

말뚝의 비선형거동이 고려된 전면지지 말뚝기초 해석기법의 개발

Development of Analytical Method of Piled-Raft Foundation Considering Nonlinear Behavior of Pile

박 현 일¹ Park, Hyun-Il

Abstract

In this study, two-dimensional finite element method has been developed to simply consider the nonlinear load-settlement behavior of piled raft foundation subjected to vertical loads. The raft is modeled as the plate finite element based on Mindline's theory and the pile is modeled as the proposed simple pile model that is easy to consider the complex nonlinear load-settlement behavior between pile and soil. The developed numerical method has been compared with the settlement data of lab-scaled experiment and numerical solutions to verify that the developed numerical method shows satisfactory prediction for the nonlinear load-settlement of piled raft foundation.

요 지

본 연구에서는 전면지지 말뚝기초의 비선형적 거동을 보다 간편하게 모사할 수 있는 2차원 유한요소기법을 개발하였다. Raft는 Mindline 이론에 근거한 평판유한요소로 모델링 하였으며, 하중 재하에 따른 말뚝의 비선형적 거동을 모사할 수 있는 말뚝거동 모델을 제안하였다. 전면지지 말뚝기초의 비선형적 침하거동에 대한 개발된 수치기법의 적용성을 검증하기 위하여 실내실험 계측자료와 유한요소 해석결과와 비교하였으며, 비선형적 침하거동을 잘 모사할 수 있음을 확인하였다.

Keywords : Foundation, Pile, Piled raft, Raft, Settlement

1. 서 론

도심 지역에 초고층 건물을 건설할 경우 건물의 안정성과 사용성을 함께 확보하기 위해서는 하부기초의 침하와 부등침하를 최소화 하는 것이 매우 중요하다. 상부 건물에 의해 작용하는 큰 하중을 지지력이 큰 깊은 지반까지 전달하기 위해서 일반적으로 깊은 기초가 적용되고 있다. 최근에 가장 일반적인 깊은 기초 방식인 말뚝기초 형식 외에 CPRF(Combined Piled Raft Foundation)라는 깊은 기초 형식이 초고층 하부기초에 적용되고 있는 실정이다. 말뚝 기초 형식은 상부하중을 말뚝을 통

하여 바로 지반으로 전달하는데 반해, CPRF 방식은 말뚝과 raft 및 하부지반의 3가지 구성요소가 상부하중을 지지 및 전달하는데 활용된다. 즉, 상부 구조물 하중은 raft와 말뚝에 분배되어 하부 지반으로 전달되기 때문에 상부건물을 지지하기 위해 필요한 말뚝 총 수와 기초의 부등침하를 보다 경제적으로 절감할 수 있는 장점을 갖고 있다. 국내에서 김경남 등(1999)은 raft에는 평판이론을 적용하고 말뚝과 지반은 스프링으로 모사한 해석기법을 제안하였으며, 사질토 지반에 대한 CPRF에 대한 모형토조 실험을 다수 수행하였다(김홍택 등, 2002; 이승현 등 2003; 권오균 등, 2005).

1 정회원, 삼성건설 기술연구소 선임연구원 (Member, Senior Researcher, R & D Center, Samsung E & C, gomdoni7@empal.com)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2009년 4월 30일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

CPRF에 대한 2차원 유한요소해석 시, 두 가지 형태로 해석이 가능하다. 첫번째로, 평면변형을 조건으로 해석하는 경우에는 말뚝과 지반 사이에서 유발되는 탄소성 거동을 효율적으로 모사할 수 있지만, 말뚝의 배열이

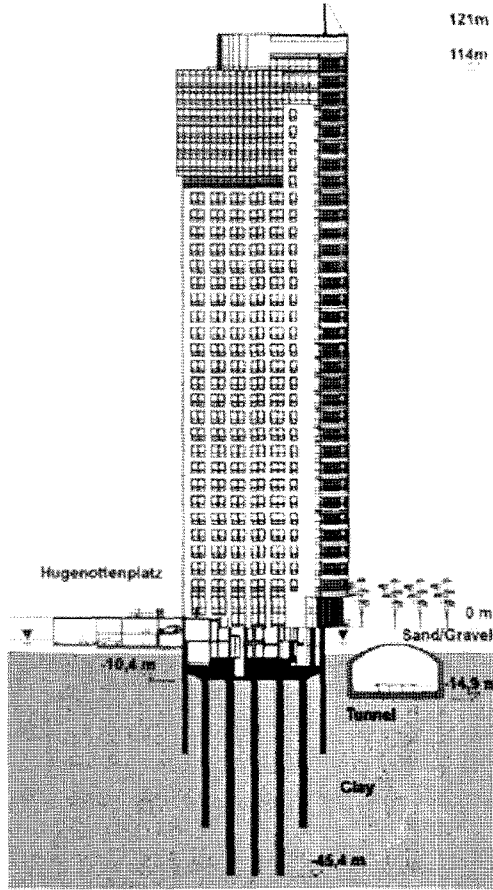


그림 1. CPRF 형식의 하부기초를 갖는 City-Tower의 단면도 (Katzenbach, 2005)

일정하지 않는 경우에는 대표단면 설정이 어려우며, 계층값과 해석결과와의 차이가 크게 발생할 수 있다. 두번째로, raft를 2차원 평면으로 모델링하고 말뚝이 위치하는 지점을 수직 스프링으로 처리하는 방법으로서 raft를 평판이나 beam으로 모사하고, 지반 및 말뚝은 탄성 스프링으로 간편하게 모사하기 때문에 복잡한 raft의 단면이나 많은 말뚝 수 및 복잡한 말뚝 배열을 고려할 수 있는 장점이 있지만, 말뚝-지반 사이의 비선형적인 탄소성 거동을 모사하기 어렵다(Katzenbach 등, 2005; 김정남 등, 1999). 3차원 유한요소해석법은 기초의 비선형 탄소성 거동을 비교적 신뢰성 있게 모사하는 것으로 알려져 있으나(Wang, 1996; de Sanctis와 Mandolini, 2003; Poulos, 2001; 이진형과 정상섬, 2007), 최근에 건설되는 극초고층 건물의 하부기초의 경우에는 대단면이며, 설치된 말뚝의 수와 배열이 복잡하기 때문에 3차원 해석이 현실적으로 곤란하다. 따라서, raft를 2차원 평면으로 모델링하고 말뚝이 위치하는 지점을 수직 스프링으로 처리하는 방법으로 고려되기도 한다.

그림 1에는 CPRF 형식이 적용된 건물의 예로 독일의 Frankfurt에 건설된 City-Tower(건물고=121m)의 단면도가 나타나 있다. 설계자들은 하부기초 설계 시 말뚝-지반 및 Raft-지반의 비선형 탄소성 거동을 신뢰성 있게 모사하기 위해서 그림 2(a)에 나타난 바와 같이 ABAQUS 프로그램을 활용한 3차원 유한요소 해석을 수행하였다(Katzenbach 등, 2005). 3차원 유한요소 해석이 하부기초의 비선형 탄소성 거동을 모사하기에 가장 신뢰성 있는 방법임에도 불구하고 1회 해석하는 데에도 많은 시

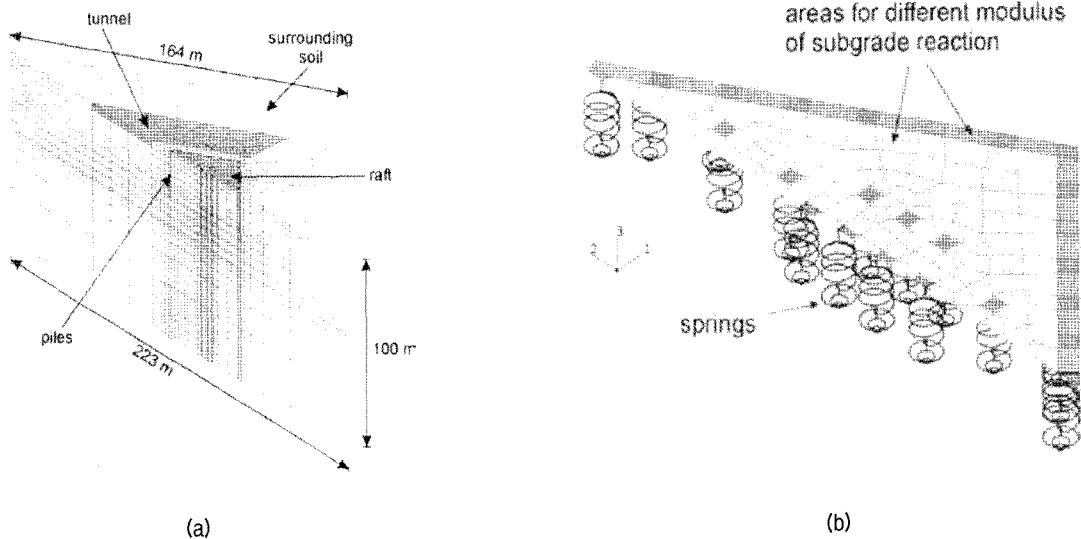


그림 2. City-Tower의 하부기초에 대한 해석 방법(Katzenbach, 2005)

간과 노력이 소모된다. 최적의 기초설계를 위해서 raft 기초에 설치되는 말뚝의 수 및 말뚝들의 배치에 관한 다양한 사례연구가 필요하기 때문에, 다수의 3차원 유한 요소해석을 수행하는 것은 현실적으로 어렵다. 따라서, 이와 같은 경우에는 그림 2(b)에 나타난 바와 같이 Raft는 평판 유한요소로 모델링 되며 말뚝-지반의 상호작용은 말뚝의 위치 별로 탄성스프링 요소로 대체된 2차원 유한요소 해석이 일반적으로 적용되었으며, 이 경우에 기초의 하중에 따른 비선형 침하 거동을 모사하기 곤란하다(Katzenbach 등, 2005; Lopez, 2000).

본 연구에서는 CPRF 하부기초의 비선형적 탄소성 침하거동을 간편하게 모사할 수 있는 2차원 유한요소 해석기법을 개발하고자 하였다. 개발된 해석기법의 구성요소를 살펴보면 Raft는 Mindlin 평판 유한요소로 모델링 하였으며, 말뚝-지반의 비선형 탄소성 거동을 간편하게 모사할 수 있는 말뚝-지반 거동 모델을 개발하였다. 개발된 말뚝-지반 거동 모델을 검증하기 위하여 실험형 모형말뚝 실험자료(백규호와 이준환, 2005)에 적용하였으며, 개발된 비선형 탄소성 말뚝 거동 모델이 탑재된 CPRF 해석 전용 2차원 유한요소 프로그램의 검증을 위하여 CPRF 실내 모형 실험 계측자료(이광열 등, 2006)에 적용하여 개발된 프로그램의 예측 정도를 검증하고자 하였다.

2. 말뚝-지반 상호 거동

2.1 거동 모델 제안

말뚝 두부에 하중이 재하되면 말뚝 주변부-지반 및 선단-지반 사이에서 유발되는 비선형적 탄소성 하중-변위 관계로 인하여 그림 3과 같은 비선형적인 하중-침하(P-S)관계가 나타나게 된다. 말뚝재하 시험 시 말뚝에 변형을 게이지를 부착하면 각 하중단계에서 깊이 별로 얻어진 축 하중 분포를 구할 수 있는데, 그림 3에 나타난 바와 같이 말뚝 상부에 전달된 축 하중이 말뚝 하부로 전달되면서 점차로 감소하는 경향을 보이게 된다. 이는 말뚝 주변부-지반 사이의 접촉면에서 유발되는 주변 전단마찰력이 축 하중을 점차적으로 분담하기 때문이다. 특히, 주변 전단 마찰력은 그림 3에 나타난 바와 같이 깊이 별로 서로 다른 전단력-변위 관계를 갖게 된다. 따라서, 말뚝의 비선형적 침하거동을 모사하기 위해서는 말뚝 깊이 별 말뚝 주변부-지반 사이의 전단마찰력 거동과 말뚝 선단부의 하중-변위 관계가 적합하게 모사되어야 한다.

본 연구에서는 이와 같은 말뚝의 비선형 하중-침하 거동을 모사하기 위하여 깊이별 말뚝주변-지반 사이의 전단마찰력-변위 관계와 말뚝 선단부의 하중-침하관계를 제안하여 하중 재하에 따른 비선형적 탄소성 말뚝 거동을 간편하게 모사하고자 하였다. 본 연구에서는 그림 4와 같이 말뚝을 스프링으로 연결된 일축부재들로

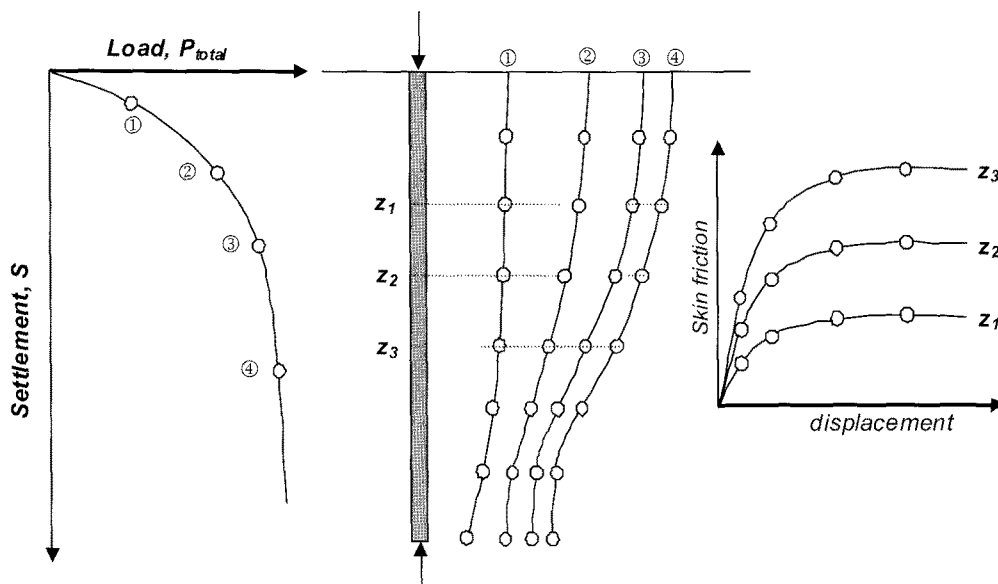


그림 3. 말뚝재하 실험으로부터 구한 하중전위 곡선

모델링하였으며, 일축부재들간의 거동은 탄성스프링으로 고려하였고, 말뚝 주변부-지반 및 말뚝 선단-지반 사이의 거동은 탄소성 스프링으로 모사하였다.

깊이 별 말뚝 주변부-지반간의 전단마찰력, τ 은 그림 5와 같이 탄소성 거동을 보이며, 전단 마찰강도, τ_f 값은 식 (1)과 같이 Mohr-Coulomb의 파괴규준을 따른다고 가정하였다.

$$\tau_f(z) = \sigma_h(z) \cdot \tan \delta + c \quad (1a)$$

$$\sigma_h(z) = K_o \cdot \sigma_v(z) \quad (1b)$$

여기서, τ_f = 깊이 z 지점에서의 전단 마찰강도, σ_h 및 σ_v = 깊이 z 지점에서의 말뚝에 작용하는 수평토압 및 수직응력, δ 및 c = 말뚝 주변부-지반 간의 전단 마찰각

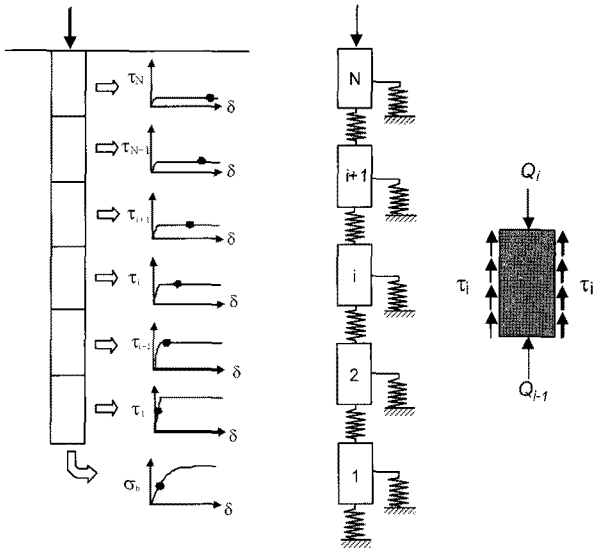


그림 4. 축하중 말뚝의 역학적 모델

및 마찰력 계수, K_o = 수평토압 계수를 의미한다.

그림 5(a)에서 말뚝 주변부-지반 사이의 전단마찰력과 전단변위의 전단 탄성계수, G_s 값은 다음 식 (2)와 같이 깊이에 따라 power 함수 형태를 갖는다고 가정하였다(Guo와 Randolph, 1998).

$$G_s = A_g \cdot z^n \quad (2)$$

여기서, A_g = 전단변형계수 상수, z = 지표면으로부터의 깊이, n = 상수를 의미한다.

말뚝 선단부의 거동은 그림 6에 보이는 바와 같이 쌍곡선 거동을 보인다고 가정하였다(Duncan과 Chang, 1970). 따라서, 선단 지지력과 침하 관계는 식 (3)과 같이 표현될 수 있다

$$\sigma_b = \frac{S_b}{a + b \cdot S_b} \quad (3)$$

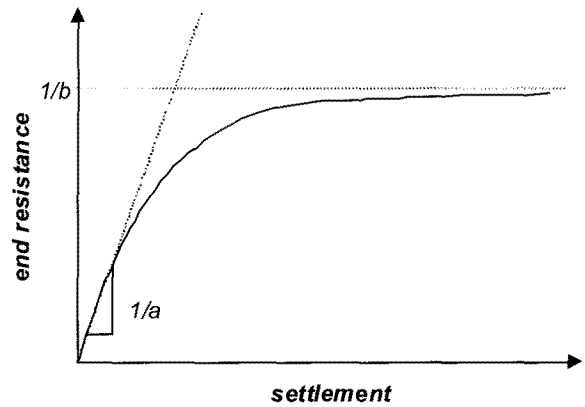
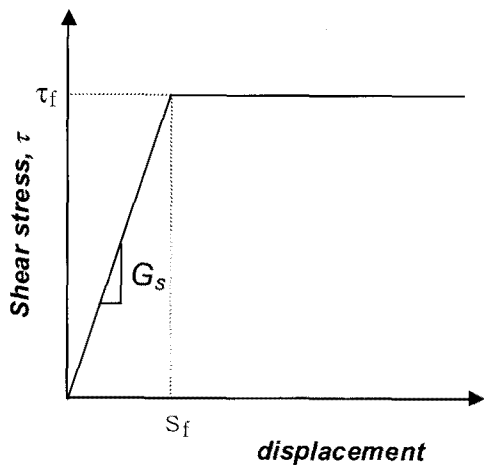
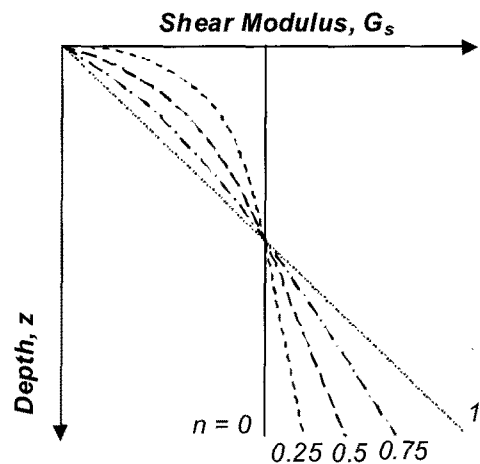


그림 6. 말뚝 선단부에 대한 힘-변위 관계



(a)



(b)

그림 5. 말뚝 주변 마찰력의 힘 변위관계

여기서, $\sigma_b =$ 선단 지지력(kN/m^2), $S_b =$ 말뚝 선단부의 침하량, a 와 $b =$ 쌍곡선 계수를 의미한다.

그림 4에서 i 번째 말뚝부재에 작용하는 평형식은 식 (4)와 같이 정리될 수 있다.

$$\Delta S_e^i = \frac{Q_{i-1} \cdot \Delta L}{EA} + \frac{\tau_i \cdot u_p \cdot (\Delta L)^2}{2EA} \quad (4a)$$

$$Q_{i-1} = Q_b + \sum_{k=1}^{i-1} \tau_k u_p \Delta L, \quad Q_b = A \cdot \sigma_b = A \frac{S_b}{a + b \cdot S_b} \quad (4b)$$

여기서, $\Delta S_e^i = i$ 번째 말뚝 부재의 압축량, $Q_{i-1} = i$ 번째 말뚝부재에 작용하는 수직력, $\Delta L = i$ 번째 말뚝부재의 길이, $E =$ 말뚝의 탄성계수, $A =$ 말뚝의 단면적, $\tau_i = i$ 번째 말뚝 주면부에 작용하는 전단마찰력, $u_p =$ 말뚝의 외주면부 길이($=2 \cdot \pi \cdot r$)를 의미한다. 식 (4a)에서 오른쪽 첫번째 항은 말뚝 수직력에 의한 압축량을 의미하며, 두번째 항은 주면 마찰력에 의한 말뚝부재 압축량을 의미한다.

따라서, 말뚝에 작용하는 수직력과 그에 따른 총 침하

량은 결과적으로 식 (5)와 같이 정리될 수 있다.

$$Q_N = Q_b + u_p \Delta L \cdot \sum_{k=1}^N \tau_k \quad (5a)$$

$$S_i = S_b + \sum_{k=1}^{i-1} \Delta S_e^k \quad (5b)$$

2.2 예제 해석

백규호와 이준환(2002)는 직경 0.35m 및 길이 8.2m의 실대형 폐단 말뚝을 제작한 후 깊이 별로 스트레인 게이지를 부착하여 자갈질 모래로 구성된 지반에 향타 관입하여 정재하 시험을 수행하였다. 하중전이분포는 450, 750, 1050, 1350 및 1650kN의 하중단계에서 측정되었다. 하중단계별 하중전이 분포와 전체 하중-침하 관계에 대하여 개발된 말뚝-지반 모델을 적용하여 계측자료에 대한 예측 정도를 검증하였다. 계측자료에 대한 역해석을 통하여 얻어진 해석 물성치가 표 1에 정리되어 있으

표 1. 역해석된 말뚝-지반 모델의 해석물성치

말뚝주면-지반 전단거동 관련계수			말뚝 선단지지력 계수	
δ ($^\circ$)	a (kN/m^2)	b (무차원)	$a_p \times 10^{-5}$ (m^3/kN)	$b_p \times 10^{-5}$ (kN/m^2)
38	5037	0.62	0.058	9.11

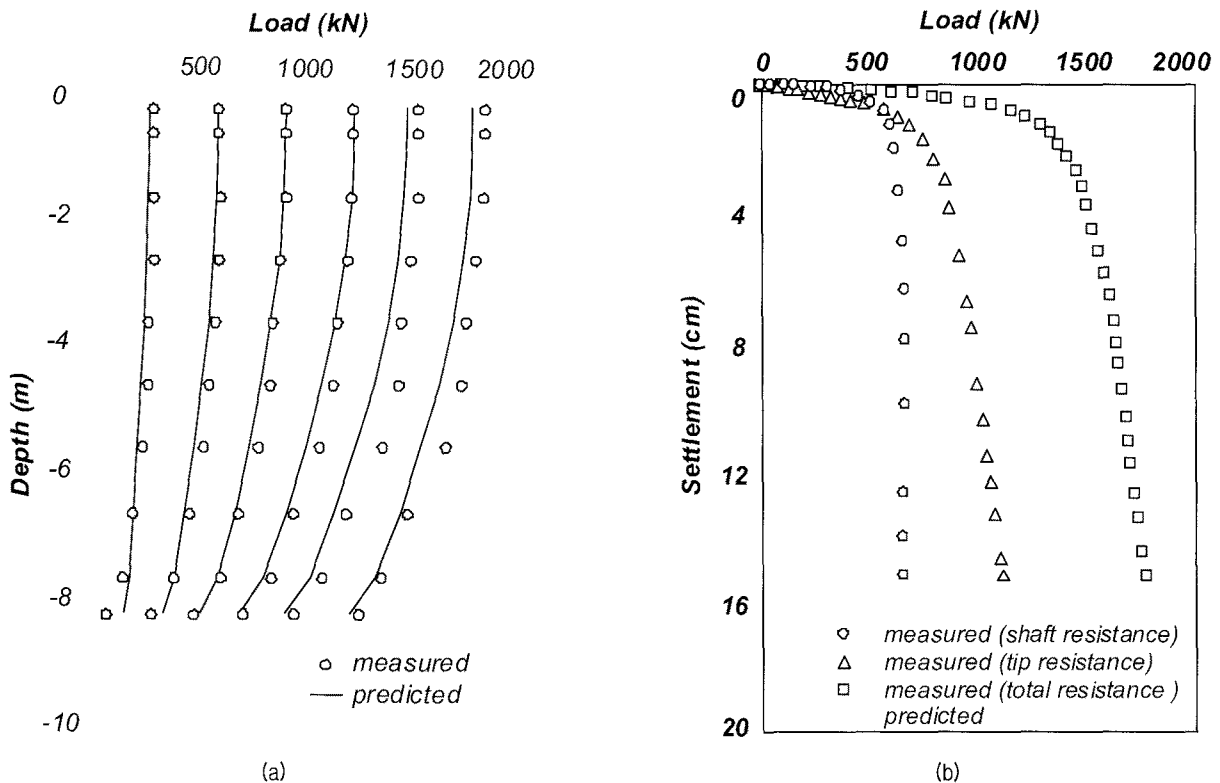


그림 7. 말뚝 정재하 계측자료에 대한 예측 결과

며, 예측된 하중 단계별 하중전이 분포와 하중-침하량 관계가 그림 7에 나타나 있다. 그림 7(a)에서 하중 단계별 하중전이 분포에 대하여 예측결과와 매우 일치되는 예측 정도를 보이고 있으며, 이는 깊이에 따른 말뚝 주변부 마찰력의 탄소성 거동들이 비교적 유사하게 예측되었기 때문인 것으로 사료된다. 그림 7(b)의 하중-침하 관계에서도 예측된 주변 마찰력, 선단 지지력 및 총 지지력에 대한 하중 침하관계에 대하여 예측결과와 예측 결과가 거의 유사한 결과를 보여주고 있다.

3. CPRF 해석을 위한 유한요소기법

3.1 수식화

본 절에서는 CPRF 해석을 위한 비선형 탄소성 말뚝-지반 거동모델이 탑재된 2차원 유한요소 해석기법에 대한 수식화 과정이 정리되어 있으며, MAT-LAB언어로 프로그래밍하였다. CPRF는 Raft와 말뚝과 하부지반으로 구성하였다. Raft는 자체의 체적에 비해서 두께가 얇기 때문에 평판으로 가정하여 Raft의 전단변형이 고려되는 Mindlin 평판이론에 근거하여 유한요소 모델링하였다. 말뚝-지반의 거동은 개발된 비선형 말뚝-지반 거동모델을 사용하여 모사하였으며, Raft-지반의 거동은 말뚝 선단부-지반의 거동과 동일하게 쌍곡선 거동을 갖는다고 가정하였다. CPRF를 유한요소 모델링 한 예가 그림 8에 나타나 있다. Raft는 24개의 평판 유한 요소로 모델링되었으며, 9개의 말뚝이 위치하는 절점에는 제안된 말뚝-지반 모델이 적용되었으며, 또한 35개의 각 절

점에는 raft와 지반의 힘-변위 관계를 모사하기 위한 쌍곡선 형태의 스프링 요소를 적용하였다.

CPRF의 강성도 행렬은 isoparametric 유한요소를 사용하여 다음 식 (5)와 같이 정의될 수 있다.

$$(K_r + K_p + K_s) \cdot \Delta d = K \cdot \Delta d = f \quad (5)$$

여기서, K_r , K_p 및 K_s = Raft와 말뚝과 지반의 강성도 행렬, Δd = 노드 별 변위 벡터, K = CPRF의 전체 강성도 행렬, F = 노드 별 힘 벡터를 의미한다. 절점 변위는 Raft의 수직침하와 x축 및 y축의 회전각인 θ_x 와 θ_y 로 구성되어 있다. 절점에 작용하는 힘 벡터, f 는 식 (6)에 나타난 바와 같이 작용하는 하중벡터 q 로 표현될 수 있다.

$$f = \sum_i \int_{A_i} N^T q dA \quad (6)$$

여기서, A_i = i 번째 유한요소의 단면적을 의미하며, N^T = 유한요소에서 변위를 보간하는 형상함수 행렬을 의미한다.

3.2 예제 해석

이광렬 등(2006)은 CPRF의 하중침하 관계를 살펴보기 위하여 모형토조에 느슨한 모래로 충전한 후 제작된 모형 CPRF를 모형토조에 설치하여 재하 실험을 수행하였다. 그림 9에는 사용된 Raft 및 말뚝에 대한 사양이 나타나 있다.

이광렬 등(2006)은 재하 실험으로부터 얻어진 비선형

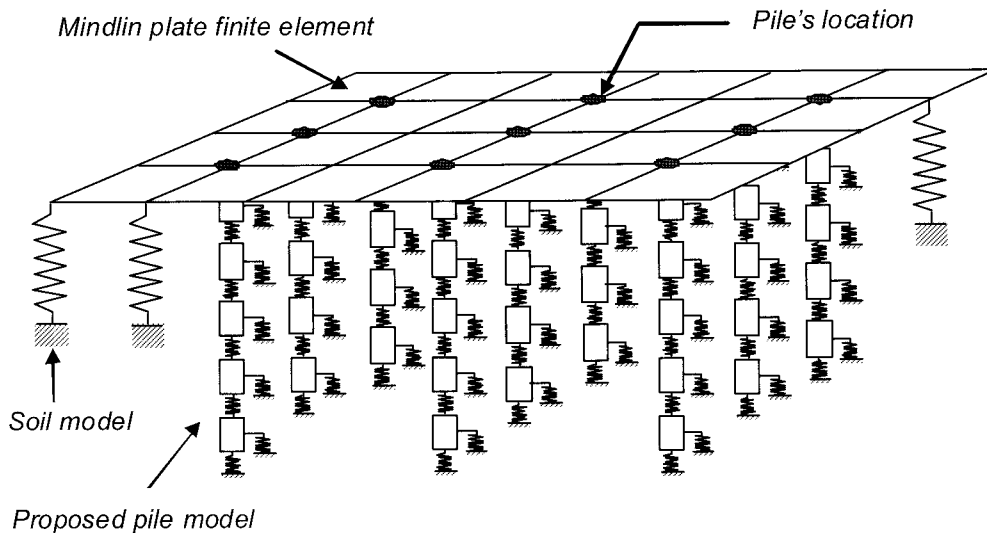


그림 8. CPRF에 대한 유한요소 모델링

적인 하중 침하관계를 예측하기 위하여 Fleming 등(1992)과 Shen 등(2002)이 제안한 선형적인 탄성해 들과 2차원 평면 변형율 유한요소 프로그램(PLAXIS Version 8.2)를 함께 적용하였다. 본 연구에서 개발된 CPRF 해석 전용 2차원 유한요소 프로그램을 적용하여 계측결과 및 기존 방법들에 의한 예측결과들과 서로 비교하였다. 표 2에는 개발된 해석기법의 입력물성치 값들이 나타나 있다.

그림 10에 계측된 힘-변위 관계에 대한 예측결과들이 서로 비교되어 있다. Fleming 등(1992)과 Shen 등(2002)이 제안한 탄성 해들은 계측된 비선형적인 거동을 잘 모사하지 못함을 알 수 있다. 이는 말뚝-지반 거동이 탄성적으로 가정되었기 때문이다. 특히, 상부건물이 초고층화 됨에 따라, 즉 기초에 작용하는 하중이 점점 증가하게 된다면, 기초의 비선형적 침하거동은 보다 심화될 것이다. 따라서, 탄성해 들에 근거한 기초의 침하 거동

모사에 있어서 예측오차는 더욱 증가할 것으로 사료된다. 이에 반하여 2차원 평면 변형율 유한요소 기법은 기초의 비선형적 침하거동을 비교적 잘 모사함을 확인할 수 있었다. 이는 말뚝-지반 사이의 접촉면에서의 비선형 전단거동이 매우 정교하게 모사되기 때문이다. 하지만, 실험에서 사용된 모형 CPRF와 같이 말뚝들이 일정한 배열을 갖지 않고, 많은 수의 말뚝들이 복잡하게 배열된 대형 CPRF의 경우에는 적합한 2차원 평면 변형율 단면을 찾는 것이 현실적으로 어렵기 때문에 기초의 비선형 침하거동을 모사하기 위해서는 3차원 해석이 필요하게 된다. 따라서, 본 연구에서 개발된 2차원 유한요소 해석 기법을 사용하게 되면 말뚝-지반 및 raft-지반의 비선형적 침하거동을 모사할 수 있도록 모델링 함으로써 3차원 유한요소 해석을 수행하지 않더라도 보다 간편하게 비선형적인 침하거동을 예측할 수 있을 것으로 사료된다.

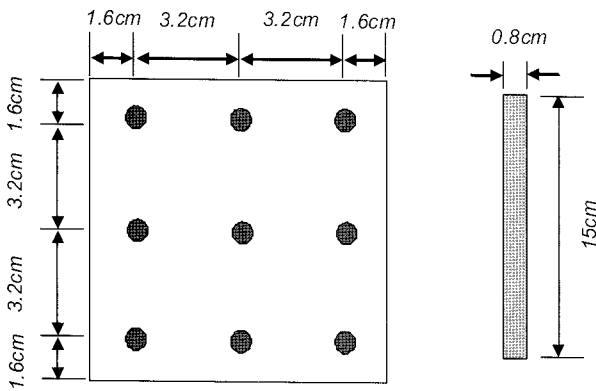


그림 9. 재하 실험에 사용된 Raft와 파일의 상세 단면

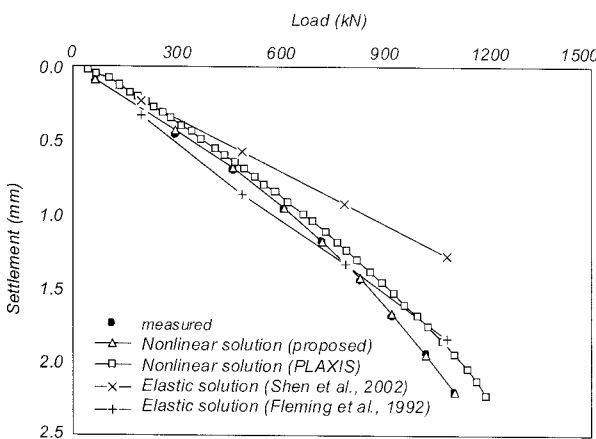


그림 10. 계측된 하중-변위 관계와 해석기법들 간의 비교

4. 결론

본 연구에서는 수직방향의 하중을 받는 CPRF의 비선형적 침하거동을 보다 간편하게 모사할 수 있는 2차원 유한요소 해석프로그램을 개발하였다. 제안된 유한요소 해석기법에서 raft는 Mindline 이론에 근거한 평판유한요소로 모델링 되었다. 말뚝-지반의 비선형적 하중-침하 거동을 모사할 수 있는 간편한 말뚝 거동모델을 제안하였으며, raft-지반은 쌍곡선 형태의 하중-변위 거동을 갖는다고 가정하였다. 제안된 해석기법을 모형 CPRF 침하자료에 적용한 결과, 기존의 탄성해들에 비해 기초의 비선형적 침하거동을 잘 모사할 수 있음을 확인하였다. 따라서, 기초에 많은 말뚝이 복잡하게 배열되어 3차원 해석 모델링이 곤란한 경우 제안된 해석기법을 적용함으로써 기초의 비선형적 침하거동을 보다 간편하게 예측할 수 있을 것으로 사료된다.

참고 문헌

1. 권오균, 오세봉, 김진복 (2005), "무리말뚝의 하중분담률에 관한 실험적 연구", 한국지반공학학회 논문집, 특별논문집 제2호, 제21권 제5호, pp.51-58.

표 2. 모형 CPRF 해석 시 역해석된 해석물성치

말뚝 주면-지반 계수			말뚝 선단-지반 계수		Raft-지반 계수	
δ (°)	a (kN/m ²)	b (무차원)	$a_p \times 10^{-5}$ (m ³ /kN)	$b_p \times 10^{-5}$ (m ² /kN)	$a_r \times 10^{-5}$ (m ³ /kN)	$b_r \times 10^{-5}$ (m ² /kN)
32	3020	0.72	0.124	1.647	3.478	5.873

2. 김경남, 이수형, 정충기, 이해성 (1999), "Piled Raft 기초의 부등침하 최소화를 위한 최적말뚝배치", *대한토목학회 논문집*, 제 III-4 권, pp.831-839.
3. 김홍택, 강인규, 박정주, 박순규 (2002), "사질토 지반에서 연직하중을 받는 Piled raft 기초시스템의 하중분담특성에 관한 실내모형실험 연구", *대한토목학회 논문집*, 제22권, 제2-c호, pp.111-120.
4. 백규호, 이준환 (2002), "모래지반에서 개단말뚝의 항타거동과 지지력 분석", *대한토목학회 논문집*, 제22권, 제3-C호, pp.275-286.
5. 이광열, Nugroho, D.S., 윤성태 (2006), "파일의 길이와 직경에 의한 Piled-Raft 기초의 침하량 예측", *2006 대한토목학회 정기학술대회*, pp.102-113.
6. 이승현, 권오균, 오세봉, 김병일 (2003). "말뚝지지 기초판의 하중분담", *대한토목학회 논문집*, 제23권 제3c호, pp.143-150.
7. 이진형, 정상섭 (2007), "연약지반에 시공된 Piled Raft 기초의 3차원 거동분석", *한국지반공학학회 논문집*, 제23권, 제6호, pp.63-75.
8. de Sanctis, L. and Mandolini, A. (2003), "On the ultimate vertical load of piled rafts on the soft clay soils", *Proc. 4th Int. Geotechnical Seminar on Deep Foundation on Bored and Auger Piles*, Ghent, Millpress, Rotterdam, pp.379-386.
9. Duncan, J.M., Chang, C.Y. (1970), "Nonlinear analysis of stress and strain in soils", *J. of the soil mechanics and foundations division*, ASCE, Vol.96, No.5, pp.1629-1653.
10. Fleming, W.G.K., Weltman, A.J., Randolph, M.F., Elson, W.K. (1992), *Piling Engineering 2nd Edition*, Survey University Press, London, p.390.
11. Guo, W.D., Randolph, M.F. (1998), "Rationality of load transfer approach for pile analysis", Vol.23, pp.85-112.
12. Katzenbach, R., Schmitt, A., Turek, J. (2005), "Assessing settlement of high-rise structures by 3D simulations", *Computer-aided civil infrastructure engineering*, Vol.20, pp.221-229.
13. Lopes, F.R. (2000), *Design of raft foundations on winkler springs: Design applications of raft foundations*, edited by Hemsley, J.A.
14. Polus, H.G. (2001), "Piled-Raft foundation; design and applications", *Geotechnique*, Vol.51, No.2, pp.95-113.
15. Shen, W.Y., Teh, C.I. (2002), "Practical Solution for Group Stiffness Analysis of Piles", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.126, No.10, ASCE, pp.692-897.
12. Wang, A. (1996), "Three dimensional finite element analysis of pile groups and piled-raft", PhD dissertation, University of Manchester, U.K.

(접수일자 2008. 2. 13, 심사완료일 2008. 10. 8)