

TIMSS 인지영역 평가틀의 변화와 우리나라 학생들의 국제적 수학 성취도

신라대학교 김선희
mathsun@silla.ac.kr

TIMSS는 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구로서 가장 대규모로 여러 국가의 수학 성취도를 파악, 분석하고 있다. 본 연구는 두 가지 연구 내용을 담고 있는데, 첫째는 4주기에 걸친 TIMSS의 인지영역 평가틀의 변화를 살펴봄으로써 평가틀과 문항 개발의 시사점을 얻는 것이다. 둘째는 TIMSS 2007 인지영역 평가틀에 따라 우리나라 학생들의 수학 성취도를 6개국과 비교 분석하는 것이다. TIMSS 2003에서 우리나라는 수학 전체 성취도가 싱가포르와 유의한 차이로 2위를 차지했는데, 수학적 능력을 살펴볼 수 있는 인지영역별로는 알기가 국제 1위, 적용하기가 3위, 추론하기가 2위를 차지하였다. 이를 바탕으로 평가틀 개발 및 다른 나라의 교육 체계나 교육과정으로부터의 시사점 등에 대한 제언을 하였다.

주제어 : 수학적 능력, 인지영역, 성취도, 국제 비교, TIMSS

0. 서론

학생들의 수학적 능력은 여러 가지 방법에 의해 평가되고 있으며, 최근에는 다양한 평가방법에 의해 학생의 수학 성취에 대한 정보를 얻고 그를 해석해야 한다는 평가관이 우세하다. 전통적으로 수학 성취도를 평가해온 지필 평가는 여러 개의 문항으로 학생들의 지식, 추론, 문제해결 등의 능력을 평가해 왔으며, 어느 쪽에 치우친 문항들이 출제되지 않도록 사전에 평가틀을 정하고 그에 따라 문항을 출제하는 것을 원칙으로 하고 있다. 하지만 각 문항이 어떤 인지 행동을 측정하는지 기술하거나 파악하는 것은 문항을 개발하는 교사들에게 매우 어려운 일이다([3]). 본 연구는 문항을 통해 평가될 수 있는 학생들의 인지 행동이 어떤 것이 있는지, 그 인지 행동의 구성에 대한 연구가 어떻게 발전되어 왔는지를 TIMSS(Trends in International Mathematics and Science Study)를 통해 알아보고자 한다.

현재 수학 성취도를 국제적으로 평가하고 분석하는 연구는 크게 PISA와 TIMSS가

있는데, 이 중 TIMSS는 국제 교육성취도 평가 협회(International Association for the Evaluation of Educational Achievement: IEA)의 주관 하에 중학교 2학년 학생들의 수학, 과학 성취도를 4년 주기로 평가하며 그 변화 추이를 분석하는 연구이다. 이 국제 비교 연구는 수학적 성취도에 대하여 가장 큰 규모로 여러 학자들의 수고가 투입된 평가이다. 따라서 국제비교 연구의 평가틀에 대한 고찰은 어떤 인지 행동을 문항을 통해 평가할 수 있는지에 대한 정보를 알려주며, 특히 주기마다 변화되는 인지영역 평가틀이 어떠한 목적에서 변화되었는지를 알아봄으로써 수학 평가틀의 개발에 대한 시사점을 줄 수 있다. PISA는 3년을 주기로 시행되지만 수학 영역만으로 볼 때는 9년 주기라 할 수 있으므로([11]), 본 연구에서는 TIMSS의 평가틀을 고찰해 보려 한다.

지금까지 TIMSS 결과에 대한 분석은 한국교육과정평가원의 보고서가 출간되어 있고([4], [5], [6], [7], [8], [9]), TIMSS 1995 결과를 바탕으로 교사변인과 학교변인을 분석하여 교육과정에 대한 시사점을 도출한 연구도 있으며([2]), TIMSS 1999를 중심으로 교사, 수업 변인과 학생 성취도의 상관관계가 조사된 바 있다([13]). 하지만 인지영역에 초점을 둔 연구는 거의 없는 실정이며, 국제 순위 외에 평가의 세부적인 측면에 대하여 면밀한 분석과 교육에 대한 의미 있는 시사점을 제공하는 데 부족함이 있었다. 학생들의 수학적 능력은 개개인의 행동에 대한 관찰 등을 통하여 질적으로 분석될 수 있으나, 대규모 성취도 비교 연구에서는 많은 문항으로 각 문항이 갖고 있는 특성을 인지영역으로 선정함으로써 수학적 능력을 양적으로 평가할 수 있다는 장점이 있다. 이에 본 연구는 TIMSS에서 보고된 인지영역 성취도 결과를 토대로([17]), 우리나라 학생들의 수학 성취도를 인지영역에 따라 다른 국가와 비교·분석한 결과도 제시하고자 한다. 비교할 국가는 TIMSS 2003의 상위권에 있는 싱가포르, 대만, 홍콩, 일본, 그리고 수학교육에서 많은 연구가 진행 중이라 판단되는 네덜란드와 미국이다. 학생들의 성취수준에 따라 성취도가 어떠한지 알아보기 위해 백분위 점수에 따른 성취도를 인지영역별로도 비교할 것이고, 각국의 남녀 학생 간에 인지영역별 성취도의 차이가 있는지도 비교할 것이다.

1. TIMSS 인지영역 평가틀의 변화

1) TIMSS의 개요

TIMSS는 각기 다른 교육체제와 정책을 수행하고 있는 국가들의 수학·과학 성취 결과와 성취도의 변화 추이를 국제적인 수준에서 비교하며, 수학과 과학 성취도의 변화에 영향을 미치는 관련 변인들과의 관계를 포괄적으로 파악함으로써, 각국의 교육 정책 수립과 교육의 질 개선에 도움이 되는 정보를 제공하는 것을 목적으로 한다. 1995년도에 1주기 수학·과학 성취도 국제비교 연구(이하 TIMSS 1995¹⁾)로 시작되었

고, 1999년도의 2주기 수학·과학 성취도 국제비교 반복 연구(이하 TIMSS 1999)와 2003년도의 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구 2003(이하 TIMSS 2003)이 수행되었으며, 현재 4주기 연구인 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구 2007(이하 TIMSS 2007)이 진행되고 있다.

주기별 참여국 현황을 보면, TIMSS 1995는 40개국, TIMSS 1999는 38개국, TIMSS 2003은 46개국, TIMSS 2007은 66개국으로 참여국이 증가하는 추세에 있다. 그동안의 TIMSS 결과에 따르면, 우리나라의 수학 성적은 TIMSS 1995에서 3위, TIMSS 1999에서 2위, TIMSS 2003에서 2위로 매우 우수한 편이었다. 8년 동안의 변화 추이 결과도 꾸준하게 상승하는 과정에 있는 것으로 나타났다.

현재 TIMSS 연구는 2006년 말에 시행된 TIMSS 2007의 결과를 분석 중에 있으며, 2008년 12월에 발표될 예정이다.

2) TIMSS의 인지영역 평가틀

지금까지 4주기에 걸친 TIMSS 인지영역 평가틀은 큰 틀을 유지하되 내용의 일부가 조금씩 변화되는 성격을 가졌다. TIMSS 1995와 1999, TIMSS 2003과 2007의 평가틀이 유사하다.

(1) TIMSS 1995, 1999의 인지영역 평가틀

TIMSS 1995, 1999의 인지영역 평가틀을 살펴본다. 이 시기에는 인지영역을 ‘예상 수행(performance expectations)’로 표현하면서, 학교 수학에서 학생들에게 기대될 수 있는 수행이나 행동을 비위계적으로 제시하고 있었다.

TIMSS 1995의 예상 수행 요소는 5가지로, 알기, 정형적인 절차 활용, 조사하기와 문제해결, 수학적 추론, 의사소통이다. 이것은 학교교육을 통해 전 학년에서 다루어져야 할 것으로 선정되었으며, 이로 인해 8학년 평가에 포함되지 않는 것이 있을 수 있다([15]). 따라서 예상 수행에서의 모든 요소가 문항에 그대로 드러나지 않았는데, 문항은 알기, 정형적인 절차 수행, 복잡한 절차 활용, 문제 해결의 4가지 측면에서만 설명되었으며, 문제해결하기에는 정당화하기와 증명하기, 의사소통하기가 포함된 것도 다루어졌다([15]). 대수 내용으로 인지영역별 문항의 예를 통해 보면 [그림 1]과 같다. 알기에서는 다항식의 계산에 대한 지식을, 정형적인 절차 수행에서는 방정식의 풀이를, 복잡한 절차 활용에서는 상황을 문자를 이용한 식으로 나타내는 것을, 문제해결에서는 규칙을 일반화하여 결과를 예측하는 문제를 다루고 있다.

1) 용어의 일관성을 위하여, 시행 연도를 중심으로 1995년도의 TIMSS 1차 연구를 TIMSS 1995, 1999년도의 TIMSS 반복 연구를 TIMSS 1999, 2003년도의 TIMSS 변화 추이 연구를 TIMSS 2003, 2007년 본 검사를 시행하는 TIMSS 변화 추이 연구는 TIMSS 2007로 부른다. TIMSS는 TIMSS 1995, TIMSS 1999, TIMSS 2003, TIMSS 2007 연구를 총칭하는 것이다.

If m represents a positive number, which of these is equivalent to $m + m + m + m$?

A. $m + 4$
 B. $4m$
C. m^4
D. $4(m + 1)$

If $3(x + 5) = 30$, then $x =$

A. 2
 B. 5
C. 10
D. 95

<알기>

<정형적인 절차 수행>

Juan has 5 fewer hats than Maria, and Clarissa has 3 times as many hats as Juan. If Maria has n hats, which of these represents the number of hats that Clarissa has?

A. $5 - 3n$
B. $3n$
C. $n - 5$
D. $3n - 5$
 E. $3(n - 5)$

Here is a sequence of three similar triangles. All of the small triangles are congruent.

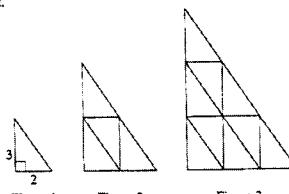


Figure 1 Figure 2 Figure 3

a. Complete the chart by finding how many small triangles make up each figure.

Figure	Number of small triangles
1	1
2	4
3	9

b. The sequence of similar triangles is extended to the 8th Figure. How many small triangles would be needed for Figure 8?

19 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64 small triang's

<복잡한 절차 활용>

<문제해결>

[그림 1] TIMSS 1995의 인지영역별 문항 예시

TIMSS 1995는 평가틀과 문항 연결의 매칭이 제대로 이루어지지 않았다는 점에서, 평가틀의 존재가 교육 목표와 문항 설명 중 어느 것에 부합되어야 하는가 하는 문제를 드러냈다고 할 수 있다. 즉, 추구하는 목표가 있더라도 평가 문항을 통해서 그것을 모두 평가할 수는 없으며, 지필평가의 특성에 맞게 평가할 수 있는 인지 행동이 평가틀로 설정되어야 함을 보여주었다고 할 수 있다. 그리고 연구 설계에서 예상 수행이 비위계적으로 설정되었다고는 설명되었지만 문항의 내용을 볼 때, 알기를 통해 정형적인 절차 수행이 가능하고, 그에 의해 복잡한 절차 활용으로 나아갈 수 있고, 문제해결을 할 수 있다는 점에서 각 행동에 위계성이 있음을 엿볼 수 있다. TIMSS 1995에서 각 영역의 분포는 유사하게 설정되어, 알기 22%, 정형적인 절차 수행 25%, 복잡한 절차 수행 21%, 문제해결 32%로 문항이 출제되었다.

이에 반해 TIMSS 1999의 평가틀은 TIMSS 1995와 유사하지만, 다양한 수학적 주제를 표현하고 학생들에게서 여러 기술을 끄집어내는 문항을 포함하도록 했다([19]).

TIMSS 1999의 예상 수행은 알기, 정형적인 절차 활용, 조사하기와 문제해결, 수학적 추론, 의사소통으로 TIMSS 1995와 일치한다. 하지만 문항의 설명은 알기, 정형적인 절차 활용, 복잡한 절차 활용, 조사하기와 문제해결, 의사소통과 추론으로 TIMSS 1995와 달리 예상 수행과 일관되게 하려 하였다. [그림 2]는 TIMSS 1999의 인지영역별 문항 예시이다. 대수 영역에서 ‘알기’는 절차적인 과정을 말로 제시했을 때 이것을 수식으로 표현할 수 있는지를 질문한 문항이 예시로 제시되었는데, 실생활 맥락을 제외하면 TIMSS 1995의 복잡한 절차 활용에 속하는 유형으로 볼 수도 있다. 정형적인 절차 활용에서는 문장으로 주어진 방정식의 해를 구하는 문제, 조사하기와 문제해결에서는 방정식을 풀고 나서 한 번의 절차가 더 주어지는 복잡한 절차의 문제가 출제되었고, 의사소통과 추론에서는 표를 보고 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식을 찾는 문제가 출제되었다.

n is a number. When *n* is multiplied by 7, and 6 is then added, the result is 41. Which of these equations represents this relation?

A. $7n + 6 = 41$
 B. $7n \pm 6 = 41$
 C. $7n \times 6 = 41$
 D. $7(n + 6) = 41$

If the ratio 7 to 13 is the same as the ratio *x* to 52, what is the value of *x*?

A. 7
 B. 13
 C. 28
 D. 364

<알기>

If 4 times a number is 48, what is $\frac{1}{3}$ of the number?

A. 4
 B. 8
 C. 12
 D. 16

The table represents a relation between *x* and *y*.

Which of the following equations could represent the same relation?

<i>x</i>	<i>y</i>
1	1
2	4
3	7
4	10

A. $y = 2x + 2$
 B. $y = 2x - 1$
 C. $y = 3x + 2$
 D. $y = 3x + 1$
 E. $y = 3x - 2$

<조사하기와 문제해결>

<의사소통과 추론>

[그림 2] TIMSS 1999의 인지영역별 문항 예시

TIMSS 1999의 인지영역 평가들은 TIMSS 1995에 비해 예상 수행과 문항 설명의 일관성을 유지하려는 노력은 보였으나 완전히 일치하지는 못했으며, 문항 비율을 봤을 때 알기 19%, 정형적인 절차 활용 24%, 조사하기와 문제해결 31%, 의사소통과 추론 2%로 ‘의사소통과 추론’의 비율이 매우 낮게 나타났다. TIMSS 1999에서는 TIMSS 1995의 틀을 유지하면서 문항의 배경과 연결 지으려는 노력이 있었으나 초기 예상 수행의 내용 설정이 문항보다는 교육목표의 형태였기 때문에 문항 각각의 설명이나 영역별 비율이 균형 잡히지 못한 것으로 보인다. 이에 TIMSS 2003에서는 인지영역의 틀에 큰 변화가 나타났다.

(2) TIMSS 2003, 2007의 인지영역 평가틀

TIMSS 2003의 연구 내용에서 중요한 부분이 평가틀 개발이었다. TIMSS 1999에서 문제로 지적된 문항 설명과의 일치성, 위계성의 문제를 극복할 수 있도록 평가틀이 구성된 것이다. 뿐만 아니라 수학교육에서 중요하다고 판단되는 것을 평가틀에 포함하고 이것이 다음 주기의 평가에도 쓰일 수 있도록 하였고, 최근 10년간 교육과정과 수학 교수 방법의 변화도 반영하였다. 많은 국가에서 중요하다고 여겨지는 수학교육의 목표가 포함되었고, 인지영역의 검사 문항 비율이 균형을 맞출 수 있도록 하였다 ([20]). 이에 따라 평가틀에서 다양한 인지 행동이 고려되었고, TIMSS 2003의 인지영역은 ‘사실과 절차 알기’, ‘개념 활용하기’, ‘정형적인 문제해결’, ‘추론하기’의 4가지 범주로 구성되었다. 즉, 여러 하위 요소를 가진 포괄적인 개념의 인지영역이 탄생한 것이다. 각 인지영역 안에서 학생들이 보여줄 것이라 기대하는 기술이나 능력이 하위요소로 정해져 있어, 수학교육에서 학생들에게 요구하는 여러 기술이나 능력이 포괄적이면서 간단히 기술되고 있다. 이때 각 인지영역은, 학생들이 사실, 절차, 개념을 아는 것에서 문제를 푸는 데 그 지식을 활용하고 결국 친숙한 상황에서 그 지식을 활용하는 것에서 체계적인 추론을 하는 능력으로 발전할 것을 기대하며 위계성을 염두에 두고 결정된 것이다. 각각의 하위 요소는 <표 1>과 같다.

<표 1> TIMSS 2003 인지영역 평가틀의 하위 요소

인지영역	하위 요소
사실과 절차 지식	회상하기 (Recall), 인식/식별하기 (Recognize/Identify), 계산하기 (Compute), 도구 사용하기 (Use Tools)
개념 활용	알기 (Know), 분류하기 (Classify), 표현하기 (Represent), 문제 만들기 (Formulate), 구분하기 (Distinguish)
정형적인 문제해결	선택하기 (Select), 모델화하기 (Model), 해석하기 (Interpret), 적용하기 (Apply), 입증/검토하기 (Verify/Check)
추론하기	가설 설정/추측/예상하기 (Hypothesize/Conjecture/Predict), 분석하기 (Analyze), 평가하기 (Evaluate), 일반화하기 (Generalize), 연결하기 (Connect), 종합하기/통합하기 (Synthesize/Integrate), 비정형적인 문제 해결하기 (Solve Non-routine Problems), 정당화하기/증명하기 (Justify/Prove)

TIMSS 2003의 인지영역 평가틀에 따른 문항 예시를 살펴본다. [그림 3]은 사실과 절차 지식, 개념 활용, 정형적인 문제해결, 추론하기의 다소 위계적인 모습으로, 문제에서 요구하는 내용과 능력이 복잡해지고 있는 측면을 드러내고 있다.

<p>x가 -3일 때, $-3x$의 값은?</p> <p>① -9 ② -6 ③ -1 ④ 1 ⑤ 9</p>	<p>병주는 민철이가 가진 책의 2배를 가지고 있고, 남호는 민철이보다 6권의 책을 더 가지고 있다. 민철이가 갖고 있는 책의 수를 x라 할 때, 세 명이 갖고 있는 책의 합에 해당하는 것은 다음 중 어느 것인가?</p> <p>① $3x + 6$ ② $3x + 8$ ③ $4x + 6$ ④ $5x + 6$ ⑤ $8x + 2$</p>
---	---

<사실과 절차 지식>

상철이는 더하여 84가 되는 연속된 세 짹수를 구하기 위하여 다음과 같은 방정식을 세웠다.

$$k + (k+2) + (k+4) = 84$$

이 식에서 k 가 나타내는 것은 다음 중 어느 것인가?

- ① 세 짹수 중 가장 작은 수
② 세 짹수 중 가운데 수
③ 세 짹수 중 가장 큰 수
④ 세 짹수의 평균

<개념 활용>

수가 7, 11, 15, 19, 23,...과 같이 4씩 증가하도록 나열되어 있다. 또, 1, 10, 19, 28, 37,...과 같이 9씩 증가하도록 수가 나열되어 있다. 19는 두 수의 나열에 공통으로 들어 있다. 이와 같은 방법으로 수를 계속 나열할 때, 19 다음에 공통으로 들어 있는 수는 무엇인가?

답 : _____

<정형적인 문제해결>

<추론하기>

[그림 3] TIMSS 2003의 인지영역별 문항 예시

TIMSS 2003과 TIMSS 1999의 인지영역을 비교해보면, ‘의사소통’이 삭제되었음을 볼 수 있다. 의사소통은 모든 수학 과정에 걸쳐 있는 것으로 볼 수 있고 다른 4가지 영역에 기본이 되기 때문에, 수학에 대한 의사소통은 어느 영역에서나 평가되어야 한다. 의사소통은 개념 활용에서 ‘표현하기’, 정형적인 문제해결에서 ‘모델링하기’, ‘해석하기’, 추론에서 ‘평가하기’ 등으로 나타날 수 있으므로, 각 영역 내에 하위요소로 존재하게 되었다. TIMSS 2003에서 각각의 문항 비율을 살펴보면, 사실과 절차 지식 23%, 개념 활용 19%, 정형적인 문제해결 36%, 추론 22%로 비교적 고른 분포를 하고 있으며, 평가틀과 문항 설명이 일치하고 있음을 볼 수 있다.

TIMSS 2003에서 지적할 수 있는 것은 개념 활용과 정형적인 문제해결, 개념 활용과 추론 등의 구분이 모호할 수 있다는 것이다. 예를 들어, ‘추론하기’가 문제 상황 속에서 평가되므로 문제해결과 차별되는 점이 무엇인가 생각해 본다면, 문제 상황 속에서는 문제를 분석하고 서로 다른 개념을 연결하여 무엇인가를 입증할 필요가 있을 수도 있는데 이러한 문제를 정형적인 문제해결과 추론하기 중 어느 것으로 보아야 하는가 하는 문제점이 발생할 수 있는 것이다. 이에 TIMSS 2007 평가틀은 문제해결과 추론하기를 조정하여 인지영역의 틀이 보다 포괄적인 내용을 담으면서 상호 배타적으로 개발되었다.

TIMSS 2007의 인지영역은 ‘사실 · 절차 · 개념 알기’, ‘지식과 이해 적용하기’, ‘추론

하기’이다. TIMSS 2003에서 구분이 모호한 인지영역의 각 하위요소를 통합 조정하여 문항별로 구분이 보다 명료하게 된 것을 볼 수 있다. TIMSS 2007의 인지영역을 자세히 살펴본다.

먼저, ‘사실 · 절차 · 개념 알기’ 영역은 학생들이 수학에서 무엇을 알아야 하는가에 대한 것이다. 수학을 문제 상황에 적용하거나 추론하기 위해서 학생들은 수학적 지식과 개념에 친숙해야 하는데, 지식을 많이 소유하고 개념의 폭이 넓을수록 수학적 이해를 발전시키고 문제해결의 잠재력을 키질 것이다. 알기의 수학적 능력은 지식에 대한 것으로, ‘사실’은 수학의 기본적인 언어를 제공하는 사실적 지식, 수학적 사고의 기초를 형성하는 수학적 사실과 성질이며, ‘절차’는 정형적인 문제에서 수학을 활용하고 기본적인 지식을 연결하도록 하는 방법적 지식이다. 절차를 안다는 것은 수학적 행동을 회상하고 수행할 수 있는 것이라 할 수 있다. ‘개념’은 여러 분리된 지식을 연결시키는 것으로, 기존 지식을 확장하고 수학적 진술과 방법의 타당성을 판단하고 수학적 표현을 창조하게 하는 것이다. 이러한 지식을 안다는 것은 회상하기, 인식하기, 계산하기, 추출하기, 측정하기, 알기, 분류(정렬)하기로 구성될 수 있으며([17]), 각각의 내용은 <표 2>와 같다.

<표 2> ‘사실, 절차, 개념 알기’의 하위 요소

회상하기	정의, 용어, 단위, 수의 성질, 도형의 성질, 수학적 기호, 표기 등을 회상한다. 예를 들어, $a \times b = ab$, $a + a + a = 3a$.
인식하기	수학적 대상, 모양, 수와 식을 인식한다. 수학적으로 동치인 실재를 인식한다. 예를 들어 분수를 표현하는 도형의 부분의 넓이, 동치 분수, 소수와 백분율, 상황을 나타내는 간단한 대수식, 간단한 도형을 여러 위치에서 본 것, 간단한 도형의 전개도 등.
계산하기	범자연수, 분수, 소수와 정수에 대하여 $+$, $-$, \times , \div 이나 혼합계산의 알고리즘을 수행한다. 계산을 어렵도록 수의 근삿값을 구한다. 정형적인 대수 절차를 수행한다.
추출하기	그래프, 표 등에서 정보를 추출하고, 눈금을 읽는다.
측정하기	주어진 조건으로 선, 각, 모양을 그리기 위해 측정 도구를 사용한다. 측정 단위를 적절히 활용하고, 측정값을 어렵다.
알기	개념을 안다. 예를 들어 자릿값, 반올림, 길이, 넓이, 부피가 어떤 조건에서 보존된다는 것, 가능성 이 같은 것, 성이 같다는 것을 안다.
분류하기/정렬하기	공통 성질에 따라 대상, 모양, 수, 식을 분류한다. 집합의 원소인지 아닌지 정확한 결론을 내린다. 수와 대상을 성질에 따라 정렬한다.

TIMSS는 위의 인지영역 요소 각각에 해당하거나 여러 요소를 포함한 문항을 개발하고, 각 문항을 해결하는 수학적 능력을 알기라는 인지영역으로 분류한다. 알기에 해당하는 문항의 예시²⁾는 [그림 4]와 같다. 이것은 정형적인 대수 절차를 수행하는 계산하기의 요소가 활용된 문항이라 할 수 있다.

2) TIMSS 2007의 문항은 아직 공개되지 않았으므로, 여기서는 TIMSS 2003의 공개문항을 TIMSS 2007의 평가틀에 따라 구분한 것([17])을 제시한다.

$4(x + 5) = 80$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

답 : _____

<M022253>

[그림 4] TIMSS 2007 알기 영역의 문항 예시

지식과 이해 적용하기는 학생들이 아는 것을 적용하여 정형적인 문제를 해결하는 능력이다. 학교교육에서 문제해결은 교육목표이자 수단이며, 지식과 이해를 적용하는 이 영역은 문제해결을 뒷받침하는 능력이라 할 수 있다. 이 능력은 수학적 표현을 만들고 사실, 기술, 절차의 수학적 지식이나 수학적 개념의 이해를 적용할 것을 요구하며, 특정한 방법으로 해결할 수 있는 정형적인 문제로 측정된다. 이런 문제는 인위적인 맥락에서 설정되며 난이도는 다양하지만 학습한 절차를 선택하고 적용하여 해결될 수 있다. 지식과 이해 적용하기의 능력은 선택하기, 표현하기, 모델링하기, 이행하기, 정형적인 문제해결의 행동으로 구성되며, <표 3>과 같다.

<표 3> TIMSS 2007 ‘적용하기’의 하위 요소

선택하기	이미 알려진 알고리즘이나 해결 방법이 있는 문제를 해결하는 데 효율적인/적절한 조작, 방법, 전략을 선택한다. 적절한 알고리즘이나 공식을 선택한다.
표현하기	그림, 표, 차트, 그래프에 수학적 정보와 자료를 나타내고, 주어진 수학적 실재나 관계에 동치인 표현을 만든다.
모델링	정형적인 문제를 해결하기 위해 방정식이나 그림과 같은 적절한 모델을 만든다.
이행하기	수학적 지침을 따르고 실행한다.
정형적인 문제해결	정형적인 문제 즉, 수업에서 다루었을 것 같은 친숙한 문제를 해결한다. 예를 들어, 도형의 성질을 문제 해결에 활용하기, 자료의 여러 표현을 비교하고 연결하기, 차트, 표, 그래프, 지도에서 자료를 사용하여 정형적인 문제를 해결하기.

적용하기 문항의 한 예시는 [그림 5]와 같다. 7차 교육과정에서 6단계 백분율에서 다루는 정형적인 문제라 볼 수 있다.

어떤 컴퓨터 농아니의 회원 수는 40명이고, 이 중 60%가 여학생이었다.
나중에 남학생 10명이 새로 들어왔다. 이 때, 신체 회원 수에 대한 여학생 수의 비율은 몇 %인가? 계산 과정도 쓰시오.

답 : _____

<M032233>

[그림 5] TIMSS 2007 적용하기 영역의 문항 예시

추론하기는 적용하기에 비해 친숙하지 않은 상황, 복잡한 맥락, 다단계의 문제를 해결하는 능력이다. 학생들에게 다소 낯선 상황의 비정형 문제를 해결할 수 있는 수학적 능력으로 알기, 적용하기보다 높은 수준의 인지 능력이라 할 수 있다([10]). 수학적으로 추론하는 것은 논리적이고 체계적인 사고 능력이며, 비정형 문제의 해에 도달하는데 사용될 수 있는 직관과 귀납적 추론도 포함한다. 추론을 요구하는 문제는 맥락이 참신하거나 상황이 복잡하고 문제의 해가 여러 단계를 거쳐야 하기 때문에 복합적인 이해를 필요로 한다. 추론하기는 분석하기, 일반화하기, 종합(통합)하기, 정당화하기, 비정형적인 문제해결의 능력으로 구성되며, 각각의 내용은 <표 4>와 같다.

<표 4> ‘추론하기’의 하위 요소

분석하기	수학적 상황 내에서 변수나 대상 사이의 관계를 결정하고, 설명하며, 활용한다. 도형을 분해하여 문제를 간단하게 해결한다. 친숙하지 않은 도형의 전개도를 그린다. 입체도형의 변형을 시각화한다. 주어진 정보를 바탕으로 타당한 추론을 한다.
일반화하기	결과를 더욱 일반적이고 폭넓게 적용할 수 있는 용어로 재진술하여, 수학적 사고와 문제해결 결과를 적용할 수 있는 영역을 확장한다.
종합하기/ 통합하기	결과를 확정하고 보다 발전된 결과를 얻기 위해 (여러) 수학적 절차를 통합한다. 여러 가지 지식과 관련된 표현을 연결하고, 관련된 수학적 아이디어를 연결한다.
정당화하기	수학적 결과나 성질을 이용하여, 명제의 참, 거짓에 대한 정당화를 한다.
비정형 문제해결	학생들이 전혀 접해 본 적이 없는 수학적 상황이나 실생활 상황 문제를 해결한다. 친숙하지 않은 복잡한 상황에 수학적 절차를 적용한다. 비정형 문제를 해결하기 위해 도형의 성질을 활용한다.

추론하기 문항의 예시는 [그림 6]으로, 결과를 일반적이고 폭넓게 적용할 수 있는지에 대한 일반화하기 능력에 대한 문항이라 볼 수 있다.

수가 7, 11, 15, 19, 23...과 같이 4씩 증가하도록 나열되어 있다. 또, 1, 10, 19, 28, 37...과 같이 9씩 증가하도록 수가 나열되어 있다. 19는 두 수의 나열에 공통으로 들어 있다. 이와 같은 방법으로 수를 계속 나열한 때, 19 다음에 공통으로 들어 있는 수는 무엇인가?

답 : _____

<M022008>

[그림 6] 추론하기 영역의 문항 예시

알기, 적용하기, 추론하기 세 영역은 TIMSS에서 평가하는 수학적 능력이다. TIMSS는 각국의 교육과정에 근거하여 실시되는 평가이므로, 이러한 인지영역은 각국의 교육과정에도 나타나는 것을 볼 수 있다. 우리나라의 7차 교육과정은 물론이고, 싱가포르는 궁극적으로 수학적 문제해결 능력을 신장하는 것을 교육과정의 목표로 하

여, 개념, 기능, 과정, 태도, 메타인지의 5가지 요소를 제시하고 있는데([16]), 각각의 설명을 보면 개념과 기능은 알기에, 과정은 적용하기와 추론하기의 능력에 포함된다. 네덜란드는 기본 능력과 산술과 측정과 기하의 이해, 좋은 태도의 개발, 수학을 어떻게 적용하고 그 과목이 실생활과 어떻게 관련되는지의 이해, 수학의 언어에 익숙하게 되는 것, 연구 조사나 다른 활동을 통하여 규칙과 형태와 구조 사이의 관계를 이해하는 것을 교육목표로 제시하고 있는데([12]), 기본 능력과 이해의 획득에서 알기를, 수학을 적용하고 실생활과 관련되는지의 이해에서 적용하기를, 규칙과 형태와 구조 사이의 관계를 이해하는 것에서 추론하기의 내용을 살펴볼 수 있다. 미국([21])에서는 과정 규준으로 ‘문제해결’, ‘추론과 증명’을 제시하여 적용하기와 추론하기를 강조하고 있다.

TIMSS 2003 문항을 TIMSS 2007의 평가틀에 따라 분류할 때, 알기 34%, 적용하기 48%, 추론하기 19%의 분포를 보였다.

3) TIMSS 인지영역 평가틀 변화에 대한 논의

앞서의 TIMSS의 인지영역 평가틀의 변화를 통해 평가틀 개발에의 시사점을 엿볼 수 있었다.

첫째, 지필평가 문항으로는 수학교육에서 추구하는 모든 능력을 평가할 수 없다. TIMSS 1995의 초창기 아이디어에서는 수학교육에서 추구하는 여러 능력을 예상 수행이라는 명칭으로 평가하려 하였으나 각각의 문항이 예상 수행에 매칭 되지 않는 일이 발생했다. 즉, 수학교육에서 추구하는 방향과 목표를 평가하는 데 선다형과 구성형 문항이 필요충분조건이 되지는 않는 것이다. 이에 여러 연구들은 다양한 평가방법을 통해 수학 학습을 평가해야 한다는 주장을 하고 있는 것이며, 지필 평가가 갖고 있는 한계를 교사와 학생, 연구자 모두가 깨달아야 할 것이다. 이에 비추어 볼 때, 국제비교 연구의 결과도 문항을 통한 평가의 결과로 한정지어 해석할 필요가 있다.

둘째, 평가틀은 교육목표에 따라 규정하되 실제로 문항이 개발될 수 있는지를 염두에 두고 만들어져야 한다. TIMSS 1995의 경우 평가틀과 문항의 인지영역 설명은 서로 일치하지 않는 결과이었으며, 이것은 평가틀이 존재하는 의미를 무색하게 만들 수 있다. 또한 TIMSS 1999에서 ‘의사소통과 추론’ 영역의 문항 비율이 2%에 불과하다는 것은 평가 문항을 통해 의사소통과 추론 능력을 고유하게 평가하는 것이 어려운 일일 수 있다는 것을 말해 준다. 따라서 평가틀 본연의 목적을 되새겨 본다면 문항의 개발 가능성에 비추어 평가틀이 개발되어야 한다.

셋째, 각 문항에 고유한 인지영역을 한 가지로 판단하기는 어렵다. 평가틀을 어떻게 정했는가에 따라 유사한 문항의 인지영역은 다르게 규정될 수 있다. [그림 4]~[그림 6]과 같이 TIMSS 2003의 문항은 TIMSS 2007의 평가틀로 재분류가 가능했는데, 이것은 문항 각각에 대해 인지영역이 정해지는 것에 정답이 없을 수도 있다는 것을 의미한다. 따라서 문항과 협소한 인지영역을 일대일로 대응시키는 것은 자칫 위험스런

일일 수도 있다.

넷째, 인지영역 구분의 모호함을 피하기 위해서는 각 인지영역이 위계적이면서 배타적이 되도록 개발될 필요가 있다. TIMSS 1995에서 TIMSS 2007까지의 인지영역 변천을 보면, 그 방향이 위계적이면서 배타적인 것으로 흐른 것을 볼 수 있다. 전문가들의 판단으로도 인지영역의 구분이 모호할 수 있기 때문에 이러한 노력이 행해진 것으로 보인다. 어떤 문항이 여러 인지영역에 해당될 때 위계성이 주어진다면 가장 높은 위계의 인지영역을 선택하여 문항을 설명함으로써 이러한 모호함을 타파할 수 있을 것이다.

2. 인지영역 성취도 국제 비교

이 장에서는 TIMSS 2007의 인지영역 평가틀로 TIMSS 2003의 평가 결과를 분석하여, 우리나라 학생들의 성취도를 인지영역별로 다른 국가와 비교한 결과를 제시한다.

1) 연구 방법

(1) 분석 대상

TIMSS 2003에는 46개국이 참여하였다. Mullis 등([17])이 46개국의 자료를 분석한 내용 중에서 본 연구는 우리나라를 비롯하여 수학 성취도의 국제순위가 높은 싱가포르, 홍콩, 대만, 일본과, 수학교육이 활발하게 연구되고 있는 네덜란드와 미국의 수학 성취도를 우리나라와 비교한 내용만 제시하려 한다. 각국의 연구 대상 연령, 성별 점수, 전체 점수, 국제 순위는 <표 5>와 같다. TIMSS는 8학년을 대상으로 하기 때문에 각국의 평균 연령은 14세로 유사했다. 여학생과 남학생의 성취도는 국제적으로 여학생이 더 높은 편인데, 우리나라, 일본, 네덜란드, 미국은 남학생의 성취도가 더 높았다. 전체적인 수학 성취도는 싱가포르, 우리나라, 홍콩, 대만, 일본, 네덜란드, 미국의 순으로 높았다. 특히 일본, 네덜란드, 미국은 통계적으로 유의한 수준에서 우리나라보다 성취도가 낮았다.

<표 5> TIMSS 2003 연구 참여국 정보

국가	평균연령	여학생 평균	남학생 평균	전체 평균	국제순위
우리나라	14.6	586	592	589	2
싱가포르	14.3	611	601	602	1
홍콩	14.4	587	585	586	3
대만	14.2	589	582	585	4
일본	14.4	569	571	570▼	5
네덜란드	14.3	533	540	536▼	7
미국	14.2	502	507	504▼	15

(▼ : 우리나라보다 성취도가 통계적으로 유의하게 낮음)

(2) 점수 산출 방법

TIMSS는 주기별 성취도 변화를 파악하기 위해 척도점수를 사용하고 있다. 문항반응이론에 의해 평균이 500, 표준편차가 100이 되도록 설계되어 있는데, 본 연구에서 분석되는 인지영역의 성취도 척도점수 또한 이와 동일하다. TIMSS 2003의 수학 전체 국제평균은 467점이었고, 본 연구에서 분석된 인지영역의 척도점수 또한 평균이 467점, 표준편차가 100이다([17]).

(3) 인지영역별 문항 구성

TIMSS 2003에 출제된 194개 문항을 인지영역별로 구분해 보면, 65개는 알기, 93개는 적용하기, 36개는 추론하기 영역에 속한다. 이를 문항 유형별로 살펴보면, <표 6>과 같다. 구성형과 선다형으로 문항 유형을 분류하였을 때, 적용하기는 선다형과 구성형 문항이 유사한 비율이지만, 알기 영역에서는 선다형 문항 비율이 높고, 추론하기에서는 구성형 문항 비율이 높았다. 전체 문항은 구성형에 대한 선다형의 비가 약 2:1로 선다형 문항이 많은 편이다. 선다형은 지식을 갖고 있는지 평가하는 데 비용 효과적인 방법이며, 구성형 문항은 여러 전략을 포함한 복잡한 문제해결 상황에서 요구된다는 점에서 높은 수준의 인지영역인 추론하기 문항이 많은 것으로 보인다.

<표 6> 문항 유형별 인지영역 문항 수

문항 유형	인지영역			전체
	알기	적용하기	추론하기	
구성형	11	34	21	66
선다형	54	59	15	128
전체	65	93	36	194

2) 연구 결과

이 절에서는 인지영역별로 수학 성취도를 국가 간 비교한 결과를 제시한다. 그리고 학생들의 성취수준에 따라 인지영역별로 국가 간의 성취도를 비교하기 위해 백분위에

따른 평균도 비교 결과도 제시하며, 각국의 남녀 학생 간에 인지영역별 성취도의 차이가 있는지도 살펴볼 것이다.

(1) 사실 · 절차 · 개념 알기

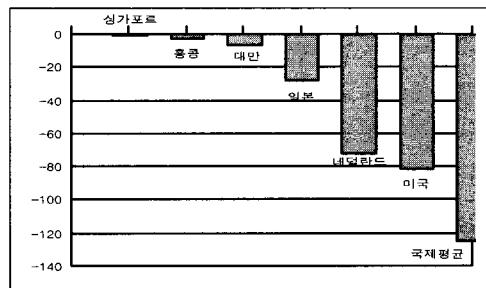
사실 · 절차 · 개념 알기의 인지영역에서 성취도를 분석하면 다음과 같다.

알기 영역의 성취도 평균과 국제순위는 <표 7>과 같으며, 각국의 성취도 평균과 우리나라와의 평균 차이는 [그림 7]과 같다.

<표 7> 알기 영역의 성취도 국제 비교

국가	평균	국제순위
우리나라	592	1
싱가포르	591	2
홍콩	589	3
대만	585	4
일본	564▼	5
네덜란드	520▼	9
미국	510▼	14

(▼ : 우리나라보다 성취도가 통계적으로 유의하게 낮음)



*: 우리나라보다 점수가 높음, -: 우리나라보다 점수가 낮음
[그림 7] 알기 영역에서 우리나라와의 성취도 차이

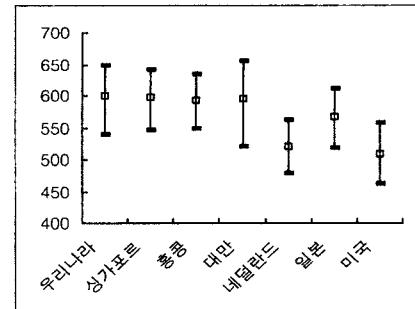
알기 영역의 국제평균은 467점이며, 우리나라는 592점으로 국제적으로 가장 높았다. 싱가포르, 홍콩, 대만과 우리나라는 성취도의 유의한 차이가 없었지만, 일본, 네덜란드, 미국은 우리나라에 비해 알기 영역의 성취도가 낮은 것으로 나타났다. 우리나라보다 일본은 28점, 네덜란드는 72점, 미국은 82점이 낮았다. TIMSS 2003의 전체 순위에서 우리나라에는 싱가포르 다음으로 2위를 차지하였지만, 사실 · 절차 · 개념을 알고 있는 지식의 측면에서는 우리나라 학생들의 성취도가 약간 더 높음을 알 수 있다.

네덜란드는 전체 국제 순위로 7위이지만 알기 영역에서는 9위로 다른 영역에 비해 성취도가 낮았고, 미국은 전체 순위가 15위였지만 알기에서는 14위로 약간 더 높게 나타났다.

백분위 점수는 그 점수 아래에 있는 학생 비율을 가리키는 것으로, 백분위에 따른 성취도를 산출함으로써 각 나라의 성취수준별 점수를 살펴볼 수 있다. 즉 성취도가 높고 낮은 학생들의 점수가 어떤 한지를 알 수 있다. 각 백분위 점수에 해당하는 학생들의 평균을 95% 신뢰수준에서 <표 8>과 같이 산출하였다. [그림 8]은 그 중 백분위 25, 50, 75의 성취도 평균을 나타낸 것이다.

<표 8> 알기 영역의 백분위 성취도

국가	백분위5	백분위25	백분위50	백분위75	백분위95
우리나라	444	539	599	650	717
싱가포르	461	546	598	642	696
홍콩	467	549	594	636	689
대만	411	520	585	656	731
네덜란드	422	480	522	563	611
일본	443	519	567	611	677
미국	397	462	509	557	623



[그림 8] 알기 영역에서 백분위 25, 50, 75의 성취도

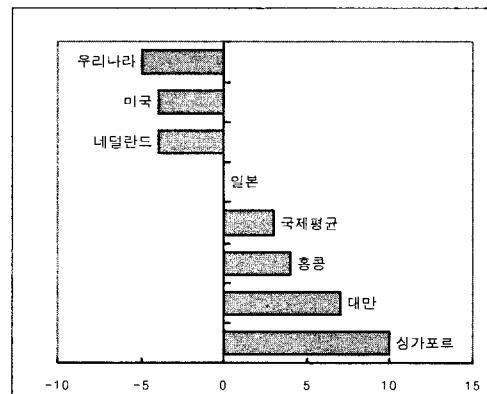
알기 영역에서 우리나라는 성취도가 1위였으나 <표 8>에서 백분위 95의 점수는 대만이 731점, 백분위 75는 대만이 656점으로 우리나라에 비해 더 높았다. 대만 학생들은 알기 영역에서 상위권 학생들의 성취도가 우리나라에 비해 높은 것이다. 그리고 하위권이라 할 수 있는 백분위 5와 백분위 25의 학생 점수는 싱가포르와 홍콩이 우리나라보다 더 높았다. 알기 영역에서 우리나라 학생들의 전체 평균은 국제적으로 가장 높았지만, 우수한 학생들은 대만에 비해 점수가 낮았고, 성취도가 낮은 학생들은 싱가포르와 홍콩에 비해 점수가 낮았다.

다음으로, 남녀 학생 간에 알기 영역의 성취도에 차이가 있는지 알아보았다. <표 9>에는 여학생과 남학생의 비율 및 평균이 제시되어 있고, [그림 9]는 알기 영역의 남녀 성취도 평균 차이를 나타낸 것이다.

<표 9> 알기 영역의 성취도 성별 비교

국가	여		남		남녀 평균 차이
	비율(%)	평균	비율(%)	평균	
우리나라	48	589	52	594	5
싱가포르	49	596	51	586	10*
홍콩	50	591	50	587	4
대만	48	589	52	582	7
일본	49	564	51	564	1
네덜란드	49	518	51	522	4
미국	52	508	48	512	4*
국제평균	50	468	50	465	3*

(*: 통계적으로 유의한 성차가 있음.)



+: 여학생 점수가 높음, -: 남학생 점수가 높음

[그림 9] 알기 영역에서의 여-남 성취도 차이

국제적으로 남녀 학생 수의 비율은 대체로 같으나 우리나라와 대만은 남학생 비율이 약간 더 높았다. 국제 평균은 여학생의 평균이 468점, 남학생의 평균이 465점으로,

여학생의 성취도가 남학생의 성취도에 비해 통계적으로 유의하게 높은 것으로 나타났다. 국제적으로는 여학생의 평균이 더 높았으나 우리나라, 미국, 네덜란드는 남학생의 성취도가 더 높았다. 특히 미국은 남학생의 성취도가 여학생에 비해 통계적으로 유의하게 높은 것으로 나타났다. 싱가포르는 여학생의 성취도가 남학생에 비해 통계적으로 유의하게 높았고, 평균 점수 차이가 무려 10점이나 되었다. 우리나라는 남학생의 성취도가 더 높았으나 통계적으로 유의한 것은 아니었다.

(2) 지식 및 이해 적용하기

이 절에서는 지식 및 이해 적용하기의 영역에서 성취도를 분석한다.

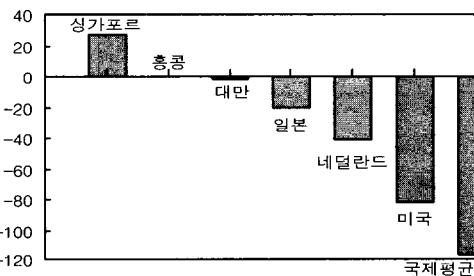
적용하기 영역의 성취도 평균과 국제순위는 <표 10>과 같으며, 우리나라와의 평균 차이는 [그림 10]과 같다.

<표 10> 적용하기 영역의 성취도 국제 비교

국가	평균	국제순위
우리나라	584	3
싱가포르	611▲	1
홍콩	584	2
대만	582	4
일본	564▼	5
네덜란드	543▼	6
미국	502▼	17

(▲: 우리나라보다 성취도가 통계적으로 유의하게 높음)

(▼: 우리나라보다 성취도가 통계적으로 유의하게 낮음)



+: 우리나라보다 점수가 높음, -: 우리나라보다 점수가 낮음

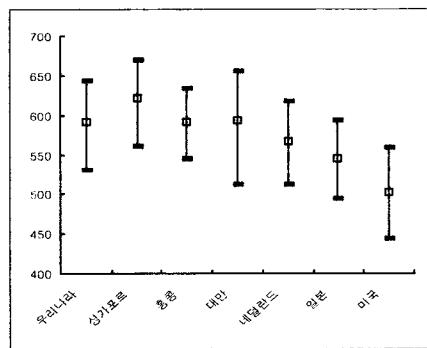
[그림 10] 적용하기 영역에서 우리나라와의 성취도 차이

적용하기의 국제평균은 467점이며 우리나라의 평균이 584점으로, 우리나라의 국제평균에 비해 성취도가 통계적으로 유의하게 높았다. 성취도는 싱가포르, 홍콩, 우리나라, 대만, 일본, 네덜란드, 미국의 순이었다. 싱가포르는 우리나라와 통계적으로 유의한 차이로 성취도가 높은 것으로 나타났는데, 우리나라의 평균은 싱가포르에 비해 27점이나 낮았다. 일본, 네덜란드, 미국은 우리나라보다 유의하게 성취도가 낮았다. 알기 영역에서는 우리나라의 성취도가 가장 높았으나 적용하기 영역에서는 싱가포르 다음으로 높아, 우리나라 학생들이 지식, 절차, 개념을 아는 것을 활용하는 능력에서 싱가포르 학생들에 비해 부족한 것을 알 수 있다. 홍콩은 다른 영역에 비해 적용하기의 성취도가 높은 편이었다.

<표 11>은 백분위별 성취도를 나타낸 것이며, [그림 11]은 백분위 25, 50, 75의 수학 성취도 점수를 나타낸 것이다.

<표 11> 적용하기 영역의 백분위 성취도

국가	백분위5	백분위25	백분위50	백분위75	백분위95
우리나라	434	531	591	643	711
싱가포르	461	562	621	669	725
홍콩	448	544	591	634	690
대만	400	513	594	655	733
일본	423	512	567	618	694
네덜란드	427	495	545	593	651
미국	364	444	502	560	639



[그림 11] 적용하기 영역에서 백분위 25, 50, 75의 성취도

적용하기 영역에서 우리나라의 성취도는 국제 3위에 머물렀는데, 백분위 95, 75인 우수한 학생들의 성취도는 대만, 싱가포르 다음이었다. 싱가포르가 적용하기의 성취도에서 가장 우수했지만 최상위 학생들의 성취도는 대만이 가장 높았다. 하위권에 속하는 백분위 25, 5인 학생들의 점수는 우리나라가 대만, 홍콩보다 높았다.

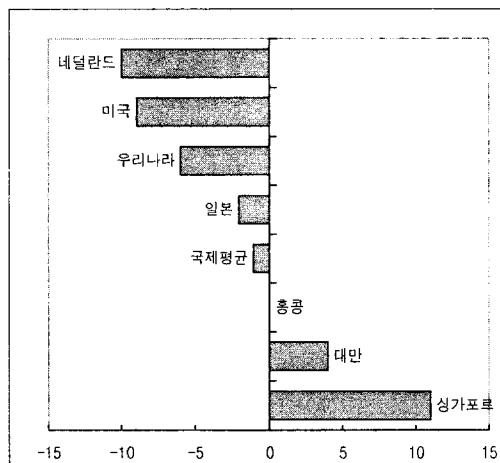
홍콩은 국제평균으로는 2위이지만 우수한 학생의 성취도가 그리 높지 않은 것으로 보인다. 네덜란드는 일본보다 적용하기 영역의 성취도 평균은 낮았지만, 백분위 25~75의 학생들의 점수는 일본보다 높았다. 비교 국가 중에서는 미국의 성취도가 가장 낮았다.

적용하기 영역의 성취도에서 남녀 학생 간에 차이가 있는지 알아보았다. <표 12>에는 여학생과 남학생의 비율 및 평균이 제시되어 있고, [그림 12]는 알기 영역의 남녀 성취도 평균 차이를 나타낸 것이다.

<표 12> 적용하기 영역의 성취도 성별 비교

국가	여		남		남녀 평균 차이
	비율(%)	평균	비율(%)	평균	
우리나라	48	581	52	587	6*
싱가포르	49	617	51	606	11*
홍콩	50	584	50	584	1
대만	48	584	52	580	4
일본	49	563	51	565	2
네덜란드	49	538	51	548	10*
미국	52	497	48	506	9*
국제평균	50	466	50	467	1

(* : 통계적으로 유의한 성차가 있음)



+: 여학생 점수가 높음, -: 남학생 점수가 높음

[그림 12] 적용하기 영역에서의 여-남 성취도 차이

국제평균은 여학생이 466점, 남학생이 467점으로 남학생의 적용하기 영역 성취도가 약간 높았다. 대만과 싱가포르는 여학생의 성취도가 더 높았으나 우리나라를 비롯한 네덜란드, 미국, 일본은 남학생의 성취도가 더 높은 것으로 나타났다. 특히 우리나라, 미국, 네덜란드는 통계적으로 유의한 수준에서 남학생의 성취도가 더 높았고, 싱가포르는 여학생의 성취도가 통계적으로 더 높았다.

(3) 추론하기

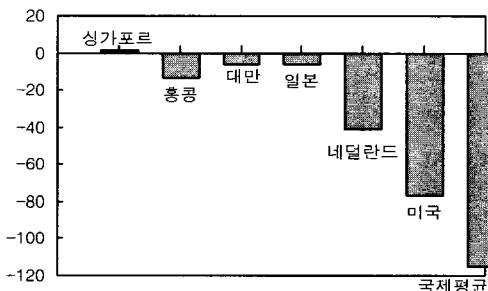
이 절에서는 추론하기의 인지영역에서 성취도를 분석한다.

추론하기 영역의 성취도 평균과 국제순위는 <표 13>과 같으며, 우리나라와의 평균 차이는 [그림 13]으로 나타내었다.

<표 13> 추론하기 영역의 성취도 국제 비교

국가	평균	국제순위
우리나라	582	2
싱가포르	583	1
홍콩	569▼	5
대만	576	3
일본	576▼	4
네덜란드	541▼	6
미국	505▼	15

(▼ : 우리나라보다 성취도가 통계적으로 유의하게 낮음)



+ : 우리나라보다 점수가 높음, - : 우리나라보다 점수가 낮음

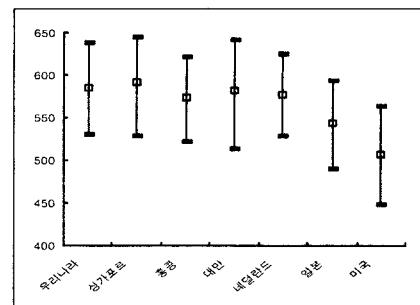
[그림 13] 추론하기 영역에서 우리나라와의 성취도 차이

추론하기의 국제평균은 467점이며 우리나라는 평균이 582점으로, 우리나라는 국제 평균에 비해 통계적으로 유의하게 성취도가 높았다. 추론하기의 국제순위는 싱가포르, 우리나라, 대만, 일본, 홍콩, 네덜란드, 미국의 순이었다. 우리나라에는 싱가포르, 대만과 성취도의 차이가 없었지만, 일본, 홍콩, 네덜란드, 미국의 성취도는 우리나라에 비해 통계적으로 유의하게 낮은 것으로 나타났다. 다른 영역에 비해 일본의 순위가 높은 것을 볼 수 있었으며, 홍콩은 다른 영역에 비해 추론하기의 성취도가 낮게 나타났다.

<표 14>는 백분위별 성취도를 나타낸 것이며, [그림 14]는 백분위 25, 50, 75의 수학 성취도 점수를 나타낸 것이다.

<표 14> 추론하기 영역의 백분위 성취도

국가	백분위5	백분위25	백분위50	백분위75	백분위95
우리나라	441	530	585	638	712
싱가포르	424	528	591	645	717
홍콩	436	522	574	621	684
대만	414	514	581	642	721
일본	446	528	577	625	698
네덜란드	416	490	543	594	660
미국	366	448	507	564	638



[그림 14] 추론하기 영역에서 백분위 25, 50, 75의 성취도

추론하기에서 싱가포르, 우리나라는 우수한 성취도를 나타내었지만 <표 14>를 보면, 대만의 백분위 90, 75 이상 학생들의 성취도 점수가 가장 높은 것을 볼 수 있다. 대만은 알기, 적용하기, 추론하기 영역 모두에서 우수한 학생들의 성취도 점수가 매우 높았다. 우리나라는 하위권에 해당하는 백분위 25의 학생 점수가 다른 나라에 비해 높았고, 백분위 5의 학생 평균은 일본 다음으로 높았다. 추론하기 영역에서 우리나라는 하위권 학생들의 점수가 대체로 높은 편임을 볼 수 있다.

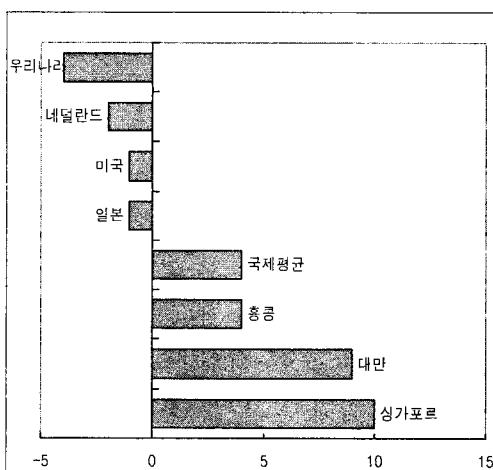
일본은 추론하기 영역의 전체 평균이 다른 영역에 비해 높았는데, 하위권 학생들의 점수가 높게 나타났기 때문으로 보인다.

추론하기 영역의 성취도의 남녀 비교를 위해 여학생과 남학생의 비율 및 평균을 <표 15>와 같이 분석하였다. [그림 15]는 추론하기 영역의 남녀 성취도 평균 차이를 나타낸 그래프이다.

<표 15> 추론하기 영역의 성취도 성별 비교

국가	여		남		남녀 평균 차이
	비율(%)	평균	비율(%)	평균	
우리나라	48	580	52	584	5
싱가포르	49	589	51	579	10*
홍콩	50	571	50	567	3
대만	48	581	52	572	9*
일본	49	575	51	576	1
네덜란드	49	540	51	542	1
미국	52	505	48	506	0
국제평균	50	469	50	465	4*

(* : 통계적으로 유의한 성차가 있음)



+ : 여학생 점수가 높음, - : 남학생 점수가 낮음
[그림 15] 추론하기 영역에서의 여-남 성취도 차이

추론하기 영역의 국제평균에서 여학생은 469점, 남학생은 465점으로 여학생이 남학생에 비해 추론능력이 유의하게 높은 것으로 나타났다. 남녀 차이가 유의하게 나타난 나라는 대만과 싱가포르인데, 두 국가 모두 여학생의 성취도가 더 높았다. 우리나라는 통계적으로 유의한 차이는 아니지만 남학생의 성취도가 더 높은 것으로 나타났다.

3) 논의

각국의 성취도를 인지영역별로 분석한 결과, 우리나라는 알기 1위, 적용하기 3위, 추론하기 2위를 차지하였다. 우리나라는 수학 전체 성취도에서 싱가포르와 유의한 차이로 2위를 차지했는데([18]), 알기에서는 싱가포르, 대만에 비해 성취도가 높은 학생들의 점수가 낮고, 성취도가 낮은 학생들은 싱가포르, 홍콩 학생들에 비해 점수가 낮았다. 적용하기 영역에서는 전체적으로 싱가포르와 차이가 있었다. 사실, 절차, 개념에 대해 알고 있는 것을 바탕으로 문제 상황에 지식과 개념 이해를 적용하는 능력에 있어 싱가포르에 비해 부족한 것이다. 추론하기에서는 싱가포르, 대만에 비해 우리나라 상위권 학생들의 점수가 낮았으나 하위권 학생들의 점수는 높은 편이었다.

한편, 우리나라 학생들의 인지영역 간 척도점수 평균을 비교해보면 추론하기의 능력이 가장 낮다. 우리나라 수학 전체 성취도 평균은 589점이지만 알기 영역은 592점, 적용하기는 584점, 추론하기는 582점의 성취도를 보였다. 즉, 우리나라 학생들은 알기에서는 매우 우수하나 그에 비해 적용하기, 추론하기의 성취도가 낮은 것이다. 각 인지행동에 따라 분류된 문항에서 문항 난이도 순위와 인지행동에 상관관계가 나타나 인지행동의 수준이 높을수록 어렵다는 연구를 볼 수 있는데([10]), 그 연구에서는 계산, 이해, 추론, 문제해결의 인지행동이 위계적이었다. 본 연구의 자료에서도 알기의 평균 정답률은 50%, 적용하기 43%, 추론하기 33%로, 추론하기가 가장 어렵고, 적용하기, 알기의 순임을 알 수 있다([17]). 이를 볼 때, 우리나라 학생들은 TIMSS 2003에서 쉬운 영역에서는 성취도가 높고 어려운 영역에서는 성취도가 낮았다는 것을 알 수 있다. 학교에서 기본적인 사실, 절차, 개념에 대한 교육이 충실히 이루어지고 있다는 점은 환영할 만하지만, 수학을 학습함으로써 지식을 문제해결에 활용하고 보다 고차원적인 문제 상황에서 추론할 수 있는 능력은 심도 있게 지도되어야 할 것이다. TIMSS 2003에 참여한 학생들은 중학교에서 7차 교육과정을 적용받은 학생들이다. 7차 교육과정은 수학적 힘의 신장을 목표로 하였으나 추론하기 등의 수학적 힘에서 긍정적인 결과를 엿보기 어려웠다. 7차 교육과정이 뿌리내린 다음 주기의 TIMSS 2007에서 보다 고차적인 인지영역의 성취도가 더 향상되었기를 기대하며, 추론하기나 적용하기 등의 구체적인 교수·학습 방안이 지속적으로 연구되어야 할 것이다.

3. 제언

본 연구는 TIMSS의 인지영역 평가틀의 변천사를 살펴봄으로써 평가틀과 문항 개발에 있어서의 시사점을 살펴보았다. 고찰된 시사점은 국내의 대규모 평가인 국가수준 학업성취도 평가나 학교 단위의 이원분류표 작성 등에서 고려될 수 있을 것이다. 평가 문항은 평가 내용과 요구되는 수학적 능력이 무엇인지에 따라 내용 타당도가 결정되고, 어떤 인지 행동을 평가하는가에 대한 고려는 평가 문항의 적절성이나 교육과정의 연계 등에서 중요한 고려사항이 될 것이다. 우리 교육과정에 적합하면서 문항으로 평가될 수 있는 위계적이고 상호 배타적인 평가틀이 개발되어 국가수준 성취도 평가나 일선 학교에 보급되는 연구가 후속적으로 필요하다.

본 연구는 또한 TIMSS 2003의 수학 성취도 국제 비교 결과를 인지영역별로도 분석하였다. 이를 바탕으로 다른 나라의 교육 체계나 교육과정에서 시사점을 얻을 수 있는 내용을 살펴보기로 한다.

먼저, 싱가포르는 알기 영역을 제외하고 우리나라에 비해 전체적으로 성취도가 높게 나타났다. 싱가포르는 초등학교부터 대학교육에 이르기까지 각 단계별로 치러지는 시험 성적에 따라 철저하게 능력 위주의 교육을 실시하고, 21세기를 대비한 생존 전략의 하나로 정보기술(Information Technology: IT)을 교육에 통합시키려는 정책을 국가 수준에서 매우 구체적으로 추진하고 있다. 우리나라의 성취도가 싱가포르에 비해 낮은 원인이 능력 중심의 교육 체계인지, IT 통합 교육인지, 그 외 다른 배경변인이 되는지 명확히 해답을 얻을 수는 없겠지만, 싱가포르의 수학 교육과정의 설계가 상당히 구체으로 잘 짜여 있다는 점은 주목할 만하다. 문제해결을 중심으로 개념, 기능, 과정, 태도, 메타인지의 5가지가 수학 교육에서의 행동 목표로 제시되어 있고, 과정은 다시 사고 기능과 문제해결을 위한 발견술로 구성되어 있다. 최근 수학교육 연구의 성과가 명료하게 반영되어 있는 형태이며, 이를 토대로 싱가포르의 수학교육이 보다 체계적으로 이루어지지 않았나 싶다.

우리나라는 국제적으로 수학 성취도가 평균적으로 높은 편이지만, 대만은 우수한 학생들의 성취도가 매우 높았다. 전체 순위는 4위에 머물렀던 대만이 각국의 백분위에 따라 학생들의 성취도를 조사하였을 때, 백분위 95 이상 학생들의 성취도가 매우 높아 우수한 학생들의 능력이 특출한 것으로 나타났다. 하위권 학생들의 점수가 다른 나라에 비해 낮기는 하였으나 지식 정보화 사회에서 우수한 두뇌를 가진 학생들의 교육에 대만이 힘쓰고 있는 것으로 보인다. 우리나라는 7차 교육과정에서 심화 과정을 통해 우수한 학생들에게 심화된 학습을 지도하도록 되어 있으나 주로 학생들에게 제공되는 문제의 수준을 주로 구분하여 실질적으로 학생들이 자신의 능력을 충분히 발휘할 수 있는 여건을 조장하지는 못하였다. 또한 우리나라의 최근 교육정책은 평준화라는 원칙으로 학교 간, 지역 간 비교를 금지하여 경쟁적인 분위기를 억제하고 있으나 학생들의 학력을 저하시켰다는 비판도 받고 있다. 2002년 영재교육진흥법이 제정

되면서 우수한 학생들을 국가적으로 지도하고 관리하는 체제가 만들어졌지만 매우 소수의 학생들을 대상으로 하였고 TIMSS 2003에서는 그러한 교육정책이 반영되지 못했다. 따라서 TIMSS 결과에 비추어 우리나라의 수월성 교육에 대하여 반성할 필요가 있을 것이다. 다른 나라의 수월성 교육을 살펴보면, 일본은 학력 향상을 위해 지도 요강의 내용을 충분히 이해하고 있는 학생에게는 보다 높은 난이도의 내용을 학습할 수 있도록 하고 있으며, 싱가포르는 학생의 적성을 중시하여 능력별 학습이 주를 이루어 초등학교 4학년부터 능력별 반편성이 이루어지고 중학교부터 세 과정으로 학생들의 트랙(track)이 정해진다([14]). 차기 교육과정에서 우리나라는 수준별 수업을 강화하여 학생들의 능력별 지도를 계획하고 있으므로, TIMSS 2011에서 우수한 학생들의 성취도가 어떠한지를 통해 교육정책의 결과를 확인할 수 있을 것이다.

다음으로, 우리나라의 성취도가 낮다고 할 수 있는 추론하기 영역의 성취도가 다른 영역에 비해 높은 일본의 수학교육을 참조해 볼 필요가 있다. 일본은 2003년부터 새로운 학습 지도 요강에 의한 교육을 실시하면서 지식과 기능뿐만 아니라 스스로 배우고 사고하는 능력 등의 ‘확실한 학력’과 ‘풍부한 인간성’ 등의 삶의 역량을 육성하는 것을 목표로 하고 있으며, 학생의 성취도에 따른 개별 지도가 약 70%의 초, 중학교에도 입되어 있다([14]). 수학과 교육과정에서는 “실생활과의 관련을 고려하면서 여유를 갖고 문제를 해결하는 학습 활동을 통해, 수량과 도형에 대한 기본적 지식, 기능을 습득함과 동시에 수학적으로 사고하는 힘을 길러 창조성의 기초를 마련하는 것을 중시한다”고 함으로써 기본적인 지식을 아는 것을 넘어 추론하는 힘을 강조하고 있다. 이에 따라 TIMSS 2003에서 다른 영역에 비해 추론하기 영역의 성취도가 높지 않았는지 생각해볼 수 있다. 또한 TIMSS 2003에서 자료와 가능성의 내용 영역에서 일본의 성취도가 높았는데([1]), 자료와 가능성 영역에서 추론하기의 문항이 많이 출제되었던 것에서도 일본의 성취도가 높았음을 참고해볼 수 있을 것이다. 그리고 적용하거나 추론하기에서 성취도가 높은 편인 네덜란드의 교육도 참조해 볼 수 있다. 네덜란드는 초등학교에서 주당 5시간 수학 수업을 하여 우리나라에 비해 수업 시수가 많으며, 중등학교부터는 예비 직업 교육, 하급 일반 중등 교육, 상급 일반 중등 교육, 예비 대학교육으로 진로에 따른 교육이 실시된다([12]). Freudenthal로 대표되는 RME(realistic mathematics education)가 세계적으로 연구되고 국가 교육과정도 실생활에서의 수학 활용을 강조하는 것이 기본적인 사실, 절차, 개념을 아는 것보다 적용하거나 추론하기 영역에서 네덜란드의 성취도가 높게 나타나게 한 것은 아닌가 생각된다.

본 연구에서는 우리나라 학생들의 성취도 특성을 다양한 각도에서 분석하고자 우리와 유사한 성취결과를 보이고 있는 싱가포르, 대만, 일본, 홍콩의 성취 결과와 비교하였다. 각국의 교육을 살펴보기는 하였으나 더 구체적으로 각국의 수학 및 과학 교육 과정 및 정책을 집중적으로 분석하는 추후 연구가 필요하다. 특히 거의 모든 영역에서 가장 우수한 성취결과를 내고 있는 싱가포르의 교육과정이나 교육정책, 그리고 실제 교실에서 진행되는 교수·학습 과정 등을 우리나라의 교육과정이나 교수·학습과

비교하여 더 나은 점이 있다면 과감하게 배우고 적용할 필요가 있을 것이다. 또한 다른 국가의 수학 및 과학 교육과정에 제시된 내용 체계를 비교하면서 학생들의 인지 발달과 학습 내용의 위계를 고려하여 언제 어떻게 어떤 내용을 가르칠 것인지에 대한 심도 있는 논의가 필요하다.

본 연구는 인지영역별로 여러 국가의 수학 성취도를 비교하였다. 김경희 외([1])의 연구에서는 내용 영역 내에서 인지영역별 성취도가 문항 정답률로 분석되었는데, 우리나라는 측정 영역에서의 ‘개념 활용’과 ‘추론하기’, 기하 영역의 ‘추론하기’, 자료 영역의 ‘사실과 절차 지식’에서 국제 평균과 유의한 차이가 없었다. 우리나라는 측정 영역과 자료 영역에서 학생들이 배우지 않은 내용이 있어 그 영역의 정답률이 낮았을 수 있다. 하지만 기하 영역의 ‘추론하기’는 우리나라 8단계 도형 영역에서 매우 강조하고 있는 것으로, 합동과 닮음을 통해 여러 가지 도형의 성질을 탐구하고 증명하는 것은 필수 성취기준이다. 이러한 인지영역에서 우리나라의 성취도가 낮은 것에 대해서는 기하 교육에서 보다 깊이 있게 연구될 필요가 있다.

추론하기 영역의 문항은 구성형 문항이 많았는데, 우리나라 학생들이 구성형 문항에 취약한 것에 대해서도 관심을 가질 필요가 있다. TIMSS 2003에서 구성형 채점을 담당한 채점자들은 우리나라 학생들이 구성형 문항에서 풀이 과정을 제대로 쓰지 못한 경우가 많다고 한다. 학생들은 자신의 추론 과정을 보여주고 다른 사람과 의사소통하는 능력은 학습 과정에서 필요하며 강조되어야 하는 것이지만, 우리나라 학생들은 그러한 능력이 부족한 것으로 보인다. 이에 대해 학교 현장에서 학생들의 추론과 의사소통을 경험하도록 장려하는 실체적인 노력 또한 필요할 것이다.

남녀 학생들의 성취도 차이에서 우리나라는 전체적으로 남학생의 성취도가 높았다 ([7]). 각 인지 영역에서도 남학생의 성취도가 여학생에 비해 높았는데, 특히 적용하기 영역에서는 그 차이가 통계적으로 유의하였다. 여학생들의 수학 학습 지도에 있어 지식과 개념을 적용하는 정형적인 문제해결 등에 더 각별한 관심이 필요하다. 수학에서 남학생이 우수하다는 전통적인 관점에 반하여 최근의 국제적인 결과는 여학생의 수학 성취도가 우수하다고 보고하고 있다([18]). 우리나라는 TIMSS 2003에서 남학생의 성취도가 아직 높은 편이지만, TIMSS 1995에 비해 성취도의 차이가 줄어들고 있는 형편이다. 국제적인 경향과 다른 우리나라의 성별 성취도 차이에 대한 이유를 설명할 수 있는 성차 연구도 앞으로 필요할 것으로 본다.

참 고 문 헌

1. 김경희 · 권석일 · 김선희 · 김지영 · 진여울, TIMSS 2003 결과에 따른 우리나라 중학생의 수학 · 과학 성취도 특성, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2007-2-2, 2007.
2. 김민경 · 노선숙, “우리나라 수학 교육과정 현황 및 TIMSS 연구 결과와의 비교 분석”, 수학교육학연구 11(2001) No.1, 137-156.
3. 김선희, “학생평가 전문성을 갖춘 수학교사 양성을 위한 「수학학습평가」 강좌의 교육 내용과 방법에 대한 제안”, 학교수학 8(2006) No.3, 301-326.
4. 노국향 · 박정 · 강상진, 학업성취도 국제비교 평가에 근거한 학교 교육효과 분석 및 개선 방안 연구, 한국교육과정평가원. 연구보고 CRE 2001-9, 2001.
5. 박정 · 광영순 · 김경희 · 정은영 · 최석진 · 최운식 · 김선희 · 이종희 · 허명, 남 · 여학생의 성취도 차이 해소 방안 -TIMSS와 PISA 2003 결과를 반영하여-, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2004-10, 2004.
6. 박정 · 정은영 · 김경희 · 전현정, 교사, 수업, 그리고 학생 성취 - TIMSS 1999 결과를 중심으로-, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2004-3-1. 2004a.
7. _____, 수학 · 과학 성취도 추이변화 국제비교 연구 -TIMSS 2003 결과 보고서-, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2004-3-2, 2004b.
8. 박정 · 정은영 · 김경희 · 한경혜, TIMSS 2003 공개문항 분석 자료집, 한국교육과정 평가원 연구자료 ORM 2004-27, 2004.
9. 박정 · 홍미영 · 나귀수, TIMSS-R 국제기준에 따른 우리나라 중학생의 수학 · 과학 성취도 분석, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2001-10, 2001.
10. 송미영 · 김선희, “평가 문항을 활용한 중학교 수학 교육과정의 내용 및 인지행동의 위계성 조사”, 학교수학 9(2007) No.2, 223-240.
11. 이미경 · 손원숙 · 노언경, PISA 2006 결과 분석 연구 - 과학적 소양, 읽기 소양, 수학적 소양 수준 및 배경 변인 분석-, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2007-1, 2007.
12. 이중권, 세계 여러 나라의 교육과정, 경문사, 2002.
13. 한경혜, “교사, 수업 변인과 학생 성취도의 상관관계-TIMSS 1999 결과 분석-”, 수학교육 44(2005) No.3, 409-433.
14. 허경철 · 차우규 · 김선주 · 권혁준, 세계 각국의 최근 교육동향 및 교육과정 국제 비교, 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2005-14, 2005.
15. Beaton, A. E., Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A., *TIMSS Mathematics achievement in the middle school years*,

- IIEA, 1996.
16. Ministry of Education, *Lower Secondary Mathematics Syllabus*, Singapore, 2001.
 17. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Foy P., *IEA's TIMSS 2003 International Report on Achievement in the Mathematics Cognitive Domains - Findings from a Developmental Projec.*, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education. Boston College, 2005.
 18. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J., *TIMSS 2003 International Mathematics Report*, IEA, 2004.
 19. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O'Connor, K. M., Chrostowski, S. J., & Smith, T. A., *TIMSS 1999 International Mathematics Report*, ISC: Boston College, 2000.
 20. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Smith, T. A., Garden, R. A., Gregory, K. D., Gonzalez, E. J., Chrostowski, S. J., & O'Connor, K. M., *TIMSS assessment frameworks and specifications 2003*, IEA, 2003.
 21. NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*, VA: NCTM, 2000.

Analysis for the changes of the mathematics cognitive domain and for the international achievement in TIMSS

Silla University Sun Hee Kim

TIMSS 2003 is the third and most recently round of IEA's Trends in International Mathematics and Science Study. In this study, I considered the changes of the mathematics cognitive domain in TIMSS and got some facts for developing assessment framework. And I analyzed 7 countries' achievement in the view of our country Korea, i.e. Singapore, Hongkong, Chinese Taipei, Japan, Netherlands, and Unites States. With the reliable and valid achievement scales for cognitive domains given by ISC, students' achievement scales were analyzed according to country, percentile, and sex in each cognitive domain.

Key words : mathematical ability, cognitive domain, achievement, international comparison, TIMSS

2000 Mathematics Subject Classification : 97C40

ZDM Subject Classification : D33

접수일 : 2008년 6월 24일 수정일 : 2008년 7월 20일 게재확정일 : 2008년 7월 26일