韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 21집 제 3호, 2007. 9. 431-450

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 21, No. 3, Sep. 2007. 431-450

격자점 과제지 활동에서 나타난 중학생의 다각형 개념에 대한 연구

홍 성 관 (부산대학교)
하 정 임 (부산영선중학교)
박 철 호 (부산사대부속고등학교)

다각형은 초등학교 2학년부터 중학교까지 폭넓게 다루어지고 있는 기하영역의 교육과정 주제이다. 본 연구에서는 격자점 과제지 활동을 통하여 다각형의 정의와 다각형의 넓이를 구하는 과정에서 나타난 결과를 분석하여 논증기하를 시작하는 중학교 2학년 학생들의 다각형 개념에 대하여 탐구하였다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

세모 모양, 네모 모양 등 다각형의 용어와 관련된 표현들이 학교기하 영역에서는 2-가 단계에 나타나고 있으며, “3개의 선분으로 둘러싸인 도형을 삼각형이라 한다”는 표현들도 이미 2-가 단계에서 이루어지고 있다. 다각형과 관련된 내용들은 2-가 단계에서부터 9-나 단계의 중학교 교과과정까지 여러 학년에 걸쳐 다루어지는 주제이며, 전형식적(preformal)이고 암묵적인 표현을 포함하여 다루어지고 있다. 학생들은 중학교 7-나 단계에서 다각형의 정의와 다각형의 성질을 관찰하는 과정을 배웠다. 중학교 2학년 과정인 8-나 단계에서 학생들은 정의와 기본 가정을 전제로 하여 논증 기하를 배운다. 주어진 정의를 정확히 이해하는 것이 논증기하에서 특히 중요하기 때문에 논증기하를 시작하는 중학교 2학년 학생들이 주어진 정의를 어느 정도 정확하게 이해하고 있는지를 살펴볼 필요가 있다. 본 연구에서는 다각형을 소재로, 그에 관한 정의와 넓이에 관한 격자점 과제지를 구성한 뒤, 그 해결 과정과 결과를 분석하여 논증기하를 시작하는 중학교 2학년 학생들의 다각형에 대한 개념이 어떻게 형성되어 있는지를 탐구하려 한다.

제 I장에서는 연구의 목적과 필요성, 본 논문이 어떻게 구성되어 있는지에 대해 밝힌다. 제 Ⅱ장에서는 중학교 기하영역 교육에 암묵적으로 가정되어 있는 기본 가정에 대해 분석하여 중학교 학생들이 어떤 공리적 표현으로 다각형의 정의와 다각형의 넓이를 나타내고 있는지를 알아본다. 제 Ⅱ장은

* ZDM 분류 : E43
* MSC2000 분류 : 97C30
* 주제어 : 다각형

중학교 논증기하의 기본 가정에 대해 분석한 권석일(2006,2007)의 연구 내용을 참고로 하였다. 제 Ⅲ장에서는 다각형이라는 용어가 가지고 있는 의미가 무엇이며, 학교 교육과정에서는 다각형의 용어가 어떻게 표현되어지고 있는지를 여러 교재를 비교하며 살펴본다. 또 중학교 교육과정에서는 일반적으로 '평면에서 선분으로 둘러싸인 도형'을 다각형이라 표현하고 있는데, 교과서 이외의 자료에서는 어떻게 정의하고 있는지를 비교 관찰한다. 제 Ⅳ장에서는 학생들이 문항에 반응한 사례들을 분석한다. 일정기간 동안 2학년 학생들을 관찰한 후 문항지를 개발하여 1차로 4개의 문항으로 이루어진 문항지로 학생들의 다각형 개념에 관해 검토하였다. 그 후 격자점 과제지를 활용하여 활동 과정에서 나타나는 학생들의 다각형 개념을 종합적으로 살펴본다.

Ⅱ. 중학교 기하의 기본 가정

권석일(2006)의 연구에 의하면 기하학이 중등학교에서 가르쳐지기 시작한 이래로, 기하 교재의 공리 및 공준의 변천사는 기본 가정의 목록이 확대되어 가는 역사라고 할 수 있다. 18세기 후반 Legendre의 교과서가 나오기 전까지 'Euclid원론'이 거의 유일한 논증기하 교재였다. 'Euclid원론'은 다섯 개의 공준과 다섯 개의 공리를 가정하고 있으나 Legendre는 산술을 기하에 도입하려고 하였기 때문에 공리와 공준을 변화시켰다고 한다. 현재 우리나라 학교수학의 기하영역에서 공리와 공준의 역할을 수행하는 기본 가정은 크게 3가지이다. 첫째, Euclid의 공리와 공준이고 둘째, Legendre[1]의 공리와 공준이며 셋째, Birkhoff의 공리에게서 그 기원을 찾을 수 있는 것들이다.

1. Euclid와 Legendre의 공리, 공준

Euclid와 Legendre의 공리, 공준은 <표 1>과 같이 가정되어 있다.

<표 1> Euclid와 Legendre의 공리, 공준

	Euclid	Legendre
공리	1. 같은 것과 같은 것은 서로 같다. 2. 같은 것에 같은 것을 더하면, 그 합하여진 전체도 같다. 3. 같은 것에 같은 것을 빼면, 그 나머지도 같다. 4. 서로 일치하는 것은 같다. 5. 전체는 부분보다 크다.	1. 같은 것과 같은 것은 서로 같다.(Euclid공리 1) 2. 같은 것에 같은 것을 더하면, 그 합도 같다.(Euclid공리 2) 3. 같은 것에 같은 것을 빼면, 그 차도 같다.(Euclid공리 3) 4. 다른 것에 같은 것을 더하면, 그 합은 다르다. 5. 다른 것에서 같은 것을 빼면, 그 차는 다르다. 6. 같은 것에 같은 것을 곱하면, 그 곱은 같다. 7. 같은 것을 같은 것으로 나누면, 그 몫은 같다. 8. 전체는 어떤 부분보다 크다.(Euclid공리 5) 9. 전체는 부분 모두의 합과 같다. 10. 모든 직각은 같다.(Euclid공준 4)

1) Davies가 1866년 영어로 번역하여 출판한 책, Legendre의 논증기하 교재

		11. 두 점을 지나는 직선은 오직 하나 그릴 수 있다.(Euclid공준 1) 12. 임의의 두 점 사이의 최단거리는 그 두 점을 연결하는 직선 위에서 측정된다. 13. 같은 점에서는 주어진 선에 평행한 선을 오직 하나만 그릴 수 있다.(Euclid의 제 5공준과 동치)
공준	1. 임의의 점으로부터 임의의 점으로 직선을 그을 수 있다. 2. 유한한 직선(선분)을 얼마든지 길게 늘일 수 있다. 3. 임의의 점과 임의의 거리로(임의의 길이를 반지름으로 하여) 원을 그릴 수 있다. 4. 모든 직각은 서로 같다. 5. 두 직선이 있고 다른 한 직선이 이 두 직선과 만날 때, 어느 한 쪽에 있는 내각(의 크기의 합)이 두 개의 직각(2직각)보다 작게 된다고 하자. 이 경우 두 직선은, 무한히 늘린다면 내각(의 크기의 합)이 두 개의 직각(2직각)보다 작은 쪽에서 만난다.	1. 임의의 두 점을 지나는 직선을 그릴 수 있다.(Euclid공준 1) 2. 직선은 어느 길이로든 연장할 수 있다.(Euclid공준 2) 3. 두 선(의 길이)이 같지 않다면, 작은 쪽의 길이를 큰 쪽에 표할 수 있다. 4. 선은 이등분될 수 있다. 즉 두 개의 같은 부분으로 나눌 수 있다. 5. 각은 이등분될 수 있다. 6. 주어진 선에 대하여, 그 선 위의 점에서든 밖의 점에서든 수선을 그릴 수 있다. 7. 주어진 선에 대하여, 주어진 각과 같은 각을 이루는 선을 그릴 수 있다. 8. 주어진 점을 지나면서 주어진 선에 평행한 선을 그을 수 있다. 9. 원은 중심이 되는 임의의 점과, 임의의 반지름으로부터 그려질 수 있다. (Euclid공준 3) 10. 평면 위의 임의의 점에서도, 평면 밖의 임의의 점에서도 평면에 수직인 직선을 그릴 수 있다.

권석일(2007)에 연구에 따르면, Legendre에 의해 추가된 공리 및 공준은 크게 두 가지로 <표 2>와 같이 나누어진다.

<표 2> Legendre에 의해 추가된 공리 및 공준의 특징

가설적 작도를 보장해 주는 공준	산술적 내용을 기하에 적용
(공준 4) 직선은 이등분될 수 있다. (공준 5) 각은 이등분될 수 있다. (공준 6) 주어진 직선에 대하여 그 직선 위의 점에서든지 그 직선 밖의 점에서든지 수선을 그을 수 있다. (공준 7) 주어진 직선에 대하여, 주어진 각과 같은 각을 이루는 선을 그릴 수 있다.	(공리 4) 다른 것에 같은 것을 더하면, 그 합은 다르다. (공리 6) 같은 것에 같은 것을 곱하면, 그 곱은 같다. (공리 7) 같은 것을 같은 것으로 나누면, 그 몫은 같다. (공리 9) 전체는 부분 모두의 합과 같다.

Legendre의 (공리 4), (공리 5), (공리 6), (공리 7)의 경우는 Euclid의 (공리 1), (공리 2), (공리 3)과 같이 오늘날 학교수학 전반에 걸쳐 받아들여지고 있는 공리이다. (공리 9)는 현대적 의미에서 전체와 부분에 대한 정의가 명확하지 않기 때문에 단정하기 어려운 점이 있으나, '각의 크기', '선분의 길이', 에 대한 것으로 해석한다면, 현 중학교 기하 교재에 '전체는 그 부분의 합과 같다'는 공리가 가정되어 있다고 볼 수 있다.

가설적 작도는 증명의 대상이 되는 도형을 작도할 수 있다고 가정하고 정리의 증명을 시작하는 것인데, 이러한 입장은 오늘날 논증기하 교과서에서 취하고 있는 입장이기도 하며, 산술적 내용을 기

하에 적용시킬 수 있는 공리의 관점도 오늘날 중등학교 수학 교과서에 이어져 내려오고 있다.

'Euclid 원론'의 공리 5개 중에서 오늘 날 학교 기하에서 가정되어 있는 것은 <표 3>과 같다.

<표 3> Euclid공리 중에서 학교 기하에 가정되어 있는 내용

Euclid 원론	학교 수학
(공리 1) 같은 것과 같은 것은 서로 같다. (공리 2) 같은 것에 같은 것을 더하면, 그 합하여진 전체도 같다. (공리 3) 같은 것에 같은 것을 빼면, 그 나머지도 같다.	등식의 기본 성질
(공리 4) 서로 일치하는 것은 같다.	하나의 도형을 모양이나 크기를 바꾸지 않고 옮겨서 다른 도형과 완전히 포갤 수 있을 때 두 도형은 서로 합동이라 한다.

2. 우리나라 중학교 기하의 기본 가정에 받아들인 Birkhoff의 공리

현재 중학교 기하가 Euclid와 Legendre의 공리, 공준뿐만 아니라 학교 기하에서는 Birkhoff의 공리를 받아들이고 있다. Birkhoff의 공리는 '실수'를 자유롭게 쓸 수 있도록 보장하여 준다. 권석일(2006)의 연구에 의해 Birkhoff의 공리 중 추출된 '실수'와 기하학적 양을 연결하여 주는 공리는 다음 <표 4>과 같다.

<표 4> Birkhoff의 공리 중 추출된 '실수'와 기하학적 양을 연결하여 주는 공리

1. 직선 측도(Line Measure); 직선 위의 점에 대하여 그 점에 부여된 수의 차가 두 점 사이의 거리를 나타내도록 수를 대응시킬 수 있다.
2. 각 측도(Angle Measure); 시작점이 동일한 모든 반직선들에 대하여 대응되는 수의 차가 각을 나타내도록 수를 부여할 수 있다.
3. 모든 평각은 같은 측도를 갖는다(180°).
4. 넓이 가정(Area Assumption)1 ; 모든 다각형은 넓이라고 불리는, 다음의 성질을 가지는 수를 가진다. (a) 합동인 다각형은 같은 넓이를 가진다. (b) 다각형의 넓이는 그 구성 다각형의 넓이의 합과 같다.
5. 넓이 가정(Area Assumption)2 ; 직사각형의 넓이는 그 나비와 높이의 곱과 같다. 즉, A=bh이다.

Ⅲ. 다각형 및 다각형 관련 용어의 의미

1. 다각형의 정의

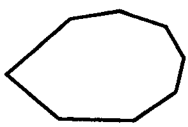
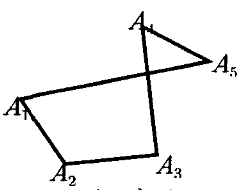
위에서 다루어진 공리는 초등학교 수학에서부터 비형식적으로 다루어지고 있다. 다각형과 관련된 용어를 살펴보자. 2-가 단계 교과서에는 '두 점을 곧게 이은 선을 선분'이라고 직관적으로 설명하고 있다. "점 ㄱ, ㄴ 을 이은 선분을 선분 ㄱㄴ이라고 한다. 선분을 양쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선을 '직선'이라고 한다. 점 ㄱ, ㄴ을 지나는 직선을 직선ㄱㄴ이라고 한다"(교육인적자원부, 2000a, p.36). 초등

학교 2-나 단계 및 4-나 단계에 표현된 다각형의 용어와 중학교 교과서, 용어사전 및 인터넷 용어사전, 기하학 교재 등에 나타난 표현은 다음 <표 5>와 <표 6>과 같다.

<표 5> 교과서에 표현되어져 있는 다각형 정의

		교과서에 나타난 다각형(polygon) 표현
2-가		4개의 선분으로 둘러싸인 도형을 사각형, 3개의 선분으로 둘러싸인 도형을 삼각형 선분ㄱㄴ, 선분ㄴㄷ, 선분ㄷㄹ, 선분ㄹㄱ을 사각형의 변이라 한다. 점ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ을 사각형의 꼭지점이라 한다. (교과서 p.38-39)
4-나		선분으로만 둘러싸인 도형을 다각형이라고 한다. 다각형은 변의 수에 따라 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형 등으로 부른다. (교과서 p.68)
7-나	1	세 개 이상의 선분으로 둘러싸인 도형을 다각형이라고 하고, 변이 3개, 4개, 5개, …, n개 인 다각형을 차례로 삼각형, 사각형, 오각형, …, n각형이라 한다. (이영하 외 3명, 2000, p.81)
	2	삼각형, 사각형, 오각형,…,은 각각 한 평면 위에서 3개, 4개, 5개, …의 선분으로 둘러싸인 도형이다. 한 평면 위에서 여러 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 통틀어 다각형이라고 한다. 일반적으로, 한 평면 위에서 n개의 선분으로 둘러싸인 도형을 n각형이라고 한다. (강옥기 외 2명, 2000, p.82)
	3	여러 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 통틀어 다각형이라고 하며, 변의 개수에 따라, 삼각형, 사각형, 오각형, … 등으로 분류한다. (이준열 외 3명, 2002, p.76)
	4	여러 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 다각형이라고 하며, n개의 선분으로 둘러싸인 다각형을 n각형이라고 한다. (고성은 외 5명, 2001, p.73)

<표 6> 교과서 외에 나타나 있는 다각형 표현

교과서 외에 나타나 있는 다각형(polygon) 표현
직선도형이란 직선에 의해 둘러싸인 도형이며, 세 개의 직선으로 둘러싸인 도형을 삼각형, 네 개의 직선으로 둘러싸인 도형을 사각형, 네 개 이상의 직선으로 둘러싸인 도형을 다각형이라 한다. (Howard, 1990).
평면 위의 점A_1 ,A_2, …, A_n으로 정의되는 다각형으로서, 선분A_1A_2, A_2A_3, …,A_nA_1 으로 둘러싸인 도형이다. 다각형을 정의할 때는 보통 점 A_1 ,A_2, …, A_n는 모두 다르고 두 개의 변이 서로 이웃하는 변이 아닌 이상(이 경우, 이들은 하나의 꼭지점을 공유한다)공통점을 갖고 있지 않다고 가정한다. (그림 2)는 이러한 조건을 만족하지 않는 하나의 다각형을 나타내고 있다. (수학사전, 1977)  (그림 1)  (그림 2)
평면 위에 유한개 ($r+1$개)의 점 A_0, A_1, A_2, ..., A_r가 있다. 그러면 $r+1$개의 선분 A_iA_{i+1} (i=0, 1, 2,…, r) 들의 집합을 A_0와 A_r들을 잇는 선분(꺽은 선, Streckensug,독어) 이라고 하고 특

별히 $A_0 = A_r$인 꺾은선을 다각형(polygon) 이라 부른다. A_i를 그 다각형의 꼭지점, 선분 A_iA_{i+1}를 다각형의 변(side)이라고 한다. (http://mathlove.org/용어)
A set of segments AB, BC, CD, $\cdots$, KL is called a **polygonal segment** that connects the points A and L Such a polygonal segment will also be briefly denoted by $ABCD\cdots KL$. The points inside the segments AB, BC, CD, $\cdots$, KL as well as the points $A, B, C, D, \cdots K, L$ are collectively called the **points of the polygonal segment**. If the points $A, B, C, D, \cdots K, L$ all lie in a plane and the point A coincide with the point L then the polygonal segment is called a **polygon** and is denoted as the polygon $ABCD\cdots KL$. The segments AB, BC, CD, $\cdots$, KA are called the **sides of the polygon**. The point A, B, C, D, $\cdots$, K are called the **vertices of the polygon**. Polygons of 3, 4, ... , n vertices are called **triangles, quadrilaterals, ... , n-gons**. If the vertices of a polygon are all distinct, none of them falls on a side and no two of its nonadjacent sides have a point in common, the polygon is called **simple**. (Hilbert. D, *Foundations of Geometry*)
몇 개의 선분으로 둘러싸인 평면도형이 다각형이다. 多는 '많다'를 의미하므로, 多角은 '각이 많음'을 의미한다. 形은 '平面圖形(평면도형)'을 줄인 것이다. 즉, 다각형은 각이 많은 평면도형을 의미한다. 다각형을 영어로는 polygon이라고 한다. poly는 '많다'를 뜻하는 접두사로, 그리스어 polus에서 왔다. gon은 '각'을 의미하며, 그리스어 gonia에서 왔다. 각이 n개 있음을 나타낼 때는 n각형(n角形, n-gon)이라고 한다. '다면체'는 多面體의 음역이다. 몇 개의 면으로 둘러싸인 입체도형이 다면체이다. 多面은 '면이 많음'을 의미한다. 體는 '입체(도형)'을 줄인 것이다. 즉, 다면체는 면이 많은 입체(도형)을 의미한다. 다면체를 영어로는 polyhedron이라고 한다. hedron은 '바닥(base)'이라는 뜻으로 그리스어 hedra(원래는 sedra)에서 왔다고 한다. '바닥'이 여러 개 있기 때문에, polyhedron이라고 한 것이다 (박교식, 수학용어 다시보기).
A closed plane figure for which all sides are line segments. The name of a polygon describes the number of sides. (http://www.mathwords.com)
In geometry a polygon (IPA: ['pɒlɪ,gɒn ~ 'pɒli,gɒn]) is a plane figure that is bounded by a closed path or circuit, composed of a finite sequence of straight line segments (i.e., by a closed polygonal chain). These segments are called its edges or sides, and the points where two edges meet are the polygon's vertices or corners. The interior of the polygon is called its body. A polygon is a 2-dimensional example of the more general polytope in any number of dimensions. (http://en.wikipedia.org/wiki/Polygon)

위의 <표 5>, <표 6>의 용어들을 살펴보자. Howard(1990)에 따르면, 고전기하에서의 다각형이란 '단일폐곡선으로 이루어진 볼록다각형'의 의미한다. Hilbert의 '기하학의 기초'[2]에서의 다각형의 의미는 평면 위에 존재하는 점l개를 잇는 선분들의 집합 중 출발점과 마지막점이 일치하는 성질을 포함

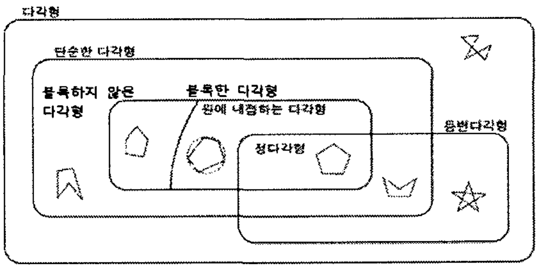
2) Unger, L에 의해 1971년 영어판으로 번역된 David Hilbert의 독일어 10번째 판 '기하학의 기초'

한 집합이라는 의미이다. 그 점들을 다각형의 꼭지점이라 한다. 그러므로, 다각형의 꼭지점의 차수는 2가 되게 된다. 그러므로 이와 같은 의미를 종합하여 다각형에 포함된 성질을 정리하면 다음 <표 7> 과 같다.

<표 7> 다각형 용어에 내포된 의미

1. 닫힌 성질이 있다.
2. 평면에 존재하는 도형이다.
3. 같은 개수의 꼭지점, 각, 선분으로 이루어진 도형이다.

위에서 닫힌 성질이란 단일폐곡선 만을 의미하지 않으므로, 현재 다각형이라 표현되어질 수 있는, 다각형에 속하는 외연을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 <그림 1>과 같다. 단일폐곡선과 동형인 단순한 다각형과 다각형의 변끼리 만나는 점이 있는 다각형으로 나타내어진다.

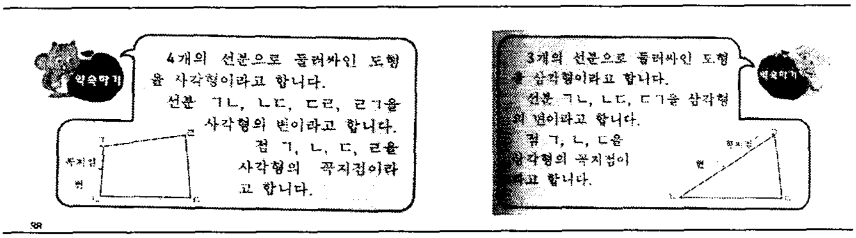


<그림 1> 다각형의 의미

다각형이란 용어는 단일폐곡선과 동형인 볼록다각형 뿐 아니라 단일폐곡선과 동형인 볼록하지 않은 다각형, 단순하지 않는 다각형을 모두 포함하는 의미임을 알 수 있다. 다음으로 교과서에서는 다각형의 의미를 어떻게 표현하고 있는지를 분석하였다.

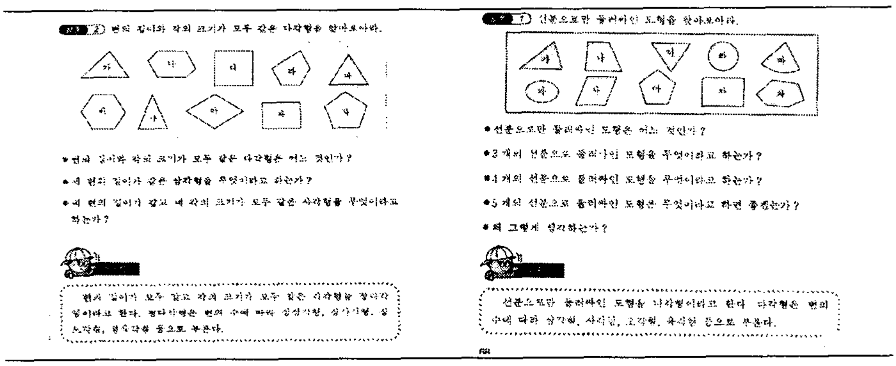
2. 교과서에 표현된 다각형의 의미

다각형의 닫힌 성질을 전형식적(preformal) 표현인 '둘러싸인'으로 표현되어 있음으로 하여 어디까지의 다각형을 의미하는지 모호함을 안고 있다. 2-가 단계 교과서에는 <그림 2>와 같이 표현되어있다.



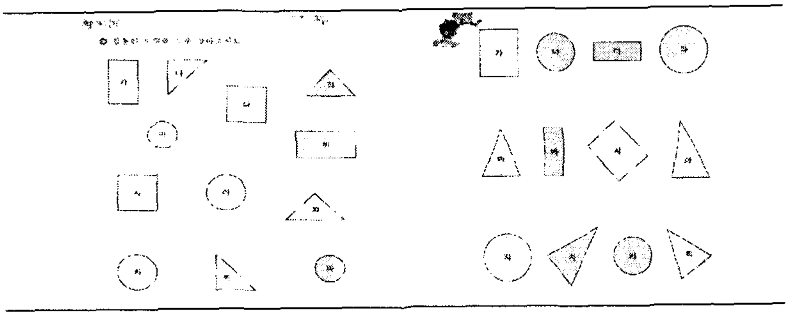
<그림 2> 2-가 단계에 표현된 사각형과 삼각형 정의

"4개의 선분으로 둘러싸인 도형을 사각형, 3개의 선분으로 둘러싸인 도형을 삼각형, 선분ㄱㄴ, 선분ㄴㄷ, 선분ㄷㄹ, 선분ㄹㄱ을 사각형의 변이라 한다. 점ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ을 사각형의 꼭지점이라 한다." (교육인적자원부, 2000a, p.38-39)와 같이 나타나있다. 4-나 단계 교과서에는 "선분으로만 둘러싸인 도형을 다각형이라고 한다. 다각형은 변의 수에 따라 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형 등으로 부른다."(교육인적자원부, 2001c, p.68). 4-나 단계 교과서의 내용 구성을 관찰해보면 <그림 3>과 같이 표현되어 있다. 선분으로만 둘러싸인 도형을 찾는 활동 후에 다각형이 정의되어 있고, 그 활동에 이어 정다각형을 찾는 활동으로 연결된다. '선분으로만 둘러싸인 도형'을 찾는 활동에 나타나 있는 예를 살펴보면 곧은 선과 곡선을 구분하여 다각형을 분류할 수 있는지에 초점을 두고 있다. 그러나 예시에 나타난 도형들은 단순한 볼록다각형과 곡선을 포함한 도형을 분류하는 의미가 강하게 나타나고 있다.



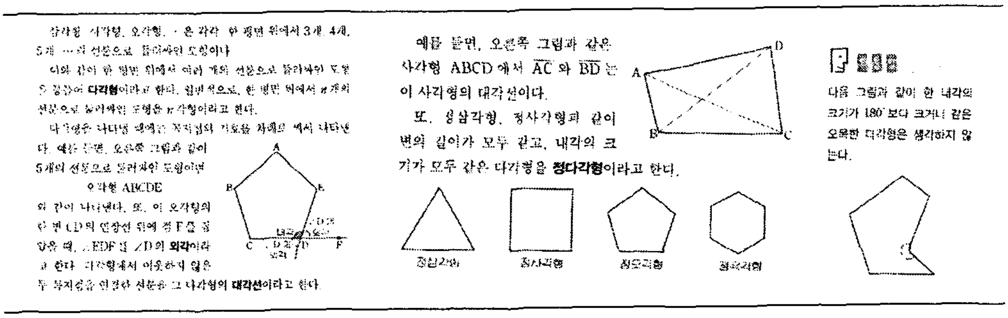
<그림 3> 4-나 단계에 표현된 다각형의 정의

5-나 단계 교과서(교육인적자원부, 2002a, 2002b)에서 다각형 내용과 관련하여 관찰해보면 도형의 합동 단원에서 다음 <그림 4>와 함께 '합동인 도형을 모두 찾는 활동'이 이어지는데, 이 활동에 나타나있는 도형은 단일폐곡선으로 이루어진 단순한 볼록다각형과 원을 그 예로 하고 있다. 도형들이 모눈 평면에 그려져 있으나 원과 단순한 볼록다각형 외에 다른 도형들은 없다.



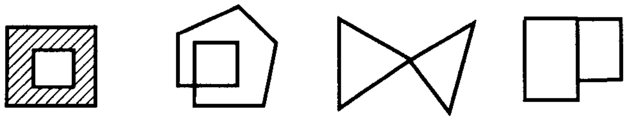
<그림 4> 5-나 단계에서 합동인 도형 찾기 활동

7-나 단계 교과서에서는 “삼각형, 사각형, 오각형,…,은 각각 한 평면 위에서 3개, 4개, 5개, …의 선분으로 둘러싸인 도형이다. 한 평면 위에서 여러 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 통틀어 다각형이라고 한다. 일반적으로, 한 평면 위에서 n개의 선분으로 둘러싸인 도형을 n각형이다.”와 같이 표현되어져있다 (강옥기 외 2명, 2000, p.82-83). 다각형에 대한 정의 후에 <그림 5>와 같이 정다각형에 관한 설명으로 이어져있다. 또한 대부분의 교과서들도 유사하게 설명되어져 있다.



<그림 5> 7-나 단계에서 다각형의 정의 표현 (강옥기 외 2명, 2000, p82-83)

현행 교육과정에서는 다각형이란 개념을 직관적으로 단순한 볼록다각형으로 도입하는 경향이 높으며, 단순한 볼록다각형을 제외한 다른 다각형을 명시적으로 언급하는 것을 피하는 경향이 있다. 2-나 단계에서 나타난 다각형의 표현과 7-나 단계에 나타난 다각형과 관련된 내용을 비교할 때, 일관되게 다각형의 정의 후 정다각형을 표현하는 과정으로 연결되어 있음을 알 수 있다. 강옥기 외 2명(2000)은 볼록하지 않은 다각형에 대해 ‘도움말’에 언급하고 있으며, ‘오목한 다각형’에 대해서는 7-나 단계에서 생각하지 않는다고 표현되어져 있다. 다각형의 닫힌 성질을 ‘둘러싸인’ 으로 표현함으로서 <그림 6>과 같은 도형들은 ‘선분에 의해 둘러싸인 도형’인지 구별하지 못하는 모호함을 안고 있게 된다.



<그림 6> 선분으로 둘러싸인 도형인가?

Ⅳ. 다각형에 대한 학생들의 개념

형식적인 논증적 기하를 배우게 되는 중학교 2학년 학생들이 다각형의 정의를 어떻게 알고 있는지, 다각형의 넓이를 구하는 것에 대해 어떤 방법을 이용하는지를 알아보기 위하여 본 연구에서는 문항지를 통한 검사와 다각형에 관련된 활동 과정의 관찰을 통하여 학생들의 반응 사례를 분석하였다.

1. 문항 선정

다각형의 정의에 대하여 학생들에게 형성되어 있는 개념과 이해 정도를 확인하기 위하여 다음 <표 8>의 문항으로 학생 반응 사례를 검토하였다.

<표 8> 다각형의 정의에 대한 학생 반응 조사를 위한 문항 선정

문항	질문	요소
1	다음 중에서 다각형은 모두 고르시오.	인식된 다각형의 개념
2	다음 중에서 도형의 넓이를 구하라. 단 가장 가까운 두 점사이의 거리가 1이다.	다각형의 넓이를 구하는 방식
3	다음 중에서 다각형인 것을 모두 고르시오.	인식된 다각형의 개념
4	다각형의 정의가 무엇인지 적어보자.	형식적 정의

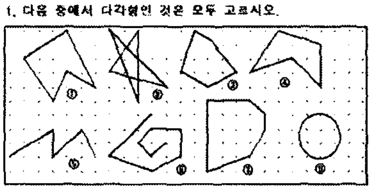
(문항1)과 (문항4)의 같은 질문을 2회 실시함으로서 다각형에 대한 개념이 어떻게 형성되었는지를 비교하여 관찰할 수 있다. (문항3), (문항1)과(문항4)를 비교함으로서 인식되어 있는 다각형의 개념과 그 개념이 어떻게 구성되어있는지를 관찰한다. (문항3)을 통하여 공식이 있는 다각형의 넓이를 구하는 반응과 "전체는 부분 모두의 합과 같다."는 공리개념을 활용하여 다각형의 넓이를 구하는지에 대한 학생 반응 사례를 검토할 수 있다.

2. 문항 반응 분석

인제대학교 창의력 센터(소장 김향숙 교수)가 주관한 제3회 체험을 통한 창의력 신장 중학교 캠프

에 참여한 경남교육청 산하 중학교 2학년 학생 80명을 대상으로 8월 6일 ~ 8월 7일(2일)동안 1차 관찰을 통하여 검사지를 개발하였다. 개발된 검사지를 캠프에 참여한 부산광역시 산하 중학교 2학년 학생 89명을 대상으로 2007년 8월 9일 ~ 8월 10일(2일)간 적용하였다. 상대적으로 일반 학급의 학생들에 비해 수학에 관심이 높고, 흥미를 가진 학생들로 구성되어 있다.

(문항1) 다각형에 대한 학생들의 개념 분석1

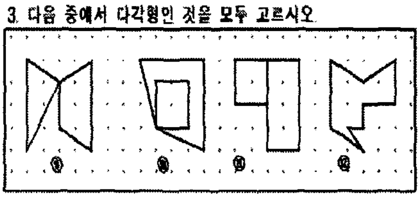


<표 9> (문항1) 학생 반응 사례 결과 (N=89)

문항		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
빈도	명	87	72	89	86	2	1	89	4
	%	97.8	80.9	100	96.6	2.2	1.1	100	4.5

(문항1)에 대한 학생 반응 사례를 살펴보면 <표 9>와 같다. ②번의 도형에 대해서도 평면에서 다각형이라고 반응한 사례가 80.9%로 나타났다. 단순한 볼록다각형에 대해서는 모두 다각형이라고 반응하였다. 꺾은선으로 이루어진 ⑤번과 ⑥번과 같은 도형에 대해서는 다각형이라 반응하지 않았다. 이러한 반응 결과는 다각형의 닫힌 성질에 대한 개념이 학생들에게 형성되어 있음을 알 수 있다.

(문항3) 다각형에 대한 학생들의 개념 분석2

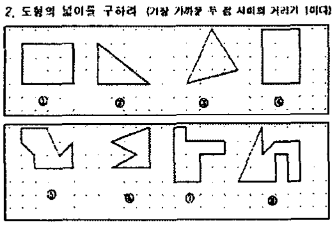


<표 10> (문항3) 학생 반응 사례 결과 (N=89)

문항		⑨	⑩	⑪	⑫
빈도	명	54	44	51	74
	%	60.7	49.4	57.3	83.1

(문항3)을 통하여 나타난 학생 반응 사례를 분석한 <표 10>을 보면 두 다각형이 한 꼭지점을 공유하는 경우와 두 다각형의 변의 일부를 공유한 경우에도 다각형이라고 생각하는 경향이 나타났다. ⑨번과 ⑩번 모두 '두 다각형이 한 개의 점을 공유'한 경우임에도 ⑨번을 다각형이라고 생각하는 경향이 더 높고 ⑩번은 다각형이 아니라고 생각하는 경향이 상대적으로 높게 나타났다. (문항3)의 ⑫번과 (문항1)의 ①번과 ②번을 비교하여 관찰해보면 같은 볼록하지 않은 다각형 임에도 ⑫번을 다각형이라 반응한 사례가 상대적으로 낮다. (문항1)과 (문항3)을 비교해본 결과 볼록하지 않은 다각형에 대한 인식은 상황에 따라 반응 빈도 사례가 다소 변화되는 경향을 나타내고 있다.

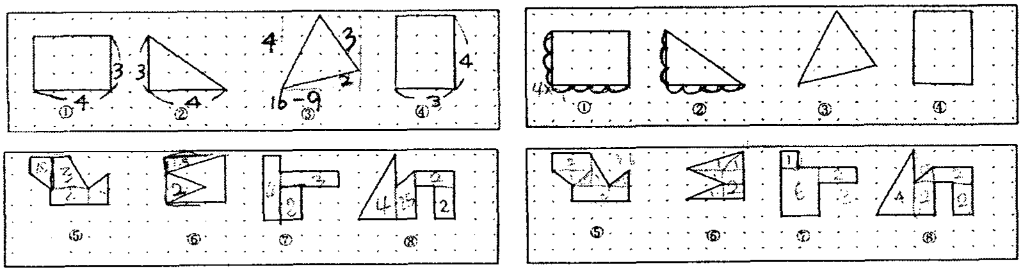
(문항2) 다각형의 넓이에 대한 학생들의 개념 분석



<표 11> (문항2)에 학생 반응 사례 결과 (N=89)

문항		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
정답율	명	88	85	28	85	53	27	75	65
	%	97.8	95.5	31.1	95.5	59.6	30.3	84.3	81.3

(문항2)에 학생 반응 사례를 <표 11>을 통하여 분석하면 직사각형, 직각삼각형 등은 쉽게 그 넓이를 구하는 반면에 격자점 위에 있어도 ③번 문항의 삼각형의 넓이에 대한 통과율은 현저하게 떨어지는 것을 알 수 있다. Birkhoff의 공리 중 넓이 가정(Area Assumption)2 "직사각형의 넓이는 그 나비와 높이의 곱과 같다."를 거의 대부분의 학생이 잘 활용하고 있었다. Birkhoff의 공리 중 넓이 가정(Area Assumption)1(b) "다각형의 넓이는 그 구성 다각형의 넓이의 합과 같다."는 (문항2)의 ③번 문항 통과율 31.1%와 같이 잘 적용시키지 못하고 있음을 알 수 있다. <그림 7>과 같이 잘 적용시킨 반응 사례도 있는 반면에, 볼록하지 않은 다각형의 경우에 격자점을 활용하여 구성 삼각형과 사각형의 합을 구하는 방식을 적용시키지 못하여 정답 통과율이 매우 낮게 나타나고 있다.



<그림 7> (문항2)의 다각형의 넓이를 구한 학생 반응 사례 예시

(문항4) 다각형의 정의를 서술한 학생들의 반응 사례 분석

<표 12>과 같이 다각형의 정의를 각으로 표현한 경우가 38.2%로 더 높으며, 선분이나 직선이라고 표현한 것은 34.8%가 되었다. 다각형이라는 이름에서 느껴지는 표현을 정의로 나타낸 경우가 많았으며, 각으로 정의를 표현한 경우 다각형의 닫혀있는 성질에 대해 대부분이 표현하지 않았다. 전체 89명 중에서 닫혀있는 성질을 표현한 학생이 20명이다. 선분 및 직선으로 다각형의 정의를 표현했던, (반응2)와 (반응3)의 학생 42명 중에서 '둘러싸여있다'는 성질을 19명이 표현하였으며, 각으로 정의를 표현했던 34명 중에서 1명만이 닫혀있는 성질을 표현하였다. 닫혀있다는 성질을 '면'으로 정의한 학생이 1명이었다. 일단 선분으로 다각형을 정의할 때, 닫힌 성질을 더 잘 표현되어지고 있다. (문항1)

에서 꺾은선으로 나타난 도형 ⑤번과 ⑥번과 같은 경우를 다각형이라고 인식하고 있지는 않지만 다각형의 정의를 서술하는 과정에서는 자신이 가지고 있는 다각형의 개념을 정확하게 서술하지 못하는 것으로 나타났다.

<표 12> (문항4)에 학생 반응 사례 결과 (N=89)

반응 사례 유형별	빈도		반응 사례
	명	%	
1. 각으로 다각형 정의	34	38.2	각이 여러 개인 도형, 각이 3개 이상인 도형, 여러 개의 각으로 이루어진 도형.
2. 선분으로 다각형 정의	31	34.8	선분으로 둘러싸인 도형, 변의 개수가 3개 이상인 도형, 선으로 완전히 둘러싸인 도형
3. 각과 선분으로 다각형 정의	11	12.4	각과 직선으로 이루어진 도형, 세 개 이상의 변이 모여 각이 여러 개 있는 도형
4. 면과 각으로 다각형 정의	1	1.12	선분이 아닌 면으로 되어있고, 각이 있는 도형
5. 곡선과 직선의 비교로 정의	1	1.12	곡선이 아닌 직선으로 둘러싸인 도형
6. 꼭지점으로 다각형 정의	1	1.12	여러 개의 점을 이어 만들어지는 하나의 면
7. 무응답	10	11.24	모르겠다.

3. 활동 과정 분석

격자점을 활용하여 다각형의 넓이를 만드는 활동을 관찰하여 학생들이 가지고 있는 다각형에 관한 개념을 관찰하였다. 다각형의 정의에 대한 학생들의 개념과 이해 정도를 확인하기 위하여 다음 <표 13>의 활동 순서로 주어진 과제를 탐구하며 진행되었다. 활동 과정을 관찰하였을 때, 문항지 검사에서 나타나지 않은 학생들의 특징도 반응 사례로 나타나고 있다.

<표 13> 학생 활동 과제

활동	활동 과제	활동 과제 요소
1	가장 작은 사각형의 넓이가 1이다. 주어진 넓이의 다각형을 만들어라. 1-1. 넓이가 3인 다각형을 만들어라. 1-2. 넓이가 5인 다각형을 만들어라. 1-3. 넓이가 6.5인 다각형을 만들어라.	인식된 다각형의 개념
2	다음에 제시된 조건의 도형을 가능하면 많이 만들어라. 넓이가 4가 되는 모양이 서로 다른 다각형을 만들어라.	다각형의 넓이를 구하는 방식

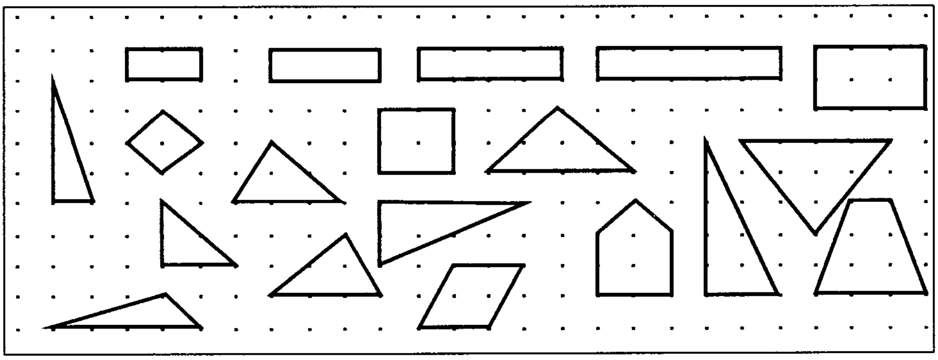
(활동1)에서는 "학생들이 가지고 있는 인식된 다각형의 개념은 어떻게 되어 있는가?"의 반응 결과를 살펴보고, (활동2)에서는 다각형의 넓이를 구하는 방식이 어떻게 나타나는가? 에 대해 학생들에게

서 관찰되어진 경향을 분석하였다.

(활동1) 넓이가 주어졌을 때 나타난 다각형 분석

네 개의 격자점으로 둘러싸인 가장 작은 사각형의 넓이가 1일 때, 주어진 넓이를 가진 다각형을 만들라는 학습에서 학생들이 초기에 그려낸 다각형들을 살펴보면 <그림 8>와 같은 반응 사례를 나타낸다. 넓이가 정해진 다각형을 1개~2개를 만들어보는 학습초기의 문제제기 상황에 나타난 학생들의 반응 사례들이다. 몇 개의 반응 사례를 제외하고는 중학교 2학년 89명이 모두 정해진 넓이의 단순한 볼록다각형 유형으로 반응하였다.

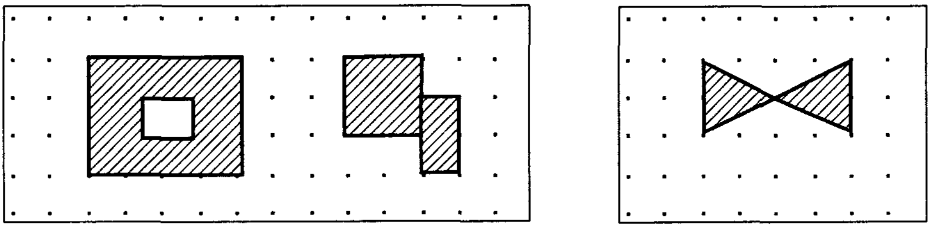
넓이를 바꾸어 물어도 모양이 사각형 또는 삼각형으로 고정되어져 나타나며, 모양을 바꾸어서 계산하기 곤란하지 않도록 하는 경향을 보인다. 또한, 그 도형 전체의 넓이를 한 번의 공식을 적용하여 만들 수 있는 도형을 찾아내려는 경향이 강했다. 가장 빠르게 나타난 반응은 직사각형으로 주어진 넓이의 도형을 그려내는 경우이다. 익숙해져 있는 넓이 공식 즉, 삼각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 직사각형의 넓이를 바로 적용하여 구할 수 있는 다각형을 찾기 때문에 계속 밑변(가로)와 높이(세로)의 길이를 정수를 대입해서 구하는 경향이 나타나고 있다.



<그림 8> 다각형의 넓이가 주어졌을 때, 초기에 학생들이 그리는 다각형 유형

단위 넓이, 또는 분할된 사각형, 삼각형의 넓이의 합과 같다는 성질을 잘 활용하지 못하였다. <그림 8>의 유형처럼 학생들의 초기 반응이 나타나며 몇 개를 제외하고는 볼록하지 않은 다각형이 나타나지 않았다. 이것은 중학교 학생들에게 다각형이란 개념이 단순 볼록다각형으로 강하게 형성되어 있다고 볼 수 있다.

다양한 매체가 발달한 요즘에는 '둘러싸인'이라는 의미에 대해 학교 수학에서 좀 더 명확하게 명시할 필요가 있다. '닫혀있다'는 성질을 전형식적으로 표현한 '둘러싸인'이라는 표현에 대해 학생들에게 어떤 개념이 형성되어 있는지를 활동 과정 속에서도 몇 가지의 유의미한 반응 사례를 관찰할 수 있었다. 사전 문항지 검사의 결과와 마찬가지로 <그림 9>와 같은 사례가 나타났다.

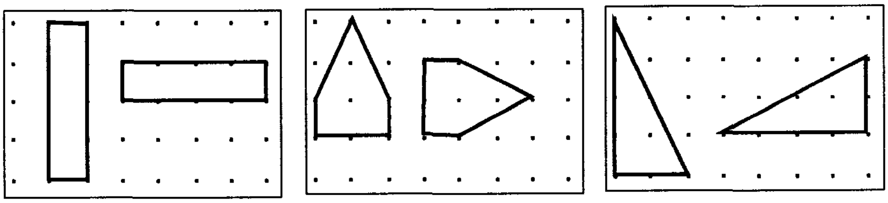


<그림 9> 학생들이 활동 과정에서 다각형이라 반응한 사례

(활동2) 넓이가 4가 되는 모양이 서로 다른 다각형 반응 사례 분석

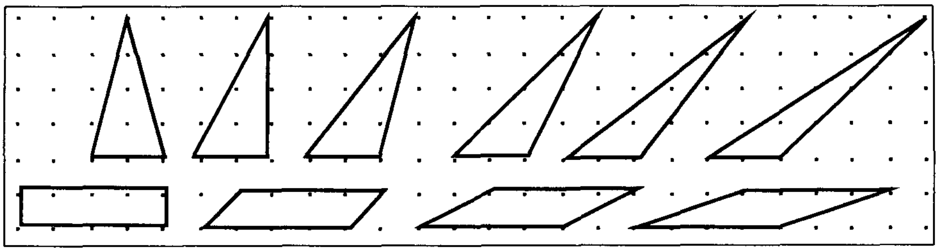
이 활동은 짝활동으로 이루어졌다. (문항1) 때와 유사하게 볼록다각형의 유형이 먼저 보이지만 볼록다각형만으로 이 게임이 진행될 수 없다는 것을 느끼면서 학생들은 인지적인 갈등을 보이다 고정된 사고를 깨기 위한 시도들이 일어났다. 초기엔 계산 가능한 단순한 볼록다각형을 찾는 경향이 있으나 89명의 모든 학생이 "다각형의 넓이는 그 구성 다각형의 넓이의 합과 같다."(Birkhoff의 넓이가정1 (b))는 기본 가정을 채택하여 직사각형과 삼각형의 넓이 구하는 방법을 활용하였다.

'넓이가 같고 모양이 서로 다른 다각형'에 대한 학생 반응의 사례로서 다음 <그림 10>과 같은 도형을 '넓이가 같고 모양이 서로 다른 다각형'으로 인식하는 학생이 전체 89명 중에서 9명이었다. '합동'이란 형식적 용어에 비해 학생들이 다르게 반응할 수 있음을 알 수 있다.

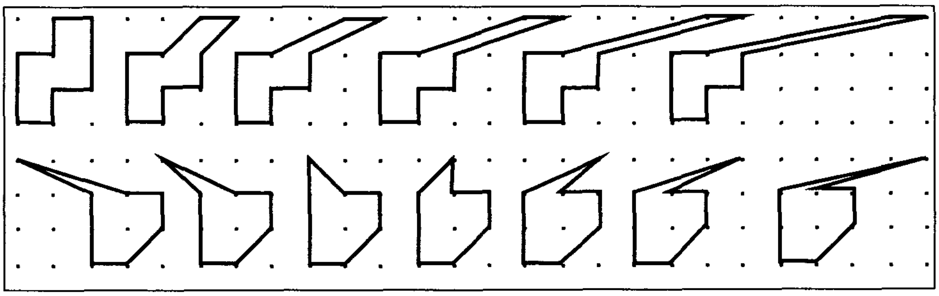


<그림 10> '넓이가 같고 모양이 서로 다른 다각형'에 대한 학생 반응 사례

"두 평행선 사이의 수직거리는 항상 일정하다."는 평행선의 성질을 적용하여 직사각형 및 삼각형의 모양을 변형하여 모양이 서로 다른 다각형을 찾아내는 아이디어는 89명 중 26명 정도의 학생은 <그림 11>과 같이 평행선의 성질을 활용하였다. 평행선의 성질을 활용하는 다각형의 순서는 삼각형이 먼저 나타나고, 뒤에 직사각형의 모양을 평행선의 성질에 의해 변형시켰다. 그러나 학생들의 게임 활동지를 분석해 본 결과 <그림 12>와 같은 볼록하지 않은 다각형에 대해서는 평행선의 성질을 적용하지 않았다는 것이 나타났다.

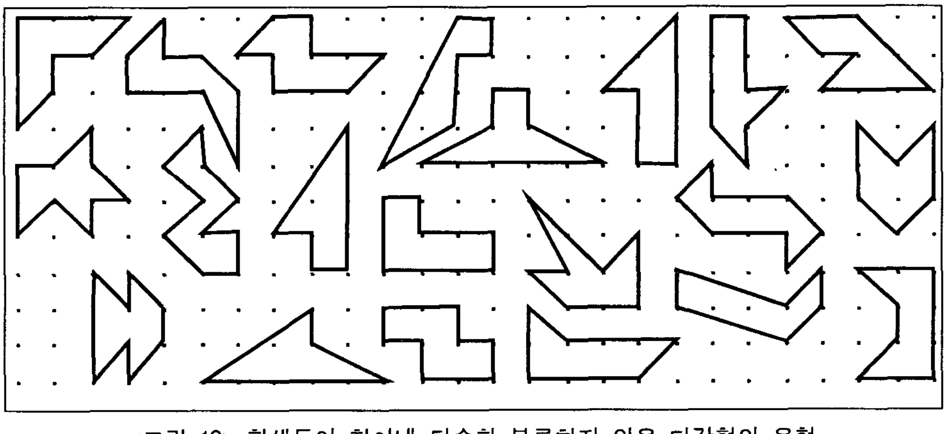


<그림 11> 평행선의 성질을 이용하여 다각형의 모양 찾기



<그림 12> 학생들이 찾지 않은 '단순한 볼록하지 않은 다각형'의 유형

처음 볼록다각형 이외의 어떤 다각형이 존재하는지를 고민했던 시기가 지나면 자연스럽게 <그림 13>의 다양한 모양의 단순한 볼록하지 않은 다각형의 유형들이 나타났다. 단위 정사각형의 넓이를 1로 보고 그 구성 다각형의 넓이와 같은 작은 직사각형, 정사각형과 주로 직각삼각형의 결합시켜 넓이가 4가 되는 다각형을 만들어 냈다. 이 때 학생들이 반응한 다각형 모양은 단순한 볼록하지 않은 다각형들이었다.



<그림 13> 학생들이 찾아낸 단순한 볼록하지 않은 다각형의 유형

문항지를 통해 검사를 실시한 후 문항지 결과에 영향을 받지 않도록 문항지의 각 항의 정답에 대해 아무런 언급도 하지 않은 상태에서 활동이 이루어졌다. 문항지의 (문항1)에서 나타낸 반응에 비해 '다각형은 볼록다각형이다'는 개념이 활동 과정에서는 더 강하게 나타나고 있었다. '공식을 알 수 없는 다각형은 넓이를 구할 수 없다'는 인식이 강하여 Birkhoff의 공리를 활용하여 다각형의 넓이를 구하는 방법을 적용하는 것이 어려운 학생들이 나타났다.

4. 연구 결과 분석

격자점을 활용하여 중학교 2학년 학생들에게 다각형의 정의에 대한 개념이 어떻게 형성되어 있는지 문항지 및 활동 과정을 관찰한 결과는 다음과 같다. 첫째, 다각형의 정의로 '닫혀있는' 성질을 서술하지 않는다 하더라도 '닫혀있는' 성질은 학생들에게 개념으로 형성되어 있고, 다각형과 꺾은 선 도형을 구별할 수 있다는 것을 알 수 있었다. 둘째, 교과서에 전개된 다각형보다 더 폭 넓게 다각형의 개념이 확대 형성되어 있으나, 활동 과정에서 관찰된 학생들의 반응을 살펴보면 단순한 볼록다각형에 제한되어 반응하는 경향이 나타나고 있다. 학생들이 다각형에 대해 이미 폭넓게 개념이 형성되어져 있다면 그러한 개념을 충분히 수용할 수 있는 교과서 내용의 재구성이 필요하다. 셋째, 꼭지점과 변에 대해 다소 모호한 개념이 형성되어 있으며, 이것은 교과서의 '둘러싸인'이라는 용어의 비형식적인 서술이 학생들이 인식에 영향을 준 것이라 분석된다. 넷째, 다각형의 용어에서 느껴지는 각으로 다각형의 정의를 서술한 학생들이 나타나며, 선분으로 다각형의 정의를 서술한 학생들이 '닫혀있는' 성질도 동시에 표현한 경우가 더 높게 나타났다. 다섯째, 직선과 선분에 대한 용어를 혼용하여 사용하고 있는 경향이 나타나고 있다.

또한 다각형의 넓이에 관한 문항지 및 활동을 관찰한 결과, 학생들은 그 다각형의 전체의 넓이를 구할 수 있는 공식이 없는 경우 격자점 위에 다각형이 있음에도 통과율이 낮게 나타나고 있다. 둘째, 넓이가 같은 다양한 다각형을 찾는 경우에 단순한 볼록다각형으로 반응하는 경향이 강하게 나타나며, 그러한 활동에서 그 다각형을 구성하는 삼각형과 정사각형, 직사각형의 넓이의 합을 활용하여 다각형의 넓이를 구하는 활동이 원활하지 못하다는 뚜렷한 경향이 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

기하교육은 정신도야적 측면에서 공간 감각의 양성과 수학적 추론의 발달시키기 위한 것을, 실용적인 측면에서 기하학적인 지식을 바르게 적용하여 수학 내·외적인 상황에서 여러 가지 문제를 해결하는 능력을 기르는 것을 목표로 하고 있다. 우리가 살고 있는 공간에 대해 이해를 보다 발전시키고, 다양한 현상을 기하학적 관점에서 파악할 수 있는 안목을 기르는 것이 학교 기하 교육의 목표라면 학생들의 변화되고 있는 인식을 폭넓게 수용할 수 있는 내용이 교과서에 구성되어져야 할 것이다. 학생들은 이미 다각형에 대해 폭넓게 인식하고 있으나, 교과서의 구성 과정에 의해 제한된 사고

를 할 가능성이 있다면, 교육과정 및 교수학습 과정의 재구성이 필요할 것이다. 문항지와 활동 과제지를 서술하는 학생들의 활동을 분석한 결과, 개념으로 형성된 다각형과 실제로 다각형에 대해 인식 간의 차이를 극복할 수 있는 재구성에 대한 연구가 요구된다.

논증기하를 배우게 되는 2학년 학생들이 이전의 직관 기하에서 전형식적(preformal)으로 다루어진 정의의 모호함에서 벗어날 수 있는 방안이 필요하다. 격자점을 활용하여 학생들의 다각형에 대한 개념을 탐구하는 과정에서 개발된 문항지를 일반학급 학생들의 다각형의 정의 및 다각형의 넓이에 대한 인식 조사에 활용할 수 있을 것이다. 또한, 다각형의 정의에 대한 모호한 개념이 논증기하를 배운 2학년 이후에 어떻게 변하고 있는지 후속연구가 따른다면 학교교육 과정에서 논증기하의 출발인 정의를 어떻게 다루고 있는지를 파악할 수 있는 자료가 될 것이다.

참 고 문 헌

강옥기 · 정순영 · 이환철 (2000). 중학교 수학 7-나, 서울: (주) 두산.

고성은 · 박복현 · 김준희 · 최수일 · 강운중 · 소순영 (2001). 중학교 수학 7-나, 서울: (주) 블랙박스.

교육인적자원부 (2000a). 수학 2-가, 서울: 대한교과서.

__________ (2000b). 수학 2-나, 서울: 대한교과서.

__________ (2001a). 수학 3-가, 서울: 대한교과서.

__________ (2001b). 수학 3-나, 서울: 대한교과서.

__________ (2001c). 수학 4-나, 서울: 대한교과서.

__________ (2002a). 수학 5-나, 서울: 대한교과서.

__________ (2002b). 수학 5-나 익힘책, 서울: 대한교과서.

권석일 (2006). 중학교 기하 교재의 '원론' 교육적 고찰, 서울대학교 대학원 박사학위논문.

_____ (2007). 중학교 논증기하의 기본 가정과 교재 구성 형식에 대한 역사적 분석, 수학교육학논총 **제30집**, 대한수학교육학회 pp.249-276.

유클리드. 기하학원론 (가권) 평면기하, 이무현 역,(1997) 서울:교우사

이영하 · 허민 · 박영훈 · 여태경 (2002). 중학교 수학 7-나, 서울: 교문사.

이준열 · 장훈 · 최부림 · 남호영 · 이상은 (2002). 중학교 수학 7-나, 서울: 디딤돌.

최지선 (2007). 닮음 도형의 넓이 비에 관한 이론적 배경과 학생들의 이해, 수학교육학논총 **30** pp.229-247, 서울: 한국수학교육학회.

하정임 (2007). 손으로 느끼는 창의2, 제3회 체험을 통한 창의력 신장 중학생 캠프, pp.60-69. 인제대학교 창의력교육센터.

한기순 (2000). 창의성의 영역 한정성과 영역 보편성에 관한 분석과 탐구, 영재교육연구. **10(2)**, pp.47-69.

David, T. (1991). *Advanced Mathematical Thinkimg, Kluwer Academic Publishers.* 류희찬・조완영・김인수 공역 (2003), 고등수학적 사고, 서울: 경문사.

Hilbert, D. (1971). *Foundations of Geometry,* Open court, 2nd English Edition, Translated by Leo Unger from the 10th German Edition.

Howard, E. (1990). *An Introduction to the History of Mathematics. 6th ed,* Philadelphia: Saunders College, 이종우 역 (1997). 기하학의 역사적 배경과 발달, 서울: 경문사.

Legendre A. M. (1866). *Elements of geometry and trigonometry*, adapted by Davies, C, New York: A. S. Brandes & CO, 111&113 William Street.

A Study on middle school students' conceptions of the polygon revealed in activities using a lattice worksheet

Hong, Seong Kowan
Pusan National University
E-mail : skhong@pusan.ac.kr

Ha, Jeong Im
Busan Yeongseon Middle School Busan, Korea
E-mail : ha1001@hanmail.net

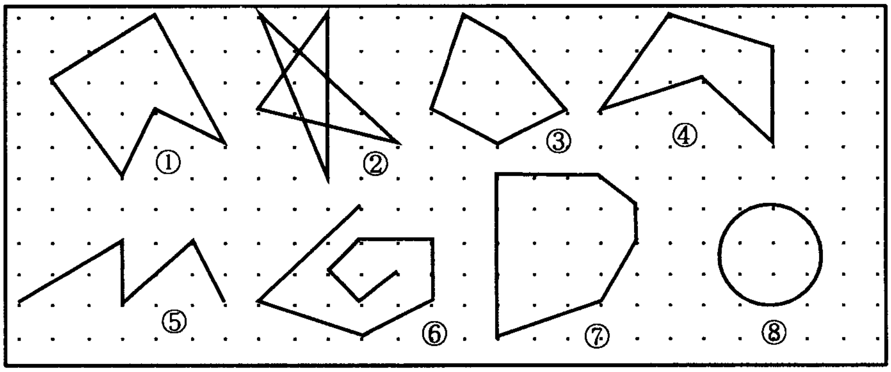
Park, Cheol Ho
Graduate School of Pusan National University
E-mail : pkch510@hanmail.net

A polygon is one of the main subjects of the geometry curriculum that is handled widely from the second-grade elementary school to middle school. In this research, we analyze second-grade middle school students' conceptions of the polygon that are revealed in the process of seeking the definition and the area of it given in a lattice worksheet.

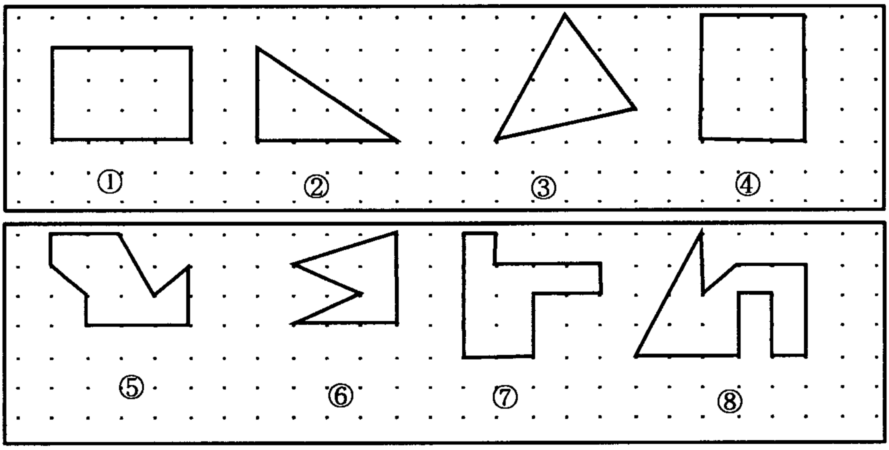
* ZDM classification : E43
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30
* Key words : conceptions of the polygon

부록 (문항지)

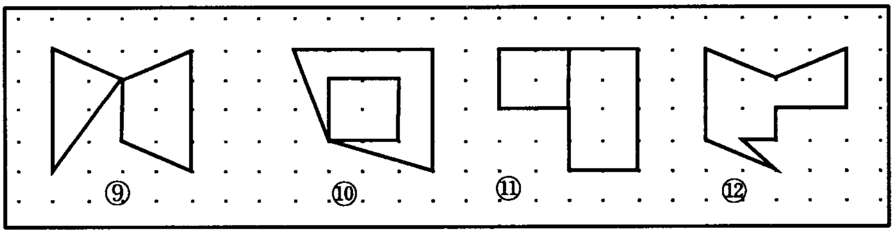
1. 다음 중에서 다각형인 것을 모두 고르시오.



2. 도형의 넓이를 구하시오. (가장 가까운 두 점 사이의 거리가 1이다)



3. 다음 중에서 다각형인 것을 모두 고르시오.



4. 다각형의 정의가 무엇인지 적어보시오.