

중·고등학교 확률과 통계영역 교육에서의 R Commander의 활용

장 대 홍 (부경대학교)

장대홍(2007a, b)에서는 R 패키지에 대한 전반적인 설명과 응용에 대하여 언급하였다. 본 연구에서는 제 7차 수학과 교육과정 내의 확률 및 통계영역 목표와 내용을 중심으로 하고 제 7차 수학과 교육과정에 따라 집필된 중·고등학교 수학교과서들의 확률 및 통계단원을 참고로 하여 R Commander를 구체적으로 수업에 어떻게 적용할 수 있는지를 제안하여 보고자 한다.

I. 서론

우리나라 초·중·고등학교 수학과 교육은 1997년 교육인적자원부 고시로 제 7차 수학과 교육과정(교육인적자원부 발간)이 개정되어 현재 초·중·고등학교 현장에서 시행되어 오고 있다. 확률 및 통계교육도 이러한 수학과 교육 과정의 한 부분으로서 시행되어진다. 통계학은 관심의 대상에 대한 자료를 수집하고 정리, 요약하며, 실험이나 관측에 의하여 얻은 자료나 정보를 토대로 불확실한 사실에 대하여 과학적인 판단을 내릴 수 있도록 그 방법을 제시하는 학문이다. 이러한 통계학의 본질상 확률 및 통계교육은 귀납법적인 사고를 요구하고 컴퓨터를 통한 자료분석이 필수적으로 이루어져야 한다.

장대홍(2007a)는 R 패키지에 대한 전반적인 설명을 행하였고 초·중·고등학교 확률 및 통계교육 현장에서 학생들이 표준 통계패키지로서 R을 배운다면 고등학교 졸업 후 대학에 가거나 사회에 진출해서도 표준 통계패키지로서 R을 계속 사용할 수 있기 때문에 통계패키지 사용의 연속성이라는 측면에서도 지금 시점이 초·중·고등학교 확률 및 통계교육 표준 통계패키지로서 R을 사용할 것인지를 심각하게 고려해야 할 시점이라고 언급하였다. 장대홍(2007a, b)에서는 제 7차 수학과 교육과정 내의 확률 및 통계영역 목표와 내용을 중심으로 하고 제 7차 수학과 교육과정에 따라 집필된 1-10단계 수학교과서들, '수학 I' 과 '실용수학' 수학교과서들, 그리고 '확률과 통계' 수학교과서를 참고로 하여 R 패키지를 구체적으로 수업에 어떻게 적용할 수 있는지를 예제들을 통하여 살펴보았다.

허명희(2007)는 1장에서 'SPSS나 Minitab은 사용자 편의성을 극대화하여 거의 모든 것이 메뉴화되어

* ZDM 분류 : U22

* MSC2000 분류 : 97U20

* 주제어 : 확률과 통계 교육

있어 원하는 것을 메뉴에서 골라 콕콕 찍기만 하면 된다. 반면, R은 언어이다. 즉 말하고 듣고 쓰는 방법을 새로운 외국어를 학습하듯 배워야 한다.'라고 서술하고 있다. S-Plus는 이러한 메뉴방식을 대화식 처리방식과 병행하고 있다. 반면, R은 메뉴화되어 있지 않다. 이것을 극복하고 R 패키지를 GUI화한 것이 R Commander이다. 이 R Commander는 Fox(McMaster 대학교수)가 개발한 R 통계GUI이다(Fox(2005) 참조.). R에서의 R GUI project(http://www.sciviews.org/_rgui/)는 여러 가지 방면으로 추진되고 있고 그 중의 하나가 바로 이 R Commander이다. 이 R Commander는 기초통계학을 위한 R GUI이다. R이 무료 통계패키지인 것처럼 R Commander도 무료이므로 어느 장소, 어느 때나 컴퓨터에 저장하여 무료로 사용할 수 있다.

GUI의 장점과 단점은 통상 다음과 같이 지적되고 있다.

장점: (1) 명령어를 몰라도 메뉴판을 이용하여 통계분석을 시행할 수 있다.

(2) 명령어 입력에 오류가 없다.

단점: (1) 순차적인 메뉴나 대화상자 때문에 통계분석을 위한 명령이 지루하거나 어려워 질 수 있다.

(2) R과 관련된 수천 개의 명령어를 GUI하다 보면 미궁에 빠질 수 있다.

R을 대학교 기초통계학 수업에서 대학생들에게 한 학기 가르쳐보니 R에 대하여 신기해하면서도 R을 사용하기 위해서는 R의 명령어를 일일이 알아야 하기 때문에 배우기 어려워하는 모습들을 많이 보았다. 중·고등학생들에게도 같은 현상이 일어날 소지가 많으므로 R의 사용과 병기하여 R 패키지를 GUI화한 R Commander를 사용하는 것이 시너지효과가 클 것이라 예상된다.

본 논문을 통하여 제 7차 수학과 교육과정 내의 확률과 통계영역 목표와 내용을 중심으로 집필된 7-10단계 수학교과서들, '수학 I'과 '실용수학' 수학교과서들, 그리고 '확률과 통계' 수학교과서를 참고로 하여 R Commander를 구체적으로 수업에 어떻게 적용할 수 있는지를 예제들을 통하여 살펴보고자 한다. 2절에서는 R Commander를 구체적으로 수업에 어떻게 적용할 수 있는지를 예제들을 통하여 살펴보았다. 3절에서 결론을 맺었다.

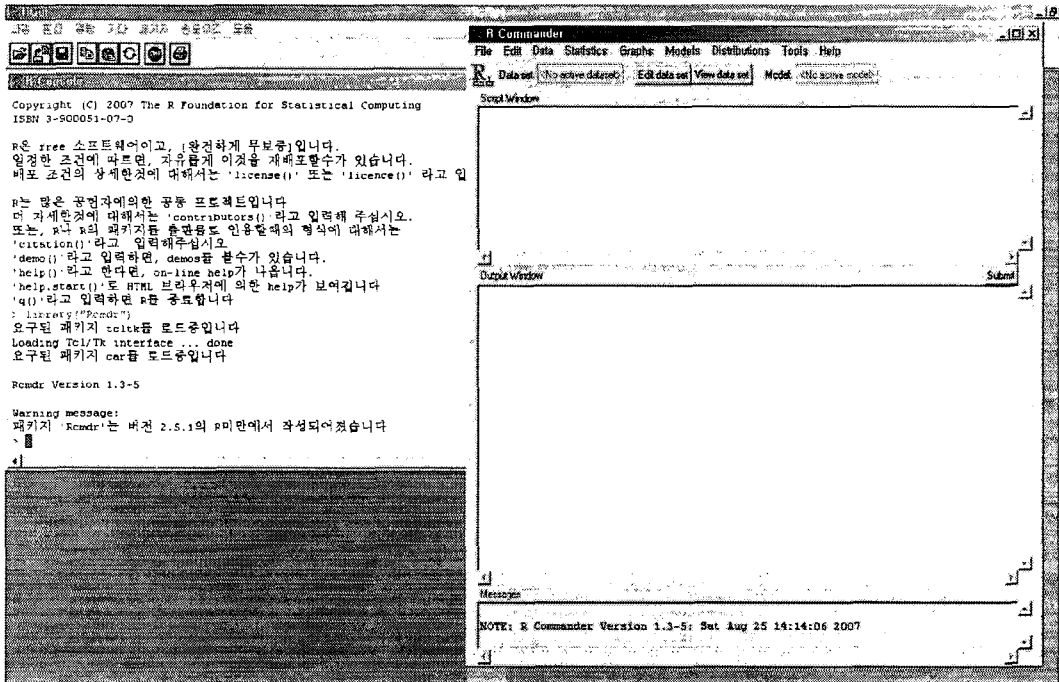
II. 확률과 통계영역 교육시 R Commander의 활용

1. R Commander의 설치와 구동

R Commander는 2007년 8월 25일 현재 버전 1.3-5로 발표되고 있다. R Commander를 설치하기 위해서는 다음과 같은 순서를 따라 가면 된다.

1. 메뉴판에서 '패키지'를 선택한다.
2. pop-up 메뉴 중 'CRAN 밀러사이트의 설정'을 선택한다.
3. 잠시 후에 나타나는 pop-up 창(CRAN mirror)에서 'USA(CA 1)'을 선택한 후 'OK'를 누른다.
4. 메뉴판에서 '패키지>package(s) 인스톨'을 선택한다.
5. 잠시 후에 나타나는 pop-up 창(Packages)에서 'Rcmdr'을 선택한 후 'OK'를 누른다.
6. 인스톨이 끝나면 R console 상에서 >library('Rcmdr')이라고 타이핑한 후 ENTER 키를 누르면 pop-up 창(R Commander)가 나타난다.

위와 같은 순서로 R Commander를 설치하면 다음 <그림 1>과 같은 pop-up 창인 초기화면이 나타난다.



<그림 1> R Commander 초기화면

R Commander를 더 이상 쓰지 않고 빠져 나올 때는 R Commander 창 상단 오른쪽에 있는 탈출 버튼을 누르면 'Exit?'라는 pop-up창이 뜬다. 이 때 'OK'를 누르면 R Commander에서 빠져 나오게 된다.

2. R Commander의 구성

R Commander는 다음 <그림 2>와 같이 script window, output window, message window 세 가지 창으로 나뉜다.

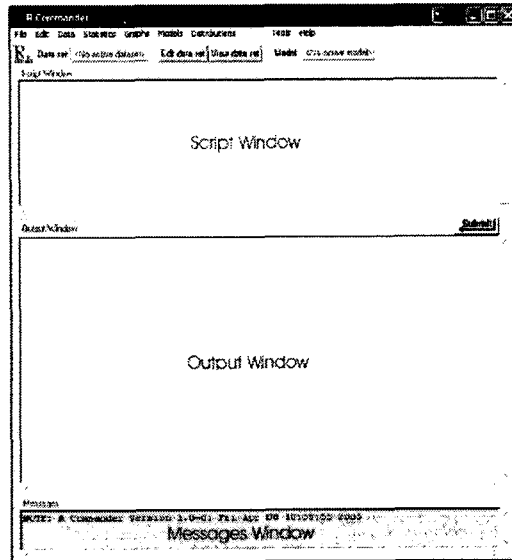


Figure 1: The R Commander window at start-up, showing the Script, Output, and Messages sub-windows.

<그림 2> R Commander에서의 3개의 창

script window는 R commander GUI에 의하여 생성되는 R 명령어가 나타나는 창(메뉴판에서 명령을 선택하였을 때 이에 해당하는 R 명령어가 나타나는 창)이고 output window는 특정 통계기법을 사용하였을 때의 결과를 나타내는 창이고 message window는 에러메시지, 경고메시지, 노트(시작메시지(버전정보) 등)를 나타내는 창이다.

R Commander는 9개의 주 메뉴(File, Edit, Data, Statistics, Graphs, Models, Distributions, Tools, Help)가 있고 각 주 메뉴에는 부메뉴들이 있다. Statistics 메뉴에는 Summaries(기초통계량, 분포함수, 상관계수행렬, 상관계수검정, 정규성검정), Contingency tables(범주형자료분석), Means(분산분석, 일표본 및 이표본 모평균검정), Proportions(일표본 및 이표본 모비율검정), Variances(이표본 모분산검정), Nonparametric tests(비모수검정), Dimensional analysis(변량분석), Fit models(회귀분석, 일반화선형모형)

이 있다. Graphics 메뉴에는 index plot(색인그림), Histogram(히스토그램), Stem-and-leaf plot(줄기-잎 그림), Boxplot(상자그림), Quantile-comparison plot(분위수그림), Scatterplot(산점도), Scatterplot matrix(산점도행렬), Line graph(찍은선그래프), Bar graph(막대그래프), Pie chart(원형그래프), 3D graph(3차원 산점도)가 있다. Distributions 메뉴에는 다음 <표 1>과 같은 연속형과 이산형 분포들 각각에 대하여 분위수, 누적분포함수, 분포(확률질량함수나 확률밀도함수)의 그림, 분포에 따른 난수를 구하는 부메뉴들이 있다. 메뉴판의 Help 메뉴를 선택하면 pop-up 메뉴가 나오는 데 이 중 'Introduction to the R Commander'를 선택하면 R Commander 매뉴얼이 pdf파일로 제공된다.

<표 1> R Commander에서의 분포

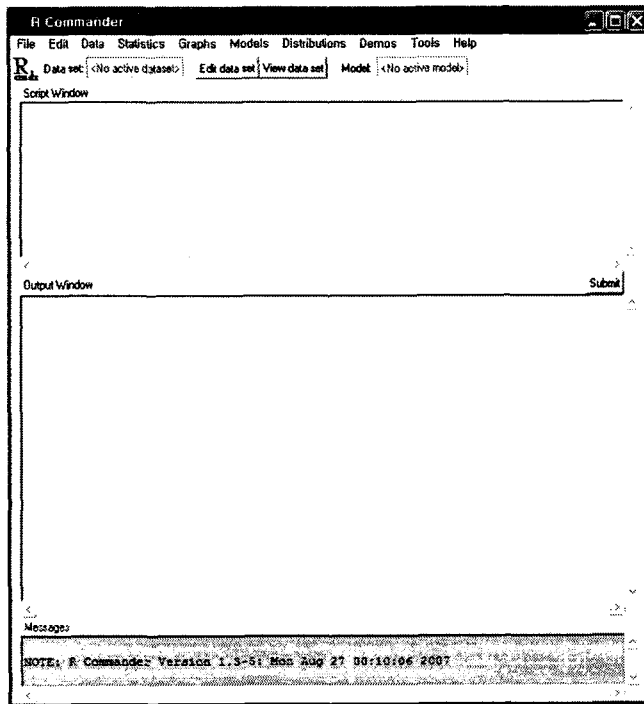
형태	R에서의 명칭	분포
연속형	Normal	정규분포
	t	t-분포
	Chi-squared	카이제곱분포
	F	F-분포
	Exponential	지수분포
	Uniform	(연속적) 균등분포
	Beta	베타분포
	Cauchy	코시분포
	Logistic	로지스틱분포
	Lognormal	로그정규분포
	Gamma	감마분포
	Weibull	와이블분포
	Gumbel	검벨분포
이산형	Poisson	포아송분포
	Geometric	기하분포
	Hypergeometric	초기하분포
	Negative binomial	음이항분포

R Commander에 교수테모(teaching demos)가 들어가 있는 R GUI가 데모가 있는 R Commander('RcmdrPlugin.TeachingDemos')이다. R console 상에서 >library('RcmdrPlugin.TeachingDemos')이라고 타이핑한 후 ENTER 키를 누르면 다음 <그림3>과 같은 pop-up 창이 나타난다. R Commander와 다른 점은 다음과 같다.

1. 9개의 주 메뉴(File, Edit, Data, Statistics, Graphs, Models, Distributions, Tools, Help)외에 'Demos'라는 주메뉴가 있고 이 'Demos' 메뉴 하에 7개의 데모용 부메뉴(Central limit theorem(중심극한정리 데

모), Confidence interval for the mean(모평균에 대한 신뢰구간 데모), Power of the test(검정력 데모), Flip a coin(동전던지기 데모), Roll a die(주사위굴리기 데모), Simple linear regression(단순선형회귀분석 데모), Simple correlation(상관계수 데모))가 있다.

2. 주 메뉴 'Distributions' 하에 연속형과 이산형 분포들 각각에 대하여 분위수, 누적분포함수, 분포(확률질량함수나 확률밀도함수)의 그림, 분포에 따른 난수를 구하는 부메뉴들외에 'Visualize distributions'라는 부메뉴가 있다. 4가지 분포(이항분포, 정규분포, t-분포, 감마분포)에 대하여 모수들을 조정해가며 분포들의 변하는 모습을 실시간으로 동적그래픽스로 구현하여 볼 수 있다.



<그림 3> 데모가 있는 R Commander 초기화면

3. 자료의 입출력

자료파일은 R Commander 내에 있는 편집기를 이용하여 만들 수도 있고 외부파일을 불러올 수도 있다. 외부파일은 header(변수이름을 설정한 부분)가 있을 수도 있고 없을 수도 있다. header가 없는 외부

파일에서 읽혀 들인 dataset를 열어보면 변수이름이 이상하게 들어가 있다. 변수이름을 다시 고쳐야 한다. header가 있는 경우는 전혀 문제가 되지 않는다.

다음 자료는 2004년 아테네올림픽 대회에 참가한 우리나라 임원과 선수들의 종목별 인원수이다.

종목	임원	선수	합계
근대5종	1	2	3
농구	2	11	13
레슬링	4	9	13
배구	2	12	14
배드민턴	5	15	20
복싱	3	7	10
사격	6	16	22
사이클	2	5	7
수영	5	22	27
승마	1	4	5
양궁	4	6	10
역도	4	8	12
요트	1	4	5
유도	4	27	31
육상	5	19	24
조정	1	2	3
체조	2	7	9
축구	2	18	20
탁구	4	9	13
태권도	2	4	6
테니스	1	2	3
펜싱	4	10	14
하키	4	32	36
핸드볼	4	30	34

이 자료를 R Commander 내에 있는 편집기를 이용하여 입력하고 '아테네올림픽'이라는 이름으로 저장하려면 다음과 같이 하면 된다.

1. 메뉴판에서 'Data'를 선택한다.
2. pop-up 메뉴 중 'New data set'을 선택한다.
3. 잠시 후에 나타나는 pop-up 창 'Enter name for data set' 다음에 '아테네올림픽'이라고 입력한 후 'OK'를 누른다.
4. 나타나는 R 자료에디터에 자료를 입력한다. 우선 자료에디터의 각 열의 상단에 각 변수명을 입력한

다. 예로 var1에 커서를 갖다 놓고 마우스의 왼쪽 버튼을 누르면 R 변수에디터가 나타난다. '변수이름' 다음에 '종목'이라고 입력하고 '유형'을 'character'로 되어 있는 지 확인한다. var2에 커서를 갖다 놓고 마우스의 왼쪽 버튼을 누르면 R 변수에디터가 나타난다. '변수이름' 다음에 '임원'이라고 입력하고 '유형'을 'numeric'으로 바꾼다. 변수명 '선수'와 '합계'도 입력한 후 자료를 차례로 입력한다.

5. 자료의 입력이 끝나면 메뉴판에서 'File'을 선택한다.
6. pop-up 메뉴 중 'Save R workspace as'를 선택한다.
7. 적당한 파일이름(확장자: .Rdata)을 명명하여 저장한다.
8. 나중에 '아테네올림픽' 자료를 이용하고 싶으면 메뉴판에서 'Data'를 선택한 후 pop-up 메뉴 중 'Load data set'을 선택한다. 그 후 적당한 파일이름(확장자: .Rdata)을 부르면 된다.

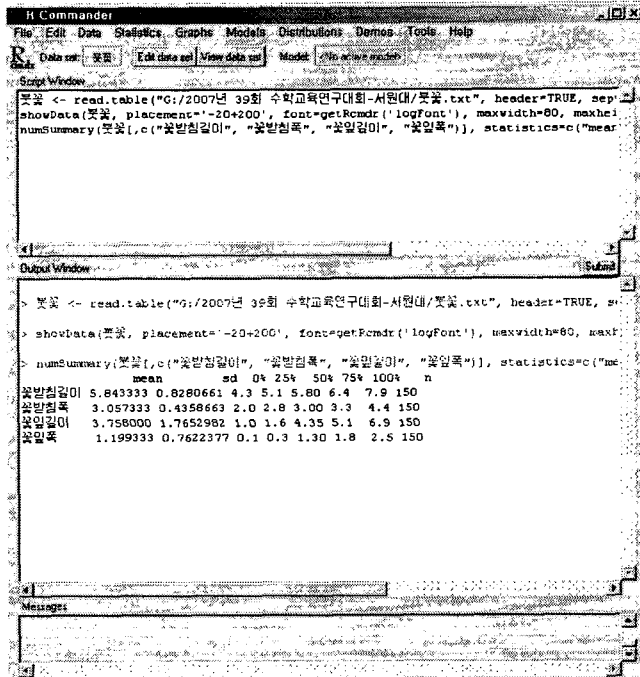
이 자료가 '아테네올림픽'이라는 외부파일(확장자: .txt)로 저장되어 있는 경우 다음과 같은 순서로 R Commander 내로 불러온다.

1. 메뉴판에서 'Data'를 선택한다.
2. pop-up 메뉴 중 'Import data>from text file or clipboard'을 선택한다.
3. 잠시 후에 나타나는 pop-up 창 'Read Data From Text File or Clipboard' 내의 'Enter name for data set' 다음에 '아테네올림픽'이라고 입력한 후 'OK'를 누른다.

4. 통계분석의 실행

붓꽃자료(iris data)는 5개의 변수(꽃받침길이(sepal length), 꽃받침폭(sepal width), 꽃잎길이(petal length), 꽃잎폭(petal width), 붓꽃종류(1: Iris-setosa, 2: Iris-versicolor, 3: Iris-virginica))로 구성되어 있다. 이 자료를 대상으로 데모가 있는 R Commander를 사용하여 자료분석을 해 보자.

<예제 1> 다음 <그림 4>는 4개의 변수 꽃받침길이, 꽃받침폭, 꽃잎길이, 꽃잎폭에 대하여 Statistics>Summaries>Numerical summaries 메뉴를 선택한 결과를 나타낸다. 4개의 변수 각각에 대하여 수치적 요약(산술평균, 표준편차, 최소값, 제 1, 2, 3 사분위수, 최대값, 표본의 크기)이 output window에 파란색으로 나타나 있음을 알 수 있다. 자료의 중심을 나타내는 측도와 자료의 흩어진 정도를 나타내는 측도를 동시에 알 수 있게 된다. 이 예제를 통하여 다음 <표 2>와 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 훈련할 수 있게 된다.

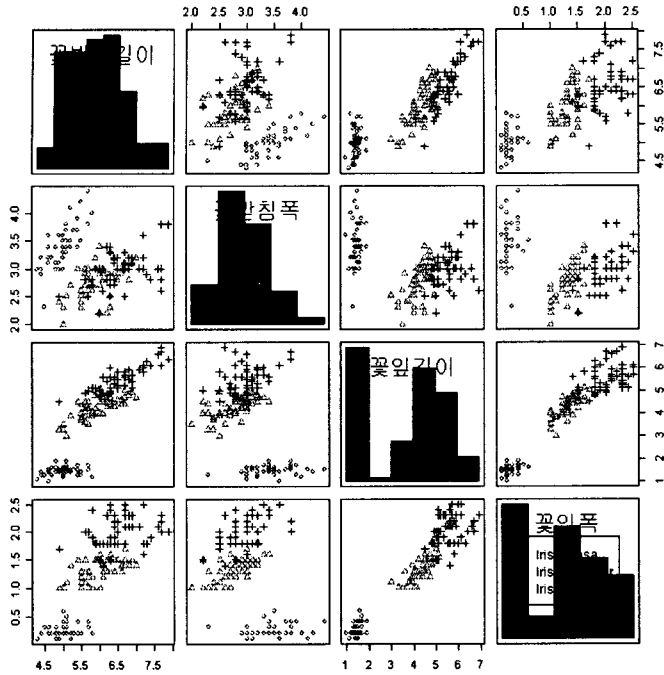


<그림 4> 꽃꽃 자료 4개의 변수들에 대한 기초통계량들

<표 2> 예제 1과 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

통계적 개념	단계
최소값, 최대값	2단계, 7단계, 확률과 통계
산술평균	5단계, 7단계, 실용수학, 확률과 통계
표준편차	10단계, 실용수학, 확률과 통계
중앙값	확률과 통계
범위	7단계, 확률과 통계

<예제 2> 다음 <그림 5>는 4개의 변수 꽃받침길이, 꽃받침폭, 꽃잎길이, 꽃잎폭에 대하여 Graphs>Scatterplot matrix 메뉴를 선택한 결과이다. 그래프는 graphic device window라는 별도의 그래픽 창에 나타난다. 4개의 변수들에 대한 산점도행렬을 볼 수 있고 세 종류의 꽃꽃을 구별하여 각 산점도를 그렸다. 대각선 상에는 각 변수에 대한 히스토그램이 그려져 있다. 이 예제를 통하여 다음 <표 3>과 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 혼련할 수 있게 된다.

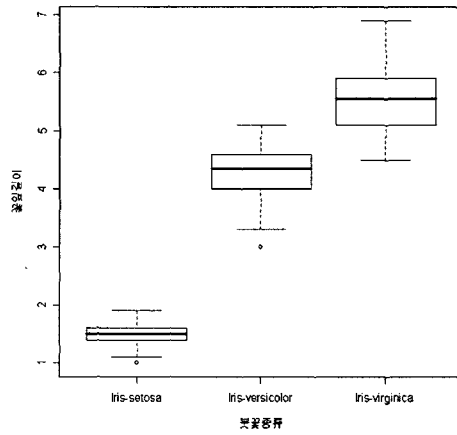


<그림 5> 붓꽃 자료 4개의 변수들에 대한 산점도행렬

<표 3> 예제 2와 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

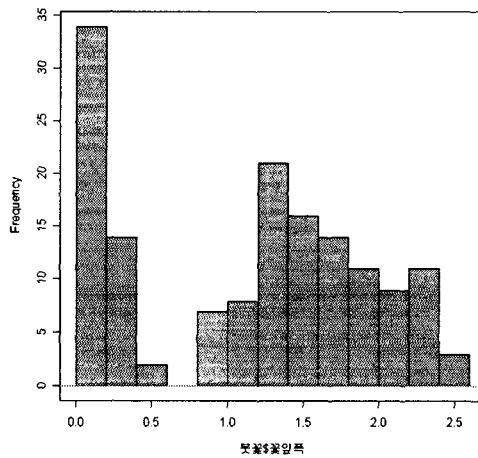
통계적 개념	단계
히스토그램	7단계, 확률과 통계
산점도	9단계

<예제 3> 다음 <그림 6>은 변수 꽃잎길이에 대하여 Graphs>Boxplot 메뉴를 선택한 결과이다. 3 가지 붓꽃종류에 따른 상자그림을 서로 비교하여 볼 수 있다. 이 상자그림은 제 7차 수학과 교육과정에는 없는 그래픽 도구이나 여러 집단을 동시에 비교하는 데는 줄기와 잎 그림이나 히스토그램보다 더 수월한 그래픽 도구이다.



<그림 6> 상자그림

<예제 4> 다음 <그림 7>은 변수 꽃잎폭에 대하여 Graphs>Histogram 메뉴를 선택한 결과이다. 대략 2개의 군집을 관측할 수 있다. 우리는 옵션을 통하여 계급의 개수를 조정할 수 있다. 이 예제를 통하여 다음 <표 4>와 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 훈련할 수 있게 된다.

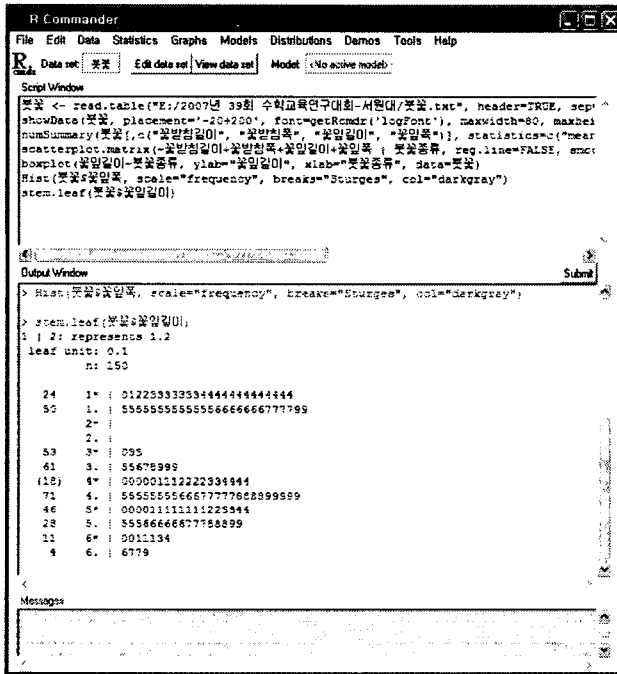


<그림 7> 히스토그램

<표 4> 예제 4와 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

통계적 개념	단계
히스토그램	7단계, 확률과 통계

<예제 5> 다음 <그림 8>은 변수 꽃잎길이에 대하여 Graphs>Stem-and-leaf display 메뉴를 선택한 결과이다. 이 예제를 통하여 다음 <표 5>와 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 훈련할 수 있게 된다.



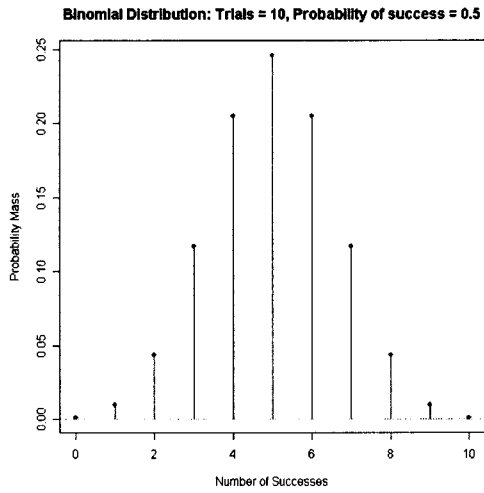
<그림 8> 줄기-와-잎 그림

<표 5> 예제 5와 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

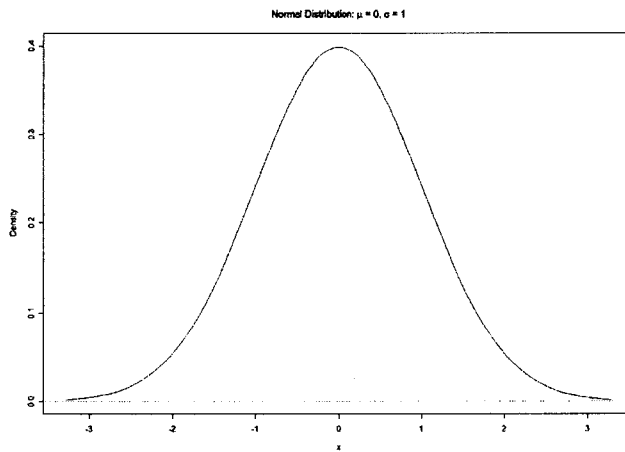
통계적 개념	단계
줄기-와-잎 그림	5단계, 확률과 통계

<예제 6> 다음 <그림 9>는 Distributions>Discrete distributions>Binomial distribution>Plot binomial distribution 메뉴를 선택한 후 시행횟수를 10으로, 성공률을 0.5로 지정하여 그린 이항분포의 확률질량함수이다. 다음 <그림 10>은 Distributions>Continuous distributions>Normal distribution>Plot normal

distribution 메뉴를 선택한 후 평균을 0으로, 표준편차를 1로 지정하여 그린 표준정규분포의 확률밀도함수이다. 이 예제를 통하여 다음 <표 6>과 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 훈련할 수 있게 된다.



<그림 9> 이항분포의 확률질량함수



<그림 10> 표준정규분포의 확률밀도함수

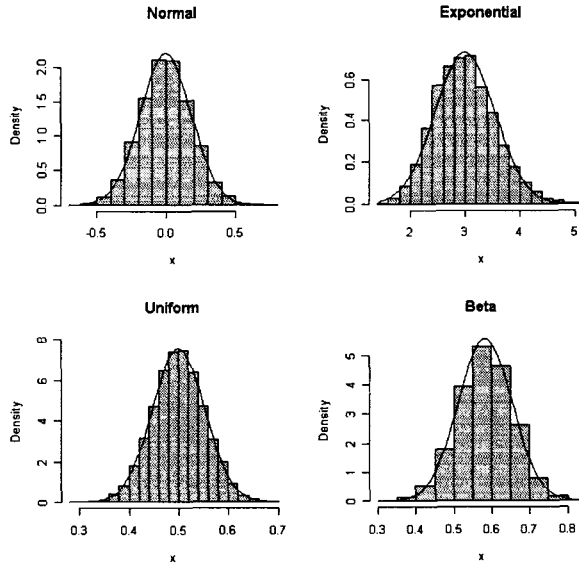
<표 6> 예제 6과 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

통계적 개념	단계
이항분포	수학 I, 실용수학, 확률과 통계
정규분포	수학 I, 실용수학, 확률과 통계

<예제 7> 주메뉴 'Demos'를 이용하여 중심극한정리를 시뮬레이션으로 시행하여 보자. Demos>Central limit theorem을 선택한 후 표본의 크기를 30개 지정하면 다음 <그림 11>과 같은 그림이 나타난다. 이 그림은 4개의 모집단 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포, $\lambda = \frac{1}{3}$ 인 지수분포(오른쪽으로 치우친 분포), 균등분포 $U(0,1)$ (꼬리가 없고 평평한 분포), $\alpha = 0.35, \beta = 0.25$ 인 베타분포(왼쪽으로 치우친 분포) 각각에 대하여 다음과 같은 작업을 수행한 결과이다.

1. 표본을 30개 뽑아 표본평균을 구한다.
2. 1의 작업을 10,000 번 시행한다.
3. 10,000개의 표본평균을 이용하여 계급의 개수가 16개인 히스토그램을 그린다.

sample size = 30



<그림 11> 중심극한정리

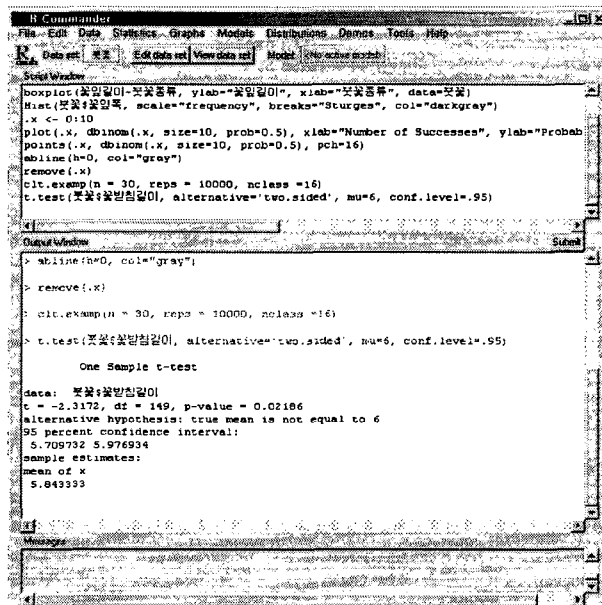
모집단의 모습이 어떠한지 표본의 크기가 크면 표본평균의 분포는 정규분포를 따름을 확인할 수 있다.

이 예제를 통하여 다음 <표 7>와 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 훈련할 수 있게 된다.

<표 7> 예제 7과 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

통계적 개념	단계
중심극한정리	수학 I, 확률과 통계

<예제 8> 붓꽃자료 변수 꽃받침길이에 대상으로 모평균에 대한 95% 신뢰구간을 구하여 보자. 데모가 있는 R Commander에서는 양측검정을 시행하면 (양측)신뢰구간을 구하여준다. 우선 양측검정 $H_0 : \mu = 6, H_1 : \mu \neq 6$ 을 시행한다고 하자. 데모가 있는 R Commander에서는 정규검정은 없고 t-검정만 있다. 표본의 크기가 크면 t-검정은 정규검정과 유사해진다. Means>Single sample t-test를 선택한 후 나타나는 pop-up 메뉴에서 null hypothesis: mu 다음에 6을 기입한 후 'OK'를 누르면 다음 <그림 12>와 같은 양측검정 결과가 나타난다. 모평균에 대한 95% 신뢰구간이 (5.710, 5.977)이 됨을 알 수 있다. 이 예제를 통하여 다음 <표 8>과 같은 수학 교과서 내의 통계적 개념을 훈련할 수 있게 된다.

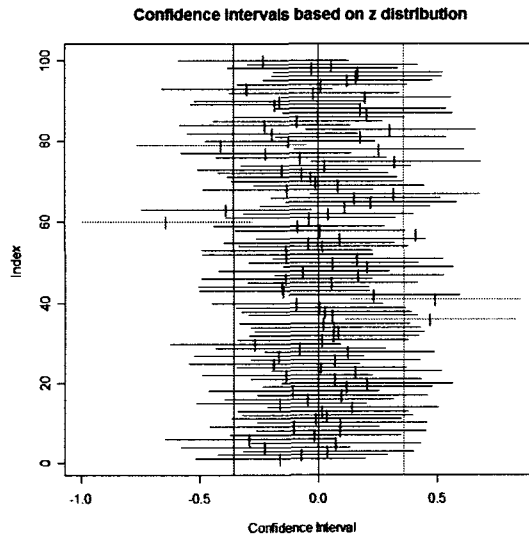


<그림 12> 모평균에 대한 95% 신뢰구간

<표 8> 예제 8과 관련된 수학 교과서 내의 통계적 개념

통계적 개념	단계
신뢰구간	수학 I, 확률과 통계

우리는 신뢰구간의 의미를 알기 위한 시뮬레이션을 시행하여 볼 수 있다. 우선 Demos>Confidence interval for the mean을 선택한다. 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규모집단에서 표본을 30개 뽑는 작업을 100번 시행하였을 때의 95% 신뢰구간들을 다음 <그림 13>에서 확인하여 볼 수 있다. 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규모집단에서 표본을 뽑았어도 0을 포함하지 않는 신뢰구간이 총 6개 나타나고 있다. 표본에 따라 신뢰구간의 폭은 일정하나 신뢰구간의 한 가운데, 즉 표본평균은 다르게 나타남을 알 수 있다.



<그림 13> 95% 신뢰구간의 의미

III. 결론

우리는 2절에서 R의 GUI인 R Commander를 구체적으로 수업에 어떻게 적용할 수 있는지를 예제들을 통하여 살펴보았다. R Commander의 한글화가 이루어지면 중·고등학교 학생 및 교사들이 교과서를 통한 통계분석을 시행할 때 좀 더 도움을 받을 수 있을 것이다.

참고문헌

- 장대홍 (2007a). 초·중·고등학교 확률 및 통계영역 교육에서의 R 통계패키지의 활용(Ⅰ), 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 21, pp.199-225.
- 장대홍 (2007b). 초·중·고등학교 확률 및 통계영역 교육에서의 R 통계패키지의 활용(Ⅱ), 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 21, pp.227-270.
- 허명희 (2007). R을 사용한 탐색적 자료분석, 자유아카데미.
- Fox, J. (2005). The R Commander: A Basic-Statistics Graphical User Interface to R, Journal of Statistical Software, 14, pp.1-42.

An Application of R Commander on Probability and Statistics Educaton in Middle and High School Mathematics

Jang, Dae-Heung

Division of Mathematical Sciences, Pukyong National University, Busan Korea, 608-737

E-mail: dhjang@pknu.ac.kr

Jang(2007a, b) described the overall explanation about R statistical package and application on probability and statistics education. With referring the contents of the 7th national mathematics curriculum, we suggest the plan for applications of R Commander on probability and statistics education in middle and high school mathematics.

* ZDM classification : U22

* 2000 Mathematics Classification : 97U20

* key word : the education of probability and statistics