이차모멘트 난류모델을 사용한 성층화된 자연대류 유동 해석

최 석 기,*[1] 김 성 오[1]

ANALYSIS OF A STRATIFIED NATURAL CONVECTION FLOW WITH THE SECOND-MOMENT CLOSURE

Seok-Ki Choi*[1] and Seong-O Kim[1]

A computational study on a strongly stratified natural convection is performed with the elliptic blending second-moment closure. The turbulent heat flux is treated by both the algebraic flux model (AFM) and the differential flux model (DFM). Calculations are performed for a turbulent natural convection in a square cavity with conducting top and bottom walls and the calculated results are compared with the available experimental data. The results show that both the AFM and DFM models produce very accurate solutions with the elliptic-blending second-moment closure without invoking any numerical stability problems. These results show that the AFM and DFM models for treating the turbulent heat flux are sufficient for this strongly stratified flow. However, a slight difference between two models is observed for some variables.

Key Words : 이차모멘트 난류모델 (Second-Moment Turbulence Model), 열성층(Thermal Stratification), 자연대류(Natural Convection)

1. 서 론

성층화된 자연대류 문제에 대한 정확한 이해는 원자로 정지 시 액체금속로 피동 잔열제거 계통 설계에 필요한 열전달계수 설정에 매우 중요하다. 지금까지 액체금속로 피동 잔열제거 설계 시 사용되는 자연대류 현상에 대한 열전달계수의 실험자료는 매우 제한적이고, 기하학적조건이나 유동형태가 다르면 열전달계수의 설정이 다를 수 있다. 그러므로 실험적 자료가 정확한 유동에 적용하여 난류모델을 검증한 후, 그 난류모델을 사용하여 액체금속로 피동 잔열제거의 해석에 적용하면 보다 정확한 열유동 설계를 수행할 수 있을 것이다.

난류 자연대류 유동은 실험을 수행하기가 매우 어려워 현재까지 난류모델을 평가하기 위한 정확한 실험자료가 거의 희박한 편인데, 난류자연대류 유동에 대한 난류모델을 평가할 수 있는 정확도의 실험자료는 King[1] 과 Ampofo와 Karayiannis[2]의 실험자료가 있다. King[1]의 1:5 직사각형 공동내의 실험자료는 전단유동(shear flow)이 우세한 자연대류에 관한 자료이며, Ampofo와 Karayiannis[2]의 실험자료는 정사각형 공동내의 90% 이상의 영역이 성층화된 자연대류에 관한 실험자료이다. 지금까지 King[1]의 실험에 대하여 많은 연구가 수행되어 왔고, Choi와 Kim[3-4]은 타원 혼합 이차모멘트 모델(Elliptic-Blending Second-Moment Closure)을 이 유동의 해석에 적용한 결과 GGDH(General Gradient Diffusion Hypothesis), AFM(Algebraic Flux Model) 및 DFM(Differential Flux Model) 모두 정확한 해를 산출함을 관찰할 수 있었다. 그러나 GGDH 모델은 본 연구에서의 해석대상인 강하게 성층화된 유동에는 매우 부정확한 해를 산출함을 관찰할 수 있었다. 그 이유는 난류열유속을 수학적으로 표현할 때는 temperature variance 항을 생략하였기 때문이다. 즉, 강하게 성층화된 유동에서 난류열유속을 대수학적으로 표현할 때 temperature variance 항은 항상 양의 값을 산출하여 식 (5)의 G_k의 값을 크게 하므로 이 항이 없으면 난류생성항의 값이 적어 층류와 비슷한 해를 산출한다. 그러나 AFM이나 DFM은

접수일: 2007년 7월 5일, 심사완료일: 2007년 8월 13일.

1 정회원, 한국원자력연구원

* Corresponding author, E-mail: skchoi@kaeri.re.kr

난류열유속을 계산할 때 temperature variance 항을 고려하기 때문에 이러한 문제들이 없다.

본 연구에서는 비교적 최근에 개발된 타원 혼합 이차모멘트 난류모델 (EBM)[5]을 사용하여 Ampofo와 Karayiannis[2]의 실험을 해석하고자 한다. EBM은 최근에 개발되어 해석결과가 우수한 것으로 판명되고 있다. 이 모델은 벽면에서의 거리, 벽면의 수직 벡터 등의 기하학적 변수가 없어 상용코드에 도입이 용이하다. 그러므로 이 모델을 액체금속로의 중요한 열유동 현상인 자연대류 해석에 적용하여 평가하는 것은 중요한 의미가 있다. 본 연구에서는 위에서 설명한 AFM 및 DFM을 EBM과 같이 사용할 때 상대적인 성능을 체계적으로 검증하고자 한다. 본 연구에 사용된 AFM은 Kenjeres와 Hanjalic[6]의 모델이고, DFM은 Shin et al.[7]의 모델이다.

2. 지배방정식

타원 혼합 이차모멘트 난류모델(EBM)에서는 연속방정식, 운동방정식, Reynolds 응력항들과 난류에너지 소산항은 다음의 미분방정식으로 구한다.

$$\frac{D}{Dt}(\rho)=0 \tag{1}$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho U_i)=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\rho\overline{u_iu_j}\right) -\rho\beta g_i(\Theta-\Theta_{ref}) \tag{2}$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho\Theta)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial\Theta}{\partial x_j}-\rho\overline{\theta u_j}\right) \tag{3}$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho\overline{u_iu_j})=\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\mu\delta_{kl}+C_s\,\rho\,\overline{u_ku_l}T\right)\frac{\partial\overline{u_iu_j}}{\partial x_l}\right] +\rho\left(P_{ij}+G_{ij}+\Phi_{ij}-\rho\varepsilon_{ij}\right) \tag{4}$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho\varepsilon)=\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\mu\delta_{kl}+C_\varepsilon\,\rho\,\overline{u_ku_l}T\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_l}\right] +\frac{\left(C_{\varepsilon1}(P_k+G_k)-\rho C_{\varepsilon2}\varepsilon\right)}{T} \tag{5}$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho\overline{\theta^2})=\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\delta_{kl}+C_{\theta\theta}\,\rho\,\overline{u_ku_l}T\right)\frac{\partial\overline{\theta^2}}{\partial x_l}\right] +\left(2P_\theta-R\frac{\varepsilon}{k}\rho\overline{\theta^2}\right) \tag{6}$$

$$\alpha-L^2\frac{\partial^2\alpha}{\partial x_j\partial x_j}=1 \tag{7}$$

$$\Phi_{ij}=(1-\alpha^2)\Phi_{ij}^w+\alpha^2\Phi_{ij}^h \tag{8}$$

$$\Phi_{ij}^h=-\left(C_1+C_2\frac{P}{\varepsilon}\right)\varepsilon\,A_{ij}+C_3kS_{ij} +C_4k\left(A_{ik}S_{jk}+A_{jk}S_{ik}-\frac{2}{3}\delta_{ij}A_{lk}S_{kl}\right) +C_{54}k\left(A_{ik}\Omega_{jk}+A_{jk}\Omega_{ik}\right) \tag{9}$$

$$\Phi_{ij}^w=-5\frac{\varepsilon}{k}\left(\begin{array}{l}\overline{u_iu_k}n_jn_k+\overline{u_ju_k}n_in_k \\ -\frac{1}{2}C_1\overline{u_ku_l}n_kn_l\left(n_in_j+\delta_{ij}\right)\end{array}\right) \tag{10}$$

$$\varepsilon_{ij}=(1-\alpha^2)\frac{\overline{u_iu_j}}{k}\varepsilon+\frac{2}{3}\alpha^2\varepsilon\delta_{ij} \tag{11}$$

$$A_{ij}=\frac{\overline{u_iu_j}}{k}-\frac{2}{3}\delta_{ij},\quad n=\frac{\nabla\alpha}{\|\nabla\alpha\|} \tag{12}$$

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right),\quad \Omega_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{13}$$

$$T=\max\left(\frac{k}{\varepsilon},C_T\left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2}\right) \tag{14}$$

$$L=C_L\max\left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon},C_\eta\left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/4}\right) \tag{15}$$

$$C_S=0.21,\ C_\varepsilon=0.18,\ C_{\varepsilon1}^0=1.44,\ C_{\varepsilon2}=1.83,\ C_{\theta\theta}=0.22$$
$$C_1=1.7,\ C_2=0.9,\ C_3=0.8-0.65A_2^{1/2},\ C_4=0.62,\ C_5=0.2$$
$$C_6=0.3,\ C_T=6.0,\ C_L=0.161,\ C_\eta=80.,\ R=2. \tag{16}$$

$$C_{\varepsilon1}=1.44\left(1+0.1(P_k+G_k)/\varepsilon\right),\ C_{\varepsilon2}=1.92,\ C_\eta=50. \tag{17}$$

이다.

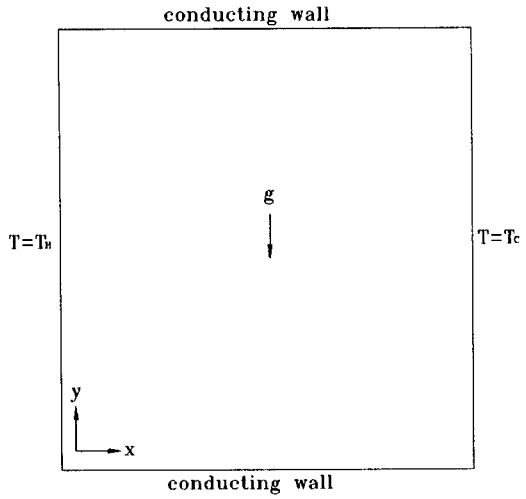


Fig. 1 A schematic diagram of square cavity

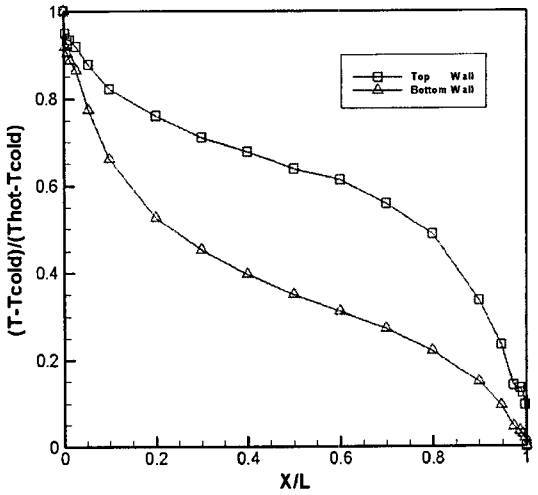


Fig. 2 Temperature distributions at top and bottom conducting walls

3. 난류열유속 처리법

3.1 Algebraic Flux Model

Kenjeres와 Hanjalic[6]의 AFM에서는 난류열유속을 다음의 대수학적 방정식으로부터 구한다.

$$\overline{\theta u_i} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon}\left(\overline{u_i u_j}\frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \xi \overline{\theta u_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2}\right) \tag{18}$$

본 연구에서는 위 식들에서의 상수 값으로 $C_\theta = 0.2$ $\eta = 0.6$, $\xi = 0.6$을 사용하였다. 이 모델은 난류열유속을 계산할 때 temperature variance$(\overline{\theta^2})$를 계산하여야 하는 추가계산이 필요하다.

3.2 Differential Flux Model

Shin et al.[7]의 DFM에서는 난류 열유속을 다음의 미분 방정식의 해로 구한다.

$$\frac{D}{Dt}(\rho \overline{u_i \theta}) = \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\frac{1}{2}(\mu + \frac{\mu}{\mathrm{Pr}})\delta_{kl} + C_\theta \rho \overline{u_k u_l} T\right)\frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_l}\right] + \rho(P_{i\theta} + G_{i\theta} + \Phi^*_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}) \tag{19}$$

$$P_{i\theta} = -\overline{u_i u_k}\frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - \overline{u_k \theta}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \tag{20}$$

$$G_{i\theta} = -g_i \beta \overline{\theta^2} \tag{21}$$

$$\Phi^*_{i\theta} = (1-\alpha^2)\Phi^w_{i\theta} + \alpha^2 \Phi^h_{i\theta} \tag{22}$$

$$\varepsilon_{i\theta} = (1-\alpha^2)\varepsilon^w_{i\theta} + \alpha^2 \varepsilon^h_{i\theta} \tag{23}$$

$$\Phi^h_{i\theta} = -C_{1\theta}\frac{\varepsilon}{k}\overline{u_i \theta} + C_{2\theta}\overline{u_j \theta}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + C_{3\theta} g_i \beta \overline{\theta^2} \tag{24}$$

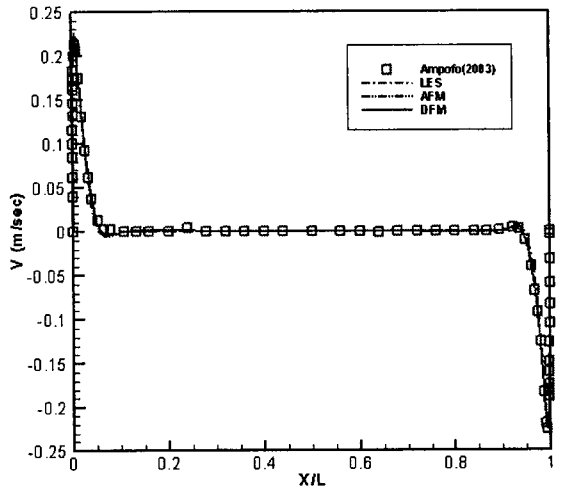
$$\Phi^w_{i\theta} = -\frac{\varepsilon}{k}\overline{u_k \theta}\, n_k n_i \tag{25}$$

$$\varepsilon^h_{i\theta} = 0., \quad \varepsilon^w_{i\theta} = \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{\mathrm{Pr}})\frac{\varepsilon}{k}(\overline{u_i \theta} + \overline{u_k \theta}\, n_k n_i) \tag{26}$$

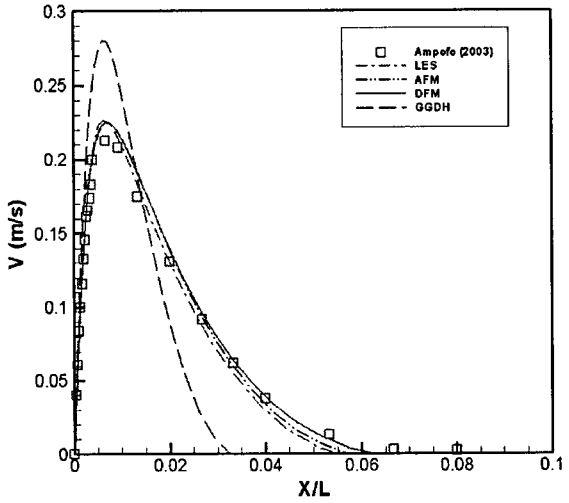
$$C_{1\theta} = 3.75, \quad C_{2\theta} = 0.5, \quad C_{3\theta} = 0.5 \tag{27}$$

4. 결과 및 토의

본 연구에서 해석하는 자연대류문제는 Fig. 1과 같이 정사각형 공동(cavity)에서의 자연대류 문제이다. 정사각형 공동의 높이는 $H = 0.75m$ 이고, 고온 벽과 저온 벽의 온도차는 40K이다. 정사각형 높이를 기준으로 한 Rayleigh 수는 $Ra = 1.58 \times 10^9$이고, Prandtl 수는 $\mathrm{Pr} = 0.7$이다. Ampofo와 Karayiannis[2]에 광범위한 실험자료가 수록되어 있다. 전도벽(conducting wall)에

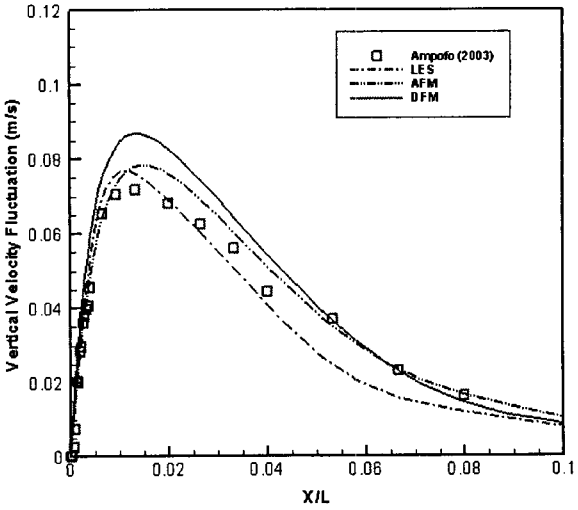


(a) Total view

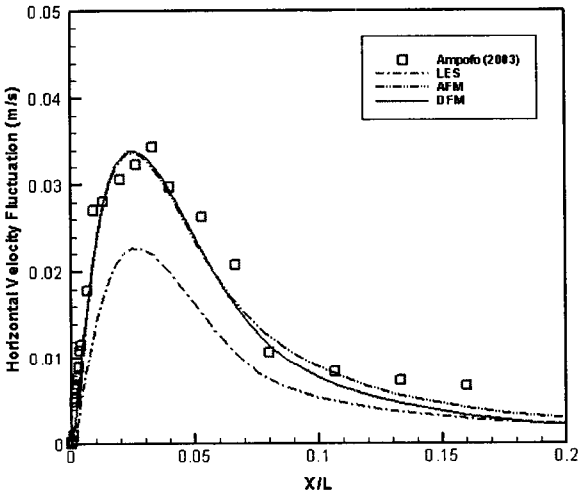


(b) Partial view near the wall

Fig. 3 Mean vertical velocity profiles at y/H=0.5



(a) Vertical velocity fluctuation



(b) Horizontal velocity fluctuation

Fig. 4 Vertical and horizontal velocity fluctuation profiles at y/H=0.5

서의 온도 경계 값은 Ampofo와 Karayiannis[2]에 수록되어 있는 온도분포 실험자료(Fig. 2)를 사용하여 산출하였다. 이 문제는 경계층이 매우 얇고, 난류강도가 약하며, 중앙영역은 강하게 성층화 되어 거의 유동이 정지상태에 있다. 그러므로 이 문제는 성층화된 자연대류 유동에 대한 난류모델을 평가할 수 있는 가장 적절한 문제 중의 하나 일 것이다.

Fig. 3은 계산된 공동중심에서의 수직방향 속도성분의 분포를 실험데이터와 같이 보여주고 있다. 이 그림은 AFM과 DFM의 해들은 거의 같은 수준의 정확도를 갖는 해를 산출함을 보여주고 있고, 두 모델 모두 LES 해와 비슷한 정도의 매우 정확한 해를 산출하고 있다. 여기서 LES 해는 Peng과 Davidson[8]의 LES 해를 의미한다. 반면에 GGDH(General Gradient Diffusion Hypothesis) 모델은 층류와 같은 유동형태를 보여준다. 그 이유는 앞에서 기술한 바와 같이 난류열유속을 수학적으로 표현할 때 temperature variance 항을 생략하였기 때문이다. 즉, 강하게 성층화된 유동에서는 전반적으로 난류생성항의 값이 적은데, temperature variance 항은 항상 양의 값을 산출하여 식 (5)의 G_k의 값을 크게 하므로 이 항이 없으면 난류생성항의 값이 적어 층류와 비슷한 해를 산출하기 때문이다. 참고로 이 유동의 경계층 두께는 5-6%의 영역을 차지하고 있음을 관찰 할 수 있다.

Fig. 4은 공동중심에서 계산된 수직방향 및 수평방향의 속도요동 값을, Fig. 5는 난류 전단응력 값을 실험데이터와 함께

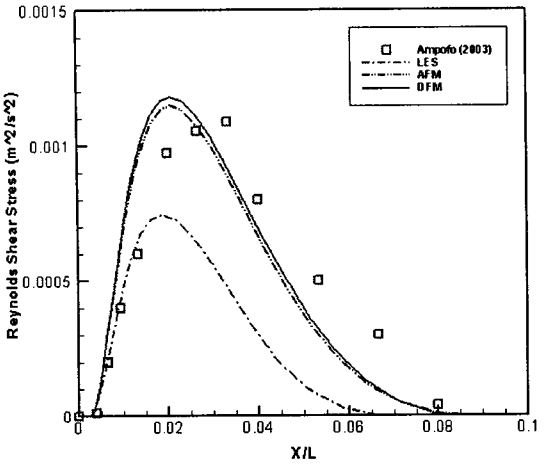


Fig. 5 Reynolds shear stress profiles at y/H=0.5

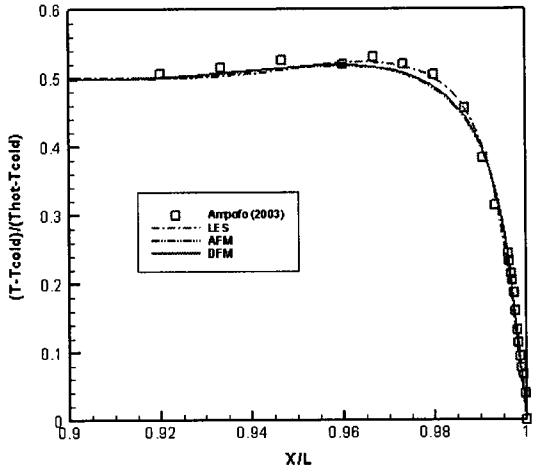


Fig. 6 Horizontal centerline temperature profile at y/H=0.5

보여주고 있다. 실험데이터와 비교하여 볼 때 DFM에 의한 수직방향의 속도요동 값은 AFM 및 실험데이터 보다 약간 과다하게 예측하고, 수평방향 속도요동과 난류 전단응력은 DFM과 AFM 모델이 비교적 정확도가 동일하게 예측함을 관찰 할 수 있다. 전반적으로 AFM이 DFM 보다 약간 더 정확하게 예측하고 있다. 이들 그림에서 관찰할 수 있는 바와 같이 LES에 의한 해는 속도 요동과 난류 전단응력을 실험치나 난류모델에 의한 계산 값들 보다 과소하게 예측하고 있다.

Fig. 6와 Fig. 7은 공동 중심부에서의 수평방향 및 수직방향의 온도분포를 실험데이터와 함께 보여주고 있다. 이들 그림에서 관찰 할 수 있는 바와 같이 AFM과 DFM은 거의 동일한 정확도의 온도 분포를 보여주고 있다. LES에 의한 온도분포는 난류모델에 의한 온도분포 보다 더 실험값과 일치하고 있다. 이러한 현상은 LES가 속도요동 및 전단응력 값들을 과소하게 예측하는 현상을 고려할 때 납득하기 어려운 현상이

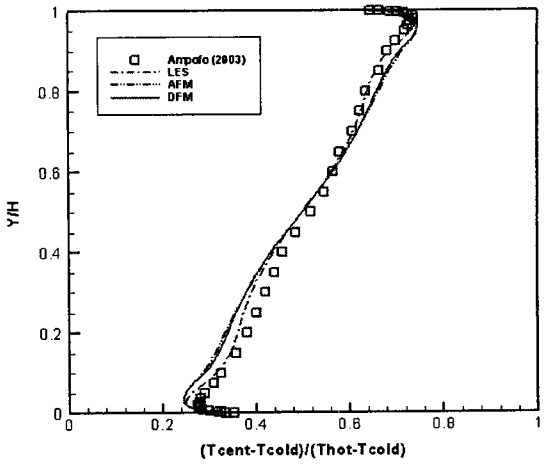
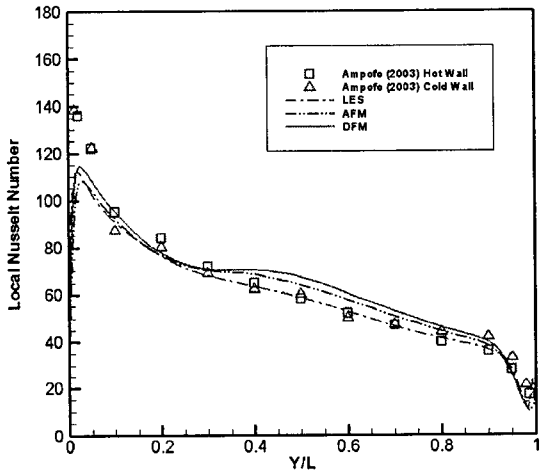
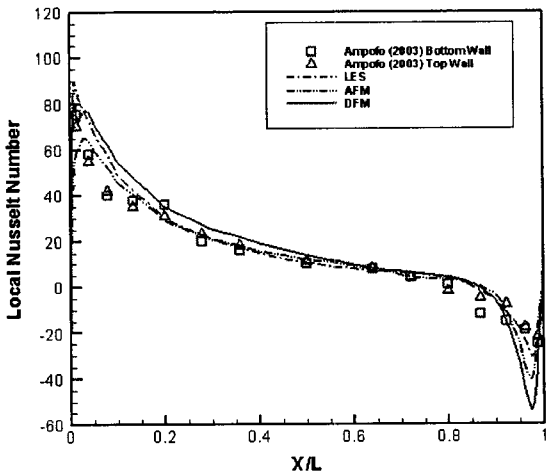


Fig. 7 Vertical centerline temperature profile at x/L=0.5



(a) Hot wall



(b) Bottom wall

Fig. 8 Local Nusselt number along the hot and bottom walls

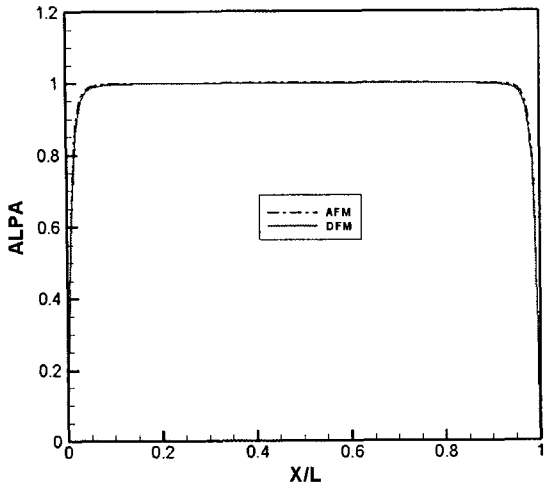
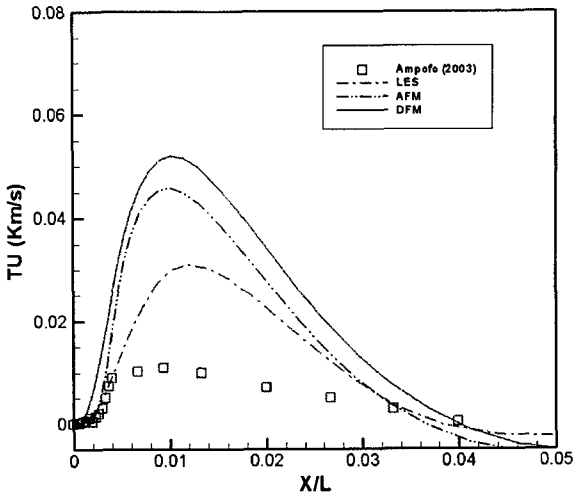
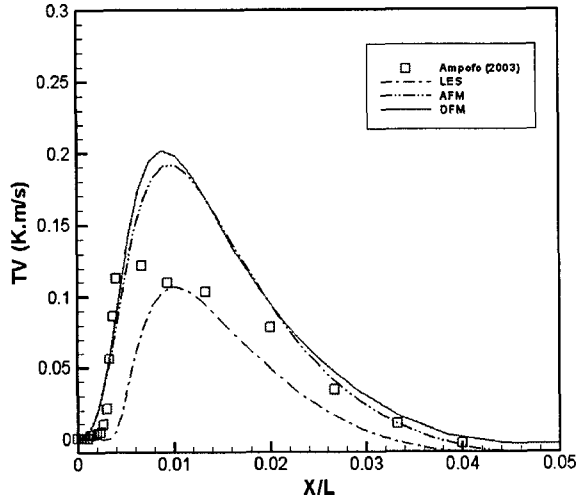


Fig. 9 α profiles at y/H=0.5



(a) Horizontal turbulent heat flux



(b) Vertical turbulent heat flux

Fig. 10 Turbulent heat flux profiles at y/H=0.5

다. AFM과 DFM에 의한 온도분포는 LES에 의한 결과보다 정확도가 떨어지나 공학적인 응용 측면에서 보면 충분히 정확한 해들이다.

Fig. 8은 예측된 고온 벽 및 하부 벽에서의 계산된 국부 Nusselt 수의 분포를 실험결과와 함께 보여주고 있다. LES에 의한 해가 가장 정확한 분포를 산출함을 보여주고 있고, AFM이 DFM 보다 약간 더 정확한 해를 산출함을 관찰 할 수 있다. 이들 그림은 고온 벽의 경우 하단 벽 근처에서의 국부 Nusselt 수의 최대값(peak value)은 세 모델이 모두 예측하지 못함을 보여주고 있다. 또한 고온 벽의 경우 AFM과 DFM에 의한 해는 LES에 의한 해에서는 관찰되지 않는 Y/L=0.3 근처에서 국부 Nusselt 수의 완만한 천이현상을 보여주고 있다. 이 현상이 층류에서 난류로의 천이현상인지는 확실하지 않다.

Fig. 9는 공동중심부에서 식 (7)으로부터 계산된 α의 값의 분포를 보여주고 있다. α의 값은 식 (8)로 부터 유추할 수 있는 바와 같이 pressure-strain 항의 모델링에 있어 벽면의 영향을 보여주는 값이다. 이 값이 크다는 것은 벽면의 영향이 적다는 것을 의미하며, 벽면에서는 값이 영(zero)이고, 벽면의 영향이 없는 영역에서는 값이 일(one)이다. Fig. 9에서 관찰할 있는 바와 같이 본 문제에서는 x/L=0.1 이내에서만 벽면의 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

Fig. 10은 공동 중심부에서 수평 및 수직방향의 난류열유속의 분포를 보여주고 있다. AFM과 DFM 두 모델에 의해 계산된 수평 및 수직방향의 난류열유속들의 값은 실험치 보다 과다하게 예측함을 알 수 있다. 난류열유속의 측정은 속도와 온도를 동시에 측정하야 하므로 정확하게 측정하기가 매우 어렵다. 실험과 계산의 현저한 차이는 이러한 실험적 어려움에 기인하는 것으로 추정된다. 왜냐하면 Fig. 4에서 관찰 할 수 있는 바와 같이 본 연구의 AFM과 DFM이 수직방향 및 수평방향의 속도요동 값을 정확하게 예측하기 때문이다.

4. 결 론

본 연구에서는 최근에 개발되어 비교적 정확도가 높다고 알려진 타원 혼합 이차모멘트 난류모델을 성층화된 자연대류 유동 해석에 적용하여 평가하였다. 난류 열유속의 처리법이 해의 정확성에 미치는 영향을 고찰하였다. 평가대상 난류열유속 모델인 AFM과 DFM을 기존의 실험에 적용하여 해석한 결과, AFM이 조금 더 정확한 해를 산출하였으나, DFM도 거의 같은 수준의 해를 산출하였다. LES 방법은 시간평균 속도 및 온도 분포는 본 연구에 사용된 난류모델 보다 더 정확한 결

과를 산출하나, 속도요동이나 난류전단응력의 값들은 과소하게 예측하였다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 중장기 연구개발 사업의 지원에 의하여 수행되었다. 또한 이 연구는 KISTI의 제 8차 전략과제에서 제공하는 슈퍼콤퓨터 을 사용하여 연구를 수행하였고, 이에 관계자에게 고마움을 표시한다.

참고문헌

[1] King, K.V., 1989, "Turbulent natural convection in rectangular air cavityies", Ph.D Thesis, Queen Mary College, University of London, UK.

[2] Ampofo, F. and Karayiannis, T.G., 2003, "Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity," *Int. J. Heat Mass transfer*, Vol.46, pp.3551-3572.

[3] Choi, S.K. and Kim, S.O., 2006, "Computation of a turbulent natural convection in a rectangular cavity with the elliptic blending second moment closure," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.33, pp.1217-1224.

[4] Choi, S.K. and Kim, S.O., 2007, "Comparison of the treatments of turbulent heat flux for natural convection with the elliptic-blending second-moment closure," *Korean Comput. Fluid Engin. J.*, Vol. 12, pp.26-31.

[5] Thielen, L., Hanjalic, K, Jonker, H. and Manceau, 2005, "Predictions of fow and heat transfer in multiple impinging jets with an elliptic-blending second-moment closure" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.48, pp.1583-1598.

[6] Kenjeres, S. and Hanjalic, K., 1995, "Prediction of turbulent thermal convection in concentric and eccentric annuli," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.16, pp.428-439.

[7] Shin, J.K., An, J.S. and Choi, Y.D., 2005, "Elliptic relaxation second moment closure for turbulent heat Flux," *Proceedings of 4th Int. Symp.* Turbulence and Shear Flow Phenomenon, Williasburg, VA USA, pp.271-277.

[8] Peng, S.H. and Davidson, L., 2001, "Large eddy simulation of turbulent buoyant flow in a confined cavity," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.22, pp.323-331.