

비대칭 층을 가지는 인공재료모델을 이용한 일반 평판구조물의 위상최적화

Topology Optimization of General Plate Structures by Using Unsymmetric Layered Artificial Material Model

박 경 임* 이 상 진**
Park, Gyeong-Im Lee, Sang-Jin

요 약

본 연구에서는 판 구조물의 최적위상을 찾기 위한 비대칭 층을 가지는 인공재료모델을 이용한 위상최적화기법을 제시하였다. 구절점 판요소를 형성하기 위하여 판의 일차전단변형을 고려하는 Reissner-Mindlin 판이론이 도입되었다. 최소화하고자 하는 변형에너지를 목적함수로 하고 구조물의 초기부피를 제약함수로 채택하였다. 인공재료모델에 존재하는 다공성물질의 구멍의 크기를 조절하기 위하여 최적정기준법을 바탕으로 하는 크기조절알고리즘을 도입하였다. 제시된 위상최적화 기법의 성능을 조사하기 위하여 수치예제를 수행하였다. 수치해석결과로부터 제시된 위상최적화기법은 판구조물의 최적위상을 도출하는데 매우 효과적인 것으로 나타났다. 특히 제시된 비대칭 층모델은 판구조물의 보강재를 보다 실제적으로 도출하는데 유용할 것으로 나타났다.

Abstract

The unsymmetrically layered artificial material model is consistently introduced to find the optimum topologies of the plate structures. Reissner-Mindlin (RM) plate theory is adopted to formulate the present 9-node plate element considering the first-order shear deformation of the plates. In the topology optimization process, the strain energy to be minimized is employed as the objective function and the initial volume of structures is adopted as the constraint function. In addition, the resizing algorithm based on the optimality criteria is used to update the hole size introduced in the proposed artificial material model. Several numerical examples are carried out to investigate the performance of the proposed technique. From numerical results, the proposed topology optimization techniques are found to be very effective to produce the optimum topology of plate structures. In particular, the proposed unsymmetric stiffening layer model make it possible to produce more realistic stiffener design of the plate structures.

키워드 : 위상최적화, RM판이론, 비대칭 층 인공재료모델, 크기조절알고리즘, 변형에너지

Keywords : Topology Optimization, RM plate theory, Unsymmetric Layered Artificial Material Model, Resizing Algorithm, Strain Energy

1. 서 론

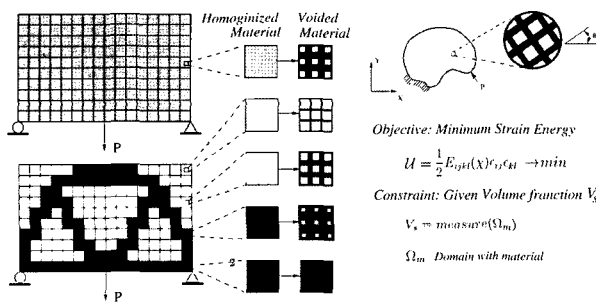
구조공학 분야의 최적화는 부재의 크기를 조절하는 문제에서 시작하여 점차 부재의 형상뿐만 아니라 구조물 전체의 형태를 결정하는 문제로 발전되어져왔다. 최근에는 구조물의 크기나 형상최적화와

같은 전통적인 설계최적화기법의 문제점을 개선하기 위하여 구조물에 알맞은 위상을 찾기 위한 위상최적화에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 위상최적화기법은 구조물의 형상과 크기를 동시에 변화시키는 방법으로 구조물을 이루고 있는 물질의 분포를 수치적으로 재분배하여 새로운 위상을 찾아내는 강점을 가지고 있어 구조물의 최적화를 위한 필수적인 요소로 자리 잡고 있다. 이러한 위상최적화기법은 최근 다양한 구조물을 대상으로 활발히

* 정회원 · 팬구조엔지니어링, 공학석사

** 교신저자, 정회원 · 경상대학교 건축공학과 조교수, Ph.D.
Tel : 055-751-6541 Fax : 055-757-7022
E-mail : lee@gnu.ac.kr

이용되고 있으며 특히 건축구조물의 중요한 요소로 인식되고 있는 판과 셸구조물의 위상을 도출하는데도 응용되고 있다. 위상최적화¹⁾의 기본개념은 <그림 1>에 도시된 바와 같이 나타낼 수 있다. 위상최적화는 구조물을 이루고 있는 재료를 내부에 구멍이 존재하는 물질로 가정하고 이 물질의 구멍의 크기를 조절함으로써 재료를 재분배하는 최적화기법이라고 할 수 있다.



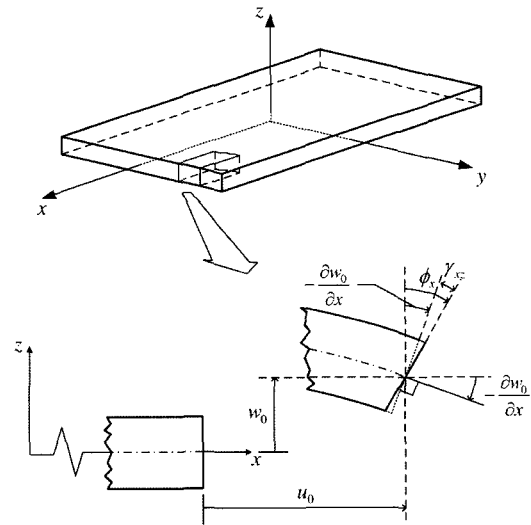
<그림 1> 위상최적화의 기본개념¹⁾

Suzuki와 Kikuchi²⁾는 등질화법을 개선하여 판구조물의 위상최적화에 응용하였다. 또한 Lee et al.¹⁾는 층을 이룬 가등질화된 재료모델을 제시하고 이를 이용하여 셸 구조물의 최적위상을 분석하고 그 결과를 기술하였다. 그리고 Belblidia et al.³⁾은 대칭층 인공재료 모델을 이용한 RM 판 구조물의 위상최적화에 대한 연구를 수행하고 그 결과를 발표하였다. 그러나 이러한 판이나 셸구조물의 위상최적화에 대한 연구는 대칭층을 가지는 재료모델에 대한 연구결과만 제시하였다. 즉 비대칭성을 가지는 재료모델에 대한 연구결과가 아직 제시되지 못하고 있다. 따라서 본 연구에서는 판구조물의 최적위상을 찾기 위한 비대칭 층 인공재료모델을 제시하고 이를 판구조물의 위상최적화에 적용하여 제시한 모델의 타당성을 검토하고자 한다.

2. Reissner-Mindlin 판이론

본 연구에서 비대칭층을 가지는 인공재료 모델에 대한 위상최적화기법을 제시하기 위하여 일차 전단 변형 적층 판이론을 도입하였다. 고전적 판이론은 Kirchhoff 가정을 바탕으로 전단변형을 무시하였기 때문에 얇은 판에 대해서만 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 전단변형이 고려된 것은 Reissner⁴⁾가 두께

방향으로 전단응력분포를 고려하고 “그 값을 일정하다”라고 가정하면서 부터이다. Mindlin⁵⁾은 판의 두께 방향 전단응력 분포가 포물선 형태로 이루어진다는 것을 구현하기 위해 전단보정계수를 도입하여 Reissner의 이론을 수정하였다.



<그림 2> 판의 부호규약

본 연구에 판 요소를 형성하기 위해 도입된 RM 가정을 정리하면 다음과 같다:

- 중층에 수직인 법선은 변형 후에도 직선을 유지한다. 그러나 변형 후 중층에 반드시 수직일 필요는 없다.
- 중층에 수직인 법선의 응력은 영이라고 가정한다.
- 변위값은 판의 두께에 비해서 작다.

첫 번째 가정을 도시하면 <그림 2>와 같으며 이를 바탕으로 x, y, z 방향에 대한 판의 변위장은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 u, v, w 는 x, y, z 방향에 대한 변위이고 u_0, v_0, w_0 는 중층에서 발생하는 변위값이다. $\phi_x(x, y)$ 는 xz 평면의 회전을 나타내고 $\phi_y(x, y)$ 는 yz 평면에서의 회전을 나타낸다.

판의 면내변형률과 횡전단변형률은 식 (1)의 변위 그래디언트(gradient)값을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} = \epsilon_{xx}^0 + z \kappa_{xx} \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} = \epsilon_{yy}^0 + z \kappa_{yy} \\ \epsilon_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) = \epsilon_{xy}^0 + z \kappa_{xy} \\ \epsilon_{yz} &= \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \epsilon_{xz} &= \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{aligned} \quad (2)$$

적층판의 ℓ 번째 층의 물질이 등방성재료일 경우 응력-변형을 관계는 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_p^{(\ell)} \\ \sigma_s^{(\ell)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_p^{(\ell)} & 0 \\ 0 & D_s^{(\ell)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_p^{(\ell)} \\ \epsilon_s^{(\ell)} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서 $\sigma_p = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}^T$, $\sigma_s = \{\sigma_{yz}, \sigma_{xz}\}^T$ 이고 $\epsilon_p = \{\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}\}^T$, $\epsilon_s = \{\epsilon_{yz}, \epsilon_{xz}\}^T$ 이며 면내강성행렬 $D_p^{(\ell)}$ 과 횡전단강성행렬 $D_s^{(\ell)}$ 은 다음과 같다.

$$D_p^{(\ell)} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$D_s^{(\ell)} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

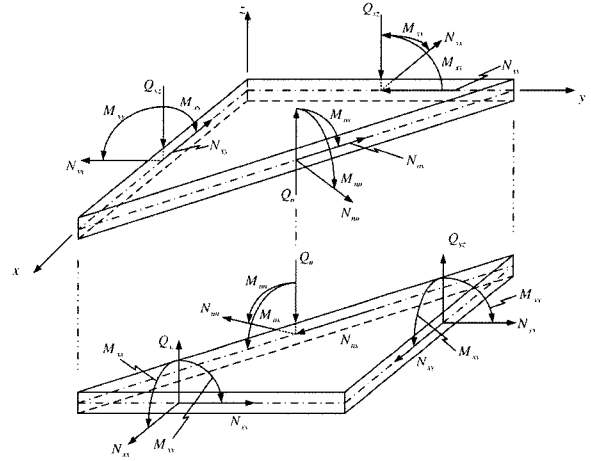
여기서 E 는 탄성계수를 나타내며 ν 는 포와송비를 나타낸다.

이때 $nlayer$ 개의 층을 가지는 판요소에서 발생하는 힘과 모멘트성분은 각 층에서 발생하는 응력을 판의 두께방향으로 적분하여 다음과 같이 구할 수 있다⁷⁾.

$$\begin{aligned} N &= \{N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}\}^T = \sum_{\ell=1}^{nlayer} \int_{z_\ell}^{z_{\ell+1}} \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}^T dz \\ M &= \{M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}\}^T = \sum_{\ell=1}^{nlayer} \int_{z_\ell}^{z_{\ell+1}} z \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}^T dz \\ Q &= \{Q_{yz}, Q_{xz}\}^T = k \sum_{\ell=1}^{nlayer} \int_{z_\ell}^{z_{\ell+1}} \{\sigma_{yz}, \sigma_{xz}\}^T dz \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 k 는 전단보정계수를 나타낸다. 따라서 판에서 발생하는 면내력과 모멘트 그리고

전단력을 도시하면 <그림 3>과 같다.



<그림 3> 판에 발생하는 힘의 성분

식 (5)를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix}, \quad Q = G \epsilon_s \quad (6)$$

여기서 $\epsilon^0 = \{\epsilon_{xx}^0, \epsilon_{yy}^0, \epsilon_{xy}^0\}$, $\kappa = \{\kappa_{xx}, \kappa_{yy}, \kappa_{xy}\}$ 이다. 그리고 강성행렬성분 A, B, D, G 는 다음과 같다.

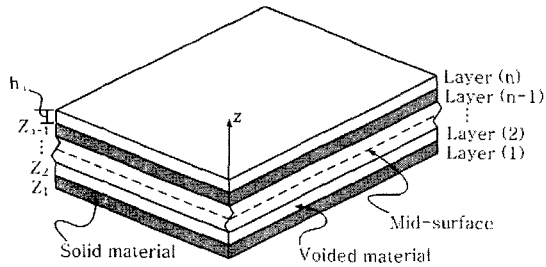
$$\begin{aligned} A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} D_p(z) dz = \sum_{\ell=1}^{nlayer} D_p^{(\ell)} (z_{\ell+1} - z_\ell) \\ B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} D_p(z) z dz = \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^{nlayer} D_p^{(\ell)} (z_{\ell+1}^2 - z_\ell^2) \\ D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} D_p(z) z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{\ell=1}^{nlayer} D_p^{(\ell)} (z_{\ell+1}^3 - z_\ell^3) \\ G_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} D_s(z) dz = \sum_{\ell=1}^{nlayer} D_s^{(\ell)} (z_{\ell+1} - z_\ell) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 h 는 전체판의 두께를 나타내고 z_ℓ 과 $z_{\ell+1}$ 은 ℓ 층의 아래면과 윗면의 z 좌표값을 나타낸다.

3. 비대칭 층 인공재료모델

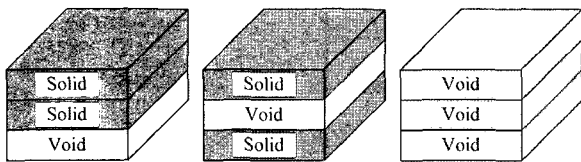
본 연구에서는 판의 위상최적화를 수행하기 위해 두께 방향으로 대칭 및 비대칭 층을 표현할 수 있는 물질을 제시하였으며 이 물질은 비어있는 층(void layer)과 채워져 있는 층(solid layer)으로 구성하였다. 본 연구에서 구성된 층 재료모델을 도시하면

<그림 4>와 같다.



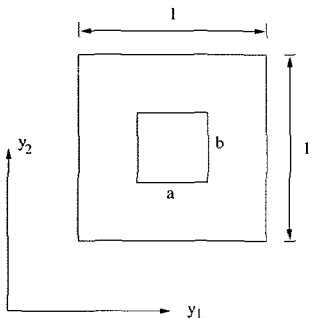
<그림 4> 층 인공재료모델로 이루어진 판

<그림 4>에 도시된 인공재료모델은 다양한 모델로 형성될 수 있는데 본 연구에서는 <그림 5>에 도시된 바와 같이 비대칭 층모델, 중공재료모델 그리고 단일층모델을 구성하고 이를 이용하였다.



<그림 5> 층 모델: (좌) 비대칭 층 모델, (중) 중공재료 모델, (우) 단일 층 모델

비어있는 층에는 다공성 물질을 적용하였고 채워져 있는 층에는 일반 고체 등방성 물질을 적용하였다. 이때 유한요소법을 사용하면 설계영역이 이산화되고 하나의 유한요소에 다공성 물질이 하나의 단위셀로 표현된다. 그리고 구조물의 전체 설계영역 Ω 는 다공성 물질의 단위셀이 반복적으로 구성되어진 것으로 가정한다. 유한요소내부에 반복되는 단위셀의 모양은 <그림 6>에 도시한 바와 같이 직사각형($a \times b$) 구멍을 가지는 것으로 가정할 수 있으나



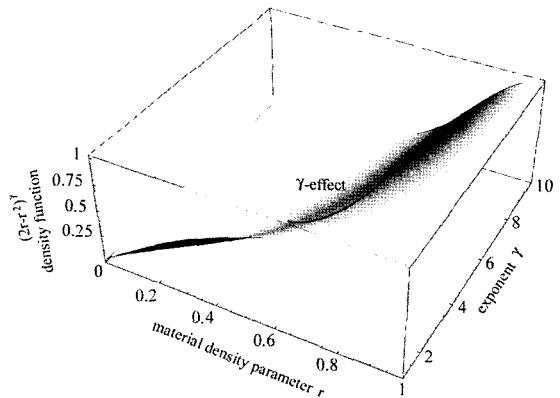
<그림 6> 미시좌표계내의 사각형 구멍을 가지는 단위셀

본 연구에서는 정사각형($a \times a$)로 가정하였다.

다공성 물질을 포함하는 판의 면내력과 횡전단력의 물성행렬 D_p^h 와 D_s^h 는 다음과 같다.

$$D_p^h = \rho(r)^\gamma D_p, D_s^h = \rho(r)^\gamma D_s \quad (8)$$

여기서 면내강성행렬 D_p 와 횡전단강성행렬 D_s 는 식 (4)에 정의되어 있으며 밀도함수는 $\rho(r) = 2r - r^2$ 이다. 그리고 재료밀도매개변수 $r = 1 - a$ 로 단위셀의 빈 공간의 크기(a)로 정의하였다. 정의된 지수형태의 밀도함수 $\rho(r)^\gamma$ 의 분포는 <그림 7>에 도시한 바와 같다.



<그림 7> 지수 γ 에 대한 밀도함수 분포도

4. 크기조절알고리즘

본 연구에서는 설계영역 Ω 내에 존재하는 다공성 물질을 재분배하기 위하여 물질의 초기부피를 일정하게 유지하면서 변형에너지를 최소화하는 최적성 기준을 사용하였다. 그리고 유한요소내부에 존재하는 각 단위셀요소의 재료밀도매개변수를 설계변수로 이용하였다. 유한요소로 이산화된 영역에서는 구조물의 재료밀도매개변수 r_e 를 가지는 요소 e 의 조합으로 표현되며 설계변수의 수는 유한요소의 수와 동일하게 된다. 따라서 구조물의 위상최적화문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } U &= \sum_{e=1}^{nel} \left[U_e = \frac{1}{2} \int \epsilon_e^T \sigma_e dV \right] \quad (9) \\ \text{subject to } V_s &= \sum_{e=1}^{nel} (2r_e - r_e^2) V_e \end{aligned}$$

여기서 아래첨자 e 는 e 번째 유한요소를 나타내며 V_s 는 설계영역 Ω 내에 물질이 채워진 영역의 물질의 부피를 말한다. 설계영역이 nel 개의 유한요소로 이산화되면 설계변수벡터는 다음과 같다.

$$r = [r_1, r_2, \dots, r_e, \dots, r_{nel}]^T \quad (10)$$

본 연구에서는 판이 두께방향으로 여러 개의 층을 가지므로 물성행렬성분을 두께방향으로 적분하여 변형에너지를 다음과 같은 형태로 정의할 수 있다.

$$U_e = \frac{1}{2} \left\{ \int_{A^{(e)}} \epsilon_m^T A \epsilon_m dA + 2 \int_{A^{(e)}} \epsilon_m^T B \kappa dA + \int_{A^{(e)}} \kappa^T D \kappa dA + \int_{A^{(e)}} \epsilon_s^T G \epsilon_s dA \right\} \quad (11)$$

여기서 ϵ_m, κ 그리고 ϵ_s 는 면내, 휨 그리고 횡전단 변형율을 나타낸다.

식 (9)에 정의된 최적화문제는 라그랑지승수를 이용하여 다음과 같이 라그랑지함수 L 로 정의된다.

$$L(r_e) = \sum_{e=1}^{nel} U_e - A \left(\sum_{e=1}^{nel} (2r_e - r_e^2) - V_s \right) - \sum_{e=1}^{nel} \lambda_r^+ (r_e - 1) + \sum_{e=1}^{nel} \lambda_r^- r_e \quad (12)$$

여기서 U_e 는 요소 e 의 변형에너지를 나타내고 $A, \lambda_r^+ = [\lambda_{r_1}^+, \lambda_{r_2}^+, \dots, \lambda_{r_{nel}}^+], \lambda_r^- = [\lambda_{r_1}^-, \lambda_{r_2}^-, \dots, \lambda_{r_{nel}}^-]$ 는 라그랑지승수이며 r_e 는 설계변수를 나타낸다. 라그랑지함수의 정상조건(stationary condition)은 최적화문제의 필요조건에 항상 만족하므로 식 (12)에 정의된 라그랑지함수 L 의 정상조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{2A(1-r_e)} \frac{\partial}{\partial r_e} \left(\sum_{i=1}^n U_i \right) = 1 \quad \text{또는} \quad B_{r_e} = 1 \quad (13)$$

식 (13)은 재료밀도매개변수와 변형에너지의 관계를 나타내는데 이를 이용하여 Bendsøe⁷⁾는 다음과 같은 크기조절 알고리즘을 제시하였다.

$$r_e^{k+1} = \begin{cases} MAX & \text{if } r_e^k (B_{r_e}^k)^n \leq MAX \\ r_e^k (B_{r_e}^k)^n & \text{if } MAX \leq r_e^k (B_{r_e}^k)^n \leq MIN \\ MIN & \text{if } MIN \leq r_e^k (B_{r_e}^k)^n \end{cases} \quad (14)$$

여기서 $MAX = \max\{(1-\zeta)r_e, 0\}$ 이고 $MIN = \min\{(1+\zeta)r_e, 1\}$ 이고 η 는 조절변수, ζ 는 이동변수 그리고 $B_{r_e}^k$ 는 k 번째 반복계산에서 $B_{r_e}^k$ 값을 나타낸다.

5. 친적화알고리즘

재료의 등질화와 최적성 기준을 이용하여 최적화 알고리즘을 형성하면 다음과 같다:

- ① 주어진 재료의 양을 이용하여 초기 설계변수 값을 계산한다. 설계변수값은 재료밀도벡터로 주어진다.
- ② 초기(또는 갱신된) 재료밀도벡터로 형성한 등질화된 물질을 사용하여 구조물의 변위값을 구한다.
- ③ 계산된 변위값을 사용하여 목적함수 U_e 를 구하고 식 (13)에서 필요한 설계변수에 대한 목적함수의 민감도를 계산한다.
- ④ 식(13)을 이용하여 라그랑지승수 A 를 구한다.
- ⑤ 초기의 부피구속조건을 체크하여 설계변수값을 갱신한다.
- ⑥ 갱신된 설계변수값이 주어진 정지조건을 만족하면 최적화를 멈추고 그렇지 않으면 ②-⑤를 반복한다.

6. 친적화 종료조건

위상최적화 알고리즘에 적합한 반복계산 종료조건은 다음과 같이 정리될 수 있다:

- ① 반복계산수: 사용자가 입력한 최대반복계산수까지만 위상최적화를 실행한다.
- ② 변형에너지 기준: 연속한 두개의 반복계산에서 계산된 변형도에너지를 이용하여 정의한 변형도에너지 기준 $|U^k - U^{k-1}| / |U^{k-1}|$ 을 사용한다. 여기서 k 는 반복계산수를 나타낸다. 변형도에너지 기준값이 입력데이터로 주어진 값보다 작으면 반복계산을 멈춘다.
- ③ 최소변형도에너지: 구조물의 변형도에너지가 주어진 최소변형도에너지값보다 작으면 반복계산을 정지한다.

7. 수치예제

본 연구를 통하여 제시된 비대칭 인공재료모델은 자체 개발한 통합구조해석설계최적화 프로그램 ISADO[®]의 위상최적화 모듈에 구현되었으며 이 절에 기술된 수치예제의 최적화결과는 ISADO를 통하여 도출하였다.

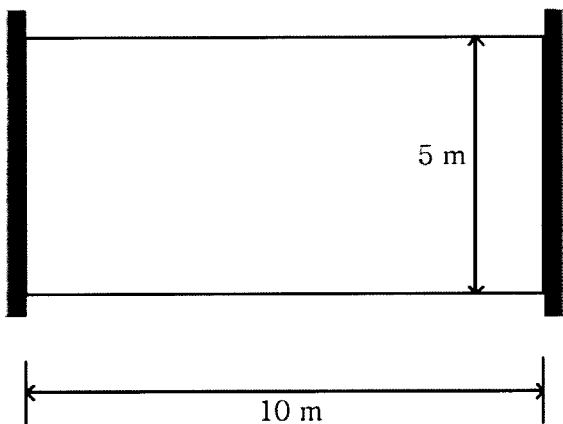
7.1 양단이 고정된 평면 판요소

9절점 일반 판요소와 도입된 층모델을 이용하여 제시된 위상최적화기법의 매개 변수를 검증하기 위하여 크기가 $10m \times 5m$ 인 직사각형의 영역을 가지는 자중에 저항하는 평면 요소를 이용하였다.

평면판요소의 형상은 <그림 8>에 도시된 바와 같으며 재료특성치는 탄성계수가 $E=10 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 이고 프와송비가 $\nu=0.3$ 이다. 그리고 자중을 계산하기 위해 사용된 재료밀도는 2400kg/m^3 이다. 변형에너지를 계산하기 위해 보를 5151개의 절점과 1250개의 판 요소로 이산화 하였다.

먼저 뚜렷한 위상을 도출하기 위해 밀도함수에 도입된 지수 γ 값을 달리 하였을 때 나타나는 최적위상에 대하여 조사하였다. 최적화에 사용된 지수값은 $\gamma=0.5, 2, 4, 6, 8, 10$ 이다. 그리고 최적정기준을 바탕으로한 크기조절알고리즘의 조절변수와 이동변수값은 각각 $\eta=1.0, \zeta=0.015$ 를 사용하였다. 초기부피의 40%를 유지하는 부피구속조건을 사용하였다.

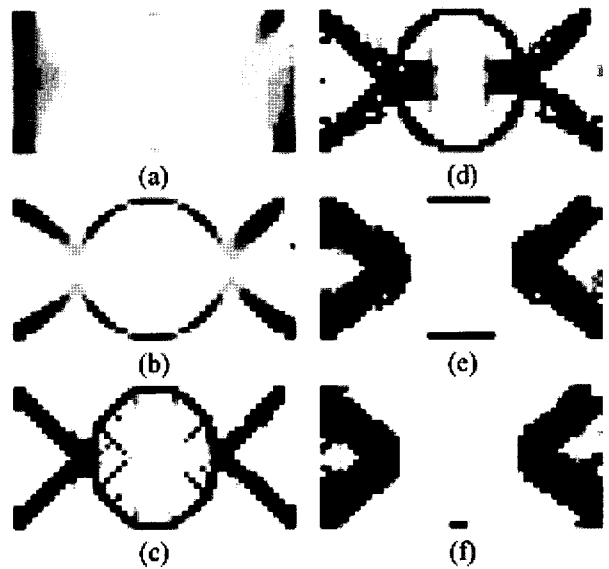
이 때 나타난 최적위상은 <그림 9>에 도시된 바와 같다. 지수 γ 값이 증가할수록 물질이 채워져 있는 부분과 비어있는 부분이 뚜렷하게 구분되는 것



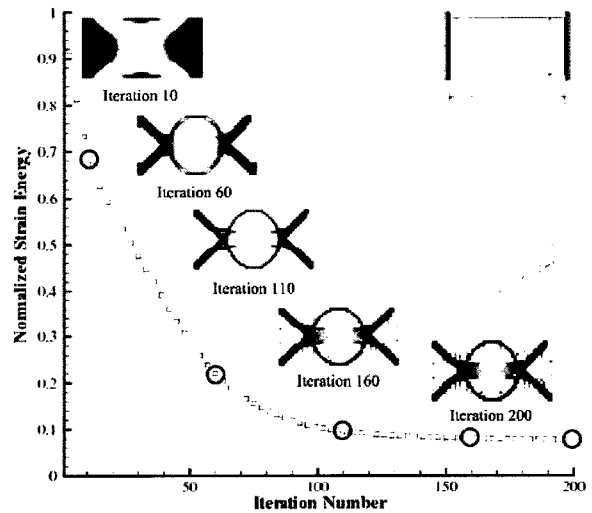
<그림 8> 양단고정 평판 판요소

을 확인할 수 있다. 지수 γ 값이 8과 10일 경우에는 물질이 채워져 있는 부분과 비어있는 부분이 뚜렷하게 구별되어 나타나는 반면 구조물에 대한 바람직한 최적위상을 얻을 수 없는 것으로 나타난다. 일반적으로 γ 는 본 연구를 통하여 3에서 6사이의 값을 선택적으로 사용할 수 있는 것으로 나타났다.

두 번째로 반복계산과정에서 나타나는 평면요소의 최적위상이력을 조사하였다. 이때 가동질화된 물질의 지수값은 $\gamma=5$ 를 택하였다. 또한 조절변수와 이동변수 그리고 초기부피는 첫 번째와 동일한 값



<그림 9> 최적화에 사용된 지수값에 따른 최적위상: (a) $\gamma=0.5$ (b) $\gamma=2$ (c) $\gamma=4$ (d) $\gamma=6$ (e) $\gamma=8$ (f) $\gamma=10$



<그림 10> 반복계산에 따른 최적위상의 이력

을 사용하였고 최적화 반복계산이 200번에 이르면 멈추게 하였다. 반복계산수에 따른 최적위상과 변형에너지 이력은 <그림 10>에 도시된 것과 같다. 반복계산이 진행될수록 변형에너지가 감소하는 것을 확인할 수 있으며 필요에 따라 반복계산수에 따른 각각의 최적위상을 선택하여 사용할 수 있다.

7.2 경계조건에 따른 판의 최적위상

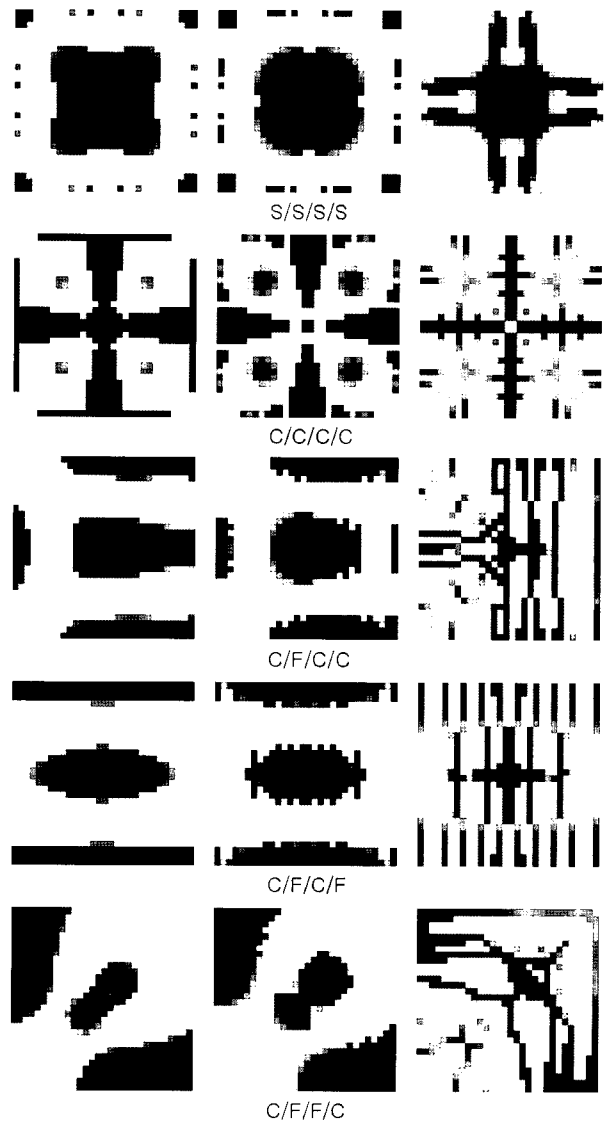
이 예제에서는 본 연구에서 제시한 비대칭 층 재료모델을 이용하여 경계조건에 따른 판의 최적위상을 조사하였다. 최적화에는 다섯 가지의 판의 경계조건을 사용하였으며 하중은 등분포하중과 판의 중앙에 집중하중을 도입하였다. 최적화에는 제 3절 <그림 5>에서 도시된 세 가지 층 모델을 적용하였다. 판의 한 변의 길이는 $4m$ 이고 전체 두께 $h=0.15m$ 이며 각 층의 두께는 동일하다. 유한요소해석 과정에서 경계조건이 C/C/C/C인 경우와 S/S/S/S인 경우는 양방향 대칭이므로 전체 판의 1/4를 사용하였고 나머지 경계조건의 경우 C/F/C/C와 C/F/C/F 그리고 C/F/F/C는 전체 판을 사용하였다. 이때 경계조건에 대한 기호 규약은 판의 제일 낮은 변에서 시작하여 시계반대방향으로 경계조건을 A/B/C/D 순서로 부여하였다. 이때 C는 고정단을 뜻하며 F는 자유단을 그리고 S는 단순지지단을 뜻한다. 판의 위상최적화를 수행하기 위해서 세 개의 층으로 이루어진 재료모델을 사용하였다.

판의 재료특성치는 탄성계수 $E=25 \times 10^6 N/m^2$ 이고 프와송비가 $\nu=0.25$ 이다. 위상최적화에 필요한 변형에너지를 계산하기 위해 전체 판을 3721개의 절점과 900개의 9절점 유한요소로 이산화하였으며 초기부피구속조건은 비어있는 층 부피의 40%로 하였다. 그리고 지수값은 $\gamma=5$ 을 택하였으며 최적화 반복계산은 200번에 이르면 멈추게 하였다.

경계조건에 따른 최적위상은 <그림 11>에 도시된 것과 같다. 수치해석결과로부터 도출된 최적위상은 판구조물에서 고려해야 할 보강재의 위치를 선정하는데 유용한 것으로 나타났다.

8. 결 론

본 연구에서는 비대칭 층 인공재료모델을 제시하



<그림 11> 경계조건에 따른 최적위상: (좌) 비대칭 층 모델, (중) 중공재료모델, (우) 단일 층 모델

고 이를 이용한 평판의 위상최적화기법을 개발하였다. 개발된 위상최적화 기법을 검증하기 위하여 위상최적화알고리즘에 이용된 매개변수에 대한 조사와 판의 위상최적화기법에 대한 수치해석을 수행하였으며 다음과 같은 세부적인 결론을 도출하였다:

- 1) 상최적화 알고리즘에 대한 매개변수 연구를 통해 지수값의 변화가 최적위상에 직접적인 영향을 미치는 것으로 나타났으며 초기부피구속조건은 변형에너지의 감소에 지배적인 역할을 하는 것으로 나타났다.

2) 판의 위상최적화에 사용된 가등화된 물질을 이용한 층 모델과 최적화알고리즘은 판의 최적위상을 효과적으로 도출할 수 있으며 도출된 위상을 통하여 보강재의 위치를 알 수 있었다. 또한 층 모델에 따라 판의 변형에너지의 감소가 달라지는 것을 알 수 있었다.

본 연구를 통하여 제시된 비대칭 층 인공재료모델을 이용한 위상최적화기법은 판의 최적설계에 유용하게 사용될 수 있는 것으로 나타났으며 또한 판 구조요소를 포함하는 구조시스템 통합설계최적화의 중요한 요소기술로 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 첨단도시개발사업비(과제번호: C106A1030001-06A050300120)로 수행되었음.

참고문헌

1. Lee, S.J., Bae, J.E. and Hinton, E., "Shell topology optimization using layered artificial material model", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol 47, pp. 843-867, 2000
2. Suzuki, K. and Kikuchi, N., "A homogenization method for shape and topology optimization", *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, Vol.93, pp.291-318, 1991
3. Belblidia, F., Lee, J. E. B, Rechak, S. and Hinton, E., "Topology optimization of plate structures using a single- or three-layered artificial material model", *Advances in Engineering Software*, Vol.32, pp.159-168, 2001
4. Reissner, E., "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", *ASME J. Appl. Mech.*, Vol.13, pp.139-142, 1945
5. Mindlin, R. D., "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates", *ASME J Appl Mech*, Vol.12, pp. 69-77, 1951
6. Lee, S.J., and Kanok_Nuchulchai W., "A nine-node assmed strain finite element for large deformation analysis", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 42, pp. 777-798, 1998
7. Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., "Generating optimal topologies in structural design using homogenization method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197~224, 1988.
8. Bae, J.E. and Lee, S.J., *Integrated Structural Analysis and Design Optimization Program ISADO: Topology Optimization Module*, SJ'mirae Ltd., 2007.