

접촉해석을 이용한 볼 베어링의 Shoulder Height 설계

김태완[†] · 윤기찬* · 조용주**

부경대학교 기계공학부, *세플러 코리아 연구소, **부산대학교 기계공학부

Design of Shoulder Height for Ball Bearing using Contact Analysis

Tae-Wan Kim[†], Ki-Chan Yoon*, and Yong-Joo Cho**

School of Mechanical Engineering, PuKyong National University

**R&D Center, Shaeffler Korea Corp.*

***School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

(Received August 1, 2008; Accepted August 22, 2008)

Abstract – In this study, the methodology for determination of shoulder height in the internal shape design of ball bearing using 3D contact analysis is proposed. The static analysis of a ball bearing was performed to calculate the distribution of applied contact load and angles among the rolling elements. From each rolling element loads and the contact geometry between ball and inner/outer raceway, 3D contact analyses using influence function are conducted. These methodology is applied to HDD ball bearing. A critical axial load and a critical shoulder height which are not affected by edge are calculated. The proposed methodology may be applied to other rolling element bearing for the purpose of reducing the material cost and improving the efficiency of the bearing design process.

Key words – ball bearing, contact analysis, shoulder height

1. 서 론

회전기계 시스템의 핵심적인 기계요소인 구름 베어링의 최근 연구동향은 고신뢰성 및 소형화/경량화라는 명제를 동시에 실현하는 것이다. 즉, 시스템의 요구수명을 초과하여 베어링을 과대 설계된 경우, 기계시스템의 무게 증가로 인한 동력손실과 기계제작비용이 커지는 경제적인 손실을 야기할 수 있으며, 과소 설계된 경우, 기계시스템의 조기 파손으로 인한 안전사고의 위험과 보수비용이 증가하게 되는 결과를 초래할 수 있기 때문에 베어링의 적정치수의 설계는 매우 중요한 문제이다[1].

일반적으로 볼 베어링의 성능에 영향을 미치는 인자로는 접촉각, 볼 직경, 피치경, 볼 개수, 내 외륜 곡률 반경비 등으로 알려져 왔다. 한편, 볼 베어링은 회전

중에 볼이 shoulder를 타지 않는 수준으로 설계되어야 하며, 축 방향 하중을 버틸 수 있는 shoulder height 치수를 결정해야 하지만, 이와 관련된 성능에 영향을 인자로서 간과되어온 게 사실이다. 하지만 shoulder height 치수가 과소하게 설계된 경우, edge effect에 의한 압력 스파이크의 형성(Fig. 1) 등으로 인한 베어링 시스템의 신뢰성을 저해할 수 있다. 반면, shoulder height가 과대하게 설계된 경우에는 재료비 증가 등 보이지 않는 원가 상승 요인 외에 리테이너 설치의 제약 등의 문제가 수반하게 된다. 이러한 중요한 설계인자가 특별한 기준이 설정되지 않은 채 경험에 의해 볼 직경 대비 몇 %식으로 결정되어 왔으며, 이렇게 결정된 shoulder height가 축 방향 하중을 버틸 수 있는지 여부를 검토하는 선에서 이루어져 왔다[2]. 따라서 외부적 요인에 영향을 많이 받는 볼 베어링의 경우 기능상 문제가 없는 범주 내에서 shoulder height를 최소화할 필요가 있다. 따라서 베어링에 가해지는 축방향 하중을

[†]주저자 · 책임저자 : tw0826@pknu.ac.kr

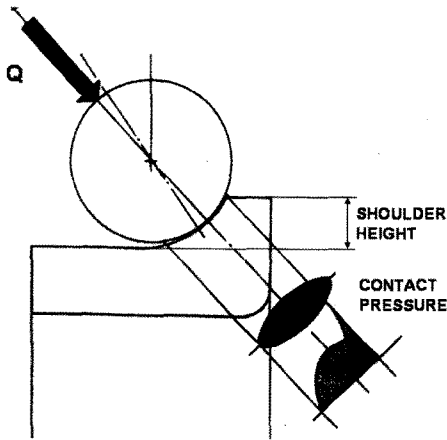


Fig. 1. Pressure spike due to the edge effect.

지지하는 범주 내에서 최소의 shoulder height를 갖도록 설계되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 접촉해석을 이용한 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하고자 한다. 이를 위해 볼 베어링에 작용하는 외부하중으로부터 각 전동체와 궤도륵에 작용하는 하중과 접촉각도를 정적 해석(static analysis)를 통해 계산하였고 볼 베어링의 볼과 궤도륵간의 접촉을 수치적으로 모델링하였다. 이렇게 계산된 각 전동체의 하중 및 접촉조건으로부터 영향 함수법(influence function method)을 이용한 접촉해석을 수행하여 접촉압력분포를 계산하였고 edge effect에 의한 영향이 발생하지 않는 shoulder height를 결정하였다.

2. 이 론

2-1. 전동체 하중 해석

Shoulder height가 접촉 압력에 미치는 영향을 살펴 보기 위해서는 우선 볼 베어링에 가해지는 외부하중으로부터 각 전동체에 작용하는 전동체 하중분포와 각 전동체와 궤도륵간의 접촉각도를 계산할 필요가 있다. 이러한 볼 베어링의 시스템 해석과 관련해서 지금까지 많은 연구들이 이루어져 왔는데 크게 정적 해석(static analysis)[3], 준정적 해석(quasi-static analysis)[4,5] 그리고 동적 해석(dynamic analysis)[6,7]로 나눌 수 있다. 동적해석은 베어링의 실시간 시뮬레이션이 가능하고 케이지의 영향을 고려할 수 있다는 장점을 가지고 있으나, 해석 모델의 정확성이 검증되지 않았고 수치적인 부담으로 실제 베어링 설계에는 제한적으로 사용되고 있다. 반면, 준정적해석은 케이지의 영향을 고려

치 못한다는 단점이 있으나 원심력 및 자이로스코프 모멘트까지 고려하여 비교적 정확한 전동체 하중 및 접촉각 분포를 예측할 수 있어 많이 응용되고 있다. 만약 구름베어링의 회전속도가 크지 않다면 볼에 작용하는 원심력과 자이로스코프 모멘트를 무시할 수 있는 정적해석만으로도 충분히 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있다[8]. 따라서 본 연구에서는 정적 해석을 이용하여 외력으로부터 발생하는 각 전동체 하중 및 접촉각의 분포를 계산하였다.

베어링에 가해지는 외력에 대한 시스템의 힘 평형방정식은 다음과 같다.

$$F_x - \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_j = 0 \tag{1}$$

$$F_y - \sum_{j=1}^N Q_j \cos \alpha_j \sin \Psi_j = 0 \tag{2}$$

$$F_z - \sum_{j=1}^N Q_j \cos \alpha_j \cos \Psi_j = 0 \tag{3}$$

$$M_y - R \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_j \cos \Psi_j = 0 \tag{4}$$

$$M_z - R \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_j \sin \Psi_j = 0 \tag{5}$$

여기서, Q_j 는 각 전동체에 작용하는 하중, α_j 는 전동체와 궤도륵간의 접촉각도, Ψ_j 는 각 전동체의 각 위치(angular position), R 는 베어링 중심축에 대한 내륵 궤도의 곡률 중심위치 반지름이며 N 은 전동체의 개수이다.

이상의 5개의 식은 비선형방정식이므로 Newton-Raphson법을 이용하여 전동체 하중(Q_j) 및 접촉각(α_j)의 분포를 구할 수 있다.

2-2. 접촉 모델링

볼 베어링의 접촉해석을 수행하기 위해서는 우선 형상함수가 필요하다. 볼 베어링의 볼과 궤도륵의 접촉은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 non-conformal 및 conformal 형태의 접촉이 동시에 이루어지고 있고 결과적으로 타원접촉의 접촉형상을 가지게 된다. 따라서 볼과 궤도륵의 기하학적인 분석을 통하여 하나의 상당 표면과 강체 평판의 접촉으로의 모델링이 필요하다. 이러한 하나의 상당 표면과 가압하는 강체면의 접촉을 통해 접촉면의 입력분포를 구할 수 있다.

Fig. 3은 볼과 궤도륵의 형상함수, 즉 두 표면간의 간극을 계산하기 위한 것으로, 궤도륵의 경우 볼이 안

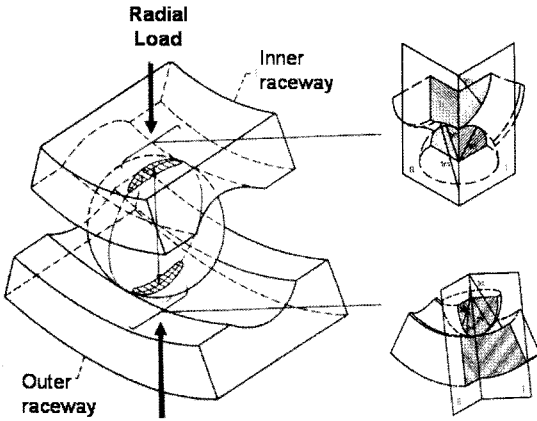


Fig. 2. Contact between ball and raceway.

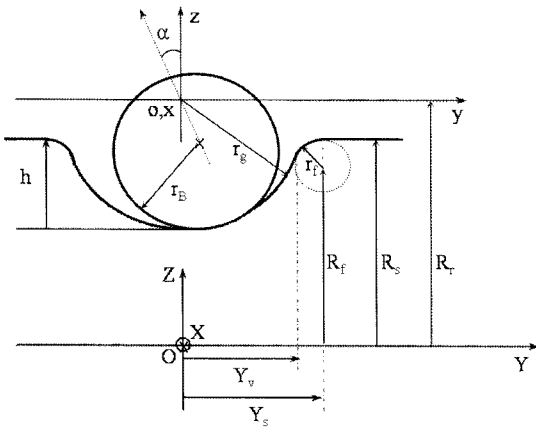


Fig. 3. Coordinates of raceway and ball.

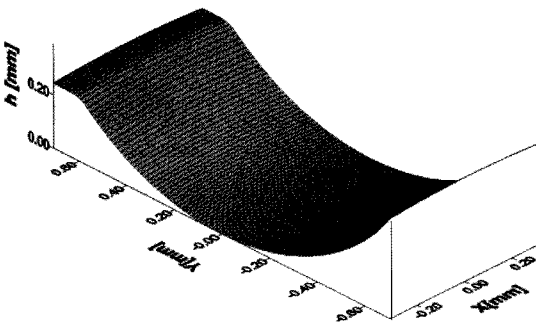


Fig. 4. Raceway mesh modeling.

착되는 그루부(groove)부와 그루부와 쇼울더(shoulder) 사이의 곡률부, 그리고 쇼울더부로 나누어 그 형상함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(1) $Y_v \geq Y$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \sqrt{\{R_r - (r_g^2 - Y^2)^{1/2}\}^2 - X^2} \\ Z_{ot} &= \sqrt{\{R_r - (r_g^2 - Y^2)^{1/2}\}^2 - X^2} \end{aligned} \quad (6)$$

(2) $Y_s \geq Y > Y_v$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \sqrt{\{R_f + (r_f^2 - (Y_f - Y)^2)^{1/2}\}^2 - X^2} \\ Z_{ot} &= \sqrt{\{R_f + (r_f^2 - (Y_f - Y)^2)^{1/2}\}^2 - X^2} \end{aligned} \quad (7)$$

(3) $Y > Y_s$

$$Z_{in,ot} = \sqrt{(R_s^2 - Y^2)} \quad (8)$$

여기서, R_r 은 베어링 축 중심에서 궤도륜의 곡률중심까지의 거리, r_g 는 궤도륜의 곡률반경, $R_f = R_s - r_f$, R_s 는 쇼울더 반경, r_f 는 그루부와 쇼울더 사이 곡률부의 곡률 반경이다. 첨자 *in* 과 *ot*는 각각 내륜과 외륜을 의미한다. Fig. 4는 Table 1에 주어진 베어링 제원에 대해 이상의 방법으로 계산한 볼 베어링 궤도륜의 형상의 일부를 도시한 것이다.

2.3. 접촉 해석

일반적으로 두 탄성체 접촉은 하나의 상당 표면(equivalent surface)과 강체면의 접촉으로 모델링 할 수 있다. 본 연구에서는 기본적으로 영향함수를 이용한 방법으로 3차원 접촉해석을 수행하였다.

Fig. 5는 강체면과 탄성표면간의 접촉시 발생하는 표면 변형을 대략적으로 도시한 것이다. 접촉문제를 풀기 위해서는 다음의 구속조건에 의한 반복 연산이 필요한데, 즉

접촉영역에서는 $p(x,y) > 0, h(x,y) = 0$ (9)

접촉영역밖에서는 $p(x,y) = 0, h(x,y) > 0$ (10)

이다. 여기서 $p(x,y)$ 는 접촉압력이며 $h(x,y)$ 는 변형후의 강체면과 거친 표면간의 거리를 나타내며, 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h(x,y) = e(x,y) + u(x,y) - \delta \quad (11)$$

여기서, $e(x,y)$ 는 변형되기 전의 표면형상의 높이분포이고 δ 는 유효 강체 변위(effective rigid body displacement)이며 $u(x,y)$ 는 탄성변형량이다.

접촉영역 내에서는 이므로 를 Boussinesq의 식으로

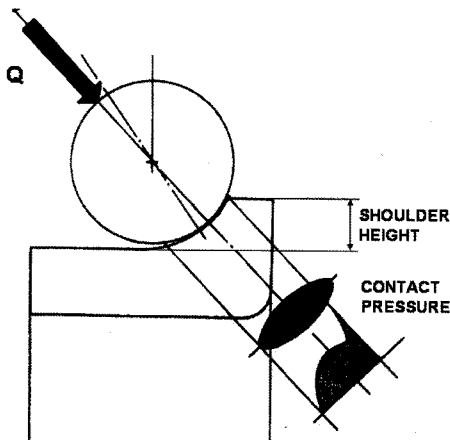


Fig. 1. Pressure spike due to the edge effect.

지지하는 범주 내에서 최소의 shoulder height를 갖도록 설계되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 접촉해석을 이용한 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하고자 한다. 이를 위해 볼 베어링에 작용하는 외부하중으로부터 각 전동체와 궤도륵에 작용하는 하중과 접촉각도를 정적 해석(static analysis)를 통해 계산하였고 볼 베어링의 볼과 궤도륵간의 접촉을 수치적으로 모델링하였다. 이렇게 계산된 각 전동체의 하중 및 접촉조건으로부터 영향 함수법(influence function method)을 이용한 접촉해석을 수행하여 접촉압력분포를 계산하였고 edge effect에 의한 영향이 발생하지 않는 shoulder height를 결정하였다.

2. 이 론

2-1. 전동체 하중 해석

Shoulder height가 접촉 압력에 미치는 영향을 살펴 보기 위해서는 우선 볼 베어링에 가해지는 외부하중으로부터 각 전동체에 작용하는 전동체 하중분포와 각 전동체와 궤도륵간의 접촉각도를 계산할 필요가 있다. 이러한 볼 베어링의 시스템 해석과 관련하여 지금까지 많은 연구들이 이루어져 왔는데 크게 정적 해석(static analysis)[3], 준정적 해석(quasi-static analysis)[4,5] 그리고 동적 해석(dynamic analysis)[6,7]로 나눌 수 있다. 동적해석은 베어링의 실시간 시뮬레이션이 가능하고 케이스의 영향을 고려할 수 있다는 장점을 가지고 있으나, 해석 모델의 정확성이 검증되지 않았고 수치적인 부담으로 실제 베어링 설계에는 제한적으로 사용되고 있다. 반면, 준정적해석은 케이스의 영향을 고려

치 못한다는 단점이 있으나 원심력 및 자이로스코픽 모멘트까지 고려하여 비교적 정확한 전동체 하중 및 접촉각 분포를 예측할 수 있어 많이 응용되고 있다. 만약 구름베어링의 회전속도가 크지 않다면 볼에 작용하는 원심력과 자이로스코픽 모멘트를 무시할 수 있는 정적해석만으로도 충분히 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있다[8]. 따라서 본 연구에서는 정적 해석을 이용하여 외력으로부터 발생하는 각 전동체 하중 및 접촉각의 분포를 계산하였다.

베어링에 가해지는 외력에 대한 시스템의 힘-평형방정식은 다음과 같다.

$$F_x - \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_j = 0 \tag{1}$$

$$F_y - \sum_{j=1}^N Q_j \cos \alpha_j \sin \Psi_j = 0 \tag{2}$$

$$F_z - \sum_{j=1}^N Q_j \cos \alpha_j \cos \Psi_j = 0 \tag{3}$$

$$M_y - R \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_j \cos \Psi_j = 0 \tag{4}$$

$$M_z - R \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_j \sin \Psi_j = 0 \tag{5}$$

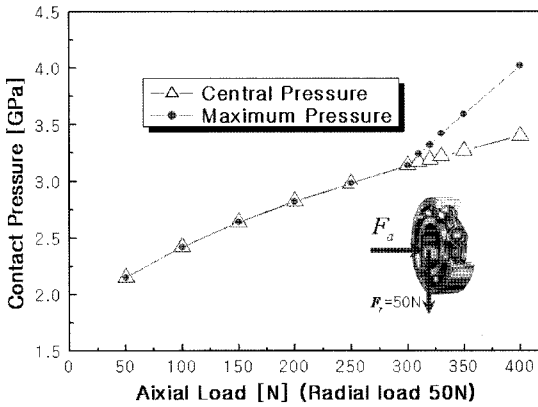
여기서, Q_j 는 각 전동체에 작용하는 하중, α_j 는 전동체와 궤도륵간의 접촉각도, Ψ_j 는 각 전동체의 각 위치(angular position), R 는 베어링 중심축에 대한 내륵 궤도의 곡률 중심위치 반지름이며 N 은 전동체의 개수이다.

이상의 5개의 식은 비선형방정식이므로 Newton - Raphson법을 이용하여 전동체 하중(Q_j) 및 접촉각(α_j)의 분포를 구할 수 있다.

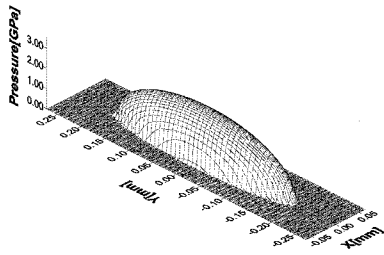
2-2. 접촉 모델링

볼 베어링의 접촉해석을 수행하기 위해서는 우선 형상함수가 필요하다. 볼 베어링의 볼과 궤도륵의 접촉은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 non-conformal 및 conformal 형태의 접촉이 동시에 이루어지고 있고 결과적으로 타원접촉의 접촉형상을 가지게 된다. 따라서 볼과 궤도륵의 기하학적인 분석을 통하여 하나의 상당 표면과 강체 평판의 접촉으로의 모델링이 필요하다. 이러한 하나의 상당 표면과 가압하는 강체면의 접촉을 통해 접촉면의 압력분포를 구할 수 있다.

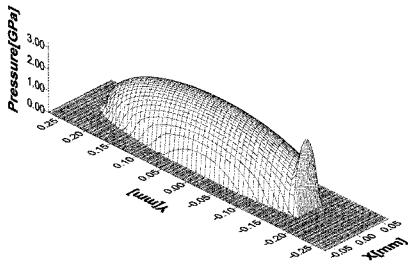
Fig. 3은 볼과 궤도륵의 형상함수, 즉 두 표면간의 간극을 계산하기 위한 것으로, 궤도륵의 경우 볼이 안



(a) Contact pressure according to axial loads



(Axial load:100N, Max. Pressure: 2.42GPa)

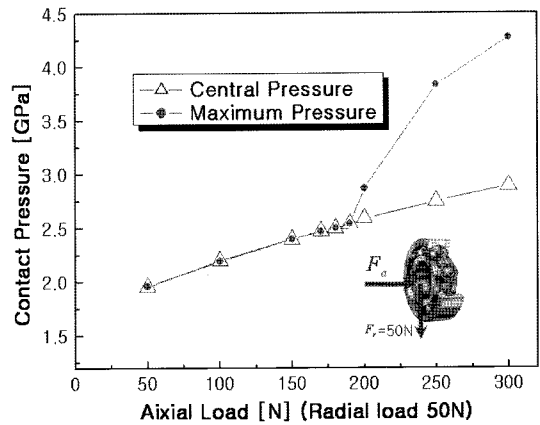


(Axial load:350N, Max. Pressure: 3.59GPa)

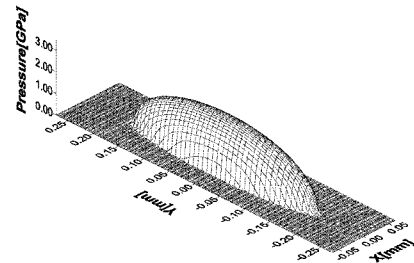
(b) 3D contact pressure

Fig. 7. Contact analysis results at the inner raceway.

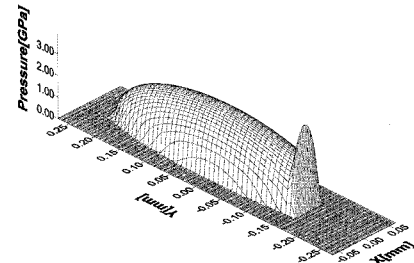
용하는 전동체의 내륜과 볼, 외륜과 볼에서의 접촉 해석 결과를 Fig. 7과 Fig. 8에 각각 도시하였다. 우선 두 그래프를 비교하면 내륜의 경우(Fig. 7(a))가 외륜(Fig. 8(a))에 비해 접촉압력이 비교적 높게 나타남을 확인할 수 있는데, 이는 볼과 외륜은 축방향과 반경방향 모두 conformal 접촉을 하지만 볼과 내륜은 반경방향으로 non-conformal 접촉을 하기 때문에(Fig. 2) 동일한 전동체 하중이 작용하더라도 볼과 내륜의 접촉



(a) Contact pressure according to axial loads



(Axial load:100N, Max. Pressure: 2.28GPa)



(Axial load:250N, Max. Pressure: 3.83GPa)

(b) 3D contact pressure

Fig. 8. Contact analysis results at the outer raceway.

압력이 보다 높게 나타나는 것으로 사료된다.

Fig. 7(a)와 Fig. 8(a)는 반경방향 하중이 50 N으로 일정하고 축방향 하중이 증가할 때, 접촉 중앙부의 압력과 최대압력을 동시에 나타낸 그래프이다. 그림에서 보는 바와 같이 내륜의 경우는 축방향 하중이 300 N이 넘어서면서, 외륜의 경우는 190 N을 넘어서면서부터 접촉중앙부의 압력과 최대 접촉압력이 달라짐을 알

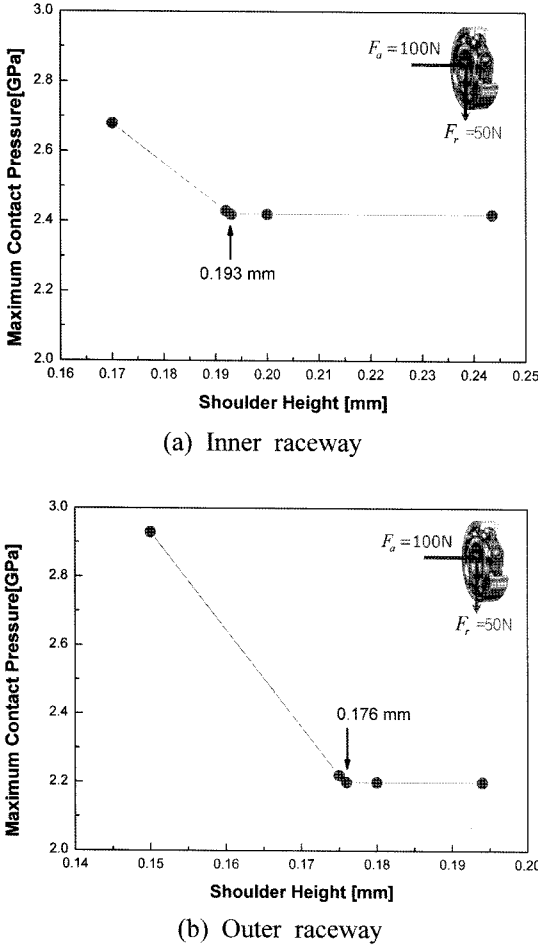


Fig. 9. Critical shoulder height.

수 있다. 이는 고하중에서 충분한 접촉영역을 확보하지 못함으로 인해 edge effect에 의한 압력 스파이크는 발생하고 있음을 의미하는 것으로 Fig. 7(b)와 Fig. 8(b)에서 이러한 현상을 확인할 수 있다. 그러나 HDD 용 소형 베어링의 경우 이러한 고하중이 작용한다는 것은 비현실적이며 따라서 적절한 쇼울더 높이를 평가할 필요가 있다.

Fig. 9는 내·외륜에 대하여 반경방향 하중이 50 N, 축방향 하중이 100 N 작용하는 조건에서 edge effect에 의한 압력 스파이크가 발생하지 않을 shoulder height를 선정한 결과를 도시한 것이다. 그래프에서 알 수 있듯이 본 연구에서 해석 대상으로 삼은 소형 볼 베어링의 임계 shoulder height는 내륜의 경우 0.193

mm, 외륜의 경우 0.176 mm임을 확인 할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 수치적인 접촉해석기법을 이용하여 볼 베어링의 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하였다. 즉, 각 전동체 하중을 계산하기 위한 준정적 해석, 볼과 케드륜의 접촉 모델링, 그리고 영향함수법을 이용한 3차원 접촉해석 등의 일련의 시뮬레이션 과정을 거쳐 edge effect에 의한 압력 스파이크가 발생하지 않을 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하였다. 예제로서 HDD 스피ndl용 소형 볼 베어링에 대하여 일련의 수치 시뮬레이션을 수행하여 현재 설계된 shoulder height가 과설계 되어 있음을 보였고 임의의 외력조건에서 edge effect를 받지 않은 임계 shoulder height를 제시하였다.

참고 문헌

1. Lorosch, H.K., “구름 베어링의 적정치수 결정과 경제적 베어링 장치의 설계”, 원간 기계기술, 제2호, pp. 63-70, 1996.
2. Harris, T.A., Rolling Bearing Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1984.
3. Jones, A. B. (1946), New Departure Engineering Data; Analysis of Stress and Deflections, Vols, I and II, General Motors, Inc., Detroit, Michigan.
4. Jones, A. B. (1964), “The Mathematical Theory of Rolling Element Bearings”, Mechanical Design and Systems Handbook. McGraw-Hill, New York.
5. Harris, T. A., “An Analytical Method to Predict Skidding in Trust Loaded, Angular Contact Ball Bearings”, *J. Lubr. Technol.*, Vol. 93, No. 1, pp. 17-24, 1971.
6. Gupta, P. K., “Dynamics of Rolling Element Bearing - Part III, Ball Bearing Analysis”, *J. Lubr. Technol.*, Vol. 101, No. 3, pp. 312-318, 1979.
7. Gupta, P. K., “Dynamics of Rolling Element Bearing - Part IV, Ball Bearing Results”, *J. Lubr. Technol.*, Vol. 101, No. 3, pp. 319-326, 1979.
8. 윤기찬, “유전알리리즘을 이용한 응용분야기반 전용 볼베어링의 설계방법”, 한양대학교, 박사학위논문, 2000.
9. Love, A. E. H., “The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary”, *Proc. Roy. Soc. London*, Vol. A228, pp. 377, 1929.