	-0.3760	-0.3807				
52 (중앙)	X	0.0732	0.0653	-0.2080	-0.2172	0.0000	0.344 (0.1m)	0.3430	0.3
	Y	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000				
	Z	-0.5050	-0.5021	-0.4070	-0.4097				

<표 2> 예제 1의 상부 막(수평부분) 장력 값 비교

(단위 ton)

	요소 이동을 고려한 경우(A)			요소 이동을 고려하지 않은 경우(B)			(A)-(B)		
	N-11	N-22	N-12	N-11	N-22	N-12	N-11	N-22	N-12
	1	573.9	671.9	185.9	555.3	629.5	137.4	18.6	42.4
17	480.7	573.5	97.5	511.2	572.0	81.5	-30.5	1.5	16.0
33	436.4	514.4	37.4	488.0	533.3	34.6	-51.6	-18.9	2.8
49	410.6	484.5	-1.9	473.5	512.2	-5.8	-62.9	-27.7	3.9
135	493.7	414.5	-13.2	512.2	473.6	-6.0	-18.5	-59.1	-7.2
133	552.7	445.9	32.5	535.2	486.1	33.3	17.5	-40.2	-0.8
131	618.2	483.9	92.6	580.9	502.2	77.6	37.3	-18.3	15.0
129	728.6	570.3	174.9	654.4	530.5	128.2	74.2	39.8	46.7
Max	728.6	671.9	185.9	654.4	629.5	137.4	74.2	42.4	48.5
Ave.	536.8	519.8	75.7	538.8	529.9	60.1	-1.9	-10.0	15.6
Min	410.6	414.5	-13.2	473.5	473.6	-6.0	-62.9	-59.1	-7.2

<표 3> 예제 1의 케이블 장력

(단위 ton)

구분 요소 번호	요소이동을 고려한 경우			요소이동을 고려하지 않은 경우		
	해석값	Haber <sup>12)</sup>	오차 (%)	해석값	Haber <sup>12)</sup>	오차 (%)
1(단부)	15.27	15.16	0.73	15.47	15.33	0.91
2	15.25	-	-	15.26	-	-
3	15.23	-	-	15.13	-	-
4(중앙)	15.22	15.14	0.52	15.07	15.02	0.33
5(중앙)	15.22			15.07		
6	15.23	-	-	15.13	-	-
7	15.25	-	-	15.25	-	-
8(단부)	15.27	15.16	0.73	15.45	15.33	0.78

#### 4.2 예제해석 II

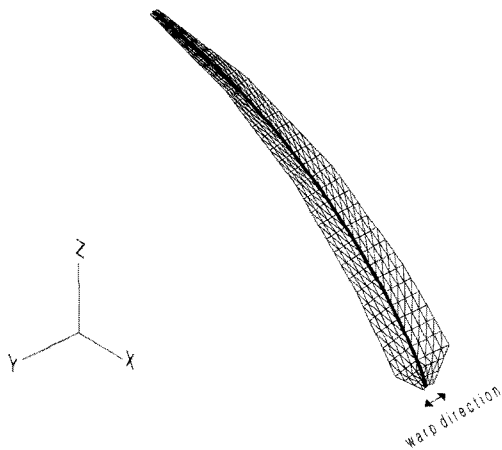
케이블 보강 막조물의 요소이동을 고려한 두 번째 해석 예제는 그림10와 같이 곡면의 형상을 이루며 막상부의 폭은 1.704m, 하부는 12.126의 크기를 갖는 사다리꼴 형태인 모델을 선정하였다. 대상 모델은 2방향으로 요소이동이 발생할 수 있는 경우이며 케이블요소와 막 요소간의 요소이동 발생 유무에 따른 절점변위와 요소 이동량을 비교하였으며, 각 요소에 대한 변형의 형태 및 응력의 변화를 비교하였다. <그림 10>는 케이블에 7000kgf, 막에는 500kgf/m의 초기응력을 주어 해석한 형상해석의 결과로서 3차원 형상과 각 방향에 따른 형상과 모델의 체원을 나타내었다.

하중조건은 케이블을 중심으로 좌측막에는 등분포 하중 -150kgf/m<sup>2</sup> 우측막에는 등분포하중 -75kgf/m<sup>2</sup>를 부압(+Z)으로 작용시켜 해석하였다.

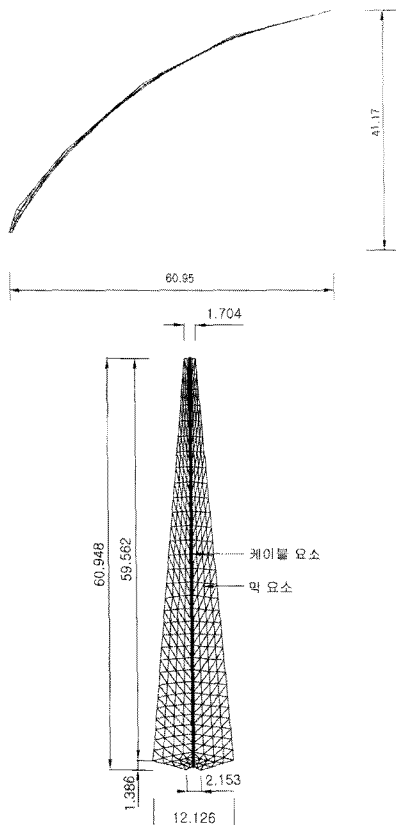
해석결과 케이블은 예제 1에서와 같이 하중이 크게 작용되는 좌측의 막에서 우측으로 이동됨을 알 수 있었다. 요소이동량의 최대값은 s1방향으로는 중앙부에서 0.055m으로 나타났으며, s2방향으로는 단부에서 0.56m로 나타났다.

모델의 하부절점(1번 절점)에서 요소이동의 유무에 따른 케이블의 장력을 비교시 요소이동이 발생할 경우 케이블의 장력은 3.92% 감소되나, 상부의 절점

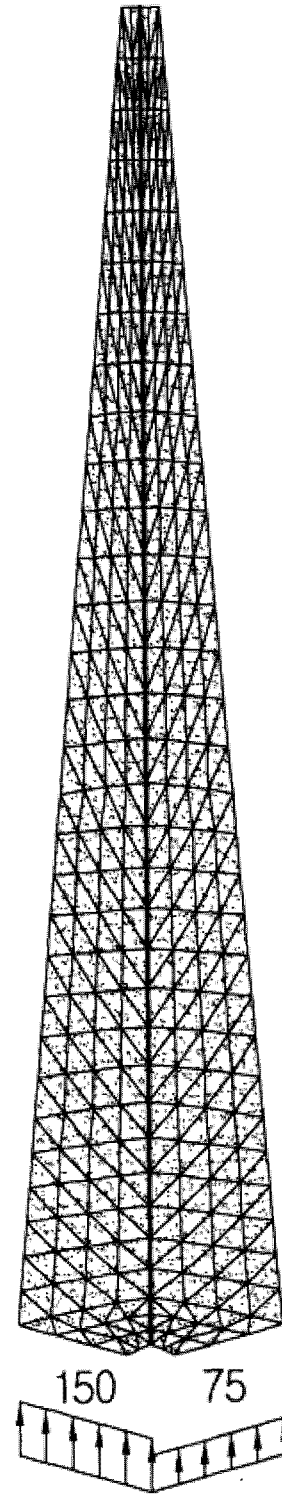
에서는 21% 증가하는 것으로 나타났다. 이는 케이블 요소의 이동에 따른 장력값이 일정하게 변화되면서 나타나는 현상으로 판단된다. 또한 케이블 주변의 막에 대한 장력값을 비교한 결과값은 막의 위치와 방향성에 따라 차이를 보였다. 그러나 보강 케이블의 이동에 의한 영향으로 막의 최대 장력값은 증가함으로서 구조적인 안정성면을 감안할 때 이를 충분히 고려하여 설계되어야 할 것으로 판단된다.



〈그림 10〉 예제 II의 3차원 형상



〈그림 11〉 예제해석 II의 형상제원 (단위:m)

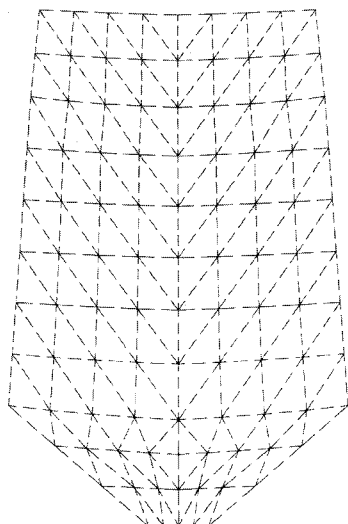


〈그림12〉 예제 II의 하중 재하 상태(단위:kg)

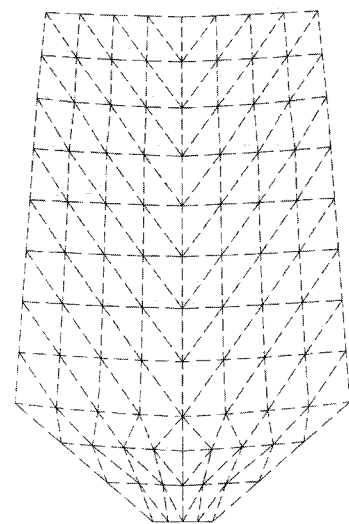
〈표 4〉 예제 II의 절점변위 및 요소이동량 결과비교

(단위:m)

구분	요소 이동 고려(A)			요소 이동 미고려(B)			(A)-(B)			요소 이동량	
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	S1	S2
1	-0.095	-0.140	0.061	-0.079	0.016	0.057	-0.016	-0.156	0.004	0.022	0.156
45	-0.171	-0.208	0.115	-0.152	0.023	0.110	-0.019	-0.231	0.005	0.030	0.232
44	-0.237	-0.269	0.166	-0.215	0.026	0.161	-0.022	-0.295	0.005	0.034	0.298
43	-0.283	-0.322	0.208	-0.261	0.026	0.203	-0.022	-0.348	0.005	0.036	0.354
42	-0.312	-0.370	0.238	-0.289	0.027	0.234	-0.023	-0.397	0.004	0.037	0.403
41	-0.323	-0.410	0.256	-0.302	0.027	0.252	-0.021	-0.437	0.004	0.041	0.444
37	-0.324	-0.444	0.264	-0.303	0.028	0.262	-0.021	-0.472	0.002	0.050	0.479
103	-0.332	-0.471	0.280	-0.312	0.024	0.280	-0.020	-0.495	0.000	0.051	0.503
102	-0.332	-0.494	0.288	-0.313	0.020	0.290	-0.019	-0.514	-0.002	0.050	0.521
101	-0.322	-0.511	0.286	-0.305	0.017	0.289	-0.017	-0.528	-0.003	0.047	0.535
100	-0.301	-0.524	0.271	-0.287	0.015	0.278	-0.014	-0.539	-0.007	0.044	0.546
99	-0.272	-0.533	0.245	-0.261	0.015	0.254	-0.011	-0.548	-0.009	0.041	0.555
98	-0.235	-0.537	0.207	-0.227	0.016	0.220	-0.008	-0.553	-0.013	0.041	0.560
97	-0.195	-0.536	0.164	-0.189	0.018	0.179	-0.006	-0.554	-0.015	0.044	0.559
93	-0.160	-0.530	0.123	-0.154	0.019	0.139	-0.006	-0.549	-0.016	0.055	0.550
175	-0.150	-0.519	0.118	-0.144	0.015	0.134	-0.006	-0.534	-0.016	0.056	0.539
174	-0.143	-0.503	0.118	-0.138	0.011	0.135	-0.005	-0.514	-0.017	0.054	0.519
173	-0.134	-0.483	0.113	-0.130	0.009	0.132	-0.004	-0.492	-0.019	0.050	0.496
172	-0.120	-0.459	0.099	-0.117	0.007	0.119	-0.003	-0.466	-0.020	0.045	0.471
171	-0.100	-0.433	0.073	-0.099	0.006	0.095	-0.001	-0.439	-0.022	0.040	0.443
170	-0.077	-0.403	0.038	-0.077	0.006	0.061	0.000	-0.409	-0.023	0.036	0.411
169	-0.054	-0.370	0.001	-0.053	0.005	0.022	-0.001	-0.375	-0.021	0.032	0.374
165	-0.037	-0.334	-0.026	-0.035	0.003	-0.010	-0.002	-0.337	-0.016	0.030	0.331
245	-0.033	-0.297	-0.021	-0.031	0.003	-0.005	-0.002	-0.300	-0.016	0.026	0.298
244	-0.032	-0.258	-0.005	-0.031	0.002	0.011	-0.001	-0.260	-0.016	0.022	0.261
243	-0.031	-0.217	0.013	-0.031	0.002	0.029	0.000	-0.219	-0.016	0.018	0.220
242	-0.029	-0.175	0.027	-0.029	0.001	0.040	0.000	-0.176	-0.013	0.014	0.177
241	-0.025	-0.132	0.032	-0.025	0.001	0.043	0.000	-0.133	-0.011	0.009	0.133
240	-0.019	-0.088	0.030	-0.019	0.001	0.037	0.000	-0.089	-0.007	0.005	0.089
239	-0.011	-0.044	0.019	-0.011	0.000	0.024	0.000	-0.044	-0.005	0.002	0.045



〈그림 13〉 형상해석 후 형상(요소이동 고려)



〈그림 14〉 형상해석 후 형상(요소이동 미 고려)



### 4.3 예제해석 III

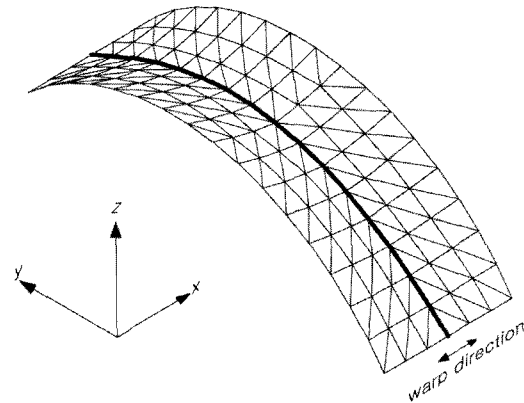
아치 형태의 케이블 보강 막구조물로 대칭의 형태이며 10m 폭의 막판넬 중앙부에 누름 케이블로서 막을 보강한 모델이다. <그림 15>은 케이블에  $T=1235\text{kgf}$ , 막에는  $200\text{kgf/m}$ 의 초기응력을 주어 해석한 형상해석의 결과로서 3차원 형상 모델의 제원을 나타내었다.

해석 III에 사용한 막재의 재료정수는, 종방향 영계수는  $E_x=1.43 \times 10^5\text{kgf/m}$ , 횡방향 영계수  $E_y=9.7 \times 10^4\text{kgf/m}$ 을 사용하였으며, 전단계수  $G_{XY}=6.47 \times 10^4\text{kgf/m}$ 을 사용하였다. 프외송비는 종방향은  $\nu_x=0.84$ , 횡방향은  $\nu_y=0.84$ 을 사용하였다. 케이블 재료의 영계수는  $E_c=1.6 \times 10^{10}\text{kgf/m}^2$ , 단면적은  $A=3.8 \times 10^{-10}\text{m}^2$ 을 사용하였다.

하중조건은 <그림 16>에서와 같이 케이블을 중심으로 하여 좌측막과 우측막에서 서로 다른 하중조건을 적용함으로써 케이블이 막판넬 위에서 케이블의 길이 방향에 직각으로 많이 미끄러질 수 있도록 하였다. 좌측막에는 등분포하중  $-55\text{kgf/m}^2$ 을 적용하였으며, 우측막에는 등분포하중  $-110\text{kgf/m}^2$ 을 부압(+Z방향)으로 적용하였다.

케이블이 위치한 절점에서 최대 이동량의 해석결과를 살펴보면  $s_1$  방향에서는  $-0.003\text{m}$ ,  $s_2$  방향으로는  $-0.293\text{m}$ 로 나타나 해석 전 예측했던 결과와 동일하게 변형이 되었다. 모델의 형태가 아치형태의

대칭으로서  $s_1$  방향으로서는 케이블의 이동이 거의 발생되지 않고, 비대칭 하중의 조건으로 인해 케이블과 직각방향인  $s_2$  방향으로 많은 이동이 발생되었다. 요소이동을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대한 해석결과를 비교하여 볼 때 케이블의 장력값은 요소이동성을 고려했을 경우 케이블 전체에 장력값이 일정하게 분포되면서 고려하지 않았을 경우에 비해 전반적으로 증가함을 알 수 있었다. 막의 경우에는 전절의 예제에서와 같은 변화를 나타냈으며 본 예제에서 역시 위치에 따라 약간의 차이는 있으나 요소이동을 고려할 경우에 전반적으로 증가함을 알 수 있었다.

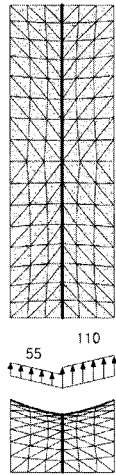


<그림 15> 예제 III의 3차원 형상

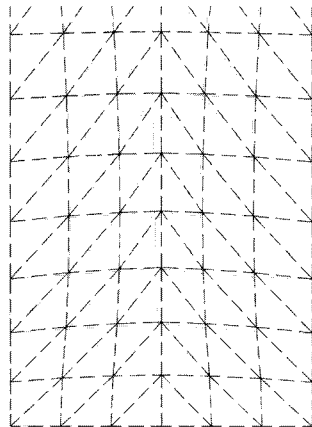
<표 5> 예제 III의 절점변위 및 요소 이동량 결과비교

(단위:m)

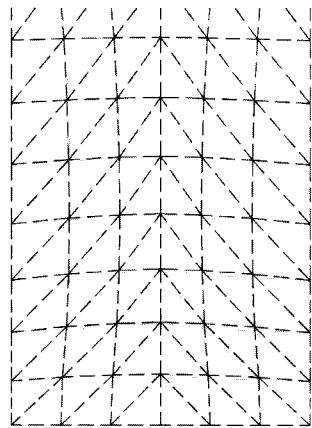
구분	요소 이동을 고려(A)			요소 이동을 미 고려(B)			(A)-(B)			요소 이동량	
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	S1	S2
4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	-0.060	-0.034	0.054	0.006	-0.035	0.057	-0.066	0.001	-0.003	-0.002	-0.067
21	-0.118	-0.037	0.062	0.009	-0.037	0.064	-0.127	0.000	-0.002	-0.003	-0.127
28	-0.170	-0.028	0.050	0.011	-0.028	0.053	-0.181	0.000	-0.003	-0.002	-0.178
35	-0.213	-0.019	0.036	0.011	-0.018	0.038	-0.224	-0.001	-0.002	-0.001	-0.219
42	-0.247	-0.012	0.024	0.011	-0.011	0.026	-0.258	-0.001	-0.002	-0.001	-0.250
49	-0.271	-0.008	0.017	0.010	-0.006	0.018	-0.281	-0.002	-0.001	-0.001	-0.272
56	-0.286	-0.004	0.015	0.010	-0.003	0.015	-0.296	-0.001	0.000	0.000	-0.286
60	-0.292	-0.002	0.015	0.010	0.000	0.018	-0.302	-0.002	-0.003	0.000	-0.293



〈그림 16〉 예제 III의 하중재하(단위:kg)



— — — — —      응력 해석후  
 - - - - -      응력 해석전  
 (a) 요소이동을 고려한 형상



— — — — —      응력 해석후  
 - - - - -      응력 해석전  
 (b) 요소이동을 고려하지 않은 형상  
 〈그림 17〉 예제 III의 응력해석 후 형상

## 5. 결론

본 연구에서는 외력에 의해 요소이동이 발생하는 케이블-막구조물의 이동변위 및 응력을 점검하는 해석기법을 제안하였다. 참고문헌[12]의 개념을 기초로 하여 ALE 유한요소법에 대한 강성매트릭스가 새롭게 구성되었으며, 이들을 이용하여 요소이동을 갖는 케이블-막구조물을 해석하기 위한 방법을 제안하였다. 이 방법을 ALE의 개념을 응용한 것이다. 3개의 케이블-막 구조물 해석 모델을 이용하여 의한 케이블 요소이동 해석방법의 응용성 및 해석 결과의 타당성을 검증했다. 또한 어떠한 문제점이 생기는 지도 검토하였으며, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- (1) 본 연구에서 제안한 케이블-막 요소이동(slip) 해석방법은 요소이동 양이 요소 폭 보다 작은 경우에 응용 할 수 있지만, 요소이동 양이 요소 폭 보다 크게 되면 본 방법은 응용할 수 없다. 또 전자의 경우라도 요소가 극단으로 변형하는 경우가 있기 때문에 해의 정확도에 영향을 준다.
- (2) (1)항에서 설명한 문제에 관해서는 ALE 유한요소법의 증분 변위를 임의로 주는 것을 이용하면 해결할 수 있다고 생각된다. 그러나 2차원요소에서 3차원 문제를 풀 경우에 있어서는 그 절점 증분변위의 전달 방법이 아직 문제점으로 남아 있다.
- (3) 본 개발 연구에서 소개한 방법을 이용하면 변형해석에서 얻을 수 있는 케이블 위치의 해가 최단거리의 해인지 어떤지를 검증할 수 있다. 형태해석에서 얻을 수 있는 해를 본 방법에서 한번 더 해석하고 수행하고 케이블 위치를 비교하면 판단할 수 있다.
- (4) 요소이동이 큰 구조물에서의 문제 해결방법, 해석모델의 이산화(메쉬의 미세함)이 결과에 주는 영향, 다른 방법과의 비교, 형태(형태와 응력상태)에 의한 요소이동 결과에의 영향등은 추후 연구과제이다.

## 참고문헌

1. C. W. Hirt, A. A. Amsdnen and J. L. Cook,

- "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for All Flow Speeds," *Journal of Computational Physics* 14, pp.227-253, 1974
2. T. Belytschko, J.M. Kennrddy and D.F. Schoeberle, Quasi-Eulerian, "Finite Element Formulation for Fluid Structures Interaction," *Transaction of the ASME*, V. 102, pp.62-69, 1980
  3. Thomas J. R. Hughes, Wing Kam Liu and Thomas K. Z., "Lagrangian-Eulerian Method Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, V. 29, pp.329-349, 1981
  4. J. Donea, S. Giuliani and J. P. Halleux, "An Arbitrary Lagrangian Eulerian Finite Element Method for Transient Dynamic Fluid-Structures Interaction," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, V. 33, pp.689-723, 1982
  5. W. K. Liu and H.G. Chang, "Efficient Computational Procedures for Long Time Duration Fluid Structures Interaction Problems," *Journal of Pressure Vessel*, V. 106, pp.317-322, 1984
  6. Robert B. Haber, "A Mixed Eulerian-Lagrangian Displacement Model for large Deformation Analysis in Solid Mechanics," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, V. 43, pp.277-292, 1984
  7. W. K. Liu, T. Belytschko and H. Chang, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Path-dependent Materials," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, V. 57, pp.227-245, 1986
  8. Haber, R. B., Abel, J. F. and Greenberg, P. D., "An Integrated Design System for Cable Reinforced Membranes Using Interactive Computer Graphics," *Computers & Structures*, Vol. 14, No.3-4, pp.261-280, 1981
  9. Haber, R. B. and Abel, J. F., "Initial Equilibrium Solution Methods for Cable Reinforced Membranes, Part I-Formulations," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.30, pp.263-284, 1982
  10. Haber, R. B. and Abel, J. F., "Initial Equilibrium Solution Methods for Cable Reinforced Membranes, Part II-Implementation," *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 30, pp. 285-306, 1982
  11. Hirohisa Noguchi, Tetsuya Kawashima, "Meshfree Analyses of Cable-Reinforced Membrane Structures by ALE-EFG method", *Engineering Analysis with Boundary Elements*,
  12. Haber, R. B. and Abel, J. F., "Contact-Slip Analysis Using Mixed Displacements", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 109, No.2, 1983, pp.411-429

접수일자 : 2008년 8월 4일  
 심사완료일자 : 2008년 10월 2일  
 게재확정일자 : 2008년 10월 10일