

## 초등학교 6학년 학생들의 공간감각과 공간추론능력 실태조사

김 유 경\* · 방 정 숙\*\*

본 연구는 초등학교 6학년 학생들의 공간감각과 공간추론능력의 실태를 조사하였다. 공간감각 측면에서는 전반적으로 학생들의 공간 시각화 능력이 공간 방향화 능력보다 우수하였는데, 각각의 하위 요소를 분석한 결과 변환능력이 회전능력보다, 방향감각과 물체의 구조인식능력이 위치감각보다 상대적으로 우수하였다. 공간추론능력 측면에서는 학생들이 문제를 해결할 때 다양한 공간추론능력을 사용하는 것으로 드러났는데, 특히 변환의 인식과 사용, 분석과 종합, 시각화 방법의 개발과 적용을 많이 사용하였다. 본 논문은 학생들의 공간감각 및 공간추론능력 사용형태를 상세히 분석함으로써 이와 관련한 교수·학습 과정에 시사점을 제공하고자 하였다.

### 1. 서 론

학교에서 기하를 가르칠 때, 공간에 대한 논리적 구조에 초점을 두어 가르칠 수도 있고, 공간에 대한 탐색에 초점을 두어 가르칠 수도 있다(Hershkowitz, 1990). 이 중 초등학교에서도형을 지도하는 경우에는 전통적으로 공간에 대한 탐색보다는 공간에 대한 논리적 구조 또는 기하 내용 자체를 강조해 왔다. 그러나 공간 속에서 여러 사물들 간의 관계를 파악하고 원활한 활동을 하기 위해서는 공간에 대한 직관력이 필요하고 이러한 직관력을 바탕으로 시각화하고 분석하며 체계적으로 추론하는 기하적 사고가 중요하다(Baroody & Coslick, 1998). 공간감각과 공간추론능력은 우리가 살고 있는 물리적 환경에 대한 해석 방법을 제공하고 문제해결에의 중요한 도구로서 꼭 길러주어야 하는 능력들이다.

공간감각은 학자에 따라 다소 강조하는 내용 요소가 달라서 명확하게 정립된 정의는 없으나, 대부분의 연구에서 포괄적인 의미로 공간능력이라는 용어를 사용하여 왔다(한기완, 2001). 공간 능력은 오래전부터 많은 연구자들에 의해 분류되었는데, 공통적으로 공간 시각화와 공간 방향화 능력을 포함한다(Clements, 1999; Mcgee, 1979; Tartre, 1990). 공간 시각화는 공간에 있는 사물, 이들 간의 관계 또는 변환과 관련된 표상을 만들고 조작하는 능력이고, 공간 방향화는 다양한 위치 관계를 활용하여 공간에서 자신의 위치 및 주변 환경의 위치를 이해하고 조작하는 능력이다(Clements, 1999). 공간감각의 하위 능력들과 공간추론능력은 서로 밀접하게 연결되어 있어서 공간감각의 발달은 수학 내·외적 문제에서 문제 상황을 인식하고 추측하고 논증하는 공간추론능력을 향상시켜 물리적 환경을 해석하고 묘사하며 지도를 사용하거나 설계도를 디자인하는 등 많은 창조 활동에 기초가 된다(NCTM, 2000).

\* 제주한천초등학교(ksk9006@hanmail.net)

\*\* 한국교원대학교(jeongsuk@knue.ac.kr)

공간감각의 중요성에 대한 인식으로 인하여 우리나라에서도 제7차 교육과정부터 공간감각 영역을 새롭게 도입하였다. 하지만 현장교사의 입장에서 생각해보면 직접 배워보지 못한 내용을 가르쳐야 하는 어려움을 가지게 되며(이종영, 2005), 입체도형과 관련한 지도는 더욱 어렵기 마련이다. 한편, 학생들 역시 공간감각 학습내용 중 입체도형과 관련하여 상당히 많은 오류를 보인다(김영선, 2005; 이성미·방정숙, 2007). 주된 원인 중의 하나는 2차원의 표현을 3차원 공간으로 구조화하거나 3차원의 물체를 2차원으로 표현하고 각 표현들 사이의 관계를 이해해야 하는 복잡한 사고 과정이 포함되어 있기 때문이다.

기존의 연구들은 공간감각 신장을 위한 지도 방안이나 교구에 대한 연구가 많았고 최근 들어 학생들의 공간감각 실태를 알아보는 연구들이 부분적으로 행해지고 있다. 그러나 정작 학생들이 어려워하는 3차원과 관련한 공간과제에 대해 공간감각 구성요소(공간 시각화, 공간 방향화)별로 어떠한 능력이 부족한지, 어떠한 사고과정을 거쳐서 학생들이 문제를 해결하며, 길러주어야 하는 공간추론능력에는 어떠한 것들이 있는지에 대한 종합적인 실태조사는 다소 부족한 실정이다.

위와 같은 연구 배경에 더해, 본 연구에서는 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 3차원 공간감각 과제에 대해 공간감각 구성요소별로 어떠한 특징이 있는지, 그리고 공간추론능력의 사용 모습은 어떠한지에 대해 자세히 살펴보고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 공간감각

NCTM(1989)에서는 공간감각을 자기 주위의

상황과 그 물체에 대한 직감(intuitive feeling)으로 정의하였고, NCTM(2000)에서는 공간 시각화, 공간 추론, 회전 등의 시각적 심상과 같은 여러 가지 용어들을 사용해 설명하고 있다. 공간감각은 기존의 많은 연구에서 공간능력이라는 의미로 사용되고 있으나 관련 용어로 공간 지각력, 공간 시각화 등과 혼용되어 사용되고 있다. 공간적이란 의미는 다양한 의미를 내포하고 있어서 연구자의 관점에 따라 다소 다른 해석이 가능하므로 대표적인 학자들의 공간감각 구성요소 분류를 통해 공간감각에 대해 살펴보고자 한다.

Thurstone(1944)은 공간 능력을 공간 시각화, 공간적 관계, 공간적 방향으로 나누고 있다. 공간 시각화는 대상이 되는 도형을 상황에 맞게 마음속으로 조작하는 능력이고, 공간적 관계는 대상과 부분 사이의 관계를 이해하는 능력이며, 공간적 방향은 주어진 대상을 여러 가지 각도에서 다양한 방법으로 인식하는 능력과 함께 자신의 위치를 파악하는 능력을 포함한다(한기완, 2001).

Mcgee(1979)는 공간능력을 크게 공간 시각화와 공간 방향화로 정리하였다. 공간 시각화는 대상을 바르게 파악하고 그 대상을 조작하거나 회전하는 능력으로, Thurstone의 공간 시각화와 공간적 관계 능력을 포함한다고 할 수 있다. 공간 방향화는 대상을 움직이는 것이 아니라, 대상을 바라보는 관점이 이동했을 때 자신의 위치에서 대상을 인식하는 능력으로 공간구조에 대한 인식능력과 위치감각과 관련이 있다.

한편, Lohman(1979)도 공간감각을 공간적 관계, 공간적 방향, 공간 시각화로 분류하였으나, Thurstone의 내용과 의미하는 바는 다르다. 공간적 관계는 물체나 도형을 마음속으로 회전시킬 수 있는 능력으로 Thurstone과 Mcgee의 공

간 시각화 내용 중 정신적 회전과 관련된 능력이다. 한편 공간 시각화는 공간적 관계와 공간적 방향의 두 특징을 가지며 전체적인 형태를 완성시키기 위하여 한 대상물의 조각들을 심적으로 재배열하는 능력을 말한다.

Tartre(1990)는 McGee의 공간 시각화, 공간 방향화를 좀 더 세분화하여 공간 시각화를 회전과 변환으로, 공간 방향화를 재조직된 전체, 전체와 부분으로 분류하였다. 회전은 어떤 물체를 정신적으로 회전시켰을 때 결과를 아는 능력이고, 변환은 대상을 이루는 각각의 이미지들을 조작하거나 바꾸었을 때 결과를 아는 능력이다. 재조직된 전체는 각각의 표현들을 연결하여 전체 대상을 구성하는 과정에 해당하고 전체와 부분은 전체에서 부분을 찾거나 부분들을 종합하여 알맞은 전체를 생각해 내는 것과 관련된다(한기완, 2001).

또한 Clements(1999)도 공간능력을 공간 시각화와 공간 방향화로 나누었다. 여기서 공간 시각화는 공간에 있는 대상에 대한 표상을 만드는 것인데, 단순히 머릿속에 있는 그림뿐만이 아니라 이를 다양하게 변환하거나 조합하는 등의 동적 표상까지 포함한다.

또한 공간 방향화 능력은 자신 및 자신의 주변 환경의 위치를 여러 가지 위치 관계와 관련지어 파악하고 조작하는 능력이다. 이를 위해서는 방향감각, 거리감각, 위치감각, 물체의 구조 인식능력 등이 복합적으로 관련된다(정영옥, 2004).

한편, 공간감각을 공간 시각화와 같게 생각하는 연구자들도 있으나(예, Kennedy, Tipps & Johnson, 2004), 일반적으로 공간감각의 분석적 측면에서 공통적으로 공간 시각화와 공간 방향화를 다루고 있기 때문에, 본 논문에서도 공간감각의 구성 요소를 이 두 가지 능력으로 구분하였다.

## 2. 공간추론능력

공간추론능력은 공간 내에 있는 대상을 이해하고, 이들 사이의 관계나 회전·대칭 등의 변환활동에서 일어나는 인지과정이다(Clements, 1999). 즉 공간 과제를 해결하기 위하여 기하적 아이디어를 추측하고 추측된 아이디어를 탐구하며 논리적으로 추측을 평가하는 과정이라고 할 수 있다. 학생들은 변환, 회전, 방향, 위치 등과 같은 공간 과제를 해결하려면 그 동안 쌓아온 모양에 대한 직관적인 경험과 함께 기하적인 물체를 분석하고, 변형하고, 비교하고, 시각화하고, 측정하고, 관계를 조사함으로써 공간적 추측을 작성하고 논리적으로 정당화하는 공간추론능력이 필요하다.

많은 공간추론능력 중에서 3차원과 관련된 공간추론활동은 분석과 종합, 연역적 추론, 시각화 방법의 개발과 적용, 체계적 접근, 변환의 인식과 사용이 있다(De Moor, 1990). 분석과 종합은 예를 들어, 쌓기나무 모양을 보고 위, 앞, 옆에서 본 모양을 유추하는 것과 그 역에 관련된 활동을 들 수 있다(정영옥, 2004). 이것은 전체의 모양을 보고 부분의 모양을 추측하고, 추측한 모양이 맞는지 확인하기 위하여 다시 전체를 구성하여 검토하는 과정을 논리적으로 반복하게 한다.

또한 연역적 추론은 예를 들어, 도형의 모양을 보고 동·서·남·북 어느 방향에서 관찰된 모양인지를 찾는 경우에 사용되는 공간추론능력이다. 구체적으로 동쪽에서 본 경우는 어떤 모양일지를 예상해보고 확인할 수 있는데, 이 과정은 국소적이고 초보적이기는 하나 'if-then'의 논리대로 가설을 세우고 그 가설이 맞는지 확인해 보는 과정을 포함한다. 한편, 가설 확인 과정에서 직접 예상하고 시행해 보는 대신에 기존에 알고 있는 참인 전체들을 이용하여 결

과를 도출할 수도 있다.

시각화 방법의 개발과 적용은 예를 들어, 전개도·겨냥도를 그리거나 쌓기나무의 위·앞·옆에서 본 모양 그리기, 위에서 본 모양에 층수적기 등의 경우에 사용되는 추론능력이다(정영옥, 2004). 여기서는 주어진 문제 상황에 따라 평면이나 입체를 표현하는 최적의 시각화 방법을 선택하여 적용하는 능력이 필수적이다.

체계적 접근은 예를 들어, 일정한 수의 쌓기나무로 쌓을 수 있는 모든 경우를 구할 때 쌓은 모양이 1층인 경우, 2층인 경우 등으로 나누어 해결하는 경우에 사용되는 공간추론능력이다. 이는 문제를 해결하기 위해 단계적으로 문제에 접근하는 것으로 각각의 경우에 따른 방법을 구하거나 문제의 조건을 하나씩 검토하면서 접근하는 것이다.

마지막으로 변환의 인식과 사용은 예를 들어, 대상을 위로 180도 회전시켰을 때의 모양을 찾는 경우, 선행 경험과 관련지어 상하가 반대로 변할 것을 예상하고 직접 혹은 심상에 의해 변환을 실시하는 경우에 사용되는 공간추론능력이다. 이는 변환을 통해 변화되는 개념과 보존되는 개념을 인식하고 변환을 실제로 사용하는 과정에서 행해지는 추론 활동이다.

이와 같은 문헌 검토를 바탕으로 본 논문에서는 학생들이 공간감각 문제를 해결하는 과정에서 위의 5가지 공간추론능력을 구체적으로 어떻게 사용하는지 파악하고자 하였다.

### 3. 선행연구 고찰

공간감각의 중요성에 대한 인식과 더불어 제 7차 수학과 교육과정에 공간감각이라는 소영역이 새롭게 도입되면서 공간감각과 관련한 많은 연구들이 나타났다. 공간감각에 관련한 선행연

구들을 살펴보면 크게 두 가지 관점에서 분류할 수 있다. 첫째, 교수 측면에서 공간감각을 지도하는 교사들과 직접 관련이 있는 공간감각 지도 방안·교구 활용과 관련된 연구, 둘째, 학습 측면에서 학생들의 공간감각 이해 수준을 알 수 있는 연구로 분류할 수 있다.

먼저 공간감각을 기르기 위한 지도 방안에 관한 연구들은 주로 교과서나 7차 교육과정을 분석하여 지도 방안을 찾는 연구 형태를 지녔다. 예를 들어 정영옥(2004)은 우리나라 초등학교 교과서와 미국의 MIC 교과서의 비교를 통해 지도 방안을 탐색한 결과, 우리나라 교과서는 공간 방향화 능력을 신장시킬 수 있는 내용이 부족하므로 공간 방향화와 관련된 내용을 경험할 기회를 제공하며 풍부한 현실적 맥락을 제시하고 다양한 공간 추론을 경험하도록 지도할 것을 권유하고 있다. 한기완(2001)은 7차 교육과정의 공간감각 내용과 연계하여 Mckim의 공간 시각화 학습을 위한 3단계 교수-학습 방안(보기, 상상하기, 생각그리기), Bruner의 EIS이론에 근거한 공간감각 지도방안, 문제해결 측면에서 게임, 만들기 등의 지도 방안을 제시하였다.

교구 활용과 관련된 연구로는 지오보드·패턴 블록·소마큐브·쌓기나무 등이 공간감각 신장에 도움이 된다는 연구(예, 강혜경, 2006; 김형균, 2000; 이지호, 2006; 주영, 2003)들이 있었다. 이들 연구는 공간감각 지도 내용에 따라 교구의 활용 과정을 소개하며 교구의 활용이 학생들의 사고에 구체화를 촉진시키고 심상 형성을 도와 공간감각을 신장시킬 수 있다고 주장하였다.

학습 측면에서 학생들의 공간감각 이해 수준과 관련한 선행연구를 살펴보면, 우리나라 중학생들의 3차원 회전능력은 수학 성취도와 양의 상관관계가 있었고 남자가 여자보다 회전

능력이 높았으며 학년 차는 보이지 않았다(전선경, 1997). 반면에 최미연(2004)의 연구는 초등학교 3학년과 6학년 학생들의 공간능력 하위 요소별 남녀 차, 지역별 남녀 차, 공간능력과 도형단원 상관관계를 조사한 결과, 교육과정에 제시된 내용을 중심으로의 공간능력은 남녀간에 차이가 없었으나 공간능력의 하위 요소별로 비교했을 때 여학생이 남학생에 비해 2차원 회전, 3차원 회전 능력이 떨어졌다. 공간능력은 지역에 따라 많은 차이를 보였으며 공간능력과 도형 단원 성취와는 높지 않은 상관관계를 나타내었다.

한편, 김영선(2005)은 초등학교 학생들이 공간감각 과제 수행 시 나타나는 오류를 분석하였으나 언어의 어려움, 특별 정보 선택의 어려움, 개념의 미숙, 사고의 경직 등 일반적인 수학학습에서 나타나는 오류 모델을 활용함으로써 어떠한 공간감각 과제에 대해 학생들이 어려움을 느끼는지 정확히 파악하는데 어려움이 있다.

반면에 이성미·방정숙(2007)는 밀기, 뒤집기, 돌리기, 거울대칭, 도형의 합동, 점대칭, 선대칭, 쌓기나무와 관련한 학습내용에 대해 2, 4, 6학년 학생들의 이해능력을 상세히 분석하였다. 그 결과 밀기, 도형의 합동은 정답율이 높았으며 돌리기, 거울대칭 등에서는 변환된 모양을 바르게 나타내지 못하고 다양한 오류를 보였다. 상세한 분석으로 인해 문항별 오답의 원인을 유추할 수 있었고 이를 바탕으로 공간감각의 교수·학습 활동에 시사점을 줄 수 있다.

그러나 기존의 공간감각 실태에 관한 선행연구들은 공간감각 하위 요소별로 분석되지 않거나 공간감각 과제를 수행하는데 필수적인 공간추론능력에 대해서는 구체적인 분석이 없다. 특히 다양한 수학적 활동을 통해서 공간추론능

력을 신장시키기를 권고하지만 학생들이 길러야 할 공간추론능력이 무엇이며 다양한 공간감각 과제와 공간추론능력과의 관계, 공간추론능력의 실태 및 신장 방안에 대한 연구는 상대적으로 미비하다. 따라서 본 연구에서는 학생들의 공간감각 구성요소별로 이해능력의 차이 및 특징, 공간추론능력 사용형태의 특징들을 면밀히 살펴보고자 한다.

### III. 연구방법 및 절차

#### 1. 연구 대상 및 연구 방법

본 연구는 제주도 소재의 105개의 학교 중에서 학력 수준과 가정의 사회 경제적 수준이 중간 정도에 속하는 학생들이 있는 곳으로 서귀포시 3개 학교, 제주시 2개 학교를 임의로 선정하였다. 이들 학교 각각에서 1학급씩을 선정하여 총 148명을 연구대상으로 하였으나 연구 대상 중 검사에 불성실하게 대응한 학생 3명은 분석 대상에서 제외하였다. 연구 방법은 검사 도구를 통한 조사 연구 방법을 사용하였다.

#### 2. 검사 도구

본 검사는 입체와 관련한 공간감각 구성요소별 능력과 학생들의 사고과정인 공간추론능력을 평가할 수 있는 검사로서 <표Ⅲ-1>처럼 구성하였다. 평가 도구는 우선 문헌 검토를 통해 연구자가 제작하였으며 교과 전문가 1인과 교사 5인의 검토를 통해 타당도를 높이고자 하였다. 검사도구의 신뢰도는 Cronbach alpha ( $\alpha$ ) 값이 0.796으로 신뢰성이 있는 것으로 밝혀졌다.

<표Ⅲ-1> 공간감각 검사의 구성요소별 문항 개요

구성 요소	평가 내용	문항 번호	문항 수		
공간 시각 화	• 회전 3차원→3차원 돌리기 2차원→3차원 회전체 3차원→2차원 단면	1 3 8	10		
	• 변환 전개도→입체도형 입체도형→전개도 위, 층수→위, 앞, 옆모양 변환→같은 입체 찾기 위, 앞, 옆모양→입체 구성 색종이 조각→ 모양 알기	2 4 6 16 9, 10 7			
	공간 방향 화	• 방향 감각 방향에 따른 모양 찾기 관찰된 방향 찾기		12 11, 14	10
		• 위치 감각 앞, 뒤, 옆 정면에서의 모양 알기 비스듬히 관찰한 위치 찾기 위치에 따른 경우의 수 세기		5 13 20	
		• 물체의 구조인식능력 쌓기나무 개수 세기 부분을 뺐을 때 모양 알기 소마큐브 부분 찾기		15, 17 18 19	
		계			

공간감각 검사는 6학년 학생들의 공간감각 구성요소별 이해능력과 사고과정인 공간추론능력의 실태를 측정하기 위한 것으로 공간감각을 하위요소로 나누고 하위 요소별로 검사 문항을 만들어 문제해결과정을 상세히 기록하도록 하였다. 공간감각 구성요소별 하위 요소는 문헌 분석을 토대로 공간 시각화와 공간 방향화로 나눈 다음, 이를 보다 면밀히 조사하기 위해서 공간시각화는 회전과 변환으로, 공간 방향화는 방향감각, 위치감각, 물체의 구조인식능력으로 나누었다. 이 각각의 하위 요소에 대하여 평가하고자 하는 내용의 양을 감안하여 3-7개의 문항을 선정하였다. 공간추론능력 검사는 각 문항마다 제시되는 “문제를 어떻게 풀었는지 설명해 보시오”의 질문에 학생들이 사고과정을

기술하게 함으로써 분석하였다.

### 3. 검사 실시 및 자료 수집

#### 가. 예비 검사 실시

개발된 검사도구에 대한 학생들의 반응을 보고 문항에 소요되는 시간의 적절성, 검사 문항 수, 문항의 진술, 문제의 난이도에 대한 적절성 및 검사 실시상의 유의점 등을 확인하기 위해 예비검사를 실시하였다. 예비검사는 서귀포시 소재의 A 초등학교 6학년 1개 반 학생들을 대상으로 실시하였다.

#### 나. 본 검사 실시 및 자료 수집

예비검사를 통해 수정·보완된 검사지를 가지고 5개 학교 각 1학급씩 148명을 대상으로 2교시(80분)동안 본 검사를 실시하였다. 각 학교 실정을 고려하여 2006년 12월 중 적당한 날짜, 적당한 시간에 실시하도록 하였다. 담임교사는 연구에 필요한 실시요강과 지시사항을 숙지하고 검사의 목적, 용도, 내용, 실시 요령 등을 학생들에게 설명하였다. 특히 문제해결과정을 상세히 기술할 것을 학생들에게 주시시킨 후, 최대한 자유로운 분위기에서 문제를 해결하도록 하였다.

### 4. 자료 분석

공간감각 구성요소별 특징은 각 문항별로 의미 있는 정답과 오답에 대하여 그 유형을 나누고 유형별로 빈도분석을 실시하였다. 또한 필요한 경우에는 학생들의 문제 해결과정 예시 그림을 통하여 부족한 수학적 개념 및 오개념 등을 살펴보았다.

공간추론능력의 자료 분석 방법은 공간추론 하위 활동별로 사용한 빈도를 백분율로 나타내고 평균 점수를 5점 만점으로 하여 산출하였다. 학생들이 문제해결과정에서 사용한 공간추

른활동이 각각의 속성에 적합하며 논리적으로 전개하는지, 기하적 아이디어를 추측하고 탐구하는 사고과정이 적절하고 그 설명이 명확한지의 여부를 평가 기준을 마련하여 평가하였다(예, <표Ⅲ-2>). 이 평가 기준은 예비검사 결과 학생들이 기술한 공간추론활동 내용을 바탕으로 연구자가 제작하였으며 연구자 이외에 교사 2인이 채점하였다. 채점의 신뢰성을 알아보기 위해 공간추론능력 하위 항목별로 채점자들이 부여한 점수들을 서열척도로 간주하고 점수들 간의 차이가 있는지에 대해 스피어만 순위 상관계수를 구해본 결과 <표 3>과 같았다.

<표Ⅲ-2> 시각화 방법의 개발과 적용 평가 기준

	공간추론능력 평가 기준	평점
시각화 방법의 개발과 적용	· 문제해결에 적합한 다양한 시각화 방법(전개도, 겨냥도, 평면도)의 개발과 적용활동이 적절함	5
	· 다양한 시각화 방법의 적용에 사소한 오류를 보임 · 문제해결에 효율적이지 못한 시각화 방법의 개발과 적용	4
	· 시각화 방법의 개발과 적용에 핵심적 오류를 보여 적절한 답을 찾지 못함	3
	· 시각화 방법의 개발과 적용을 하나 관련된 수학적 개념이 부족함으로 인하여 과정이 적절하지 못함	2
	· 기술된 시각화 방법의 개발과 적용 과정이 불분명함	1

<표Ⅲ-3> 공간추론능력 채점의 상관관계

공간추론능력		채점자 1	채점자 2
분석과 종합	채점자 2	.849	
	채점자 3	.724	.745
연역적 추론	채점자 2	.818	
	채점자 3	.682	.696
시각화방법의 개발과 적용	채점자 2	.852	
	채점자 3	.770	.825
체계적 접근	채점자 2	.659	
	채점자 3	.635	.745
변환의 인식과 적용	채점자 2	.857	
	채점자 3	.751	.798

$p < .01$

<표Ⅲ-3>처럼 공간추론 하위능력별로 나타난 채점자1·채점자2·채점자3 상호간의 상관 계수들의 평균값을 구해보면 0.760이다. 이는 평균 상관 계수가 0.7 이상으로 채점자간 신뢰도가 높음을 알 수 있다.

## IV. 연구 결과

### 1. 공간감각 구성요소별 분석

공간감각 검사를 실시한 결과, 공간감각 구성요소별 문항에 따른 성취도는 <표Ⅳ-4>와 같다. 우선 크게 공간 시각화 측면과 공간 방향화 측면을 비교해보면, 공간 시각화가 64%, 공간 방향화가 57%의 정답율을 보여 학생들의 공간 시각화 능력이 공간 방향화 능력보다 높음을 알 수 있다.

<표Ⅳ-1> 공간감각 구성요소별 수행 (N=145)

측면	항목	평가 내용	정답빈도 (백분율*)	
			빈도	백분율
공간 시각화	회전	3차원→3차원 돌리기	95(65.5)	240 (55.2)
		2차원→3차원 회전체	88(60.7)	
		3차원→2차원 단면	57(39.2)	
	변환	전개도→입체도형	81(55.9)	930 (64)
		입체도형→전개도	99(68.3)	
		위,층수→위, 앞, 옆모양	114(78.6)	
		변환→같은 입체 찾기	104(71.7)	
		색종이조각→모양알기	82(56.6)	
		위,앞,옆모양→최소입체	87(60)	
공간 방향화	방향 감각	방향에 따른 모양 찾기	88(60.7)	262 (60.2)
		관찰된 한가지 방향찾기	95(65.5)	
		관찰된 여러 방향 찾기	79(54.5)	
	위치 감각	정면에서 관찰한 모양	117(80.7)	217 (49.9)
		비스듬히 관찰한 위치	77(53.1)	
		위치에 따른 경우의 수	23(15.9)	
	물체 구조 인식 능력	직육면체 쌓기나무 세기	80(55.2)	347 (59.8)
		정육면체 쌓기나무 세기	108(74.5)	
		부분 뺐을 때 모양알기	92(63.5)	
		소마큐브 부분 찾기	67(46.2)	

\*%는 () 안의 수이고, 소수 둘째자리에서 반올림한 수이다.

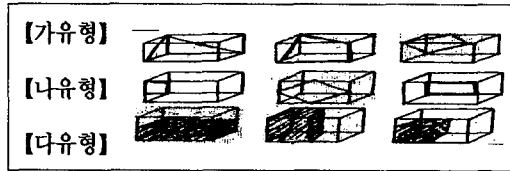
한편, 공간 시각화 하위 능력인 회전과 변환 능력을 살펴보면, 각각 55.2%와 68%의 정답율을 보여 학생들의 변환 능력이 회전 능력보다 높은 것으로 드러났다. 또한 공간 방향화 하위 능력을 살펴보면, 방향 감각이 60.2%, 물체구조 인식 능력이 59.8%, 위치 감각이 49.9%의 정답율을 보여 위치 감각이 다른 능력에 비해 상대적으로 낮은 것으로 드러났다. 대표적인 정답과 오답유형을 통해 학생들의 공간감각 구성요소별 수학적 개념의 부족 및 오류를 분석하면 다음과 같다.

#### 가. 회전

회전과 관련하여 학생들의 정답율은 평균 55.2%로 낮은 편이었는데, 같은 차원에서의 돌리기보다 다른 차원으로의 회전체나 단면의 모양을 알아보는 문항의 정답율이 낮았다. 특히 3차원 도형을 잘랐을 때, 2차원 단면의 모양이 사각형이 되는 경우를 그리는 문항의 정답율은 39.2%로 매우 낮았다.

오답의 경우도 [그림 IV-1]처럼 다양하게 나타났는데 예를 들면, 단면의 의미를 생각하지 않고 네 개의 꼭지점을 연결하여 사각형을 그린 경우(가 유형), 입체도형의 겉면 또는 내부에 무조건 사각형을 그린 경우(나 유형), 입체로 표시한 경우(다 유형)가 있었다. <표 IV-2>의 <가>유형과 <나>유형 각각 11.0%의 학생들은 ‘입체도형을 평면으로 잘랐을 때 생긴 도형의 면을 단면이라고 한다’는 단면의 개념(교육부, 2006)을 이해하지 못하고 있다. <다>유형의 7.6%의 학생들은 입체도형을 그렸는데, 단면의 개념뿐만 아니라 사각형과 사각기둥의 개념까지도 혼동하고 있음을 알 수 있다. 이것은 단면의 개념을 모르고 있는 학생들이 [보기]에 제

시된 예를 보고 단면이 삼각형을 인지하기보다는 직관적으로 사면체(삼각뿔)로서 인식하여 문제에서는 사각기둥을 그렸을 가능성이 있다.



[그림 IV-1] 3차원→2차원 단면 오답 유형

<표 IV-2> 응답유형에 따른 빈도수와 백분율

문 제	응답유형	빈도수	백분율
[보기]는 사각기둥을 2부분으로 잘랐을 때, 잘려진 단면의 모양이 삼각형이 되는 경우입니다. 잘려진 단면의 모양이 사각형이 되도록 하는 여러 가지 방법을 아래의 사각기둥에 그려보세요.	정답	<가> <sup>1)</sup>	35 24.1
		<나>	16 11.0
		<다>	6 4.2
	오답	계	57 39.3
		<가>	16 11.0
		<나>	16 11.0
<다>		11 7.6	
	무응답	45 31.1	
	계	88 60.7	
	합계	145 100	

#### 나. 변환

다양한 조작활동 후에 새로운 상을 찾아내는 변환 능력은 공간감각 하위 구성요소별로 비교했을 때, 상대적으로 높은 정답율 68.0%를 나타내었다. 그 중에서도 위 모양에 층수 쓰기와 같은 입체 표현에서 위, 앞, 옆에서 본 각각의 모양을 알아내거나 그 역의 형태인 위, 앞, 옆에서 관찰한 모양을 알고 입체를 구성하는 문항의 정답율은 더욱 높았다. 그러나 쌓기나무의 개수가 최소가 되게 하는 조건을 만족하며 위, 앞, 옆에서의 모양으로부터 입체를 구성하는 문항은 경우의 수를 고려해야 하기 때문에 정답율이 낮았다. 또한


1) 정답유형은 단면을 자르는 방법에 따라 분류한 것으로 다양한 패턴으로 자른 경우(가유형), 같은 패턴으로만 자른 경우(나유형), 단면의 모양이 다양한 사각형으로 제시한 경우(다유형)이다.



색종이나 전개도를 접어 입체물을 만드는 문항은 연속적으로 변환을 사용하는 능력을 요구하기 때문에 정답률이 낮았다(<표IV-1> 참조).

<표IV-3>의 문항은 변환의 문항 중에서 가장 낮은 정답률 55.9%를 나타낸 문항으로, 전개도에서 입체물로 정확하게 변환시키는지 여부를 알아보는 문항이다. 학생들의 문제 해결과정을 통해 오답의 원인을 유추해 보면, 22.8%의 어린이들은 전개도의 바깥쪽 직사각형에 음영이 넣어졌기 때문에 입체물에서도 가장 바깥쪽인 윗면에 음영이 들어간 ①을 선택하였다. 10.3%의 학생들은 전개도를 접어서 입체를 만든 후 90도 방향을 돌렸다는 것을 인지하지 못하고 음영처리된 직사각형이 앞에 있기 때문에 앞부분에 색깔이 칠해진 ③을 선택하였다. 음영이 넣어진 직각형의 옆면은 비교적 잘 찾았기 때문에 ④를 선택한 학생들은 9.7%로 적었다.

<표IV-3> 응답유형에 따른 빈도수와 백분율


문 제	응답유형	빈도수	백분율	
<b>&lt;보기&gt;의 전개도를 접었을 때 나타나는 입체도형이 하나 있습니다. 어느 것일까요? ( )</b> 	정답	②	81 55.9	
	오답	①	33	22.8
		③	15	10.3
		④	14	9.6
		무응답	2	1.4
	계	64	44.1	
<보기>① ② ③ ④	합계	145	100	

#### 다. 방향 감각

방향감각은 <표IV-1>처럼 평균 정답률이 60.2%이고, 문제 제시 형태별로 정답율을 비교해보면 방향에 따른 모양 찾기 문항은 정답률이 60.7%, 모양을 보고 관찰된 한 가지 또는 여러 가지 방향 찾기 문항의 정답률은 각각 65.5%와 54.5%이다. 즉 방향감각 문항의 정답률은 문제 유형과 관계없이 대체적으로 비슷하게 나타남을 알 수 있다.

예를 들어, <표IV-4>의 문항은 남동쪽 방향에서 관찰한 모양을 보고 남서쪽 방향에서 관찰할 수 있는 모양을 찾는 문항이다. 정답을 선택한 학생들의 문제해결과정을 살펴보면, [그림IV-2]와 같이 문제가 요구하는 방법대로 관찰자의 방향을 변화시켜 대상의 변화를 설명한 경우(가 유형), 관찰자의 방향 변화보다는 대상을 돌림으로써 설명하는 경우(나 유형), 변화된 후에도 쌓기나무의 개수와 쌓여진 형태가 변하지 않음을 설명한 경우(다 유형)가 있었다.

이 중 <나>유형의 학생들은 관찰자의 방향을 바꾸는 것과 대상을 변환(돌리기)하는 것 사이의 상호 관계를 이해하고 있으며 주어진 문제를 자신들에게 익숙한 문제 유형으로 바꾸어 해결하고 있다고 볼 수 있다. 또한 <다>유형의 학생들은 변환을 사용하는 과정에서 쌓기나무의 개수와 같이 변하지 않는 요소를 고려하여 문제를 해결하고 있음을 알 수 있다.

<b>[가 유형]</b>	남서에서보면 남서이기때문에 바깥쪽이나 고가려져있기때문
<b>[나 유형]</b>	남서쪽은 오른쪽으로 90° 돌리면 왼쪽 옆에서 비스듬히 본모양과 같다. 한대 도형은  인데 사도형은 남서쪽으로 보면 이와, 이 가능해서 이의 개수가 개이고 위치가 한번 뒤에서 살펴보면 이이 된다.

[그림IV-2] 방향에 따른 모양 찾기 정답 유형

<표IV-4> 응답유형에 따른 빈도수와 백분율

문 제	응답유형	빈도수	백분율
<b>&lt;보기&gt;의 쌓기나무는 오른쪽 옆에서 비스듬하게 본 모양 (남동쪽 방향)입니다. 왼쪽 옆에서 비스듬하게 본 모양 (남서쪽 방향)은 어느 것일까요?</b> 	정답	①-가	49 33.9
		①-나	25 17.2
		①-다	14 9.7
		계	88 60.7
	오답	②	29 20
		③	7 4.8
④		5 3.5	
⑤		4 2.7	
무응답	12	8.3	
계	57	39.3	
<보기>① ② ③ ④ ⑤	합계	145	100

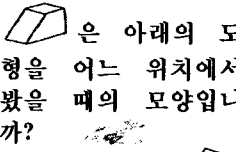
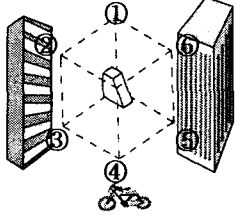
### 라. 위치감각



위치감각 문항의 정답율은 <표IV-1>처럼 문항에 따라 정답율의 차이가 크고 평균 정답율이 49.9%로 낮다. 사물의 앞, 뒤, 옆 정면에서 관찰한 모양을 찾는 문항은 정답율이 80.7%로 높지만, 비스듬한 각도에서 관찰한 모양을 보고 관찰자의 위치를 찾는 문항은 53.1%의 낮은 정답율을 나타냈다. 이를 구체적으로 보면 <표IV-5>과 같다.



대상을 관찰한 관찰자의 위치를 찾는 문항에 대해서, 학생들의 문제해결과정을 분석하여 정답유형을 분류해 보면, [그림IV-3]처럼 ①,②,③,④,⑤,⑥에서 본 경우를 모두 가설로 설정하여 차례대로 성립하는 이유와 성립하지 않는 이유를 정당화 한 경우(가 유형), ⑥의 경우만 설명한 경우(나 유형), 기존에 가지고 있는 위치감각을 통해서 물체의 모양을 보고 위치를 찾아낸 경우(다 유형)가 있었다. <표IV-5>의 유형별 빈도를 살펴보면, 전반적으로 정답율이 낮고 정답유형 중에서도 위치감각을 직접 적용하여 문제를 해결하는 <다>유형의 빈도가 낮으며, 모든 위치에서 본 모습을 상상하여 답을 구한 <가>유형의 빈도는 상대적으로 높았다. 이러한 결과는 위치감각 문항을 해결할 때 관찰자와 대상 사이의 방향, 각도, 높이 등 여러 가지 요소들을 문제 상황에 맞게 종합적으로 사고해야 하는데, 이러한 능력이 부족하여 문제에 제시된 모든 경우를 일일이 적용한 것으로 해석된다.



한편, 관찰자의 위치를 확인하며 쌓기나무 4개로 쌓을 수 있는 경우의 수를 구하는 문항은 정답율이 15.9%로 매우 낮았다. 이는 각각의 경우가 관찰자의 위치에 따라 겉모습만 다르게 보이는 것인지, 실제 다른 모습인지를 확인해야 하므로 높은 수준이 위치감각을 요구하기 때문이다.

<표IV-5> 응답유형에 따른 빈도수와 백분율

문 제	응답유형	빈도수	백분율
 <p>은 아래의 도형을 어느 위치에서 봤을 때의 모양입니까?</p>	⑥-가	33	22.8
	⑥-나	26	17.9
	⑥-다	18	12.4
	계	77	53.1
	④	14	9.7
	⑤	13	9.0
	①	12	8.3
	②	9	6.2
	③	8	5.5
	무응답	12	8.3
	계	68	45.4
합 계		145	100.1

**[가 유형]** ①번에서는 , ②번에서는  모양이 보이고 ③, ④, ⑤, ⑥번은 보기의 모양과 다르므로 보이지만 ⑥번은 보기의 모양과 같아

**[나 유형]** ⑥ 자리에서 보면  이  으로 바뀔 것 같아서

**[다 유형]**  이 앞면이  같아서 (번에서 본 것이었) 생각했는데

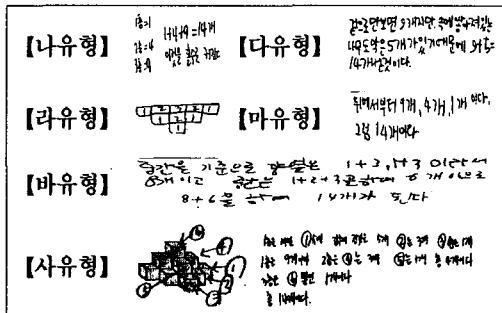
[그림IV-3] 관찰자의 위치 찾기 정답 유형

### 마. 물체의 구조인식능력

물체의 구조인식능력은 공간 안에서 배열을 이해하여 구조를 인식하는 능력으로 <표IV-1>처럼 59.8%의 평균 정답율을 나타냈다. 이 중 익숙하지 않은 직육면체 쌓기나무나 소마큐브로 완성된 물체의 구조인식능력은 문제 형태나 외부적인 조건이 유사하다 하더라도 정답율이 낮았다.


한편, 정답율이 가장 높은 문항인 <표IV-6>의 문항은 정육면체 쌓기나무의 개수를 알아보는 문항으로 [그림IV-4]처럼 다양하게 문제를 해결하였다. 학생들의 문제해결과정을 살펴보면, 쌓기나무를 하나씩 센 경우도 있었지만(가 유형), 층별로 쌓기나무 개수 세기(나 유형), 보이는 부분과 안 보이는 부분으로 나누어 개수 세기(다 유형), 각 자리별로 쌓기나무 개수 세

기(라 유형), 뒷줄, 중간 줄, 앞줄로 나누어 쌓기나무 개수 세기(마 유형), 왼쪽 줄, 중간 줄, 오른쪽 줄로 나누어 쌓기나무의 개수 세기(바 유형), 복합적인 접근 방법으로 개수 세기(사 유형)가 있었다. 즉 학생들은 다양한 전략을 활용하여 물체의 구조를 인식함을 알 수 있다.



[그림 IV-4] 정육면체 쌓기나무 개수 세기 정답 유형

<표 IV-6> 응답유형에 따른 빈도수와 백분율

문 제	응답유형	빈도수	백분율	
<보기>와 같이 쌓기 나무를 쌓았습니다. 쌓기나무는 모두 몇 개가 필요할까요?  <보기> 	정답	④-가	39 26.9	
		④-나	25 17.2	
		④-다	24 16.6	
		④-라	8 5.5	
		④-마	5 3.4	
		④-바	4 2.8	
		④-사	3 2.1	
		계	108 74.5	
		오답	③	26 17.9
			②	5 3.4
①	3 2.1			
무응답	3 2.1			
계	37 25.5			
합 계	145	100		

## 2. 공간추론능력 사용형태 개관

학생들의 문제해결과정을 면밀히 살펴보면,

공간추론능력 한 가지를 집중적으로 사용하기 보다는 공간추론활동 1-2개를 보조적으로 사용하는 것으로 드러났다. 본 연구에서는 전자를 핵심 공간추론능력, 후자를 보조 공간추론능력으로 지칭한다.

공간 과제를 해결하는데 있어서 학생들이 공간 추론능력을 사용한 빈도와 사용에 대한 점수를 공간추론능력 하위요소별로 나타내면 <표 IV-7><sup>2)</sup>과 같으며, 이를 통해 공간 추론능력의 특징을 살펴보고자 한다.

<표 IV-7> 공간추론능력 하위요소별 성취도 (N=145)

항 목	문항 번호	평가 내용	빈도 *	점수 **	평균 점수 ***	평균 빈도율 ***
분석과 종합	1번	3차원→3차원 돌리기	31	140	4.52	26.19
	2번	전개도→입체도형	42	177	4.22	
	3번	2차원→3차원 회전체	12	60	5.00	
	4번	입체도형→전개도	64	297	4.64	
	5번	정면에서 관찰한 모양	3	15	5.00	
	6번	위,측수→위,앞,옆모양	127	599	4.72	
	9번	위,앞,옆모양→최소입체	110	479	4.36	
	10번	위,앞,옆모양→입체	137	640	4.68	
	12번	방향에 따른 모양 찾기	11	50	4.55	
	14번	관찰한 여러 방향 찾기	63	273	4.34	
	15번	직육면체 쌓기나무 세기	117	417	3.57	
	16번	변환→같은 입체 찾기	79	357	4.52	
	17번	정육면체 쌓기나무 세기	117	442	3.78	
	19번	소마큐브 부분 찾기	98	440	4.49	
	합계	14문항	1011	4386	4.34	

2) 예를 들어, 1번 문항을 해결할 때 분석과 종합을 사용한 학생 수는 31명이고 각각의 학생이 받은 점수를 합한 것은 140점이다. 1번 문항의 평균점수는  $140 \div 31 = 4.52$ 점이고 분석과 종합의 평균빈도율 26.19%는 공간추론능력 총 빈도( $1011 + 318 + 1065 + 368 + 1098 = 3860$ 명)에 대한 분석과 종합 전체 빈도(1011명)의 백분율이다. 즉  $1011 \div 3860 \times 100 = 26.19\%$ 이다.

연역적 추론	2번	전개도→입체도형	1	5	5
	4번	입체도형→전개도	9	45	5
	9번	위,앞,옆모양→최소입체	21	85	4.05
	10번	위,앞,옆모양→입체	52	250	4.81
	11번	관찰한 한가지 방향찾기	106	469	4.43
	12번	방향에 따른 모양 찾기	5	24	4.80
	13번	비스듬히 관찰한 위치	47	209	4.45
	14번	관찰한 여러 방향 찾기	8	34	4.25
	15번	직육면체 쌓기나무 세기	33	150	4.55
	16번	변환→같은 입체 찾기	26	125	4.81
	17번	정육면체 쌓기나무 세기	2	8	4.00
	18번	부분 뺏을 때 모양알기	5	20	4.00
	20번	경우의 수 세기	3	9	3.00
합계	13문항		318	1433	4.51
시각화 방법의 개발과 적용	3번	2차원→3차원 회전체	142	569	4.01
	4번	입체도형→전개도	92	332	3.61
	5번	정면에서 관찰한 모양	132	636	4.82
	6번	위,층수→위,앞,옆모양	131	615	4.70
	7번	색종이조각→모양알기	123	585	4.76
	8번	3차원→2차원 단면	95	378	3.98
	9번	위,앞,옆모양→최소입체	91	427	4.70
	10번	위,앞,옆모양→입체	19	91	4.79
	11번	관찰한 한가지방향찾기	5	25	5.00
	12번	방향에 따른 모양 찾기	7	29	4.15
	13번	비스듬히 관찰한 위치	5	18	3.60
	14번	관찰한 여러 방향 찾기	4	18	4.50
	17번	정육면체 쌓기나무 세기	6	30	5.00
	18번	부분 뺏을 때 모양알기	110	442	4.02
	19번	소마큐브 부분 찾기	28	132	4.72
	20번	경우의 수 세기	75	308	4.11
합계	16문항		1065	4635	4.35
체계적	8번	3차원→2차원 단면	84	286	3.41
	9번	위,앞,옆모양→최소입체	72	318	4.42
	10번	위,앞,옆모양→입체	3	15	5.00

8.24

27.59

9.53

접근	13번	비스듬히 관찰한 위치	14	62	4.43	
	14번	관찰한 여러 방향 찾기	40	196	4.90	
	17번	정육면체 쌓기나무 세기	59	260	4.41	
	18번	부분 뺏을 때 모양알기	40	147	3.68	
	20번	경우의 수 세기	56	158	2.83	
	합계	8문항		368	1442	3.92
	변환의 인식과 사용	1번	3차원→3차원 돌리기	131	562	4.29
		2번	전개도→입체도형	98	390	3.98
3번		2차원→3차원 회전체	124	583	4.71	
4번		입체도형→전개도	131	353	2.7	
5번		정면에서 관찰한 모양	135	647	4.8	
7번		색종이조각→모양알기	122	540	4.43	
8번		3차원→2차원 단면	92	371	4.04	
12번		방향에 따른 모양 찾기	119	517	4.35	
13번		비스듬히 관찰한 위치	66	267	4.05	
14번		관찰한 여러 방향 찾기	41	169	4.30	
16번		변환→같은 입체 찾기	39	183	4.70	
합계	11문항		1098	4582	4.17	

28.43

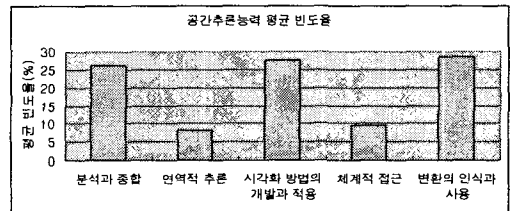
\*빈도 : 공간추론활동을 사용한 학생수

\*\*접수 : 공간추론능력 부분점수의 합

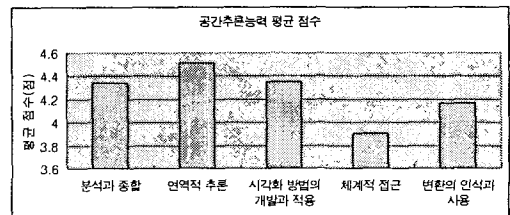
\*\*\*평균점수 = 점수 ÷ 빈도

\*\*\*\*평균빈도율=공간추론능력별 총빈도÷총빈도× 100

※ 평균점수, 평균빈도율 : 소수 셋째자리에서 반올림



[그림 IV-5] 공간추론능력별 평균 빈도율



[그림 IV-6] 공간추론능력별 평균 점수

공간추론능력별 평균 빈도율을 살펴보면, 변환의 인식과 사용 28.45%, 시각화 방법의 개발과 적용 27.59%, 분석과 종합 26.19%, 체계적 접근 9.53%, 연역적 추론 8.24%였다(<표IV-7>, [그림IV-5] 참조). 변환의 인식과 사용 능력의 평균 빈도율이 가장 높은 이유는 공간감각 검사 문항 자체적으로 회전·변환, 방향·위치감각 등 변환에 따른 결과를 묻는 문항이 많아 핵심 공간추론능력으로 활용됨으로써 그 빈도가 높았다. 시각화 방법의 개발과 적용능력의 평균 빈도율이 높은 이유는 많은 학생들이 문제해결의 핵심 추론능력이 아니더라도 여러 문항에서 보조적으로 시각화 방법을 활용하였기 때문이다. 분석과 종합은 많은 문항에 걸쳐 핵심적, 보조적으로 활용되었으나 총 빈도에서는 시각화 방법의 개발과 적용의 평균 빈도율 보다 조금 낮았다.

체계적 접근은 기준을 세우거나 차근차근 단계적으로 문제를 해결하는 방법이므로 모든 문항에서 보조적, 핵심적으로 사용이 가능한 능력임에도 불구하고 평균 빈도율이 낮았다. 연역적 추론 또한 객관식 형태의 여러 문항에서 보조적으로 사용되었으나 소수의 아동만이 사용하여 평균 빈도율이 낮았다.

평균 점수 면에서 살펴보면, 5점을 만점으로 하여 연역적 추론 4.51점, 시각화 방법의 개발과 적용 4.35점, 분석과 종합 4.34점, 변환의 인식과 사용 4.17점, 체계적 접근 3.92점이었다(<표IV-7>, [그림IV-6] 참조). 연역적 추론은 평균 빈도율(8.24%)이 가장 낮은 반면, 평균 점수(4.51점)는 가장 높게 나타났다. 이는 연역적 추론으로 문제해결이 가능한 경우에도 대부분의 학생들이 연역적 추론을 사용하지 않고 다른 공간추론능력을 활용하여 문제를 해결하였으며, 예외적으로 연역적 추론을 활용한 소수의 학생들은 높은 점수를 얻었기 때문이다. 반면

에 체계적 접근은 평균 빈도율(9.53%)이 낮을 뿐만 아니라 평균 점수(3.92점)도 가장 낮았다. 이는 대부분의 초등학생들이 기준을 세워서 단계적으로 하나씩 변화시키며 문제를 해결하기 보다는 직관에 의해 감각적으로 공간 과제를 해결하는 경향을 반영하는 것이며, 예외적으로 체계적 접근을 사용한 학생들의 경우도 완벽하게 사용하지 못함을 의미한다. 변환의 인식과 사용은 평균 빈도율(28.45%)이 가장 높은 반면, 평균 점수(4.17점)는 상대적으로 낮았다. 이는 공간감각 문항 자체적으로 변환의 인식과 사용능력을 많이 요구하기 때문에 사용 빈도는 높으나, 학생들의 사용은 정확하지 못하고 오류를 보였기 때문이다.

### 3. 공간추론능력 사용형태의 특징

#### 가. 분석과 종합

본 연구에서 학생들이 분석과 종합을 사용한 형태를 분석해 보면, <표IV-8>과 같이 두 가지로 요약할 수 있다.

<표IV-8> 분석과 종합의 사용 형태

유형	사용 형태	내용	분석과 종합의 예
가	보조	구성 요소의 분석	점, 선, 면, 무늬, 위치, 개수, 층수를 기초로 분석·종합함
나	핵심	분석과 종합의 상호작용	전체 모양의 구성, 내부 구조 파악을 위해 분석·종합함

<가>유형은 문제에 제시된 점, 선, 면, 무늬, 층수 등에 초점을 맞추어 분석과 종합을 실시한 경우이다. <가>유형의 예를 살펴보면, 어

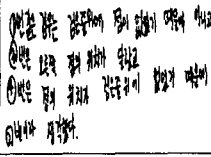
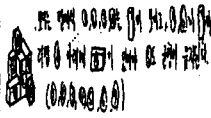
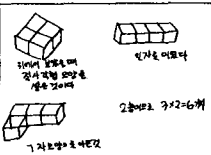
떠한 변환을 실시했는지 모르는 비슷한 모양의 여러 도형을 보고 변환시키기 전의 도형과 같은 도형을 찾는 문제를 해결하기 위해, 학생들은 도형의 각 면의 모양을 중심으로 분석하고 이들의 결과를 종합하여 문제를 해결하였다. 또한 구성요소(점, 선, 층수 등)들이 쉽게 인지할 수 있는 이미지이기 때문에 문제 해결에 활용도가 높았으며, 특히 보조적으로 활용되었다.

<나>유형은 종합을 위해서 여러 개의 요소로 나누어 분석하고 다시 종합하는 과정을 반복하거나, 분석을 위해서 종합된 모습과 관련 지으며 부분을 살펴보는 유형이다. <나>유형의 예는 쌓기나무 개수를 세기 위해서 전체의 모습과 비교하며 입체물의 내부를 분석적으로 살펴보는 것으로서 분석과 종합은 상호 보완적으로 사용된다. 이 유형은 문제해결에의 핵심 추론능력으로, 다른 보조 공간추론능력과 함께 활용도가 높았다.

#### 나. 연역적 추론

학생들이 연역적 추론을 사용한 형태를 분석해보면, <표IV-9>와 같이 세 가지로 요약할 수 있다.

<표IV-9> 연역적 추론의 사용 형태

유역 형할	사용 형태	내 용	연역적 추론의 예
가 보 조	핵심 가정의 연역적 추론	가설 설정 → 부정에 의한 증명 → 반례 소거, 논리적 입증	
나	핵심 간단한 연역적 추론	2-3개의 전제 들의 연역적 연결 → 참인 결론	
다	보조 규칙 적용	적은 예에서 나타난 규칙 을 비슷한 상황에 확대 적용	

<가>유형은 알려지지 않은 사실을 밝혀내기 위하여 가설을 설정하고, 성립하지 않는 이유의 설명을 통하여 부정에 의한 증명을 하거나 성립하는 이유를 입증하여 정당화 하는 방법이다. 이 유형은 핵심적, 보조적인 방법으로 문항별로 각기 다르게 사용되었는데, <표IV-9>의 첫 번째 예는 보조 공간추론능력으로 활용된 경우이다. 입체물의 전개도를 바르게 표현한 것을 선다형보기에서 찾는 문항에 대해, 학생들은 각각의 보기를 가설로 설정하고 반례를 소거하는 등 연역적 추론을 보조적으로 활용하였다. <가>유형은 가설 설정이라는 단계가 별도로 필요하므로 <나>유형보다 어려울 것이라 생각되나, 가설의 역할을 한 것이 선다형 보기와 같이 쉽게 생각할 수 있는 것이어서 여러 문항에서 활용되었다.

<나>유형은 참인 몇 개의 전제를 엮어서 새로운 결론을 얻어내는 추론 방법이다. 이 유형은 대체적으로 핵심 공간추론능력으로 사용되었으며, 전제의 수가 2-3개 이상으로 연역적으로 연결하는데 어려움이 많았고 새로운 문제해결 방법이었기에 소수의 문제에서 사용되었다. 구체적인 예를 들어 살펴보면, 직육면체 쌓기나무의 개수를 세는 문항에 대해, 쌓기나무가 균형을 유지하기 위해서는 ⑥번 쌓기나무 아래에 쌓기나무 한 개가 놓혀 있어야 함을 논리적으로 설명하고 있다. 이것은 연역적 연결 과정이 형식적으로 엄밀하지는 않지만, 초등학교 수준의 비형식적인 연결을 볼 수 있다.

<다>유형은 몇 가지 경우에 나타난 규칙을 비슷한 상황에 적용하는 방법이다. 이 유형은 보조 공간추론능력으로 하나의 문항에서만 사용되었으나, 잘못된 사용을 나타냈다. 쌓기나무 4개를 이용하여 2층 이하로 쌓는 경우의 수를 구하는 문제에 대해, 학생들은 1층의 경우를 2층의 쌓기나무에도 그대로 적용하여 1층의 경

우의 수 곱하기 2를 함으로써 오류를 보였다. 이것은 <다>유형의 전체가 <나>유형처럼 항상 참이 아니고 몇 가지 경우와 전체의 경우가 비슷한 상황이 아님에도 불구하고 몇 가지 경우에 나타난 규칙을 전체에 확대 적용함으로써 오류를 나타냈다.

다. 시각화 방법의 개발과 적용

학생들이 시각화 방법의 개발과 적용 능력을 사용한 형태를 분석해 보면, <표IV-10>과 같이 세 가지로 요약할 수 있다.

<표IV-10> 시각화 방법의 개발과 적용의 사용 형태

유형	역할	사용 형태	내용	시각화 방법의 개발과 적용의 예
가	보조	문제이해를 위한 시각화	문제의 의미를 시각적으로 현함	360도 회전할 때의 모양이 돌아간다.
나	핵심	시각화 방법의 적용	겨냥도, 전개도 등의 정확한 사용	
다	핵심	시각화 방법의 개발과 적용	문제해결에 적합한 시각화 방법을 개발	

<가>유형은 문제를 시각화하여 간단명료하게 나타냄으로써 문제 이해를 돕는 방법으로 예를 살펴보면, 360도 회전함의 의미를 팽이가 돌아가는 모습으로 인지하는 경우이다. 이 유형의 능력은 문제 해결에 필수적인 능력은 아니지만 실물, 그림의 이미지를 통해 문제를 이해하고 문제해결 계획을 세우는데 도움을 준다.

<나>유형은 전개도, 겨냥도와 같이 대표적인 시각화 방법을 적용하는 경우이고, <다>유형은 문제 해결자 스스로가 문제해결에 적합한 시각화 방법을 찾아 개발하고 적용하는 능력이다.

이 두 유형은 대체적으로 핵심 공간추론능력으로 활용되었으며 평균 점수가 비교적 낮았다. 유형별로 오류를 보이는 구체적인 예를 살펴보면, <나>유형의 경우 <표IV-11>처럼 겨냥도에서 점선과 실선을 제대로 구분하지 못한 채 사용하여, 전개도에서 만나는 모서리의 길이를 서로 다르게 표현함으로써 시각화 방법을 정확하게 적용하지 못하였다. <다>유형은 문제해결에 효율적이지 않은 시각화 방법을 사용하기 때문에, 쌓기나무 4개로 쌓을 수 있는 경우의 수를 구하는 문항에 대해, 각각의 경우에 대한 특별한 설명 없이 평면으로 나타냄으로써 같은 경우는 여러 번 세고 다른 경우는 세지 않는 오류를 보였다.

<표IV-11> 시각화 방법의 개발과 적용이 부족한 예

유형	평가 내용	시각화 방법의 개발과 적용이 부족한 예
나	겨냥도, 전개도	
다	경우의 수 세기	

라. 체계적 접근

학생들이 체계적 접근을 사용한 형태를 분석해 보면, <표IV-12>와 같이 두 가지로 요약할 수 있다.

<표IV-12> 체계적 접근의 사용 형태

유형	역할	사용 형태	내용	체계적 접근의 예
가	보조	순서에 따른 접근	순서에 따라 조건을 검토함	1번부터 3번까지의 경우 3개이다. 2개씩 곱하면 6개(2*3)로 보는 방법이다. 2번은 1번의 2배로 곱하면 2*2=4가 된다. 3번은 2번의 2배로 곱하면 4*2=8이 된다. 4번은 3번의 2배로 곱하면 8*2=16이 된다.
나	보조 핵심	규칙에 따른 접근	문제해결의 기준(지표) 설정 → 규칙적 접근	1번부터 3번까지의 경우 3개이다. 2개씩 곱하면 6개(2*3)로 보는 방법이다. 2번은 1번의 2배로 곱하면 2*2=4가 된다. 3번은 2번의 2배로 곱하면 4*2=8이 된다. 4번은 3번의 2배로 곱하면 8*2=16이 된다.

<가>유형은 순서대로 차근차근 문제의 조건이나 자료를 검토하는 능력으로 구체적인 예를 살펴보면, 여러 각도에서 관찰한 물체들을 보고 관찰자의 방향을 찾는 문항에 대해, 각각의 방향에 순번을 정하고 문제에 접근하는 방법이다. <가>유형의 능력은 대체적으로 보조 공간추론능력으로 활용되었으며 문제를 이해한 후 문제해결 계획을 세우는데 도움을 주었다.

<나>유형은 문제해결의 기준을 마련하여 규칙에 따라 순서대로 접근하는 능력으로 학생들의 답에서도 문제 해결의 기준을 유추할 수 있는 경우이다. 구체적인 예를 살펴보면, <표 IV-12>의 <나>유형과 같이 1층으로 쌓는 경우를 나열한 후 2층을 쌓는 경우를 나열하고, 쌓기 나무를 하나씩 오른쪽으로 이동하며 쌓기 나무를 쌓는 경우를 제시하는 등 문제해결의 기준을 찾을 수 있는 경우이다.

유형별로 체계적 접근의 평균 점수를 살펴보면, 대체적으로 <나>유형의 능력이 부족하였다. <나>유형의 체계적 접근 능력은 학생들 스스로 문제해결의 기준을 설정해야 하고 기준에 입각하여 차례대로 검토해야 하므로, 직관적이고 비형식적인 지식이 문제해결의 중심을 이루는 초등학생들의 경우는 정확하게 사용하기 어렵다. 체계적 접근이 부족한 예는 <표 IV-13>과 같으며, 첫 번째는 위, 앞에서 본 모습만 그리고 옆의 모습은 그리지 않거나, 90도 돌려서 세운 모습만 그리고 다른 방향, 다른 각도의 예를 전혀 제시하지 않아 자료가 불충분함으로써 체계성을 갖추지 못한 경우이다. 두 번째는 쌓기 나무 4개를 이용하여 2층 이하로 쌓는 경우의 수를 제시할 때, 생각나는 대로 답을 쓰고, 2층 이하로 쌓는다는 조건을 검토하지 않음으로써 오류를 보였다.

<표 IV-13> <나>유형 체계적 접근 능력이 부족한 예

유형	평가 내용	체계적 접근 능력이 부족한 예
나	부분을 뺐을 때 모양	
	경우의 수 세기	

마. 변환의 인식과 사용

학생들이 변환을 인식하고 사용하는 형태를 분석해 보면, <표 IV-14>과 같이 두 가지로 요약할 수 있다.

<표 IV-14> 변환의 인식과 사용 형태

유형	역할	사용 형태	내용
가	핵심	변환 지식 활용	변환 관련 지식 활용함
나		변환의 사용	변환인식→구체적 조작, 심상에 의한 변환

<가>유형은 변환과 관련한 경험으로부터 얻은 지식을 문제해결에 사용하는 형태이다. <가>유형의 예를 살펴보면, '위로 돌리면 상하가 바뀌기 때문에 답은 ④이다.', '전개도는 점선을 따라 안으로 접는 것이므로 전개도를 접어서 입체물을 만들면 ②가 된다' 등이 있었다. 변환 지식의 활용은 간단한 돌리기, 뒤집기, 밀기, 대표적인 시각적 표현 사이의 변환 등 익숙한 문제에서 많이 나타났으며 문제해결에 효율성을 높여주었다. 그러나 고정관념, 오개념으로 인한 잘못된 변환 지식의 활용은 잘못된 결과로 이끌었다.

<나>유형은 변화되는 개념과 보존되는 개념을 인식하고 구체적 조작이나 심상에 의해 변환을 사용하는 능력과 관련된다. 예를 들어, 변환을 위해 종이를 돌려본다든지, 자신의 위치를 조금씩 바꿔보면서 변환을 사용하는 능력이다. 변환 사용능력이 우수한 어린이들은 보조



적인 수단으로 그림을 그리고 머릿속에서 변환을 사용하거나 구성요소로 나누어 변환을 시키고 종합하는 등 다른 공간추론활동을 보조적으로 사용하였다.

## V. 결론 및 논의

본 연구의 분석 결과를 바탕으로 얻은 결론 및 공간감각 교수·학습 방향에 대한 시사점을 논의해 보면 다음과 같다.

### 1. 공간감각의 구성요소별 특징

첫째, 공간감각 하위 구성능력인 공간 시각화 능력과 공간 방향화 능력을 조사한 결과, 공간 방향화 평균 정답율이 공간 시각화 평균 정답율 보다 낮았다. 이는 우리나라 수학 교과서가 대상의 돌리기, 뒤집기, 밀기 등 공간 시각화 내용을 주로 다루고 있고 방향 감각, 위치 감각, 물체의 구조인식능력 등 공간 방향화 내용이 부족하다는 정영옥(2004)의 연구와 일맥상통한다.

우리는 일상생활에서 대상의 움직임을 이해해야 하는 경우도 있지만, 자신의 위치나 방향에 따라 주어진 주변 환경을 다르게 인식해야 하는 경우도 있다. 또한 공간 방향화 능력의 부족은 도형들 사이의 관계나 전체적인 구조를 이해하는 것이 필요한 초등 이후의 도형 학습, 그리고 넓이나 부피와 같은 측정 학습에도 어려움을 줄 수 있다(Battista, 2003). 따라서 공간 방향화를 경험할 기회를 학생들에게 보다 풍부하게 제공함으로써 균형 잡힌 공간감각의 발달을 꾀할 필요가 있다.

둘째, 공간 시각화 능력의 하위 요소인 회전과 변환의 평균 정답율을 비교해 보면, 회전의

정답율이 변환의 정답율 보다 낮았다. 검사 실시 시기가 12월 초로 회전체와 단면을 학습한 직후이고 쌓기나무 단원을 배운지는 6개월 이상 지나서 변환보다는 회전과 관련한 학습 능력이 높을 것으로 예상되었으나, 성취도 면에서 회전과 관련한 정답율이 낮았다. 이는 학생들이 변환 문제 보다 다른 차원으로의 회전 문제를 더 어려워함을 의미한다.

이러한 연구 결과는 회전과 관련한 회전체, 단면의 학습 내용이 변환보다 지도하기 어렵다는 것과 관련된다. 같은 차원에서의 변환의 학습은 실제로 변환을 실시하고 그 결과를 관찰할 수 있으나, 회전체의 학습은 면이 이동한 자취를 시각적으로 구조화하기에 어려움이 있으며 3차원에서 2차원로의 단면의 학습은 또한 많은 양의 입체물을 실제로 다양하게 잘라보아야 하는 번거로움이 있다. 최근에 학교에 보급된 각종 소프트웨어의 활용이나 PPT 자료 등은 이러한 어려움을 덜어줄 수 있지만, 실제 학생들의 회전 능력을 길러주기 위해서는 언제, 어떤 방법으로 그러한 시청각 자료를 사용해야 하는지에 대해서 보다 주의 깊은 교사의 안목이 필요하다.

셋째, 공간 시각화 능력이 부족한 학생들은 수학적 개념을 바탕으로 정신적 이미지를 형성하여 문제를 해결하기보다는 익숙한 이미지를 선택하는 경우가 많았다. 따라서 학생들에게 익숙한 이미지 여부를 떠나 우선적으로 관련된 수학적 개념에 입각하여 심상을 형성하고 사고하도록 격려할 필요가 있다.

넷째, 공간 방향화 능력은 관찰자의 방향이나 위치가 사물의 정면이 아니라 비스듬할 경우 정답율이 낮았으며, 위치감각의 평균 정답율은 공간감각 하위 능력 중에서 가장 낮았다. 이러한 결과는 학생들의 위치와 관련한 공간 방향화 능력이 부족함을 의미하며, 특히 3차원

에서 위치감각은 방향과 더불어 높이까지 고려해야 하기 때문에 직관적으로 감각하기에 어려움이 있다고 여겨진다.

물체의 구조인식능력 또한 익숙하지 않은 대상을 사용할 때 정답율이 낮았는데, 이는 공간 감각이 공간 내에서 다양한 사물들과의 직·간접적으로 행해지는 실제 경험과 밀접한 관련을 맺는다는 것을 알 수 있다. 따라서 공간감각을 지도할 때 실제 경험과 연계하고, 다양한 대상을 활용하여 관찰자와 대상 사이에 방향, 위치, 상대적인 관계, 구조 등을 세심하게 지도할 필요가 있다.

## 2. 공간추론능력의 특징

첫째, 공간추론능력의 평균 빈도율을 살펴보면, 변환의 인식과 사용, 시각화 방법의 개발과 적용, 분석과 종합, 체계적 접근, 연역적 추론 순서로 나타났다. 변환의 인식과 사용의 빈도가 높은 이유는 핵심 공간추론능력으로 회전, 변환, 방향감각, 위치감각 문항에 많이 활용되었기 때문이고, 시각화 방법의 개발과 적용, 분석과 종합의 빈도가 높은 이유는 핵심 공간추론능력 뿐만 아니라, 보조 공간추론능력으로도 많이 활용되었기 때문이다. 이는 다른 공간추론능력을 통해서 문제 해결이 가능하더라도 자신의 기하적 발달수준에 맞고 익숙하기 때문에 보조적 활용도가 높다고 추측할 수 있다. 이는 van Hiele의 기하적 사고 수준 이론과 많은 부분 일치함을 알 수 있다. van Hiele은 초등학교 학생들의 기하적 사고 수준이 1-3수준으로 시각화, 분석, 비형식적 추론의 단계에 있으며, 형식적 추론, 엄밀함의 단계까지는 발달하지 못하였다고 주장하였다(Baroody & Coslick, 1998). 이와 같은 측면에서 공간감각과 관련한 새로운 과제를 지도할 때, 학생들의 기하적 사

고 수준에 맞고, 선호하는 공간추론능력을 활용할 필요가 있다.

둘째, 학생들의 공간추론능력 평균 점수를 평균 빈도율과 비교해 보면, 평균 빈도율이 가장 낮았던 연역적 추론의 평균 점수가 가장 높으며, 체계적 접근은 빈도율, 평균 점수 모두 낮고, 변환의 인식과 사용은 빈도율은 높으나 평균 점수는 낮았다. 연역적 추론은 상위 수준의 추론능력이므로 소수의 학생들에게만 나타나고 있으며 그 과정이 논리적이었으나, 체계적 접근 능력은 소수의 학생들이라 하더라도 적절하게 사용하지 못하였다. 이는 문제해결 결과는 옳다하더라도 문제해결 과정에서 기준을 세워 단계적으로 접근하기보다 직관에 의해 해결하였기 때문이다. 변환의 인식과 사용은 평균 빈도율이 높지만, 평균 점수는 상대적으로 낮아 정확하게 사용하도록 주의 깊게 지도할 필요가 있다.

셋째, 초등학교 6학년 학생들이 공간 과제를 해결하는데 사용한 하위 공간추론능력별 사용 형태는 학생들의 공간추론능력 수준을 알려주며, 부족한 공간추론능력을 어떠한 단계를 거쳐서 신장시켜야 하는지에 대한 방안을 마련해 준다. 예를 들어 연역적 추론 능력이 부족한 학생의 경우, 본 연구에서와 같이 쉽게 설정할 수 있는 선다형 보기를 가설로 설정하여 정당화하거나 전제의 수를 줄여 논리적으로 추론을 전개하는 학습을 통해서 사고의 발달을 꾀할 수 있다. 체계적 접근 또한 학생들 스스로 형식화하고 체계적으로 문제 해결하는 능력이 부족하다 하더라도 단계를 밟으며 차근차근 문제에 접근하는 능력부터 키워나간다면 학생들 스스로 다양한 공간추론활동을 체계적으로 사용하는 능력을 키울 수 있을 것이다.

위의 논의를 바탕으로 부족했던 공간 감각 하위 능력을 신장시키기 위한 교수용 프로그램

를 고안하고 그 효과를 검증할 수 있는 연구가 필요하며, 학생들의 공간추론능력 수준에 맞게 지도 내용을 계열화하고 지도 방안을 마련하는 연구가 필요함을 제안해 본다.

## 참고문헌

- 강혜경(2006). 지오보드 활용학습이 학습부진아의 공간감각 능력에 미치는 효과. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 교육부(2006). 초등학교 교사용 지도서 수학 6-나. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 김영선(2005). 공간감각 학습과정에서 초등학생이 보이는 오류 유형 및 원인 분석. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김형균(2000). SOMACUBE를 활용한 공간지각능력 신장에 관한 연구. 성균관대학교 석사학위논문.
- 이성미·방정숙(2007). 초등학생들의 공간감각 이해능력 실태조사. *수학교육*, 46(3), 273-292.
- 이종영(2005). 초등학교에서 지도하는 공간감각 내용에 관한 고찰. *학교수학*, 7(3), 269-286.
- 이지호(2005). 쌓기나무를 활용한 초등학교 수학 교수·학습 자료 개발 및 적용 연구. 경인대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 전선경(1997). 중학생의 공간 시각화 능력에 대한 연구-3차원 회전 능력을 중심으로-. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 정영옥(2004). 쌓기나무 단원 지도 방안 탐색-우리나라 초등학교 교과서와 미국의 MIC 교과서 비교. *교육과정평가연구*, 7(2), pp. 75-101.
- 주영(2003). 페턴블록 활용 학습이 공간감각 신장에 미치는 효과. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 최미연(2004). 초등학생의 공간능력에서 남녀차에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 한기완(2001). 공간감각의 개념 분석 및 교수-학습 방안 탐색. *초등수학교육*, 5(1), 57-69.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to k-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 권성룡 외 11인 공역(2005). *수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게?* 서울: 경문사.
- Battista, M. T. (2003). Understanding students' thinking about area and volume measurement. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 122-142). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. In V. C. Juanita (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 66-79). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- De Moor, E. (1990). Geometry instruction in the Netherlands (ages 4-14): The realistic approach. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 119-138). Culembog: Technipress.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher, & J. Kilpartick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A.

- (2004). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont: Wadsworth
- Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: A review and reanalysis of the correlational literature*. Aptitude Research Project of School of Education. Stanford University.
- Mcgee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influence. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- \_\_\_\_\_ (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 공역(2007). *학교수학을 위한 원리와 기준*. 서울: 경문사.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Thurstone, L. L.(1944). *A Factorial Study of Perception*. Chicago: University of Chicago Press.

# An Investigation on 6<sup>th</sup> Grade Students' Spatial Sense and Spatial Reasoning

Kim, Yu Kyung (Jeju Han-cheon Elementary School)

Pang, Jeong Suk (Korea National University of Education)

The purpose of this study was to provide instructional suggestions by investigating the spatial sense and spatial reasoning ability of 6<sup>th</sup> grade students. The questionnaire consisted of 20 questions, 10 for spatial visualization and 10 for spatial orientation. The number of subjects for the survey was 145. The processes through which the students solved the problems were the basis for the assessment of their spatial reasoning.

The result of the survey is as follows: First, students performed better in spatial visualization than in spatial orientation. With regard to spatial visualization, they were better in transformation than in rotation. With regard to spatial orientation, students performed better in orientation sense and structure cognitive ability than in situational sense.

Second, the students that weren't excellent in spatial visualization tended to answer the familiar figures without using mental images. The students who lacked spatial orientation experienced difficulties finding figures observed from the sides.

Third, students had high frequency rate on the cognition and use of transformation, the development and application of visualization methods and the use of analysis and synthesis. However they had a lower rate on a systematic approach and deductive reasoning. Further detailed investigation into how students use spatial reasoning, and apply it to actual teaching practice as a device for advancing their geometric thinking is necessary.

\* key words : spatial sense(공간감각), spatial reasoning ability(공간추론능력), spatial visualization(공간시각화), spatial orientation(공간방향화)

논문접수 : 2007. 8. 15

심사완료 : 2007. 9. 10